單擺與簡諧運動

與本主題有關的數學

一. 簡諧運動：

擺在擺動角度小於 5 度時，整體運動可以近似為一簡諧運動。

$X = R\cos(\omega t + \varphi)$，將簡諧運動公式由一系列推導，可得到下一段的公式。

單擺做一次完整擺動所需時間稱為週期。週期並不只有一種看法，只要單擺第二次回到相同位置，並擁有相同的瞬時速度（大小和方向皆相同），就是一次完整的擺動。$t = \sqrt{\frac{L}{g}}$，右方式子中，L 是單擺的擺長，g 為該地的重力加速度。

113 級 盧介柏

二. 受力情況

单摆 simple pendulum(physics)：

https://www.youtube.com/embed/1AmlVADaR2A

此影片解釋了擺在擺動時的受力情況。

113 級 丁德碩

三. 阻尼器的原理

對於次阻尼體系，運動方程式的解可寫成：

$$X(t) = Ae^{\zeta\omega_n t} * \cos(\omega_d t + \varphi)$$

其中 $\omega_d = \omega_n\,(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}$ 是有阻尼作用下系統的固有頻率，A和φ由系統的初始條件（包括振子的初始位置和初始速度）所決定。該振動解代表的是一種振幅按指數規律衰減的簡諧振動，稱為衰減振動(見上圖中ζ<1 的位移 - 時間曲線所示）。

對於臨界阻尼體系，運動方程式的解具有形式

$$X(t) = (A + Bt)e^{-\omega_n t}$$

其中A和 B由初始條件所決定。該振動解表徵的是一種按指數規律衰減的非週期運動。

對於過阻尼體系，定義

$$\omega^* = \omega_n\,(\zeta^2 - 1)$$

則運動微分方程式的通解可以寫為：

$$X(t) = e^{-\zeta\omega_n t} * (A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t))$$

其中A和B同樣取決於初始條件，cos 和 sin為雙曲函數。該振動解表徵的是一種同 樣按指數規律衰減的非週期蠕動。從上面的 位移 - 時間曲線圖中可以看出，過阻尼狀態比 臨界阻尼狀態蠕動衰減得更慢。

112 級 林承毅、彭俊嘉