

魔力棒球

與本主題有關的數學

一.白努力定律

1. 四個前提假設

1. 定常流動(steady flow): 在流動系統中，流體在任何一點之性質不隨時間改變
2. 不可壓縮流 (Incompressible flow) : 密度為常數，在流體為氣體適用於馬赫數 M 小於 0.3 的情況。
3. 無摩擦流 (Frictionsless flow) : 摩擦效應可忽略，忽略黏滯性效應。
4. 流體沿著流線流動 (Flow along a streamline) : 流體元素 (element) 沿著流線而流動，流線間彼此是不相交的。

使用白努利定律必須符合以上假設，方可使用；如沒完全符合以下假設，所求的解也是近似值。

2. 公式

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p = \text{constant}$$

v =流體速度

g =重力加速度

h =流體處於的高度

ρ =流體質量密度

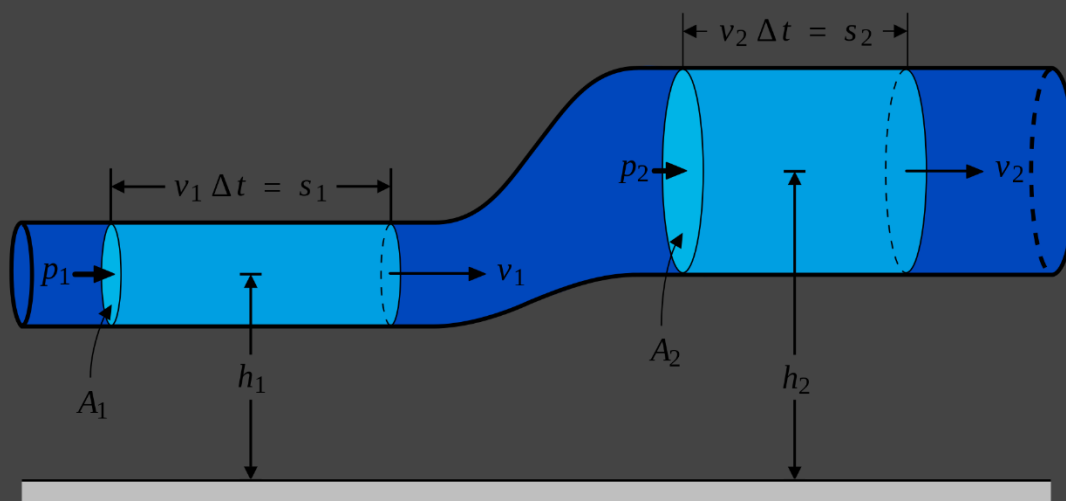
p =流體所受的壓力強度

constant=常數在

流體動力學，白努利原理指出，無黏性的流體的速度增加時，流體的壓力能或位能（位能）總和將減少。

3. 推論過程

考慮一符合上述假設的流體，如圖所示：



流體因受壓力的推動而得之能量：

$$F_1 s_1 - F_2 s_2 = p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t$$

流體因重力作功所損失的能量：

$$mgh_1 - mgh_2 = \rho g A_1 v_1 \Delta t h_1 - \rho g A_2 v_2 \Delta t h_2$$

流體所得的動能可以改寫為：

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho A_2 v_2 \Delta t v_2^2 - \frac{1}{2} \rho A_1 v_1 \Delta t v_1^2$$

根據能量守恆定律，流體因受力所得的能量 + 流體因重力作功所損失的能量 = 流體所得的動能。

$$p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t + \rho g A_1 v_1 \Delta t h_1 - \rho g A_2 v_2 \Delta t h_2 = \frac{1}{2} \rho A_2 v_2 \Delta t v_2^2 - \frac{1}{2} \rho A_1 v_1 \Delta t v_1^2$$

由連續方程式可知：

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{constant}$$