

# 角動量

角動量是什麼，你知道嗎？不知道可就落伍囉～～在我們生活周遭直升機、丟的橄欖球...都有角動量的魔力在作用呢！快加入角動量這一組讓你擁有全新暢快體驗、讓你超越愛因斯坦，當個無人不知、無所不曉的物理學家吧!!!

但在我們進入角動量的科學殿堂前，我們得先認識一下轉動學裡的其他成員和物理名詞！

## 一,角動量：

角動量是一種當物體轉動就會有的物理量。在生活中只要會轉動的物體，我們都能夠看到有關角動量的物理特性！

## 二,角動量守恆：

當一個系統不受外力的作用下，此系統就不會產生外力矩，這時我們就會稱這系統為角動量守恆狀態。所謂守恆就是一直維持著原本的狀態。如果一開始為靜止(以發動前直升機為例)，若系統自行產生了一個力矩(機翼啟動)，則系統本身會產生另外一個方向相反的力矩(機身旋轉)抵抗他。

### 三,轉動慣量：

角動量的公式為  $L = r m v = I \omega$ ，所以我們可以知道轉動慣量( $I$ )的簡單公式為  $I = m r^2$  (不是每個物體的算法都一樣，在“數學”部分詳做介紹)。

所以在一個角動量守恆的系統中(以芭蕾舞者舉例)，芭蕾舞者輕步一躍，在空中旋轉，起初速度是慢的，但是當他把手臂往內一收(半徑 $r$ 減少，導致轉動慣量 $I$ 變小)，根據角動量守恆，角動量公式裡  $I \cdot \omega$  的值必須相等，所以當 $I$ 比原本狀態小，表示 $\omega$ 會比原本狀態大

芭蕾舞者可以任意地改變自己旋轉的速度，就是這個原理。仔細看看跳水選手，他們也是靠這個原理達到速度的變化的喔，大家都是學過物理的!!



#### 四.其他名詞介紹：

**Anti-Gravity Wheel**

<https://youtu.be/GeyDf4ooPdo>

**Anti-Gravity Wheel Explained**

<https://youtu.be/tLMpdBjA2SU>

**The Physics behind Figure Skating Spins**

<https://youtu.be/0RVyhd3E9hY>

**Slow Motion Flipping Cat Physics**

<https://youtu.be/RtWbpyjJqrU>

### a. 角位移(angular position) :

其定義為  $\theta = s / r$  , 其中  $s$  為弧長、 $r$  為半徑 ,  
SI單位為 弧度(rad) , 對比於平移運動中的位移。

### b. 角速度(angular velocity)( $\omega$ ) :

角速度為位置相對於時間的變率 , 為一個向量 ,  
方向可由右手定則判斷 , 其又可分為平均角速度和  
瞬時角速度 , SI單位為弧度/秒(rad/s) , 對比  
於平移運動中的速度為  $\omega = v / r$

### c. 角加速度(angular acceleration) :

角加速度為角速度相對於時間的變率 , 為一個向量  
 , 其又可分為平均角加速度和瞬時角加速度 ,  
SI單位為弧度/秒平方(rad/s<sup>2</sup>) , 對比於平移運動中的加速度  
。

### d. 力矩(Torque) :

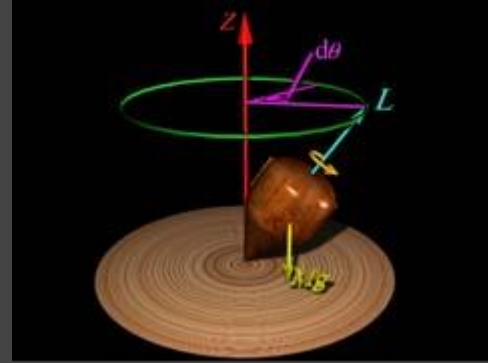
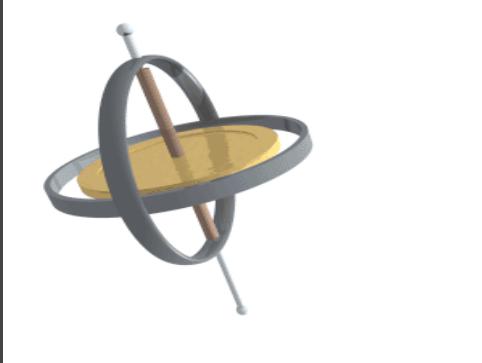
施以一作用力使物體繞一固定的點或軸做轉動的趨向 ,  
稱為力矩 , 力矩可以表示為旋轉半徑和作用力的外積 ,  
即  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$  為一向量 , SI單位為牛頓·米(N·m) , 也可表示

成角動量和時間的變化量  $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$  , 可以將它理解為

$\vec{\tau} dt = d\vec{L}$  , 即力矩作用一段時間會產生角動量變化。

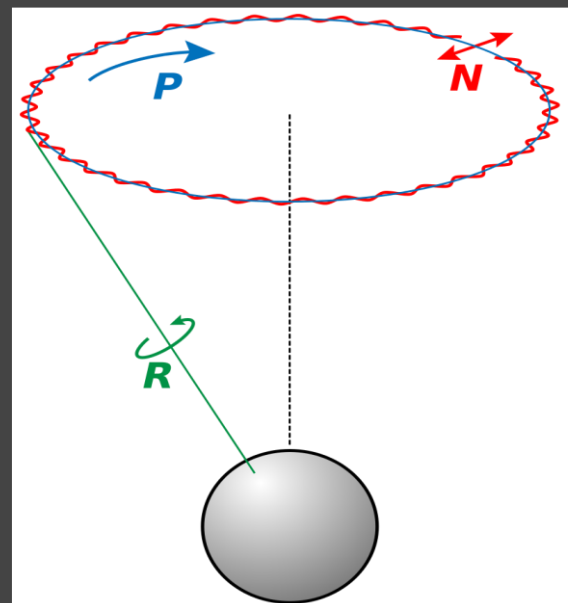
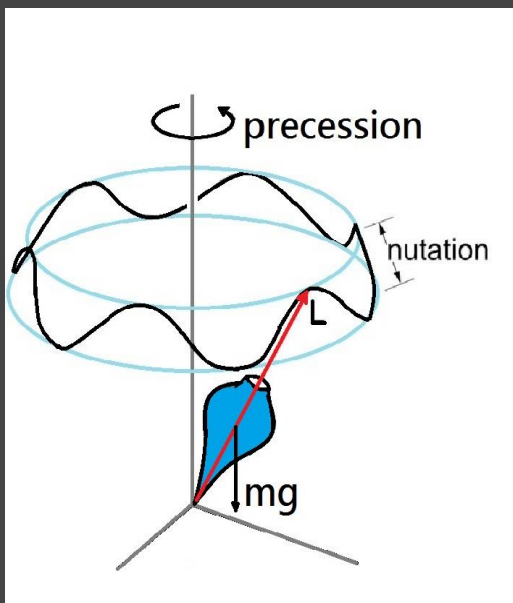
## 五,進動：

進動是指說一個自轉的物體同時他的自轉軸也繞著另一個軸做轉動，凡是此種現象的運動，我們將之稱為進動。



## 六,章動：

章動(nutation)是在行星或陀螺的自轉運動中，軸在進動中的一種輕微不規則運動，使自轉軸在方向的改變中出現如「點頭」般的搖晃現象，如圖所示：



## 七,克卜勒定律：

在克卜勒第二定律(等面積定律)中，在相等時間內，太陽和運動著的行星的連線所掃過的面積都是相等的。此一定律實際揭示了行星繞太陽公轉的角動量守恆。而由於角動量守恆，可以知道，當行星越靠近太陽，角速度越大。

## 八,演示項目：

### 1.美式足球：

如果你看過美式足球那就簡單多了，如果沒有就想像你在擲標槍，手以U字型(姆指與食指)握球。另外三只手指靠緊食指，而球扎實的握在手掌心。當你打球擲出的瞬間把食指和無名指貼著球身往下撥(拉)，使橄欖球快速旋轉時，橄欖球即擁有一角動量，使其飛行的軌跡更加穩定，這便是角動量在生活中的應用。(試比較若不讓其旋轉的情況)

\*註:要轉得漂亮需要一段時間的練習(剛開始中心一定抓不準，球會邊轉邊晃)。記得在握球時盡量握在1/3處。

## 2.車輪演示角動量守恆：

該實驗很簡單，操作上並不困難，只要拿著一個旋轉的車輪站在轉盤上藉由改變車輪的方向，即可以造成人的轉動，進而演示出本實驗的效果。

我們可以觀察到(垂直方向而言，因為此方向無外力矩作用)，當車輪的角動量改變成和原本反向時，那麼轉盤上的人會開始旋轉，其角動量和改變後的車輪角動量相反，這便是因為角動量守恆的緣故。(試著思考“向量”的守恆的意義)



## 3.車輪進動：

將一快速旋轉的車輪些微傾斜放置攤平的手中，即可有進動的效果(要注意的是攤平的手不可以亂晃動，否則會直接導致實驗的失敗。)

傾斜的物體本身的重力會造成一個重力矩，此重力矩會造成物體的角動量隨時間做變化，由於重力矩和進動物體的自旋角動量垂直，因此重力矩僅造成角動量的方向改變，若物體不自轉的話，進動的物體也會倒下。



#### 4.旋轉椅的角動量守恆：

使人坐在轉椅或站在轉盤上，雙手握著裝水的牛奶瓶並且伸直，另一人幫忙使其等個人開始旋轉(注意不可太快!!)當手縮回來的時候，就會增加系統的轉速，達到演示效果。

根據 $L = I \omega$ 的公式告訴我們，在無外力矩作用時 $I$ 和 $\omega$ 的乘積為定值，而改變雙手和啞鈴的位置，便是為了改變其轉動慣量 $I (I = m r^2)$ ，進而改變其轉動速度，這亦是角動量守衡的表現。(試著思考手握牛奶瓶的原因)。





## 5.鐵鍋克卜勒實驗：

將彈珠從邊緣滑入鐵鍋，觀察彈珠照克卜勒第一定律，橢圓軌跡旋轉；觀察彈珠照克卜勒第二定律，旋轉半徑越小，角速度越快的現象。

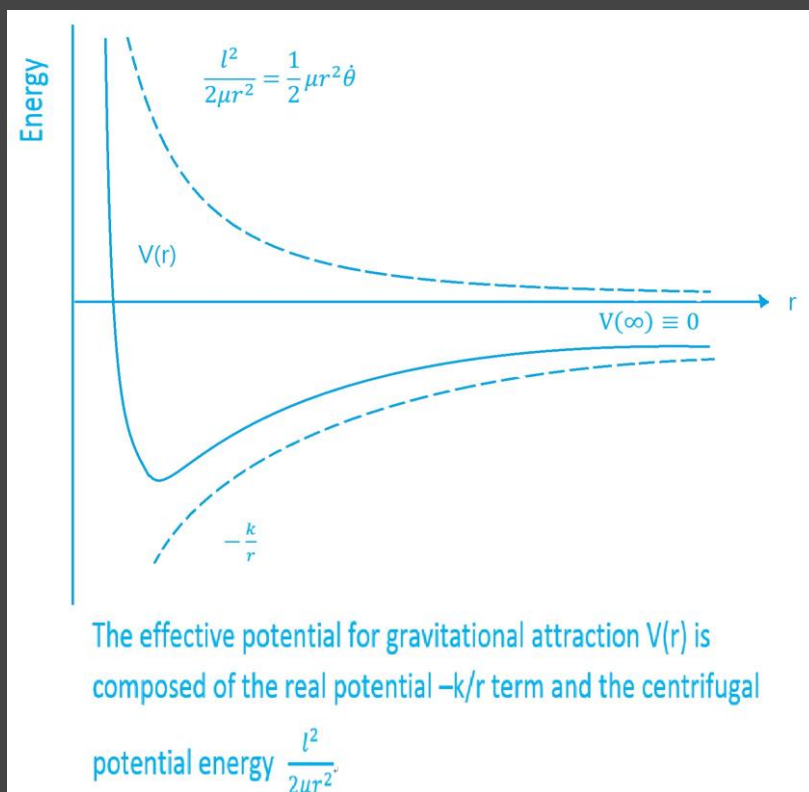


## 6.重力漩渦：

利用軌道使鋼珠做加速，使其進入漩渦主體旋轉，注意軌道的角度很重要，太大會導致鋼珠飛出漩渦，而入射的好不好也直接影響整個實驗的成敗。入射軌道的高度也須注意，太高會導致速度過快，若無漩渦邊緣支撐鋼珠勢必會被甩出軌道。



## 角動量的有效重力位能圖



## 九,歷年創新演示項目:

### 2013創新 遙控直升機演示角動量守恆:

雙槳遙控直升機在靠兩支槳反方向轉動,一方面提供上升力,一方面遵守角動量守恆,否則機身也會跟著旋轉,一般市售雙槳遙控直升機會在尾端有一個小槳,是用來微調方向的,如果機身想要左轉(從上方看來是逆時針)那麼小槳就要順時針轉,如果機身想要右轉(從上方看來是順時針)那麼小槳就要逆時針轉。

一般較常見的直升機多屬於單槳,為了其機身平衡,後端會有一個旋轉方向與主槳垂直的小槳,這是為了提供平衡用的力舉,如此一來,直升機就能夠不會朝著主槳轉的動的反方向轉動。

### 中山大學物理演示 四支葉片的飛行器:

中山大學物理演示

<https://youtu.be/hfUY-JvZYT0>

可以清楚看到,對角的葉片旋轉方向是相反的,這也是避免機身隨著葉片轉動而旋轉。

## 十,相關影片連結(Video Link) :

### a.車輪演示角動量守恆 :

Spinning Stool with Wheel  
<https://youtu.be/NDH3Uo99K2M>

轉動的車輪就像陀螺儀般是由高速旋轉剛體轉子構成的儀器。旋轉轉子在空間能保持固定狀態並抗拒一切使其改變的力。且車輪旋轉的方向若是硬是改變它將會遵守角動量守恆定理，一開始如果車輪轉向是逆時針，將它180度翻轉過後，車輪的轉向成為順時針，身體便會受到一逆時針的力量以維持角動量守恆。

### b.旋轉椅角動量守恆 :

PH ME RM TUTE 70017A V0739 Spinning  
Chair Conservation of Angular Momentum  
<https://youtu.be/rRSAMTXgoow>

一人坐在椅子上，雙手打開旋轉，此時將它視為一個物體在旋轉此物理的半徑為兩手張開的距離，當在旋轉到一半的時候人兩手縮進來，此時半徑便大大減少，根據角動量守恆，此人跟椅子的轉速必須大大提升以維持角動量守恆。

### c.車輪演示進動：

**Gyroscopic Precession**

<https://youtu.be/ty9QSiVC2g0>

### d.英文影片：

**Angular Momentum - Sixty Symbols**

[https://www.youtube.com/watch?v=sy5NY-Dqdys&feature=emb\\_title](https://www.youtube.com/watch?v=sy5NY-Dqdys&feature=emb_title)

### e.章動：

**MOV00347金楓 物理 實驗7 章動 NEHS 實驗中學**

<https://youtu.be/FfyEdEF-fVU>

### f.進動：

**Gyroscope**

[https://youtu.be/cquvA\\_IpEsA](https://youtu.be/cquvA_IpEsA)

### g.克卜勒行星定律：

【完整版】克卜勒行星定律

<https://www.youtube.com/watch?v=CBj4N8vjAh4>

### h.Kepler 's Second Law and Conservation of Angular Momentum：

(Classical Mechanics 1) Kepler's Second Law and Conservation of Angular Momentum

[https://www.youtube.com/embed/s\\_EKVVBVz6](https://www.youtube.com/embed/s_EKVVBVz6)

## i.角動量守恆：

【中央大學】物理演示實驗 - 角動量守恆  
<https://youtu.be/UOixxOJd9jU>

由於演示者坐在活動轉椅上，他和飛輪成一個獨立系統，角動量必須守恆。演示者變動飛輪軸的方向時，他的身體和座椅會作對抗運動，企圖維持角動量守恆。(113陳子義)

## j.化學反應：

Chemistry - Electron Structures in Atoms (29 of 40) Angular Momentum of the s-Orbital Electron  
<https://youtu.be/stc5p8hyGQc>

當兩個物質發生反應時，牽扯到電子的轉移，反應過程中，因為電子本身是繞著原子核旋轉，會有角動量的產生，整個過程中，符合角動量守恆。  
(113顏翊翔)

## k.物質波在原子模型應用：

原子結構【觀念】物質波在波耳原子模型的應用  
<https://m.youtube.com/watch?v=l9mCfgbaBsY>

當原子中的電子繞核旋轉時，為了保持能量穩定，會以駐波的形式繞核旋轉，所以其周長應為整數倍個波長，在代入德布羅意的物質波關係式，整理可得一角動量守恆之關係式。(113湛政軒)