電漿物理-日光燈到核融合

與本主題有關的數學

一. 帶電粒子在磁場中的運動：

假設有一個長 L 的導體，導體內部有 n 個帶有電量 q 的正電荷，若這些正電荷以速度 v 流過長 L 的導體，並花了時間 t，我們可以知道，此時導體上的電流 I 為:

$$I=\frac{nq}{t}=\frac{nqv}{L}$$

現在將此導體置入一個均勻磁場中，則此導體受到磁場的作用力為:

$$F=IL\times B=ILB\ sin\theta$$

將 I 導入可得 ：

$$F=IL\times B=\frac{nqv}{L}LB\ sin\theta=nqvB\ sin\theta$$

(θ為速度和磁場的夾角)

因此當速度與磁場平行(θ=0˚或 180˚)，所受磁力為 0。

再假設速度垂直於磁場時(θ=90˚或 270˚)，會觀察到一個有趣的現象。磁力為 F=qvb(方向垂直電荷速度) ，這時做直線運動的電荷

便會開始作等速率圓周運動(磁力作為向心力)。但此時原本的速度分量仍存在，所以電荷將在磁場中呈現螺線型運動。

113 許宇捷

二. 電漿的數學描述:

要完全描述電漿狀態需要掌握每一個粒子的速度、位置及電漿範圍內的電磁場(電動生磁)。故常以統計的方式呈現電漿狀態，又常簡化為兩大模型：

1.流體模型

簡單的流體模型有磁流體力學，它結合馬克士威方程組和納維-斯托克斯方程組，並把電漿視為遵守這套方程組的單一流體。再推廣一步，有將離子和電子分開描述的雙流體模型。

注意當碰撞頻率足夠高，使電漿的速度分布近似馬克士威-波茲曼分布時，流體模型就相對準確。

磁流體力學方程組:

理想磁流體力學方程組

對於無粘（$\eta = 0$）、絕熱（$\kappa = 0$）、理想導電（$\sigma \to \infty$）的電漿體，即理想導電流體，磁流體力學方程可以簡化為：

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J}$$

$$\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0$$

$$\rho \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \nabla \cdot \boldsymbol{P} + \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}$$

$$p\rho^{-\gamma} = \mathrm{const}$$

馬克士威方程：

宏觀表述[3]:193

名稱	微分形式	積分形式
高斯定律	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$	$\oiint_{\mathbb{S}} \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = Q_f$
高斯磁定律	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oiint_{\mathbb{S}} \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = 0$
法拉第電磁感應定律	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_{\mathbb{L}} \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathbf{B}}}{\mathrm{d}t}$
馬克士威-安培定律	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint_{\mathbb{L}} \mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} = I_f + \frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathbf{D}}}{\mathrm{d}t}$

2.動力學模型

動力學模型每一點電漿分布速度函數，常以弗拉索夫方程式描述帶電粒子與電磁場發生交互作用的系統的動力學狀態。同時無碰撞情下的波茲曼方程(用於描述非平衡狀態熱力學統計的統計行為。為一個非線性的雞微分方程式。方程式中

的未知函數是一個包含了粒子空間位置和動量的六維機率密度函數。)常被稱為伏拉索夫方程

113 廖子婷