



國立中山大學教育研究所

碩士論文

國小三年級數與計算擬題教學的設計與反思

研究生：吳佳慧 撰

指導教授：梁淑坤 博士

中華民國 九十五年 七月

## 謝 誌

在中山教研所兩年的時間轉眼間已結束，心中百感交集；這兩年可說是我人生最大的轉折點，經歷懷孕生女又得兼顧課業與工作的挑戰和困難，在這段時間得到許多老師和同學的幫忙，心中充滿著無限的感恩。感謝論文口考教授：周珮儀老師和溫武男老師，有您們的指導讓我的論文修正不少，也得以順利完成。

最要感謝我的指導教授梁淑坤老師，在課業上她教導我許多專業知能，在家庭生活上她傳授我諸多為人妻為人母的經驗談，是我學業與生活的良師；接受梁老師指導長達五年的時間，讓我在教學現場有諸多的改變與專業成長，希望這份師生緣能長長久久永不斷。親愛的梁老師，謝謝您！

感恩玟如和家慶，在這兩年給予我許多課業與生活上的幫助；感謝同門的雅婷、承諄、天慈，有她們的鼓勵和打氣，才能完成這份論文；感謝嘉皇學長和淵智學長的指正，讓我在專業領域中成長許多。

最後，感謝我親愛的父母與姊妹，在生活瑣事與照顧女兒方面幫我分擔許多；最多的感恩是給親愛的老公，這兩年來您辛苦了！上班之餘還得照顧甫剛出生的女兒，完成學位是獻給你最大的回報！給我最最最寶貝的孟潔，謝謝妳給媽咪無窮的希望與活力，媽咪完成了這份艱鉅的挑戰，希望妳將來也可以面對困難不畏懼，勇往直前不退縮！媽咪愛妳喔！

# 國小三年級數與計算擬題教學課程的教學設計與反思

## 摘要

本研究的主旨是在探討一個國小三年級的班級，在數學領域中「數與計算」部分實施擬題教學的情況，擬題教學的方式是以「教師佈題」、「討論辯證」、「解題活動」、「擬題活動」交錯循環進行。研究者本身即為教學者，依據康軒 82 年版課本內容的教學目標自行改編成教師佈題的引導，選擇第五、六冊中「數與計算」的幾個單元，利用教師教學手札、學生數學日記、教學時況錄影、跟班教師隨堂紀錄、擬題教學回饋問卷、學生訪談紀錄等收集資料。研究目的有：1.將擬題教學帶入一般課室的數學課程中；2.激發孩子「數學溝通」的能力；3.利用行動研究的方式對數學課室中的擬題教學做教學省思。

本研究共有三個發現：1.實驗班學生在三年級「數與計算」課程單元中有「乘法」、「有餘數的除法」、「乘和除」、「兩步驟的四則運算」和「小數的加減」五個單元在教師進行擬題教學後與其他沒有進行擬題教學的班級有顯著的差別；有「三位數的加減」、「加減直式」、「分數」、「小數」四個單元在教師進行擬題教學後與其他沒有進行擬題教學的班級並沒有顯著的差別。2.學生在教師進行擬題教學之後其「數學溝通」的能力有顯現出來。3.進行擬題教學的教學者會遇到課程配合與教學技巧上的兩個挑戰。

關鍵字：國小三年級、數與計算、擬題教學、教學設計、反思

# **The development and reflections of elementary school grade three number and operation problem-posing curriculum and instruction**

## **Abstract**

This study focuses on the result of problem-posing teaching, covering units on number and operation on third grade elementary school students. The problem-posing teaching method incorporates: teacher formulating problem, discussion and debate, problem-solving activities, and problem-posing activities. This researcher was also the one who carried out teaching. The teachers guide was adapted from the teaching goals of textbook published by KNSH in 1993 and the researcher selected the units on number and operation from the fifth and sixth volumes. We used the teacher's math diaries, videotapes of actual teaching sessions, observation notes on teaching records, students' feedback surveys, and interviews of students. The objectives of this study are: 1. developing and integrating problem-posing into mathematics curriculum; 2. promoting students' ability in communication; and, 3. reflecting upon practice on problem-posing instruction through action research.

There results are three results. First, when comparing performances of experimental class to control group, 5 out of 9 units were having statistical significance and 4 were not. Second, students' ability in communication improved after problem-posing instruction. Third, two challenges were identified when teachers implemented the problem-posing activities.

### **Keywords:**

Elementary school grade three, Number and operation, Problem-posing teaching, Development of teaching materials, Reflections

# 目 次

第一章 緒論-----	1
第一節 研究動機-----	1
第二節 研究目的-----	4
第三節 待答問題-----	4
第四節 名詞界定-----	4
第二章 文獻探討-----	6
第一節 何謂『擬題』-----	6
壹、擬題的定義-----	6
貳、擬題的特徵-----	8
?、擬題的類型-----	9
第二節 不同學習階段擬題教學的相關研究-----	15
壹、幼稚園學生及國小學生為研究對象的擬題相關研究-----	15
貳、國中學生為研究對象的擬題相關研究-----	23
?、大學生、職前教師或在職教師為研究對象的擬題相關研究--	25
第三節 擬題與解題的相關性-----	28
第四節 三年級「數與計算」教材內容-----	31
壹、整數的「數與計算」-----	31
貳、分數的「數與計算」-----	35
?、小數的「數與計算」-----	37
第五節 三年級「數與計算」課程分析-----	38
壹、「數值」的課程流程分析-----	38
貳、「除法」的課程流程分析-----	40
?、「乘和除」的課程流程分析-----	42

肆、「加減乘除」的課程流程分析-----	45
伍、「整數部分」的「數與計算」課程流程分析-----	48
陸、「非整數部分」的「數與計算」課程流程分析-----	49
第三章 研究設計-----	52
第一節 研究者的專業背景與信念-----	52
第二節 研究樣本與工具-----	54
壹、研究樣本-----	54
貳、研究工具-----	57
第三節 教學流程-----	63
第四節 研究架構-----	68
第五節 前導研究資料的分析-----	70
壹、資料編碼-----	70
貳、前導研究資料分析-----	71
第四章 結果與發現-----	83
第一節 擬題教學實施的適切性-----	83
壹、實驗班級與一般班級單元平時成績的比較-----	83
貳、有顯著差異的單元課程探討-----	85
?、不顯著差異的單元課程探討-----	87
第二節 擬題教學融入三年級數學教室中的課程安排-----	89
壹、「整數部分」的教師佈題引導-----	90
貳、「非整數部分」的教師佈題引導-----	98
第三節 學生在擬題教學之後對「數學溝通」能力的改變-----	102
壹、課室的氛圍-----	103

貳、學生擬題與解題學習的改變-----	107
?、學生擬題作品與討論過程舉隅-----	111
第四節 教師在進行擬題教學時所遇到的挑戰-----	122
壹、教師進行擬題教學在教材準備方面的挑戰-----	122
貳、教師進行擬題教學在教學流程方面的挑戰-----	123
?、教師進行擬題教學在學校行政方面的挑戰-----	125
第五章 結論與建議-----	125
第一節 結論-----	126
壹、課程方面-----	126
貳、教師方面-----	127
?、學生方面-----	128
第二節 建議-----	129
壹、對數學課程教材的建議-----	129
貳、對實行擬題教學教師的建議-----	130
?、對未來研究方向的建議-----	130
參考文獻	
中文部分-----	131
英文部分-----	137
附錄-----	140

## 表 次

表2-1-1	Reitman的題目結構表	10
表2-1-2	各種擬題類型分析對照表	14
表3-2-1	82年康軒版國小三年級數學單元教學目標（第五冊）	58
表3-2-2	82年康軒版國小三年級數學單元教學目標（第六冊）	59
表3-2-3	擬題素材和教學單元對照表	60
表3-3-1	研究班級數學課的排課表	66
表3-5-1	各種原案資料編碼意義	70
表4-1-1	三年級「數與計算」課程單元平時成績比較表	84
表4-3-1	18堂錄影的數學課單元	103
表4-3-2	數學課室中上課情況改變統計表	105
表4-3-3	學生擬題的題目性質統計表	108
表4-3-4	學生擬題的結構型題目性質統計表	109

## 圖 次

圖 2-3-1	Polya 解題歷程四階段-----	29
圖 2-3-2	擬題四步驟-----	29
圖 2-3-3	學生擬題行為過程-----	30
圖 2-4-1	「數值」的課程流程分析-----	30
圖 2-4-2	「除法」的課程流程分析-----	41
圖 2-4-3	「乘和除」的課程流程分析-----	43
圖 2-4-4	「加減乘除」的課程流程分析-----	46
圖 2-4-5	整數部分「數與計算」的單元相關-----	48
圖 2-4-6	「非整數部分」的課程流程分析-----	50
圖 3-2-1	教室配置圖-----	56
圖 3-3-1	數學課堂所進行的方式-----	64
圖 3-3-2	教學流程-----	65
圖 3-4-1	本研究架構圖-----	69

# 第一章 緒論

## 第一節 研究動機

教書生涯今年邁入第十個年頭，回顧這十年我教導過的學生一年比一年更活潑外向，對於每一件新奇的事物都會問為什麼，對於老師所「下達的指令」常會有自己不同的意見；唯獨只有上數學課時，學生的表情非常漠然，對於老師所教的內容常常不表示任何意見，而且是測驗之後的成績又常常不盡理想，那時候讓我萌生一個念頭：為什麼我不能用數學的言語和學生做溝通，改變一下以上漠然的情形呢？為什麼不把「與數學講道理」成為我班上學生應具備的基本素養使學生能發表己見？在這個多元的社會中，溝通、尊重、與接納是國民必須具備的特質。透過開放討論的過程，利用數學語言溝通，讓數字說話，使數學的學習明有根有據，數學課室中不再只是「老師說，學生背」的學習慘況。數學是理性溝通的重要工具之一，欲達成上述的數學學習目標，教學的教師必須對於數學知識本身、學生的認知發展結構和數學教學的知識，有相當程度的了解與掌握。

九年一貫的課程改革，打破以往國中小學教材設計皆由中央集權制度，教材設計權下放到各個學校以及從事教學活動的基層教師，學校可以基於各校的本位特色做課程設計，教師可以基於班級特色做教

學設計，這樣的改革理念相當值得肯定，但相對應的是各校的行政能力與基層教師的教學能力也要提升。

在要求自我提升之前，先回顧過去教書的日子，初任教師時，我的數學教學模式就是：把課本或指引設定好的題目，拿來當作佈題的素材，然後將解題過程和技巧示範給學生模仿（林文生，1996），然後要求學生一而再再而三的反覆練習，學生就在「成功的模仿下學習」，直到學會教師要傳授的功夫（梁淑坤，1997）。然而，在每次教學過程及診斷性評量中，學生給我的回饋常常是漠然且挫敗，數學課對他們來說一種「抗拒的壓力」！很多的小朋友只是把運算符號和數字加以拼湊，就以為解題完成，並沒有去真正瞭解題意，甚至老師沒教過的題目就不會算。許多研究指出，學生在解題時多由題目的表面數字著手而未能思考題目的深層意義。也有研究指出，只有解題活動是不夠的，因為用解題去評量，似乎只知道學生不懂什麼，卻不知道學生真正懂什麼（梁淑坤，1997）。這樣的學習並未符合九年一貫課程暫行綱要（2000）的數學領域課程目標-「發展形成數學問題與解決數學問題的能力」。美國數學教師協會編製的課程與評量標準（NCTM，1989），其中明確陳述：「學生應有一些經驗來察覺和形成他們自己的問題，並以此作為數學的重心」，同時也建議教師（NCTM，1991）-「學生應有機會從已知的情境中形成問題，並藉由修

正已知問題的條件中來創造新的問題」。研究者為了將溝通和發表己見的理想落實於數學教學，讓自己的教學能使每一位學生更瞭解，以提升學生擬題與解題的能力，所以研究者計畫在一般教室裡施行擬題教學。在整個擬題過程中，學生必須以自己的數學知識和生活經驗把情境、人物、事件、數字、圖形等建立關係並組織起來，擬出一個數學題目，並以數學技巧和方法解決問題，教師就必須扮演「澄清迷思」、「糾舉錯誤」、「歸納概念」的角色。

在擬題教學中，教學的任務對教師來說是一大挑戰。研究者於民國九十一年加入遠哲數學教師成長團，教學老師在梁淑坤教授的指導下，以 82 年版的康軒三年級數學為教本，將擬題教學帶入一般課室中的數學教學。從九十二學年度起，本研究者的班級仍持續進行數學科的擬題教學，但由於已不是「新手教師」，她所扮演的角色有別於過去初次嘗試融入擬題教學的角色。由於考慮到給初次嘗試實施擬題教學教師的參考價值，決定本論文的重點在教師初次實施擬題教學的挑戰，而非在已實施過又有把握的教師再度實施擬題教學，所以另外以研究者九十一學年度時初次進行擬題教學的資料為分析範圍。三年級的數學課程「數與計算」的單元佔有全部課程的二分之一，故研究者選擇「數與計算」的單元做擬題教學的探討，旨在對於擬題教學中教師要如何進行、學生的反應、以及擬題課程該如何安排做深入的分

析，期待能給有志進行數學擬題教學的教師有力的教學參考資料。

## 第二節 研究目的

依照以上的研究動機，本研究的研究目的如下：

1. 將擬題教學帶入一般課室的數學課程中。
2. 探討擬題教學是否能夠激發孩子「數學溝通」的能力。
3. 利用行動研究的方式對數學課室中的擬題教學做教學省思。

## 第三節 待答問題

依照以上的研究目的，本研究的待答問題如下：

1. 數與計算擬題教學融入三年級數學課程的安排為何？
2. 學生在擬題教學之後，「數學溝通」的能力是否有改變？
3. 此研究中教師在進行擬題教學時所遇到的挑戰為何？

## 第四節 名詞界定

### 一、擬題

經由教師佈題，引導學生以自己既有的數學知識和生活經驗將教師佈題中給予的條件、情境、或問題組織起來，透過參考或創造的過程擬出新的數學題目。

## 二、擬題教學

教師視各單元內容而定，再選擇課堂佈題，經由全班討論、辯證後，教師提供擬題素材或情境，要求學生擬題，並配合數學日記的撰寫。再以學生所擬的題目做佈題，進行討論辯證的教學過程，這種教學過程的循環即為本研究的擬題教學。

## 三、數與計算

在此研究的範疇中，是指「整數」「分數」「小數」的數值概念，以及加、減、乘、除的「情境意義」和「紀錄算則」。

## 四、教學設計

本研究是利用擬題教學的模式，依各教學單元不同的特性，以及學生的先備知識做不同的？師佈題，依照佈題引導學生討論辯證，教師做澄清引導歸納，最後達成數學概念

## 五、反思

在本研究中，教師於擬題教學結束後，回顧自己的教學行為，考慮教學問題並思考如何改進，定義為反思；再利用教師手扎記錄下當天的教學省思，以做為下一次擬題教學的參考與基準。

## 第二章 文獻探討

本章節分做五節對本研究的文獻做探討，分別是：

第一節「何謂『擬題』」

第二節「各學習階段擬題教學的相關研究」

第三節「擬題與解題的相關性」

第四節「三年級『數與計算』教材內容」

第五節「三年級『數與計算』課程分析」

### 第一節 何謂『擬題』

在這一節中會對擬題做詳細的說明，針對「擬題的定義」、「擬題的特徵」、「擬題的類型」三方面加以闡述。

#### 壹、 擬題的定義

擬題自 1980 年代以後被許多數學學者與數學教育家所研究（梁淑坤，1993；Borba，1994；Leung & Silver，1997；Silver & Cai，1993；Schloemer，1994；Winograd，1990），研究者依據各文獻對擬題作以下的定義。

擬題（problem posing）依據 Dillon（1982）指出「擬題是在解題之後，為了尋找新題目的一種學習過程。」Dillon 的定義中強調學生

在解既定題目後再造一個新題目，但對造新題目的過程與新題目的形式結構未有詳細的分析。直到澳大利亞的 Stovanova 和 Ellerton( 1986 ) 對擬題的定義提出「擬題是學生依據過去的數學經驗為基礎，自行建構出有意義的數學題目，這個過程可以呈現個人的數學基礎。」

Stovanova 和 Ellerton 對擬題研究的著眼點仍在學生方面，擬題學習過程的研究直到美國學者 Silver ( 1994 ) 與國內學者梁淑坤 ( 1994 ) 有深入的探討。Silver ( 1994 ) 指出「在生活經驗中或是學習情境中創造出新的題目就是擬題，也會發生在教學者的佈題中進行擬題活動。」梁淑坤 ( 1994 ) 所提出：「自己想出一個題目來就是『擬題』。在擬題的過程中，擬題者會將自己的數學知識和生活經驗連結起來，並且把既有的情境、人物、事件、數字、圖形等條件建立關係，組織關係擬出一個新的數學題目。」

本研究探討多位學者擬題研究的發展，將擬題定義為：學生根據教師的佈題，依照佈題中所給予的條件，先進行分析條件或解題活動之後，再連結自己已具備的數學知識和生活經驗，創造出一個新的數學題目，對於創造出的題目進行題目的分析與修正，之後再進行另一次的解題活動；利用學生自行建構擬題，對擬題再解題的循環式學習，便是擬題過程最核心的精神。

## 貳、 擬題的特徵

依據以上的定義，我們瞭解擬題過程是與自身數學先備知識和生活經驗息息相關，由學習者自行建構出新的題目。要將所有「擬題因子」建立關係組織起來成為一個新的題目，擬題行為須包含以下幾點特徵（梁淑坤，1994）：

- 一、擬題可以發生在解題前（before）、解題中（during）、以及解題後（after problem solving）：例如：我們給予學生的擬題資料是一組「1 到 10」的數字，要求其擬出一新的題目。擬題者可能擬題出「將 1 到 10 數字相加後可以被 10 整除？」解題後發現不是，於是又重新擬題「1 到 10 全部相乘可以被 10 整除」，解題中又想「哪一個數字換掉結果會一樣？」，所以，在解題過程的任何階段擬題者都可以擬出另一道新題目。
- 二、擬題過程中組織的方法是具有個別化（idiosyncratic）：擬題的素材是擬題者自己的先備數學知識和生活經驗，創造出一個新的數學題目，或是擬題者將原本不完整非結構性的題目修改成條件完整可以解題的結構題，所以擬題者所擬出的題目是獨一無二。
- 三、擬題過程當中包括猜想及可信推理（plausible reasoning）：擬題者在擬一個新題目時，會在自己心中有一連串問題像「假如是...？」（What if...？），「假如不是...？」（What if not...？）

( Brown & Walter , 1983 ) , 也許要用數學的猜想與可信推理

( Polya , 1945 ) 。

四、擬題者將想出的題目寫出來時是有可能較課本的題目「粗糙的」

( primitive ) 是較不完整的 ( incomplete ) 也有可能是非可行的

( implausible ) 解題資料不足 ( insufficient ) : 擬題者最初的擬

題往往是先把想出的數學題目馬上寫下來 , 這樣的題目未經修

飾 , 常常因條件不夠完整而無法解題 , 並不像教師佈題或課本問

題那樣的完整。

綜合以上梁淑坤 ( 1994 ) 四點特徵 , 研究者認為擬題過程是千變萬化 , 對教學者與學習者都具有高度的挑戰性 , 若善用擬題的特徵在數學教學中 , 應該會在一連串的改变衝擊之下 , 學習者建構出超越課本制式化的學習結果 , 這也是擬題最吸引人的地方。

### 參、 擬題的類型

擬題的分類各個學者分類方式不一 , 本研究者根據 Reitman , 坪田耕三 ( Tsubota ) , Silver , Stovanova 和 Ellerton , 梁淑坤的分類方式加以探討。

一、 Reitman ( 1965 ) 的題目結構分類方式

Reitman ( 1965 ) 是以題目結構完不完整做分類主要依據 , 對於

題目中已知條件定義敘述清楚與否，和題目最後的目標到底求什麼敘述是否清楚做擬題的分類；梁淑坤（1994）根據 Reitman（1965）所提出的論點，將這兩個條件做交叉配對，共分成四類，整理如下：

表 2-1-1 Reitman 的題目結構表（引自梁淑坤，1994：155）

結構 類型	已知條件 ( Given )	目標問題 ( goal )	
1	?	?	「？」為擬題中敘述 完整定義清楚
2	?	×	
3	×	×	「×」為擬題中敘述 不完整未定義清楚
4	×	?	

從上表中可看出：Reitman 把擬題的題目分為四個種類，表中第一種類型是已知條件清楚，有充分的運算元素，目標問題也十分明確，此類型的擬題稱為結構題（Leung,1997）。然而已知條件或目標問題其中有一項資料不全，或是兩項的操作元素皆不足，也就是表中第二、三、四類型皆屬於非結構題問題（Leung,1997）。學生若可以將非結構題修改成結構題，這樣的過程也是擬題。

## 二、坪田耕三（Tsubota）的擬題類型

坪田耕三（1987）「生動的算術」一日文書中提到擬題的方法可

分為七種（引自梁淑坤，1994：165）：

1. 模仿法或類題法：先佈一個完整的結構題，學生學習之後擬出和此問題相似的同類型的題目。
2. 算式法：教學者佈題時列出一個算式或公式，讓學生擬出適用的問題是用佈題的算式或公式來解題。
3. 原理法：教學者在佈題時給予某一數學的原理，例如：等值分數，讓學生依據此數學原理擬出相關的題目。
4. 訂正法：教學者在佈題中刻意漏掉某些必要的條件，或是多加一些不必要的條件，在解題時特別顯示出前後不一的矛盾之處或是錯誤的解法，讓學生訂正澄清之後再擬出完整的題目。
5. 實驗法：教學者利用具體物操作為佈題，讓學生以具體物操弄的過程為依據擬出問題。
6. 自由法：教學者以開放題材不加以限制的情境為佈題，讓學生進行自由形式的擬題，意同作文教學中的「自由命題」。
7. 題材法：教學者在佈題時限定數學題材，如：整數的加減，讓學生在既定題材中擬題。

### 三、Silver 的擬題類型

Silver（1994）對擬題的分類是依據產生新題目時擬題者所構想的方式，主要將擬題類型分為兩種：

1. 從已給的題目中再產生新的題目：這類型的擬題通常會學習更深入的數學概念，也常常會破除學習者心中所存在的迷思概念。
2. 從情境或經驗中再創造出新類型的題目：這類型的擬題容易呈現學習者既有的數學概念，往往隱含著學習者的先備知識或是迷思概念，是教學活動非常好的開端。

#### 四、Stovanova 和 Ellerton 的擬題類型

Stovanova 和 Ellerton ( 1996 ) 將擬題分為下列三種類型：

1. 在有結構 ( structure ) 的情境中擬題：擬題者經由教課書或是教學者的佈題，利用現成的結構題目做模仿或改變，擬出新的題目。
2. 在半結構 ( semi-structure ) 的情境中擬題：擬題者利用已具備的數學知識概念和運算解題技巧，自行建構做關係連結，擬出新的完整結構題。
3. 自由 ( free ) 的情境：擬題者在給定的自然情境下，如：主題故事、分東西等等...，沒有特別限制的自由擬題。

#### 五、梁淑坤的擬題類型

梁淑坤 ( 1997 ) 編製了一套擬題的評量工具，這套評量工具是根據教育部在 1993 所公佈的「國小數學課程標準」的內容所訂定的。而此套擬題評量工具中所呈現的擬題的教材分為六大類型，分別是：

算式、文字、圖表、解法、答案和題目等六大類，本研究者依據這六大類加以說明：

1. 算式類：在佈題中是給一個算式，此算式不一定是正確的算式，讓學生根據這個算式擬出題目，此題目可能是呈現錯誤算式的錯誤點，可能是呈現算式的數學意義。
2. 文字類：在佈題中呈現一段文字的敘述，再讓學生依據文字敘述中所給的條件擬出一道題目，或是依文字敘述情境而擬的題目。
3. 圖表類：在佈題中一個圖表，讓學生依據圖表擬出一個跟圖表內容相關的題目。
4. 解法類：在佈題中規定一種數學運算方法，如「乘法」或「除法」，讓學生擬出的題目是運用此運算方法來解題。
5. 答案類：在佈題中給予一個答案、一組計算過程或一個解題記錄，要求學生擬出符合佈題條件中的題目。
6. 題目類：在佈題中先給一個題目，要求學生解題後，再根據此題目擬出一個新的題目，此新的題目可能是模仿佈題，也可能是再延伸概念的題目。

## 六、各種擬題類型之分析比較

上述各學者的各種擬題類型，用以下表做綜合的分析比較：

表 2-1-2 各種擬題類型分析對照表（引自林群雄，2004：12-13）

學者 類型	Reitman (1965)	坪田耕三 (1987)	Silver (1994)	Stovanova Ellerton (1996)	梁淑坤 (1997)
結構題	1.已知、目標均已定義清楚。	1.模仿或類題法。	1.從已給的題目再產生新題目。	1.結構的情境。	6.題目題
非結構題	2.已知已定義清楚，目標為定義清楚。	2.算式法 3.原理法 4.訂正法 5.實驗法 7.題材法	2.從情境或經驗中再創造出新類型的題目	2.半結構的情境	1.算式類 2.文字類 3.圖表類 4.解法類
	3.已知未定義清楚，目標已定義清楚	-	-	-	5.答案類
	4.已知、目標均未定義清楚	6.自由法	-	3.自由的情境	-

從研究者的分析中得知，Reitman 所提出的第一類型的擬題結構與坪田耕三的「模仿或類題法」、Silver 的「從已給的題目再產生新題目」、Stovanova 和 Ellerton 的「結構的情境」，以及梁淑坤的「題目題」是相同的，都是已知條件和目標問題都非常完整清楚的問題結構，是可以做解題練習的結構題。而 Reitman 第二類型的擬題結構是已知條件定義清楚，但是目標問題卻模糊不清楚，與坪田耕三的「算式法」、「原理法」、「訂正法」、「實驗法」、「題材法」，Silver 的「從情境或經驗中再創造出新類型的題目」、Stovanova 和 Ellerton 的「半結構的情境」、梁淑坤的「算式類」、「文字類」、「圖表類」、「解法類」的擬題類型相同。然而，Reitman 的第三類型的擬題結構是已知條件

模糊不清清楚，卻有很明確的目標問題，和梁淑坤「答案類」的擬題類型相同。至於 Reitman 的擬題第四類型是已知條件、目標問題均未定義清楚，則與坪田耕三的「自由法」和 Stovanova & Ellerton 的「自由的情境」的擬題類型意思相近，若能夠從這類型的擬題題目加以修正，是檢測擬題者數學先備知識具備多少的最佳學習行為。

## 第二節 不同學習階段擬題教學的相關研究

在此一章節中，研究者將近年來國內外擬題教學的相關研究，依研究對象的不同，分為國小學童、國中學生、大學教育與教師培訓研究三大範疇，將其研究內容與成效整理呈現如下：

### 壹、 幼稚園學生及國小學生為研究對象的擬題相關研究

在幼教與低年級任教多年的 Skinner (1990) 出版 "What's your problem?" 一書，作者將自己在這一階段的教學經驗，以及過去所教過的學生作品編寫而成此書。此書中強調上課的問題必須是學生自己擬出來的，但問題必須符合該階段的學習內容，過於簡單就無法達到擬題教學的效果，但如果是學生經擬題過程自行建構出較難的題目，且能夠思考討論，教師可以適度引導，但千萬不可以由教師「強行」佈題超出範圍的「難題」；而同儕的討論和質疑可以幫助發現題

目的不當之處，將錯誤修改的過程中對澄清數學觀念具有正向效果。

Tsubota( 1987 )針對國小一至六年級學童實際擬題教學的上課內容，出版”生動的算術”一書。在此書中詳實紀錄 Tsubota 如何用開放性問題進行數學擬題教學的過程，並同時讓學生以曾經解過的問題為基礎問題，利用此基礎問題為出發點再擬出新的問題，然後藉著討論澄清的方式檢視此新問題是否合理可行，再進行新的解題活動，也讓學生彼此觀摩學習，激發彼此的創造力，彼此之間有著潛移默化的學習成長。

而國內將擬題活動落實在各年級的數學教學中有梁淑坤（1997）依照國小數學教材設計了一套數學擬題能力測驗（Test of General Mathematical Problem Posing，TGPP），此測驗包含了「算式類」、「圖表類」、「答案類」、「文字類」、「解法類」和「題目類」，做為擬題教材及評量擬題能力的工具。研究者將這套數學擬題能力測驗設計完成後在國小教學現場實施，讓現職教師在課堂上進行擬題活動時有範本依據，再慢慢引發出教師們用自己的方式設計擬題教材，主要目的是為了讓擬題活動可以落實在課堂中。繼後，梁淑坤和鄔瑞香（Leung & Wu，1999）的報告是：由五年級教師無意的給予學生不完整的題目，改變教學安排進行擬題活動，讓學生修正題目中有錯誤或是遺漏重要的地方。主要讓學生學習察覺題目錯誤點並能夠修正題目，在修正題

目的過程中釐清學生的數學概念，並做新題目的擬題教學活動。另一份報告中，教師在一年級課堂上進行擬題教學活動後，教師利用數學日記研究讓家長與學生在自己家中進行擬題與解題活動（Leung & Wu, 2000），藉此擴大擬題活動的實施範圍，讓擬題活動不只是學校教學活動，也可以成為家中的親子活動，也藉由數學日記學習與他人分享擬題心得。

在低年級的擬題活動研究有：

故事是國小低年級學童最喜愛的上課模式，Van den Brink(1987)就以「故事型態」為研究主軸，針對國小一年級的學童做擬出故事題的練習，這個擬題活動進行時間長達一學年，藉由故事的型態讓學生像「說故事」的模式來造題目，並將有創意的擬題作品整理呈現。

加減法是國小低年級學童學習「數與計算」最重要的一環，孫秀芳(1997)研究國小二年級學生的加減法擬題能力和擬題認知程度。研究結果發現：生活週遭熟悉的情境幾乎都是大部分學生擬題能力的主要來源，並且發現擬題活動與解題活動是高度相關聯，擬題活動越熟悉順暢解題活動也越容易正確無誤。

對於低年級學童擬題和解題與數學概念的學習歷程探討，周幸儀(2002)依照國小二年級教材設計14個進行合作擬題教學活動的單元，探討國小二年級學生的擬題學習歷程，並了解擬題教學對學生數

學概念、擬題能力、解題能力是否有助益？結果發現學生在擬題學習歷程中概念發展和擬題能力有增進效果，並且擬題教學對解題能力的有正向助益，研究者在進行擬題教學時，遇到學生不懂之處會改變教學策略，使學生數學概念得以釐清，再加上擬題促進學生思考問題、進行後設認知的活動來增加數學基模知識，讓學生的學習條件得以提昇，教師也因此在全體研究的歷程中找到自信、肯定自我。

陳佩琦（2003）利用自行設計的學習單進行一個國小二年級班級24堂擬題教學，探討學生個別擬題的歷程，透過教室觀察、錄音、訪談、擬題教學回饋問卷及數學解題能力評量前後測、統計分析等質化與量化的方法，來了解實驗組學生擬題內容分析、錯誤類型、以及學生對於算式、圖畫、文字三種擬題類型的擬題情形；另外不同擬題能力的學生在解題能力上的表現以及擬題教學對於解題能力的增進與否。研究結果發現：經由擬題教學後，學生在各研究相度有明顯進步，擬題作品則呈現多樣化，更指出擬題教學可以增進學生解題能力。

在中年級的擬題活動研究有：

為探討多元化創造的擬題能力，English（1998）以開放的形式研究54位三年級學生的擬題能力。研究發現學生在數概念以及解題能力方面，表現出不同的類型。在許多非例行性的情境中，可以擬出多樣化的題目，但在加法和除法的類型中，學生所擬出來的題型幾乎如

出一轍，這可能受到教材中例行性題目的影響，造成學生思考模式固化。

若在擬題教學中得到學生有生動一點的擬題而不是固化思考，教學者扮演著極重要的角色。楊惠如（2000）用行動研究的方式對一個國小三年級班級的學生為對象實施七個單元的擬題教學活動。研究結果顯示教學活動一開始都是困難重重，且一開始得到的結果不夠理想，而教學者扮演著教學設計者、佈題者、引導者、時間掌控者以及成效評估者等五種角色，而這些角色，在整個擬題教學中都是非常重要。後來教師刻意安排教學情境更克服種種困難，學生終於擬出生動的題目，更是成為解題與擬題的小作家。林群雄（2004）也是透過行動研究的方式，瞭解擬題活動教學對於國小三年級學生在數學課堂中接受的情況與擬題教學之後學童數學能力的成長。如楊惠如的結果般，在擬題教學中老師與學生們都必須不斷的做修正才能慢慢的將整個教學流程順暢，最後才能達到事半功倍的成效。

在高年級的擬題活動研究有：

擬題教學的歷程和成效是需要透過一段時間的教學與觀察才能比較明確了解學習者的改變，Winograd（1990）以一年的時間研究學童擬題和解題的過程，並在小組中分享其過程，藉以瞭解學生擬題活動的困難點和小組共同解題的行為；研究結果發現，學童在小組合

作學習中擬題呈現出多樣化的型態，並可以完成學習的重點，另外 Winograd 更提出學生的擬題作品可以成為教師佈題以及教材的來源

在探討高年級學童不同的擬題教學策略對分數概念學習影響的研究，國內徐文鈺（1996）以 104 位國小五年級學生為對象，隨機將學生分為「合作擬題組」、「個別擬題組」及「控制組」三組。整個分數課程教學實驗為期六週，每週兩次，每次 40 分鐘，三組學生分別接受「合作擬題」、「個別擬題」、「非擬題教學」不同教學方式。研究結果發現：「合作擬題組」在「部分 - 整體」這個較複雜概念的表徵轉換能力，分數解題能力，分數擬題能力流暢性、精緻性、獨特性效果均優於「個別擬題組」和「控制組」，也顯示出「合作擬題」的學習模式可以使學習者獲得的「分數」單元較精緻細膩且深入的概念，但在分數概念的增進效果上，三組受測學生並無顯著差異，因為一般既有的分數概念經過熟練後就會習得。除徐文鈺之外，鍾雅琴（2002）更進一步探討合作擬題的教學方式，對國小五年級學生分數概念、分數解題能力與分數擬題能力的增進效果。其研究發現：合作擬題教學能增進學生在「整體與複雜的分數概念」和「分數的數線概念」兩種表徵轉換的學習。分數擬題的「流暢性」、「變通性」、「精緻性」和「獨特性」四個特性也有明顯的增長。另外，在合作擬題教學方式學生在自評表中對於認知、情意、技能三方面都給予肯定的評價。

有別於徐文鈺（1996）將研究者做隨機分組，澳大利亞學者 English（1997）是將研究者依不同能力分組，探討不同能力的學生對於課程中擬題的表現。研究結果發現：擬題能力強的學童對解特殊題目比較有挑戰突破的企圖心，但是擬題能力強的學生對於數字計算能力並不是很強。

為探討擬題教學素材與生活經驗相連結並以故事型態做引導，Cohen 與 Stover（1982）以六年級學生進行故事擬題活動，讓學生將已知的故事情境用增加數學訊息、編排數學訊息或是以圖像表示等方式，學生改寫原佈題的故事題，改寫後的題目學生再做解題練習，在數學課堂上「文字寫作」變成數學學習過程不可或缺的能力，經過一段時間的研究發現：學生經過這樣的訓練後，在解題上能力有明顯的進步，表示文字的表達和數學能力是息息相關。林德宗（1999）研究發現：學生透過擬題活動可增加數學概念的理解，學生也學習到將數學知識和生活經驗相連結。學生透過討論過程修正自己所擬出來的題目，並培養接納不同意見的態度。

擬題教學活動的特徵與溝通有著高度相關性，不同文化背景在擬題活動中所呈現的差異，Cai（1998）以 181 位美國和 223 位中國的六年級學生為研究對象，探究其擬題和解題的認知分析，結果發現，雖然中國學生在計算方面比美國學生強很多，但在擬題方面卻有許多

相似之處，也就是縱使中國學生在文字語言表達中不比美國學生來的開放，但是經過擬題教學之後，不同文化背景的學生在文字與數學概念結合的學習成效上是一樣的精進。而李承華（2002）探討擬題教學活動是否影響學童對文字題的操弄與了解，以五年級學生經過擬題教學活動後對數學文字題語意結構的掌握和對文字題解題的影響，研究結果顯示：擬題教學活動確實提昇了學生在文字題語意結構掌握，但是「擬題教學活動與文字題語意」的交互作用讓學生在解題能力上並無顯著差異。

很特別的是 Keil（1965）利用實驗法研究比較實施擬題教學對學生解題能力的差別性；他將八百多位六年級學生分成實驗組與控制組，並請科任教師擔任教學。實驗組每週一堂由教師提供數學課本以外類似的情境進行擬題教學；而控制組只解課本題目，此實驗共進行十六週。結果顯示實驗組學生的解題能力高於控制組的學生，擬題教學活動對於解題能力有正面的影響。

而針對單一單元做深入的擬題教學研究有：吳進寶（2005）以一個五年級的班級為樣本研究學生整數四則混合運算的擬題教學研究。研究發現：學生習得正確擬題後，對四則混合運算题目的掌控度就很高；但解題中對三步驟的四則混合運算錯誤較多，原因在於程序性的數學知識不夠所造成。除吳進寶針對「整數四則混合運算」之外，

趙坤川 ( 2006 ) 以小數為題材，探討一個六年級的班級學生小數加減運算及小數大小比較概念。研究發現：擬題教學提升學生擬題及解你堤的成功率，學生可將小數概念運用在日常生活中，但是教師在實施擬題教學時有數學課時間不夠用的壓力。

## 貳、 國中學生為研究對象的擬題相關研究

針對國中學生做擬題活動教學研究有：

Brown 和 Walter ( 1983 ) 在”The art of problem posing”一書提到：利用”what-if-not”的擬題教學策略，引導學生在算出答案後先接受，緊接著再挑戰各種假設，讓題目情境不是原先狀況，利用其他的條件解題，探討答案又會是如何？以這樣的解題策略會使數學擬題學習過程豐富有創意，充滿挑戰性。

澳大利亞學者 Ellerton ( 1986 ) 用測驗將學生能力分組，分成高能力與低能力兩組再研究其擬題的差異，結果發現高能力組的學生會試著再出挑戰性的題目，且出題的過程是有系統的策劃。然而澳大利亞學者 English ( 1997 ) 也是研究不同能力組別的學生對於課程中擬題的表現，其對象包括七年級學生，研究結果發現擬題能力強的學童不代表數字計算能力強，但對解特殊題目擬題能力強的學童卻有不錯的表現。

而擬題活動中情意層面的深入探討，劉芳妃（1997）以國中一年級數學課堂中的擬題作業表現與教學活動來研究學生學習合作時的情意層面以及擬題能力的相關性。研究發現：學生生活經驗或班級中的人、事、物相關的次文化之擬題題材最能引發學生的討論與參與，這項結果與林德宗（1999）所做的研究相互呼應，都顯示生活經驗在學生擬題教學中所佔的重要因素；然而在進行合作擬題時，學生傾向擬困難或奇特的問題，且組員間合作的技巧會影響其學習品質。學生的數學成就高低和擬題的流暢性及變通性無顯著差異。

在教學現場進行擬題教學活動，匯集活動進行過程的方法和內容，以提供欲從事擬題教學之教師建議，莊美蘭（2003）在國一數學教學現場針對課程中不同單元進行合作擬題和個別擬題，將學生所採取的擬題方法和內容做整理發現：合作擬題是透過同儕的互動提供討論的機會來進行小組的學習，讓學業成就高的學生引導學業成就低的學生，而個別擬題則是讓學生激發個人擬題的創意與實力，增加自我的成就與學習的企圖心，並發現自己在數學概念上的錯誤，再經同儕討論與教師引導的學習過程作澄清與改正。

在小組合作擬題的成效方面，Borba（1994）研究二百位八年級的學生做深入的探討，學生在九星期的課程中，每一小組選定一個主題，並且依照這個題目擬出一個相關題目，擬題之後小組成員再一起

解決他們所擬出的問題。在這樣的學習過程裡發現，很多學生覺得透過擬題活動，讓他們感受到對於學習的自主權，同時與同學討論可以獲得自己先前所沒想到的方法或澄清之前錯誤的概念。研究者並發現，在小組擬題的過程中，教師必須適時給予引導，歸納小組中紛歧不一的意見，讓小組討論內容聚焦，才能讓學生分工合作完成任務。

在國中研究中，也有針對單一數學主題的教學，例如，荷蘭學者 Van den Brink (1995) 以「百分比」的教材為主，讓學生進行擬題活動，並在教學過程中引導學生擬出兩個有關百分比的題目，這兩個題目必須一題是學生認為簡單題，另一題則是學生認為困難題，透過學生擬題的程度便可以瞭解學生對百分比概念認識有深入，也提供給老師教學時的依據。

#### 參、大學生、職前教師或在職教師為研究對象的擬題相關研究

對於職前教師與現職教師的師資專業培訓方面，梁淑坤教授投入相當多的心力。梁淑坤 (1993) 以美國某教育學院修「國小數學教材研究」的 18 位學生為對象，設計一份開放性作業-「十五枝火柴」，以同時研究「擬題」與「一題多解」，並提出須在師資培育的課程中增設擬題的課程之建議。並在 1994 年撰文分析擬題在課程的角色，建議應自低年級開始就列入擬題的活動。另外，梁淑坤 (1995) 以

65 位職前教師及 127 位在職教師為對象，探討其在三種實驗擬題作業形式（純文字敘述、包含數值、包含符號）下的擬題行為。研究發現職前教師與在職教師在擬題的數量上並無顯著差異，在三種擬題作業形式中，有數值的形式較其它兩種形式被教師們接受；在文字敘述方面，教師們則自行提供資料或擬出資料不足甚至不可行的題目；在包含符號的形式中，教師們傾向於寫出非題目、非數學或不可行的題目。梁淑坤並指出：未來教師若想把擬題介紹到教室讓小學生嘗試擬題的話，教師們自己本身要有更豐富的擬題經驗，也要懂得設計作業及評量學生的作品，這是師資培育須注意的一環。

多位學者對於職前教師與現職教師有更進一步的研究，Silver、Mamona-downs、Leung 和 Kenney (1996) 研究 53 位中學教師和 28 位職前教師。他們是以個別擬題或是合作擬題的方式，研究這幾位受試者是教師在起始擬題 (IP)、解題 (PS) 和附加擬題 (AP) 三個階段中的數學擬題能力。研究發現受試者具有數學擬題的能力，且在解題前比在解題後所擬的題多，因為在解題之後受試者便會將「同解題模式」的題目歸類，擬出具代表性的題目。這樣的教師擬題能力將主要影響將來教學時教師的佈題，所以 Leung 和 Silver (1997) 嘗試建立擬題作品系統化分類的工具，藉此將擬題的學習作品系統分類以評量，他們以 TAPP (Test Arithmetic Problem Posing) 來測驗 63 位職前教師，

結果發現許多受試者都可以擬出「可行的」題目，這套系統可以提給教師做擬題教學時評量的依準。

針對大學的專業數學課程，Schloemer (1994)將 Brown 和 Walter (1983) 提”what-if-not”的擬題教學策略，以實驗法研究大學生學習高等代數的結果，研究結果顯示控制組與實驗組在數學成就中並無顯著差異，雖然在擬題能力方面，實驗組的表現比控制組好，但是在數學態度的表現上，兩組學生表現的不理想下降。根據研究者的結論表示：實驗組已習慣原來高等代數的教材，用擬題的教學方式反而讓學生在數學態度上會產生負面的影響。

針對現任教師，多位研究者皆以自身研究結果與教學經驗提出結論：周幸儀 (2002) 針對國小二年級教師研究發現：為達進行合作擬題教學活動，教師專業成長是必然的，因為教師於教學中需要接受不斷改變教學引導策略的挑戰。針對國小三年級教師，楊惠如 (2000) 行動研究中顯示教學活動中教師扮演重要角色：教學設計者、佈題者、引導者、時間掌控者以及成效評估者等五種角色。林群雄 (2004) 透過行動研究，瞭解擬題活動教學在國小三年級數學課堂實際運作的困難與解決方法，其次研創可融入數學教學的擬題素材和方法，最後探討在整個行動研究的歷程中教師的專業成長。

綜合以上不同學習階段的研究，數學科的擬題教學是非常吸引

國內外各專家學者研究的教學方式，各學習階段的教師在教學現場以行動研究的理念進行不同單元的擬題教學，試圖突破學生在數學學習中的困難和盲點；數學教育的學者專家也致力將擬題教學的題目做系統化的分類歸納，擬題教學的步驟做深入探討，無非是為日後擬題教學的發展奠定扎實的根基。

### 第三節 擬題與解題的相關性

在本研究中學生擬題活動與解題活動是並重，故在本章節中將擬題與解題的相關性做探討。波蘭數學家 Polya ( 1945 ) 在其所著『如何解題』( How to solve it ) 中，提出解題的歷程共分四個階段 ( 如圖 2-3-1 ):

階段一：理解 ( Understand ) : 即是了解題意，清楚題目在問什麼？題目中已知與未知的條件是什麼？

階段二：策劃 ( Plan ) : 即是選定好解題策略，發現出題目中已知與未知條件間的關係，藉著此關係來擬定解題的方法策略與執行的步驟。

階段三：執行 ( Carry out ) : 即是執行解題策略，以解決問題。

階段四：回想 ( Look Back ) : 解題之後要檢驗答案的合理性，再一次回顧題目，最好能用另一種策略來解題，看看答案是否相吻合。

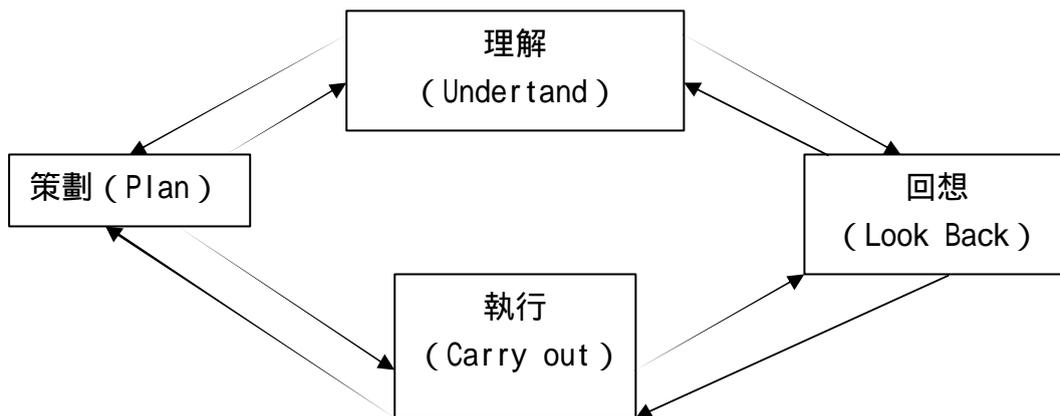


圖 2-3-1 Polya ( 1945 ) 解題歷程四階段

國內學者梁淑坤 ( 1995 ) 則認為：在進行解題活動前先要了解題目，若解題者本身也是擬題者，對題目內容會十分熟悉，解題策略也能清楚呈現。然而解題過程中有新的想法，再擬另一新題目後再策劃、再解題。重新解題後也可將結果彙整成佈題資料再行擬題活動，如此一來擬題活動和解題活動便會相輔相成的循環下去。

因此再擬題與解題活動交互關係中，梁淑坤 ( 1995 ) 根據 Polya 的解題歷程，把擬題取代第一階段的理解，而成為擬題四步驟，如圖 2-3-2：

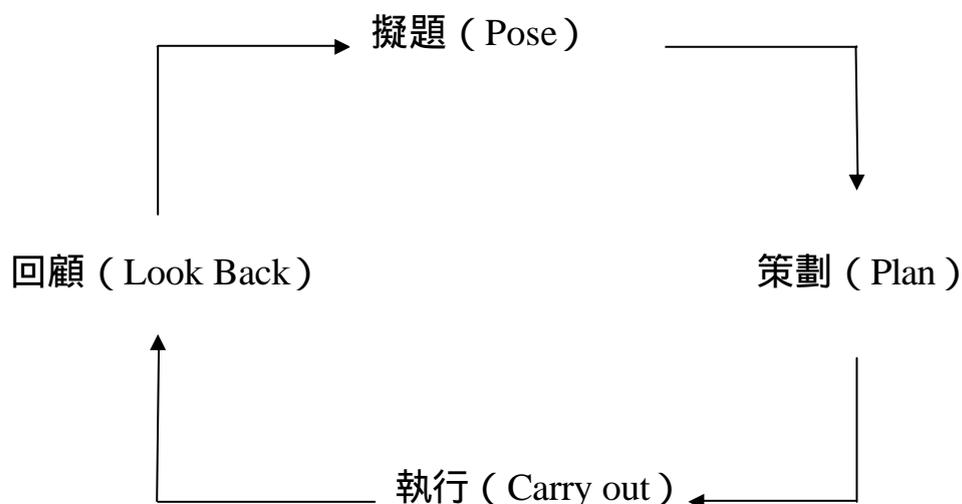


圖 2-3-2 擬題四步驟 ( 梁淑坤 , 1994 , p.159 )

林群雄 ( 2003 ) 參考 Polya ( 1945 ) 的解題歷程和梁淑坤 ( 1995 ) 的擬題步驟，並依據實際上課經驗，將學生的擬題過程呈現如圖

2-3-3 :

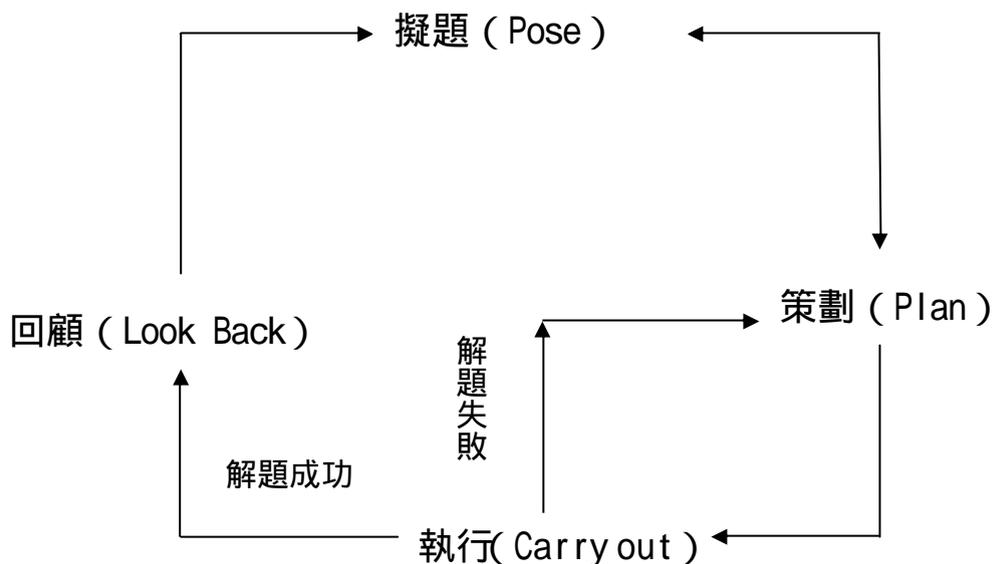


圖 2-3-3 學生擬題行為過程 ( 林群雄，2003，p.15 )

當學生依據教師佈題進行擬題活動，要解擬出的題目是要規劃解題策略，然後依照解題策略進行解題活動。在規劃解題策略時，學生有時候會發現已擬完的題目中有些條件不完整，所以無法順利進行解題策略，這時就必須再重新檢視已擬完的題目做修正或重新進行擬題活動。學生有時候是在執行解題步驟時才遇到困難，就必須重新規劃解題策略，為了重新規劃解題策略就會再檢視題目或重新擬題，之後學生再嘗試進行另一個解題策略。林群雄 ( 2003 ) 認為：解題的成與敗是促使學習者於執行後選擇的差異，若解題失敗，學習者則會再做

下一次的策劃；若解題成功，學習者則會選擇回顧整個過程。這樣擬題又解題的循環過程是環環相扣，也會刺激學生思考統整與創作歸納的能力，學生也不會因為解題過程中與原題目分離，而降低學生認知行為（Dillon, 1982）。反而透過這個循環可以做到創造數學（making mathematics, Polya, 1945），學習概念自行建構無限延伸。這種學習精神，是數學教育期待培育的素養。

#### 第四節 三年級「數與計算」教材內容

根據教育部 82 年所修正發布的「國民小學數學課程標準」中對教材內容所做的分析，研究者將 82 年版三年級「數與計算」的教材內容分成整數、分數、小數三部份，整理如下：

##### 壹、整數的「數與計算」

###### 一、數的部份

###### （一）第五冊部份

- 1.利用百格板、橘色積木、白色積木既屬或做出 1000 以內的數量。
- 2.以代表 100、10 和 1 的圖象合成來表徵 1000 以內的數量。
- 3.用「 $>$ 」、「 $<$ 」或「 $=$ 」的符號紀錄「兩數的積與定數間」的關係。
- 4.2000 以內數的說、讀、聽、寫、做。

## (二) 第六冊部份

- 1.以代表 100、10 和 1 的具體物或圖象的合成來表徵 2000 以內的數量，並分別對此數量含有的 100、10 和 1 的個數加以計數。
- 2.利用逐一、逐十、或逐百的方式，逆數二千以內的數至一千以內。
- 3.經由兩步驟記錄一個二位數，察覺「位值」。
- 4.比較「和」、「差」運算後的大小，並用「=」、「<」和「>」的符號紀錄「和」、「差」的關係。
5. 10000 以內數的說、讀、聽、寫、做。
6. 以代表 1000、100、10 和 1 的圖象合成來表徵 10000 以內的數量。

## 二、計算的部份

### (一) 第五冊的部份

- 1.解決「和數」為 1000 以內，「加數」在 100 以內或整百的合成問題。
- 2.解決「被減數」為 1000 以內，「減數」在 100 以內或整百的分解問題。
3. 解決「和數」為 1000 以內，「加數」在 1000 以內的合成問題，並用算式記錄解題過程。
4. 解決「被減數」為 1000 以內，「減數」在 1000 以內的分解問題，並用算式記錄解題過程。
- 5.將「單位量為 1 或 10，單位數為 15 以內，合成量為 100 以內」的

「倍」問題紀錄成積數未知的算式填充題，並用有「乘號」的算式記錄解題過程。

6. 將「單位量為 12 以內，單位數為 1 或 10，合成量為 100 以內」的「倍」問題紀錄成積數未知的算式填充題，並用有「乘號」的算式記錄解題過程。

7. 解決「單位量為 20 ( 100 或 1000 ) 以內，單位數為 20 ( 5 ) 以內，而合成量在 200 ( 400 或 1000 ) 以內」的「倍」問題，並用有「乘號」的算式記錄解題過程。

8. 用有乘號的算式填充題紀錄「單位量在 1000 以內，單位數在 5 以內，而合成量在 1000 以內」的「倍」問題，並記錄解題過程。

9. 紀錄總量在 72 以內，最多分為 12 分包含除的解題過程。

10. 解決「總量在 20 ( 100 ) 以內，最多分為 5 分」的等分除問題。

11. 將「單位量轉換活動中，新單位數未知」的文字題紀錄成成數未知的算式填充題，並解決問題。

12. 用有乘號的算式記錄多步驟「加、乘」「減、乘」的混合運算問題。

13. 紀錄兩數的積。

## (二) 第六冊的部份

1. 解決「以實為被計數單位，和數或被減數為 100 以內」的合成分解問題，並用算式記錄解題過程。

2. 解決三位數加二位數和數超出 1000 的合成問題，並用算式記錄解題過程。
3. 解決被減數為 2000 以內的分解問題，並用算式記錄解題過程。
4. 解決和數或被減數為 2000 以內的合成分解問題，並用算式記錄解題過程。
5. 用減法算式記錄包含除，等分除問題的解題活動，並用算式記錄解題過程。
6. 解決「單位量為 10，單位數為 100 以內或未知，合成量為幾百幾十」的「倍」問題。
7. 將「單位量為 10，單位數為 100 以內或未知，合成量為幾百幾十」的「倍」問題紀錄成算式填充題，並用有「乘號」的算式記錄解題過程。
8. 解決「幾個十和幾個十的合成（分解）是幾個十？是多少？」的問題，並用算式記錄解題活動。
9. 解決「單位量為 1000 以內，單位數為 10 以內，而合成量在 2000 以內」的「倍」問題，並記錄解題活動。
10. 解決「倍加（減）數，加（減）數及和（差）數均為幾個十幾個一」的合成分解問題。
11. 將「全部不超過 50，部份不少於 15」的加數未知合成問題予以記

錄成等號右邊只有括號的算式填充題，並求解。

12.用直式記錄「幾個十幾個一」的合成分解問題。

13.將「全部不超過 50，部份不少於 15」的被加數未知，(被減數未知或減數未知)的合成分解問題予以記錄成等號右邊只有括號的算式填充題，並求解。

14. 將「全部不超過 200，部份不少於 35」的加數未知，(被加數未知、被減數未知或減數未知)的合成分解問題予以記錄成等號右邊只有括號的算式填充題，並求解。

15.直式加減法的算則：以先記幾個一加(減)幾個一，再記幾個十加(減)幾個十的方法紀錄和數(被減數)為二位數的加(減)法問題的解題過程與結果。

16.先用直式填充題紀錄和數(被減數)為二位數的加(減)法問題，再用「幾個十幾個一加(減)幾個十幾個一」的方法解決問題。

17.解決「先合成或分解後，再等分除或包含除」以及「先乘後除」的問題，並記錄其解題過程。

## 貳、分數的「數與計算」

### 一、分數的部份

#### (一) 第五冊的部份

1.等分一固定的長度量 6.8.9 或 10 個部份，並對所得的單位分量加以命名。

2.給一條等分成 5.7 個部份的繩子，對真分量加以命名。

3.給一恰有 6.8.9.10.3.5.7 個元素集合，等分成 6.8.9.10.3.5.7 個部分；以此集合為單位量的真分量加以命名。

4.  $\frac{1}{8}$  ,  $\frac{1}{9}$  ,  $\frac{1}{10}$  ,  $\frac{2}{3}$  ,  $\frac{3}{3}$  ,  $\frac{2}{5}$  ,  $\frac{3}{5}$  ,  $\frac{4}{5}$  ,  $\frac{2}{7}$  ,  $\frac{3}{7}$  ,  $\frac{4}{7}$  ,  $\frac{5}{7}$  ,  $\frac{6}{7}$  的說獨聽寫。

## (二) 第六冊的部份

1.建立十分之幾、五分之幾、十二分之幾的數詞序列。

2.看著具體物說出對應的分數（小於等於 1）之數詞，並寫出對應分數的數字。

3. 聽到分數（小於等於 1）的數詞或看到分數的數字，拿出或畫出相當數量的具體物或線段。

4.察覺  $\frac{2}{2}$  ,  $\frac{3}{3}$  ,  $\frac{12}{12}$  和 1 的等價關係。

## 二、計算的部份

### (一) 第五冊的部份

沒有分數的計算課程教材。

### (二) 第六冊的部份

1.在連續量的情境之下，解決同分母分數合成、分解問題，並用算式記錄解題過程（和數或被減數小於等於 1）。

2. 在離散量的情境之下，解決同分母分數合成、分解問題，並用算式記錄解題過程（和數或被減數小於等於 1）。

## ？、小數的「數與計算」

### 一、小數的部份

#### （一）第五冊的部份

沒有小數的數課程教材。

#### （二）第六冊的部份

1. 透過 $\frac{1}{10}$ 的連絡，了解「0.1」的意義並利用十分之幾的分數序列，建立 0.1~0.9 的數字與數詞序列。
2. 透過十分之幾的連絡，進行一位小數的說讀聽寫做。

### 二、計算的部份

#### （一）第五冊的部份

沒有小數的計算課程教材。

#### （二）第六冊的部份

1. 在連續量的情境之下，解決一位小數合成、分解問題，並用算式記錄解題過程，並解決問題。（和數或被減數 < 1）。
2. 在離散量的情境之下，解決一位小數合成、分解問題，並用算式記錄解題過程，並解決問題。（和數或被減數 < 1）。

## 第五節 三年級「數與計算」課程分析

本研究為 82 年康軒版第五冊與第六冊課程，將有關於「數與計算」的課程教材流程分成六大部分：「數值」、「除法」、「乘和除」、「加減乘除」、「整數部分」、「非整數部份」。研究者再以每一部份整理出相關流程，介紹完流程之後便逐步分析相關的課程要素，更能理解教學先後順序，進而考慮是否進行擬題教學。

### 壹、「數值」的課程流程分析

將「2000 以內的數」、「10000 以內的數」歸納其課程流程，如下

圖 2-4-1 所示：

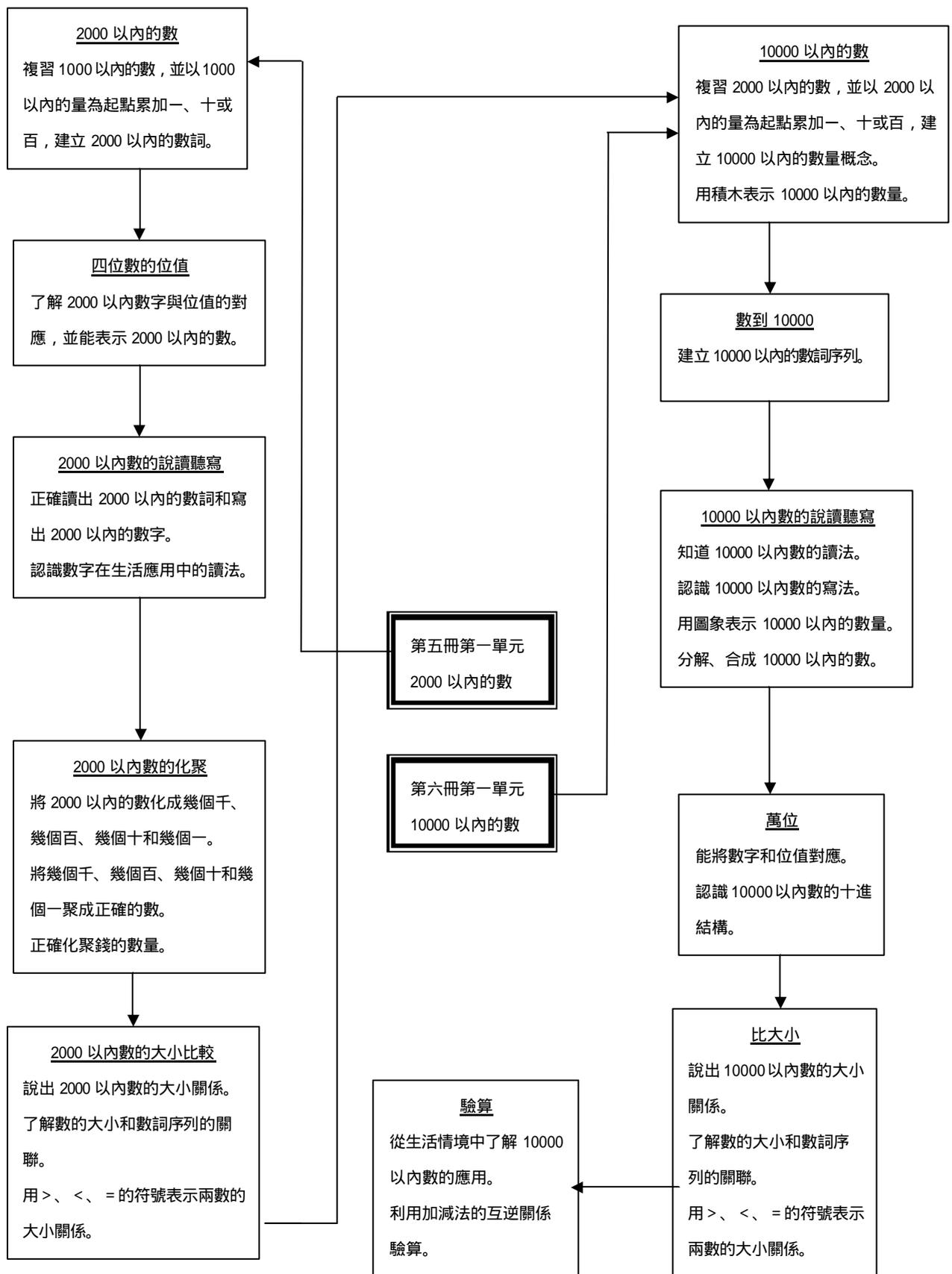


圖 2-4-1 「數值」的課程流程分析

如上圖所示，三年級的「數值」課程是以 1000 以內的量為起始量，利用累加一、十或百，建立 2000 以內的數詞及數字與位值的對應，並能正確的聽、說、讀、寫出 2000 以內的數，更認識數字在生活應用中的讀法。接著將 2000 以內的數與錢幣做正確的化聚，再進行比大小的活動。到了第六冊第一單元是以 2000 以內的量為起始量，利用累加一、十或百，建立 10000 以內的數詞及數字與位值的對應，並能正確的聽、說、讀、寫出 10000 以內的數，接著將 10000 以內的數與錢幣做正確的化聚，再進行比大小的活動。最後，從生活情境中了解 10000 以內數的應用並利用加減法的互逆關係驗算。

## 貳、「除法」的課程流程分析

將「整除的除法」(就是單元名稱「除法(一)」)和「有餘數的除法」(就是單元名稱「除法(二)」)歸納其課程流程，如下圖 2-4-2 所示：

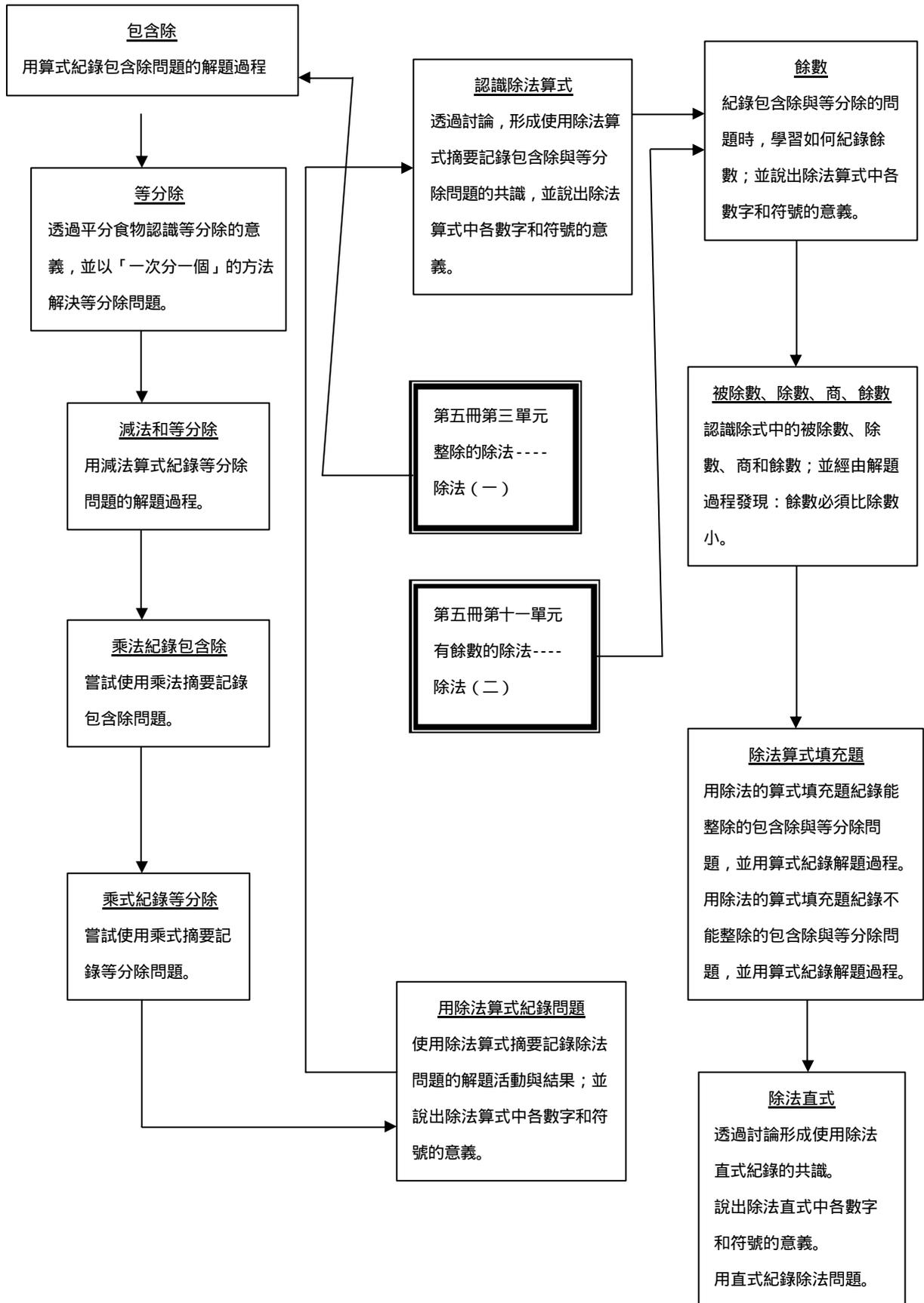


圖 2-4-2 「除法」的課程流程分析

如上圖所示，三年級的「除法」課程是先以算式紀錄介紹包含除問題的解題過程，再透過「平分」活動認識等分除的意義，並以「一次分一個」的方法解決等分除問題，再用減法算式紀錄等分除問題的解題過程。接著嘗試使用乘法摘要記錄包含除與等分除問題，最後才使用除法算式摘要記錄除法問題的解題活動與結果，並能說出除法算式中各數字和符號的意義，同時要形成使用除法算式摘要記錄包含除與等分除問題的共識，並說出除法算式中各數字和符號的意義。

當學習完整除的包含除與等分除的問題後，接著學習如何紀錄餘數，以及認識除式中的被除數、除數、商和餘數；並經由解題過程發現：餘數必須比除數小。

最後用除法的算式填充題紀錄不能整除的包含除與等分除問題，並紀錄解題過程，進而透過討論形成使用除法直式紀錄的共識，且能說出除法直式中各數字和符號的意義。

### ？、「乘和除」的課程流程分析

將「乘法」「乘和除」歸納其課程流程，如下圖 2-4-3 所示：

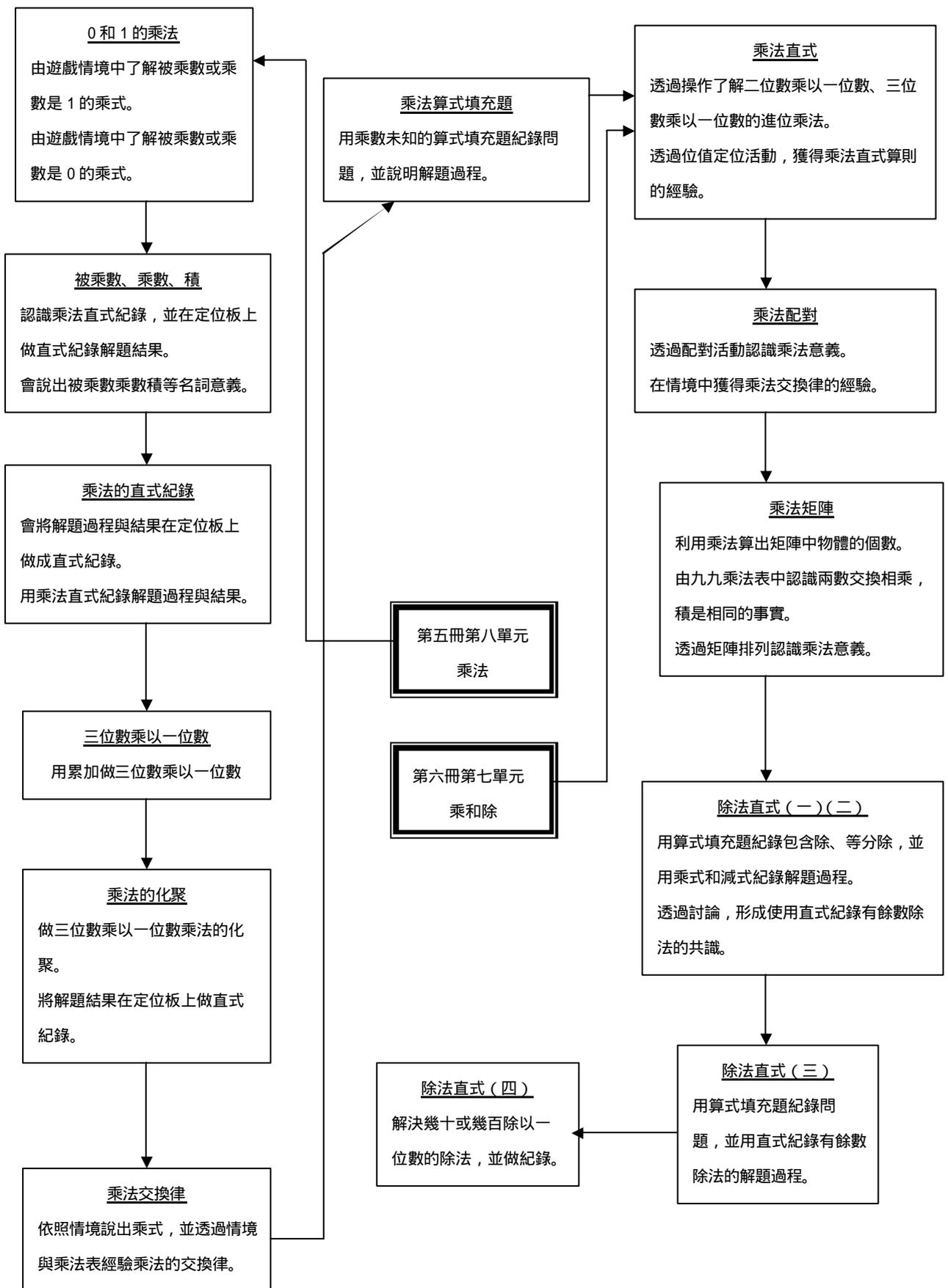


圖 2-4-3 「乘和除」的課程流程分析

如上圖所示三年級的「乘和除」課程是包括「乘法」單元和「乘和除」單元。「乘法」單元中先由遊戲情境中了解被乘數或乘數是 1 及 0 的乘式，以及認識乘法直式紀錄並在定位板上做直式紀錄的解題結果；接著會說出被乘數、乘數、積等名詞意義。用累加做二位數乘以一位數、三位數乘以一位數後再進行二位數乘以一位數、三位數乘以一位數乘法的化聚，並將解題結果在定位板上做直式紀錄。接著，依照佈題情境說出乘式，並透過配對活動與乘法表經驗乘法的交換律；再用乘數未知的算式填充題紀錄問題，並說明解題過程。

在「乘法」單元之後，進到「乘和除」單元課程，在這個單元中是先透過具體物操作了解二位數乘以一位數、三位數乘以一位數的進位乘法，接著透過位值定位活動來獲得乘法直式算則的經驗。緊接著透過配對活動認識乘法意義，讓學生在情境中獲得乘法交換律的經驗，利用乘法算出矩陣中物體的個數。學生獲得乘法交換律的經驗後便能由九九乘法表中認識兩數交換相乘，積是相同的事實，進一步透過矩陣排列認識乘法意義。然後學生能用算式填充題紀錄包含除和等分除問題，並用乘式和減式紀錄解題過程。最後透過討論，形成使用直式紀錄有餘數除法的共識，並用算式填充題紀錄問題與解題過程，藉以解決幾十或幾百除以一位數的除法，並做紀錄。

#### 肆、「加減乘除」的課程流程分析

將「三位數的加減」、「加減直式」、「兩步驟的四則問題」歸納其課程流程，如下圖 2-4-4 所示：

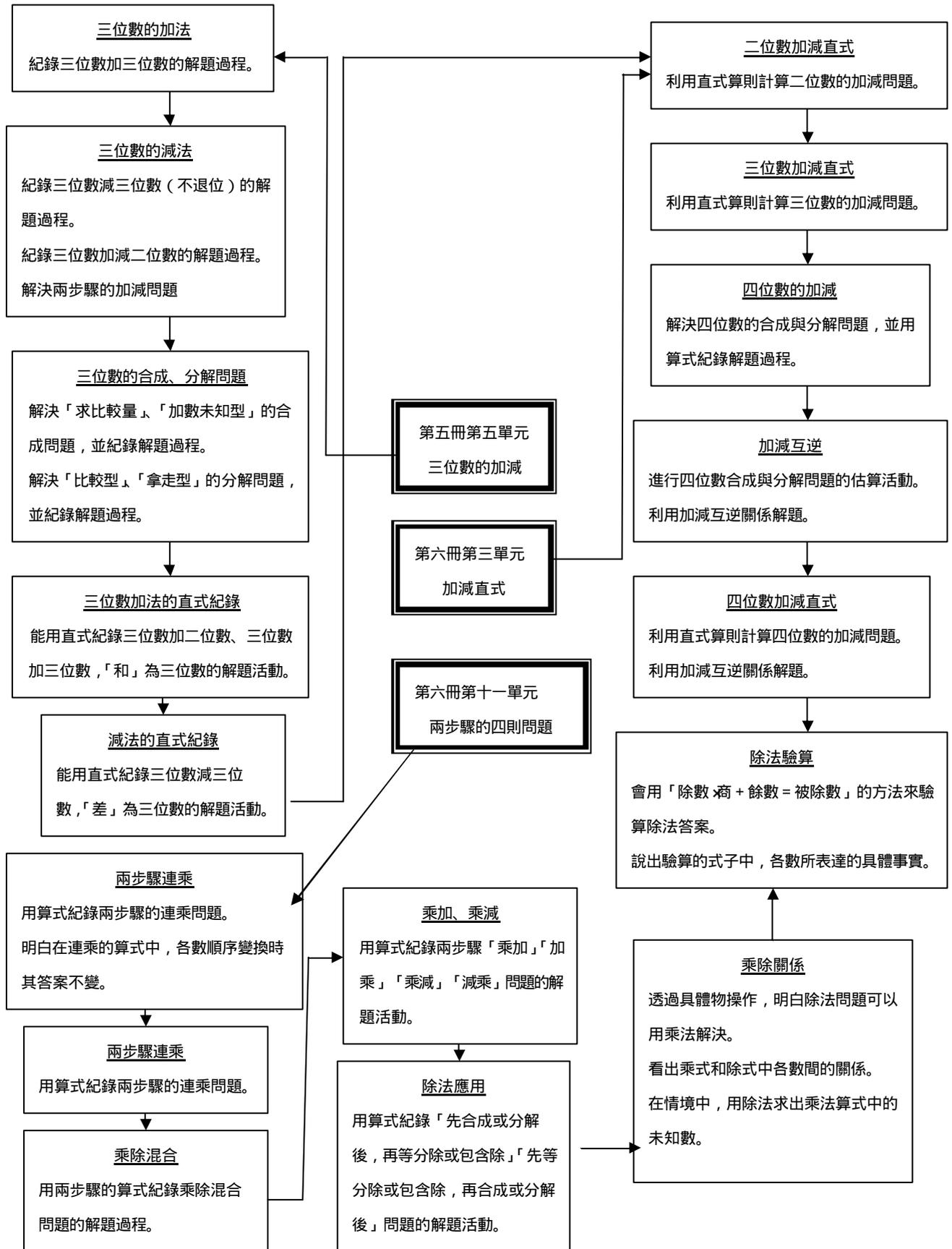


圖 2-4-4 「加減乘除」的課程流程分析

如上圖所示三年級的「加減乘除」課程是包括「三位數的加減」單元、「加減直式」單元以及「兩步驟的四則運算」單元。

「三位數的加減」單元紀錄三位數加三位數的解題過程。包括：三位數減三位數（不退位）的解題過程；三位數加減二位數的解題過程；解決兩步驟的加減問題；解決「求比較量」、「加數未知型」的合成問題，並紀錄解題過程；解決「比較型」、「拿走型」的分解問題，並紀錄解題過程；能用直式紀錄三位數加二位數、三位數加三位數，「和」為三位數的解題活動；能用直式紀錄三位數減三位數，「差」為三位數的解題活動。

「加減直式」單元利用直式算則計算二位數、三位數的加減問題；解決四位數的合成與分解問題，並用算式紀錄解題過程；進行四位數合成與分解問題的估算活動及加減問題；利用加減互逆關係解題；會用「除數 $\times$ 商 + 餘數 = 被除數」的方法來驗算除法答案，並說出驗算的式子中，各數所表達的具體事實。

「兩步驟的四則運算」單元利用用算式紀錄兩步驟的連乘問題，並且明白在連乘的算式中，各數順序變換時其答案不變；利用兩步驟的算式紀錄乘除混合問題及加減乘除混合的解題過程，「先合成或分解後，再等分除或包含除」、「先等分除或包含除，再合成或分解後」問題的解題活動；再透過具體物操作，明白除法問題可以用乘法解

決，並在情境中，用除法求出乘法算式中的未知數，且看出乘式和除式中各數間的關係。

### 伍、「整數部分」的「數與計算」課程流程分析

研究者將以上多個個單元歸納課程流程，討論其相關性，如下圖

2-4-5 所示：

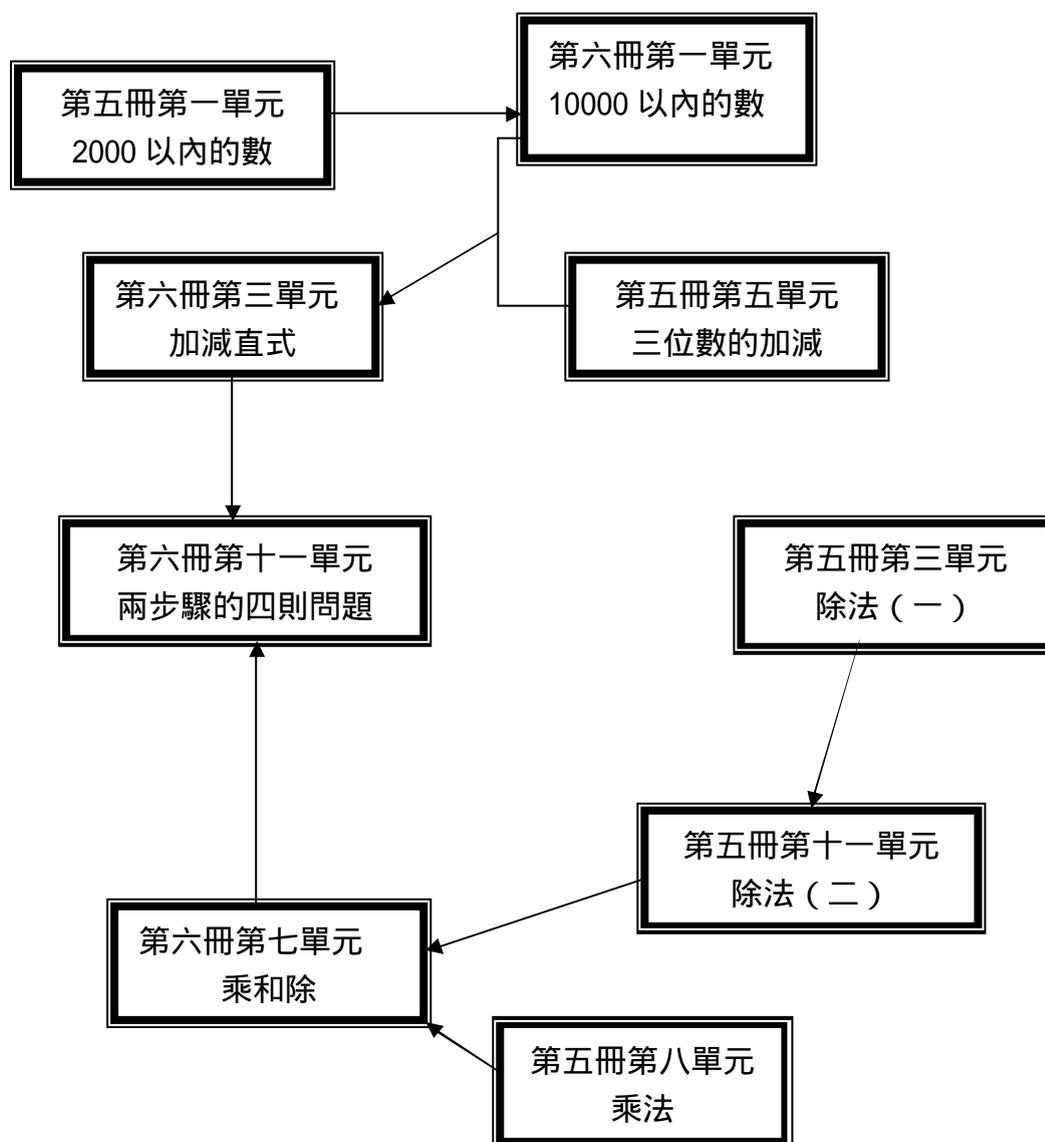


圖 2-4-5 整數部分「數與計算」的單元相關

在三年級「整數部分」「數與計算」課程的安排共有九個單元，整個課程認知部分的架構可分成兩大系統。其中一個部份是「數值」的單元- - 「2000 以內的數」、「10000 以內的數」的課程是為「三位數的加減」與「加減直式」單元做鋪陳；另一部份是「乘除」的四個單元，完整編排乘和除的數學概念。這兩部分的課程都是為學習「兩步驟的四則問題」單元課程做準備。

#### 陸、「非整數部分」的「數與計算」課程流程分析

「非整數部分」包括「分數」、「小數」、「小數的加減」三個單元，歸納其課程流程並討論其相關性，如下 2-4-6 圖所示：

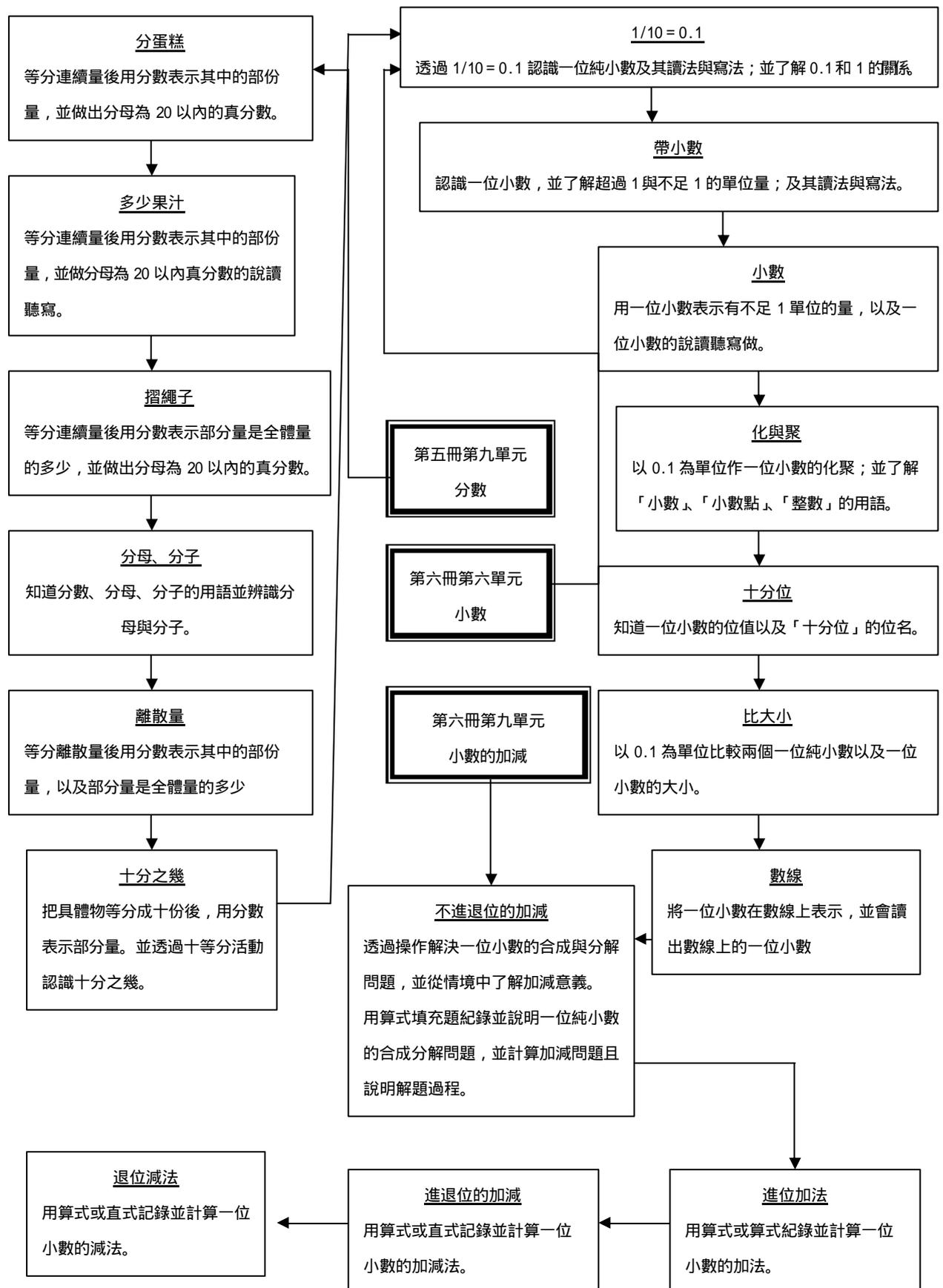


圖 2-4-6 「非整數部分」的課程流程分析

如上圖 2-4-6 所示三年級「非整數部分」的「數與計算」課程是包括「分數」、「小數」、「小數的加減」三個單元。

「分數」單元的課程編排首先等分連續量後用分數表示其中的部份量，並做出分母為 20 以內的真分數，進行分母為 20 以內真分數的說讀聽寫。再者等分連續量後用分數表示部份量是全體量的多少，並做出分母為 20 以內的真分數，進行分數、分母、分子的用語並辨識分母與分子。接著等分離散量後用分數表示其中的部份量，以及部份量是全體量的多少；最後利用具體物等分成十份後，用分數表示部份量來認識十分之幾。

「小數」單元的課程編排首先透過  $1/10 = 0.1$  認識一位純小數及其讀法與寫法；並了解 0.1 和 1 的關係。接著認識一位小數，並了解超過 1 與不足 1 的單位量，及其讀法與寫法，並用一位小數表示有不足 1 單位的量，以及一位小數的說讀聽寫做。再來便以 0.1 為單位作一位小數的化聚；並了解「小數」、「小數點」、「整數」的用語。最後學習一位小數的位值以及「十分位」的位名，進行以 0.1 為單位比較兩個一位純小數以及一位小數的大小，並將一位小數在數線上表示，並會讀出數線上的一位小數。

經過上兩個單元之後，「分數的加減」單元課程學習「不進退位的加減」，然後是「進退位的加減」以及「分數加減的直式記錄格式」。

以上是研究者討論三年級「數與計算」所有單元，可是，在本研究中研究者在課程安排時要配合校務與級務的行事曆，所以「數值」兩個單元並未帶入擬題教學；另外，未列入擬題單元分析也包括「除法（一）」（即為整除的除法），因為，該單元在前導研究中實施。由以上所述，第四章的研究結果呈現，並不包含「數值」的兩個單元和「除法（一）」的三個單元。

### 第三章 研究設計

本章節對研究設計的說明，分成研究者的專業背景與信念、研究樣本與工具、教學流程、研究架構、前導實驗資料的分析等五個小節。

#### 第一節 研究者的專業背景與信念

研究者即為研究樣本班級的班級導師，民國 85 年畢業於國立台南師範學院數理教育學系。任教 9 年多的時間中發覺現行數學教育的盲點與亂象，便一心鑽研數學教學的創新與突破，參加多項數學教學專業研討進修，其中包括：高雄市人發中心數學科建構教學研習班（87）、台灣省教師研習會九年一貫課程實驗國小教師班 1024 期（89）、高市教育局九年一貫課程講師培訓營（89）、國立教育研究院

九年一貫數學領域研習班 1218 期 ( 91 ) 第一期遠哲西子灣數學教師工作坊 ( 91 ) 第二期遠哲西子灣數學教師工作坊 ( 92 ) 第三期遠哲西子灣數學教師工作坊 ( 93 ) 高雄市數學領航教師 ( 93 )。致力推動的數學教學研究有：數學領域協同教學、將數學遊戲與數學創意教學融入課堂教學中、具體操作對於國小數學幾何教學之研究。最後，研究者共發表論文兩次，分別在台東大學所舉辦的全國行動研究研討會 ( 2003 )；以及香港大學數學論文研討會 ( 2003 )。

研究者於九十三學年考上中山大學教育研究所，在進修期間專攻數學教學研究，期間修習「數學評量研究」、「數學解題研究」與「認知與數學學習研究」三門專業科目，期許自己充實專業智能。研究者希望在數學課室裡，能將教學的主角由老師改成學生，老師擔任協助者與引導者，一方面可以誘發各個學生的獨立思考，另一方面則可以養成學生尊重各種不同的合理觀點。為九年一貫教改之後的數學教學亂象尋求解決的教學方法，打破傳統數學教學的盲點。

自開放教育、發展小班教學精神，到目前正積極進行的九年一貫課程，教育改革是談政策、談組織、談權力，但是最後都必須落實在教學上面，表現在學生的學習成就上面，這樣的教改才有成效 ( 林生傳，1997 )。研究者心中所秉持的教學信念是：本研究者任職小學數學教育數年的時間，希望能讓每一位學生喜歡數學，進而學好數學。

但是我國數學教學長久以來，就是以「分數取向」、「答案本位」為主要趨勢。學習過程中，教師往往只著重在學生分數高不高的評量標準。漸漸的，我們的孩子邏輯思考、探究、歸納、推理、分析等能力漸漸消失，形成老師教過的題目才會，沒教過的就不會，解決問題的能力幾乎沒有，表達溝通的能力令人沮喪，數學的學習真諦埋沒在追求高分的企圖心中，讓大多數的學生視數學的學習為畏途。

本研究者在連串數學教學專業進修中，經由梁淑坤老師的引介，接觸到擬題活動教學，心中點燃起數學教學改革的動力。在多方的文獻蒐集和論文研讀，確信擬題教學是一個能幫助教師成長，又有益於學生學習的好方法。

本研究是嘗試將擬題教學帶入課堂。期許班上學生可以培養「說數學」、「解數學」的表達溝通能力。將數學符號轉換成數學語言，透過組織整理，發表溝通。將學生由傳統被動的受教者，變成課堂的主導者。

## 第二節 研究樣本與工具

### 壹、研究樣本

研究樣本為研究者任教的三年級常態班級，全班共 35 位小朋友，男生 21 位，女生 14 位。研究班級所在的學區家長多屬勞工階級，

對於老師的教學活動支持度蠻高，對於班級事務和學生活動皆會主動幫忙。研究班級班風活潑開朗，參加學校各項競賽皆有不錯的成績表現。研究者為了課堂中進行擬題教學的討論辯證活動，特定將班上學生依個人特質與能力高低做平均分配，共分成 7 組，讓每一組都有能力強的「領導型」學生、能力中等的「學習型」學生與能力差的「模仿型」學生，以利進行小組的擬題活動與討論辯證。在這一個常態班級中，「領導型」的學生約有 7 人，通常這類型的學生是較有主觀意識，也比較勇於發言，在小組討論中是會有發言影響力的角色，但卻自視甚高，一旦概念學習錯誤，要改正往往要多費許多功夫，若將不同的「領導型」學生放在不同的組別，便會有不同意見與想法引導全班討論辯證學習，也是讓「領導型」學生聽聽別人的想法後再反思自己，彼此有學習成長的機會。至於「學習型」學生是佔全班人數最多約有 18 人，他們一開始要主動發表想法意見是很困難的，容易人云亦云的盲從，但是在小組合作學習中善用「學習型」學生對於同儕表現會吸收學習的特質，先是引導「領導型」學生做有效的數學討論，間接的建立「學習型」學生的信心，進而能夠發表自己的想法，驗證澄清自己的觀念，是學習潛力最大的類型學生，也是一般常態班級中人數佔最多的學生。最後，「模仿型」的學生，往往都是班上學習成就差的學生，在實驗班級中約有 10 人，這些「模仿型」學生分在不

同的組別，讓這些原本已經放棄數學的學生能夠在開放討論的氣氛之下，透過與同儕互動的歷程重新激起學習數學的心。研究者實以學生為本位的擬題教學中，讓「模仿型」學生彼此有模仿學習的對象，不會有孤立無援的恐懼，自然也漸漸的不會視數學為畏懼；這樣異質性的分組一直以來是實驗班的上課模式，也是研究者事先對研究樣本學生做分析後所精心安排。本研究實驗班級教室座位配置如下圖：

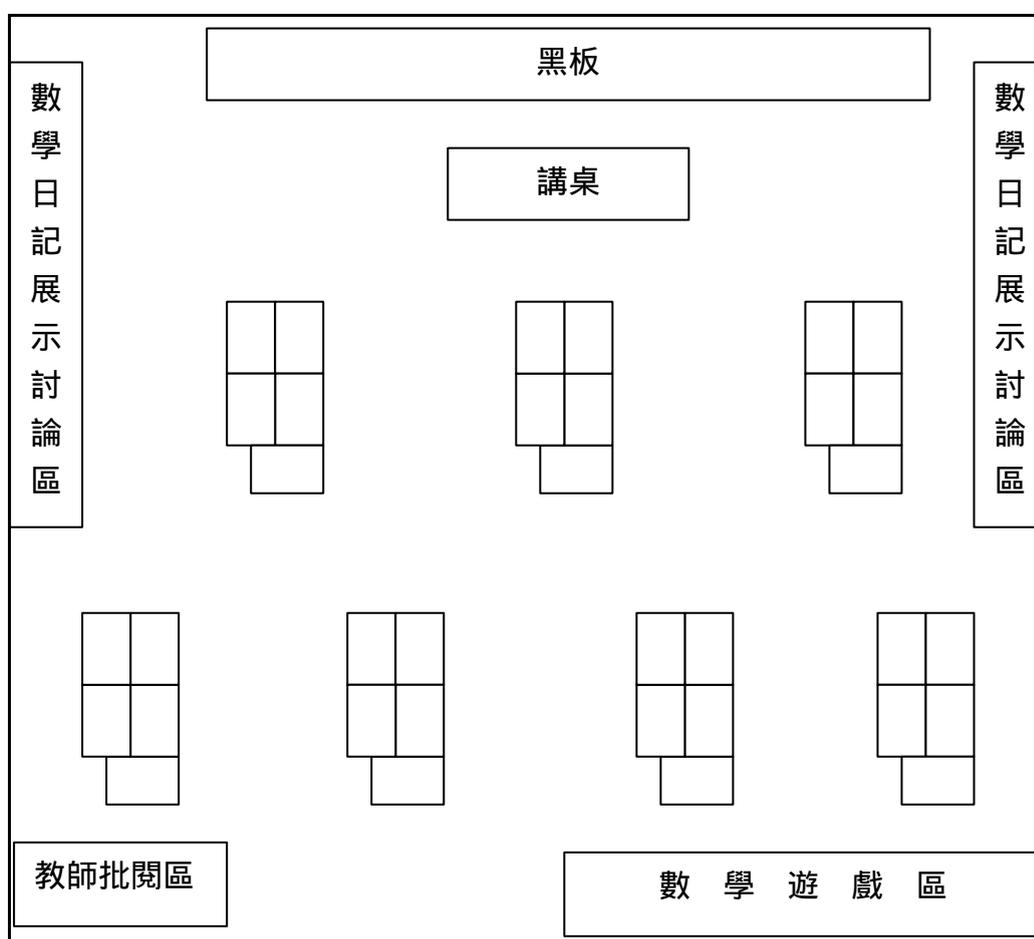


圖 3-2-1 教室配置圖

## 貳、研究工具

為了蒐集本研究完整資料，研究者除了保存學生擬題作品與學生測驗成績之外，所使用的研究工具有：編製擬題教材、教師教學手札、學生數學日記、教學實況錄影、跟班教師隨堂記錄、擬題教學回饋問卷、學生訪談記錄。利用這些研究工具希望能收集各方面的資料，利於研究結果的分析，下分別針對各項研究工具的使用和編製加以說明：

### 一、單元的選擇和教材的編製

由於三年級的教材內容以「數與計算」單元居多，佔所有單元的二分之一，而研究者立意將擬題教學變成一常態教學的模式，所以在單元的篩選方面以「數與計算」單元為主。

82年康軒版數學科第五、六冊的數學課本中，「數與計算」單元名稱和教學目標如表 3-2-1 與 3-2-2 所列：

表 3-2-1 82 年康軒版國小三年級數學單元教學目標（第五冊）

單元	單元名稱	教學目標
一	2000 以內的數	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.建立 2000 以內的數詞序列</li> <li>2.認識四位數的位值</li> <li>3.2000 以內數的說、讀、聽、寫、做</li> <li>4.2000 以內個數的化聚</li> <li>5.用 <math>&gt;</math>、<math>=</math>、<math>&lt;</math> 的符號，表示兩數的大小關係</li> </ol>
三	除法（一）	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.認識除法的意義</li> <li>2.利用乘法記錄除法問題的解題過程</li> <li>3.使用除法算式，摘要記錄除法問題</li> </ol>
五	三位數的加減	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 記錄三位數加減的解題活動</li> <li>2. 解決三位數的合成、分解問題，並記錄解題過程</li> <li>3. 用直式記錄三位數加減的解題活動</li> <li>4. 經驗加減法的可逆性</li> </ol>
八	乘法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認識 0 和 1 的乘法</li> <li>2. 認識乘法直式記錄</li> <li>3. 認識被乘數、乘數、積等名詞</li> <li>4. 會解決三位數乘以一位數的問題</li> <li>5. 複習乘式意義，並經驗乘法運算的交換律</li> <li>6. 瞭解乘數未知的算式填充題</li> </ol>
九	分數	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.等分具體物後，用分數表示其中的部分量</li> <li>2.等分具體物後，用分數表示部分量是全體量的多少</li> <li>3.認識分母為 20 以內的真分數</li> <li>4.認識「分數」「分母」「分子」等術語</li> <li>5.認識分母為 10 的真分數</li> </ol>

十一	除法（二）	1.解決有餘數的除法問題 2.用除法算式填充題記錄問題 3.認識被除數、除數、商和餘數 4.能用直式記錄除法問題
----	-------	---

表 3-2-2 82 年康軒版國小三年級數學單元教學目標（第六冊）

單元	單元名稱	教學目標
一	10000 以內的數	1.認識 10000 以內的數詞序列 2.說、讀、聽、寫、做 10000 以內的數 3.10000 以內數的化聚 4.認識位值 5.認識 10000 以內數的大小關係 6.10000 以內數的應用
三	加減直式	1.用直式算則計算加、減問題 2.解決 10000 以內數的應用問題 3.應用加、減互逆關係解題
六	小數	1.認識一位小數 2.瞭解一位小數的化聚與位值 3.能比較一位小數的大小 4.認識一位小數的數線
七	乘和除	1.能做二、三位數乘以一位數進位的乘法 2.經驗乘法的直式算則 3.從各種情境中認識乘法的意義 4.能察覺乘法交換律的事實 5.能用除法算式記錄問題 6.用直式記錄除法的解題過程
九	小數的加減	1.能解決一位小數的合成與分解問題 2.能用算式記錄一位小數的合成與分解問題 3.能計算一位小數的加減問題

十一	兩步驟的四則問題	1.會用算式記錄兩步驟乘除混合問題的解題活動 2.會用算式記錄兩步驟加、減、乘、除混合問題的解題活動 3.在情境中經驗乘、除的關係 4.能驗算除法的答數
----	----------	---

研究方向確定後，研究者開始編製初步的擬題素材。本研究所使用的擬題教材是 82 年康軒版數學科第五、六冊的數學課本，研究者先就課本內容和教學指引加以詳加閱讀和分析，並請指導教授提供意見，還參閱對照 82 年課程標準和九年一貫課程目標，且參考坪田耕三（1987）與梁淑坤（1997，1999）等人的擬題教材。接著與同校的同事交換意見，並加以討論、修正，再將擬題素材和指導教授討論，完成最後的修訂。下表是教師擬題素材和教學單元的對照表：

表 3-2-3 擬題素材和教學單元對照表

素 材 \ 教 材	第五冊	第六冊
故事情境佈題 (文字類)	除法(一) 除法(二) 乘法、 三位數的加減	乘和除、 兩步驟的四則問題、 小數
算式佈題 (算式類)		小數、 兩步驟的四則問題

應用數學概念擬題 (圖表類)	分數	
模仿教師佈題擬題 (題目類)		乘和除 小數的加減
擬題解題 (解法類)		加減直式 兩步驟的四則問題
實作擬題		小數的加減
利用學生的認知衝突 擬題	除法(二) 乘法	

由上表得知，教師對於擬題素材的使用，是按照實際教學需要，交互運用，其目的在於使學童對於每一數學概念能充分了解，並能善加應用。

## 二、資料的蒐集

本研究是以行動研究的方式企圖透過實施行動策略來改善教學現狀，因此如何蒐集資料來佐證和評鑑行動策略的有效性，是個須仔細思考的問題。而任何單一的資料來源都不可完全作為對方案全面綜合的觀點，因此，透過觀察、訪談以及文件記錄可以匯集對於一個方

案的多元觀點（吳芝儀、李奉儒譯，1995）。故本研究的資料蒐集以兩個面向來進行：首先，資料的蒐集方向要針對教學目標來進行；其次，資料的蒐集要有多元評量的概念（秦麗花，2000）。所以本研究所蒐集的資料包括：教師教學手札、數學日記、教學實況錄影、隨堂記錄等四種。以下將蒐集的資料分述如下：

### （一）教師教學手札

在研究的進行中，研究者利用教學手札，記錄自己及對課程執行的省思、教學活動的進行與所遭遇到的困難、教學中的發現和學童的特殊表現，以及和同事之間對談後的反應。是重要的研究資料之一。

### （二）學生數學日記

學生數學日記是本研究中串起教師教學和學童學習的重要橋樑，亦是教師教學中佈題的重要依據。學生數學日記的施作，分為三個部分：首先學童需針對當日數學課堂所上的內容加以記錄，也算是課後複習；其次依據教師所給予的條件或情境或物件，自己擬出一新的數學題目並加以解答，這一部分，是教師教學的重要依據，學童的迷失概念常於這裡出現，教師利用迷失概念作為佈題素材，讓學童討論，使其產生認知衝突，再讓其辯證分析，藉以澄清概念；最後是學童的學習心得，教師亦可從中知曉學童的個別需要，據此作教學活動鋪陳或加強的依據。

### （三）教學實況錄影

為了解教學者教學現場的原貌，研究者於教室後方自行架設攝影機，以收錄教學實況的影像和聲音。錄影結束後，研究者進行資料轉譯的工作，重點在於教學者的擬題教學原貌和學童學習反應的呈現。

在錄影帶的逐字稿中，研究者因為時間與人力的限制，主要呈現的部分有「整堂課學生發言的情況」、「課堂中老師說話與學生發言時間的分配情形」、「教師引導、歸納與澄清的關鍵點」、「學生討論辯證過程中精彩片段」等四方面。

### （四）跟班教師隨堂記錄

課堂的隨堂記錄，研究者商請同事及實習教師，撥空進行觀察的記錄，其觀察重點在於學童上課的反應，透過全班學生座位表可以正確詳實記錄每一位學生上課的情況，由於實驗班級有一位跟班教學實習的實習老師，故每堂數學擬題教學皆有隨堂記錄。

## 第三節、教學流程

研究者所進行的課室教學活動是「雙向互動」、「學生本位」、「批判思考」的理念，所以數學課堂所進行的方式如下圖 3-3-1：

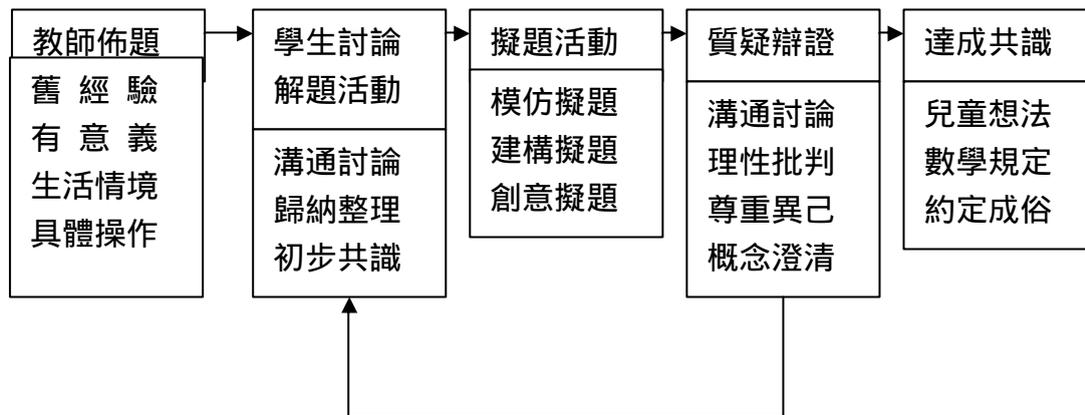


圖 3-3-1 數學課堂所進行的方式

根據圖 3-3-1 的方式，在課堂中所進行的教學方式是一種循環的模式，因為學生學習的過程是活動性，在何時會迸出一個迷思概念是不可預知，教師無法事先沙盤推演整個課堂情境，但是教學進行的方式是依照圖 3-3-1 所示，當教師佈題所引導的解題討論後，學生便進行擬題活動，而學生質疑辯證的內容會再形成另一次的討論溝通，進行另一次更深入的擬題活動，經過反覆深入的解題？討論？擬題？辯證？再討論？再擬題？再辯證，最後而達成共識。

本研究的教學流程是搭配著數學日記做擬題教學，課堂中教師佈題，小組討論辯證做解題活動，再以小組擬題、討論、辯證、解題的方式做教學活動，然後在數學日記上做個別擬題的練習與數學心情的撰寫，經過教師批閱後，再以學生擬題中值得討論的部份做教學流程的循環。而在此流程中的每一個環節皆是以圖 3-3-1 的課堂進行方式在學習，其流程圖如下圖 3-3-2：

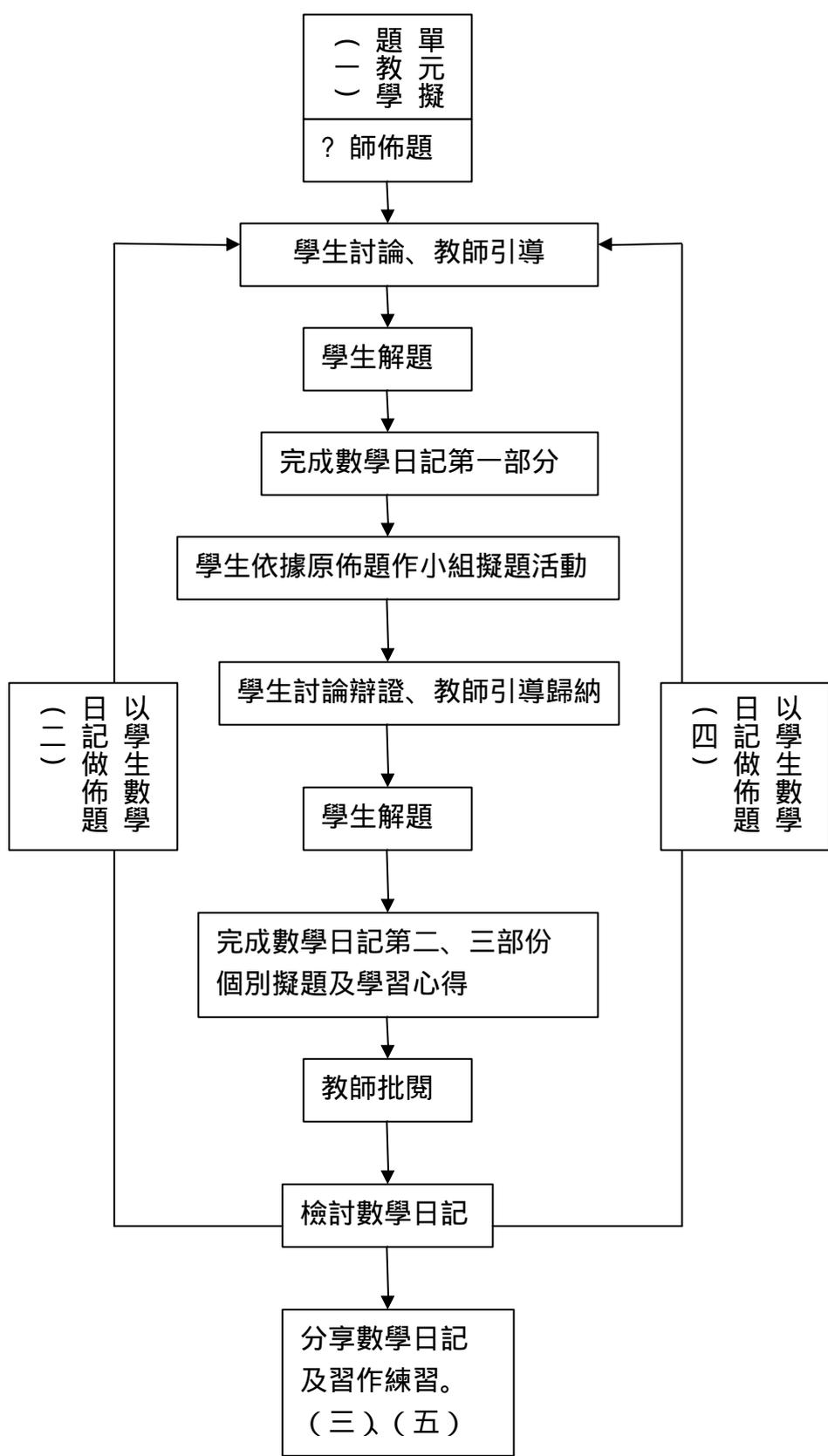


圖 3-3-2 教學流程

本研究設計的教學流程是藉由教師佈題做擬題教學的開始，以教師佈題的內容進行學生討論活動與教師引導，接著學生進行解題活動完成數學日記第一部分。再來，學生依據原佈題進行小組擬題活動，對於擬題內容進行學生討論辯證、教師引導歸納，將小組擬題的內容討論過後學生就針對擬題的題目進行解題活動，個人便可以完成數學日記第二、三部份的個別擬題及學習心得。一般學生的數學日記都是家庭作業，完成後教師批閱並進行檢討數學日記，以學生的數學日記內容進行下一個擬題教學循環，並練習數學習作，而每一個教學循環都與數學課表的彈性安排互相配合。

根據圖 3-3-2 的教學流程，為讓學生有充分的時間做討論辯證，而且對於數學習作練習能夠精熟，但又不影響數學課上課的節數，研究者將數學課表做彈性的規劃，每一單元的數學課上課順序與安排的教學活動如下表 3-3-1 所示。對於相對應的教學流程，請參閱圖 3-3-2。

表 3-3-1 研究班級數學課的排課表

順序	順序一	順序二	順序三	順序四	順序五
數學課節數	2 節	1 節	晨光時間	1 節	晨光時間
備註	進入新的單元，進行擬題教學流程。 如圖 3-3-2 的流程(一)	討論辯證數學日記，再做擬題教學。 如圖 3-3-2 的流程(二)	分享數學日記及習作練習。 如圖 3-3-2 的(三)	討論辯證數學日記，再做擬題教學。 如圖 3-3-2 的流程(四)	分享數學日記及習作練習。 如圖 3-3-2 的(五)

表 3-3-1 的排課日期並不是固定，式隨著單元的進度在編排，但是一個單元教學流程進行節數的順序是依照表中所列，本研究單元所佔的教學節數在 4~6 節，依單元內容而異；所以研究班級的功課表是彈性而非固定性。依據國民中小學九年一貫課程暫行綱要中所規定數學課的上課節數是佔一週學習領域節數的 10%-15%，三年級一週學習領域節數是 25 節，所以數學領域上課節數在 2.5-3.75 節，在本校三年級數學領域一週 4 節（3 節數學領域和 1 節彈性時間補強），因為研究班級進行數學擬題教學所需，研究者彈性加入 2 次晨光教學時間做補強，每次晨光時間佔 20 分鐘，2 次晨光時間即為一堂課的時間，仍符合國民中小學九年一貫課程暫行綱要中所規定數學領域每週上課節數。而此彈性課表的安排，其教學活動設計如下。

順序一是二節數學課連在一起上，共 80 分鐘。因為一個新單元剛開始，學生概念不清楚，透過教師佈題後，討論與錯誤概念澄清的時間會花比較多，要和學生達成約定的時間需要較長，所以將二節數學課排在一起。

順序二的一節數學課共 40 分鐘。主要是針對順序一的數學日記做討論與辨正澄清，這一節課的佈題是教師在批改完前一天的數學日記之後，就「概念錯誤」、「創意擬題」、「值得討論的解題過程」等學生書寫的內容為另一新佈題，這一節課為做有效率的擬題教學，教師

事先批閱與篩選佈題教材是很重要的。

順序三是一節的晨光時間共 20 分鐘。主要是讓學生互相觀摩順序一與順序二的數學日記，以及習作的練習。

順序四的一節數學課共 40 分鐘。主要是針對順序二的數學日記或是順序三的習作練習做討論與辨正澄清，棋佈題也是依照學生的擬題或解題過程為主。

順序五是一節的晨光時間共 20 分鐘。主要是讓學生互相觀摩順序一到順序四的數學日記，以及習作的練習。

順序二到順序五的流程可依單元內容的多寡與深淺做循環。在本研究進行時，研究者於學年會議中提出調動定期考查的單元順序，以利本研究將同概念性的單元做深入的探討，也獲得學年老師的支持，定期考查範圍並不按照課本的單元順序，由學年會議中討論自訂。

#### 第四節、 研究架構

根據本研究目的以及研究工具的運用，透過行動研究的教學流程，將本研究架構是譯如下圖 3-4-1：

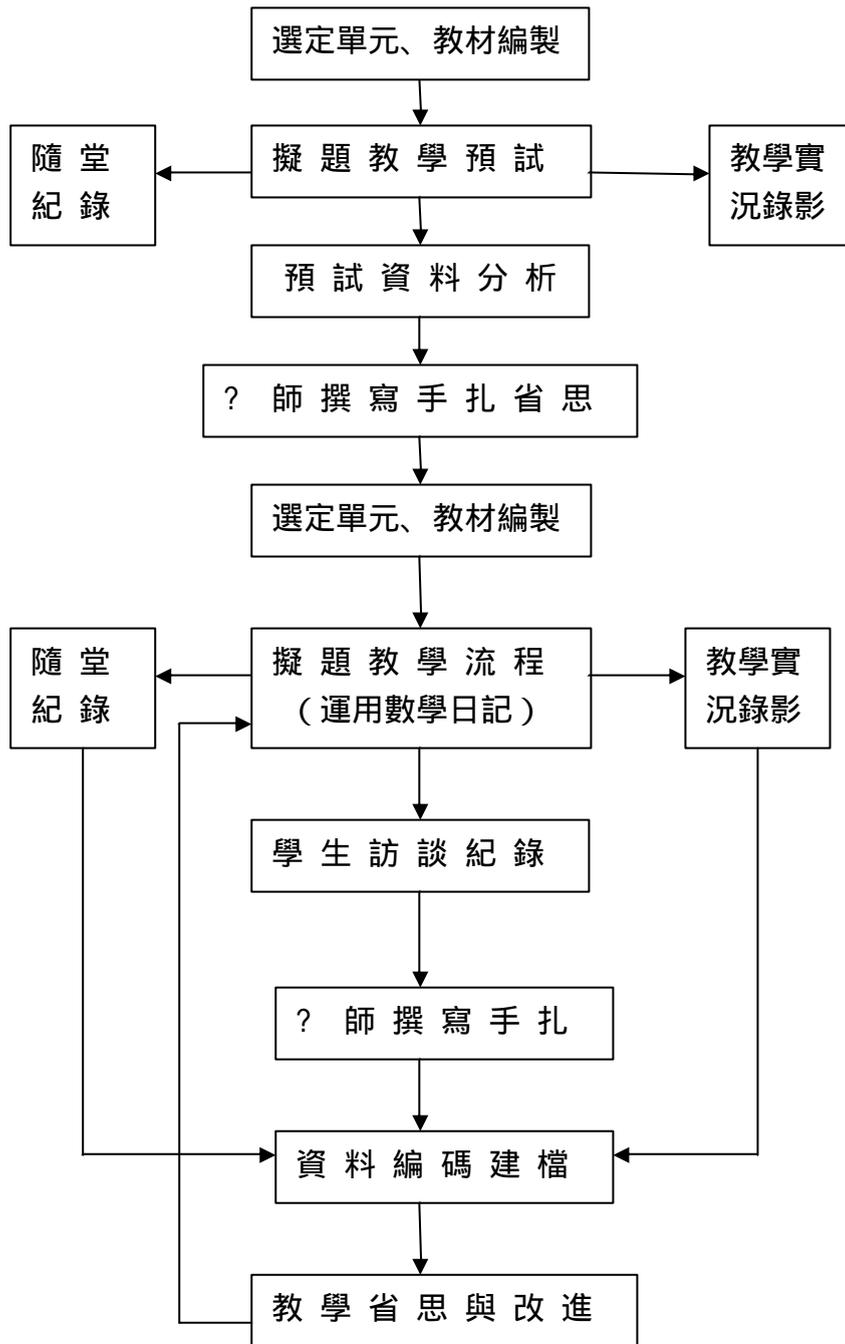


圖 3-4-1 本研究架構圖

## 第五節 前導研究資料的分析

### 壹、資料編碼

甄曉蘭（2003）指出在行動研究中資料的收集、整理與分析是持續且循環式的進行著，資料要做有效的整理比對就必須加以適當的編碼（coding），再根據編碼後的資料作暫時性的主題分類，再將各主題資料重新組合比對，建立資料間的意義和關係，做研究整體的詮釋

研究者基於多元評量的客觀原則，蒐集的資料包括教師教學手札、學生數學日記、教學實況錄影、跟班教師隨堂記錄等。並將所有資料進行編碼建檔，研究者以謹慎、敏銳的態度，嚴謹的閱讀原案中的每筆資料。下表為本研究各項原案資料的編碼方式：

表 3-5-1 各種原案資料編碼意義

編碼	意義
RT	研究者，亦指本研究教學者
S	指全班學生
S1, S2...	指 1 號、2 號學生...以此類推
RT:	研究者，亦指本研究教學者的談話
RT-	研究者，亦指本研究教學者的動作

S :	指學生的談話
S--	指學生的動作
910101 隨 001	代表 91 年 01 月 01 日跟班教師隨堂記錄第一行
札 910101	代表 91 年 01 月 01 日的教師手札
910101 錄 001	代表 91 年 01 月 01 日教學實況錄影轉譯稿第一行
記 910101	代表 91 年 01 月 01 日學生數學日記內容

以上編碼之後的資料中將相關意義單元形成類別 ( categories ), 用邏輯分析的方法推敲所有類別, 定出各種主題項目 ( themes ), 再由主題項目中尋找出類型 ( patterns )。在 categories 到 themes 最後形成 patterns 的過程中透過不同角度資料的結合, 應用多種方式及多種資料來源, 由不同的向度來增強資料間的效度, 便是使用三角測定 ( triangulation ), 如此所形成的 patterns 較客觀不偏頗, 且資料間已進行交叉檢核, 大大提升報告的可靠性。

## 貳、前導研究資料分析

為了解國小三年級的學生對擬題教學的接受度, 以及各資料的試做分析, 研究者特地選擇同學年的一個班級做前導研究, 單元選定「整除的除法」, 共上二節課; 此前導研究班級為男生 20 人, 女生 15 人, 教學者即研究者本人。前導研究資料的試作分析以三方面做說明:

- 一、「整除的除法」擬題教學融入三年級數學教室中的課程安排。
- 二、學生在擬題教學之後對「整除的除法」單元擁有「數學溝通」的能力。
- 三、教師在進行「整除的除法」擬題教學時所遇到的困難點。

以下為前導研究資料的試作分析結果。

#### 一、「整除的除法」擬題教學融入三年級數學教室中的課程安排

在這單元實施擬題教學的課程安排中，研究者從「教師佈題安排」、「學生對佈題做解題與共同討論辯證」和「學生的小組擬題」三方面做說明。由於前導實驗只進行兩節課，所以「整除的除法」單元並沒有完全進行完整個擬題教學的教學流程，只在課堂中進行共同討論與小組擬題，並沒有利用學生數學日記實施個別的學生擬題活動，也沒有進行對個別擬題做討論辯證。

##### （一）教師佈題安排：

在「整除的除法」這一個單元單元中，課本的佈題也是以情境題為主，但是都是「單一情境」，如：「有 24 罐礦泉水，4 罐裝一車，幾車可以裝完？」諸如此類的題目，所以學生在學習除法時非常容易「制式化」，所以教師在佈題時是採用「多樣情境變化的故事題」來引導。

RT：今天老師要出一個「狀況題」，每位小朋友都要仔細聽清楚，聽完之後再動動腦挑戰看看。

在一間「零食夢工廠」中，有許多好吃好喝的零食和汽水：可樂果 36 包，蘋果西打 54 罐，金莎巧克力 5 粒裝 30 條，嗨啾軟糖 42 條，牛奶泡芙 18 盒，Kitty 一行人共有 6 人來到「零食夢工廠」玩樂，裡面的零食任他們取用，唯一的條件是：若決定哪一樣零食大家就要公平的享用，不可以爭吵。

小朋友你們可以為 Kitty 一行人列出你心目中覺得最好的「零食菜單」嗎？

例如：Kitty 一行 6 人都想平分 36 包可樂果，他們每一個人可以分到幾包可樂果呢？

可以小組互相討論這個例題如何解呢？討論完後再動筆寫喔！

教師利用故事情境佈題，故事中也有許多條件可以給予學生做擬題資料，試著誘導學生能夠擬出「等分除」與「包含除」的題目，教師期望可以讓學生建構出「等分除」與「包含除」的概念並加以融會貫通，甚至學生可自行延伸出「有餘數的除法」，而不是如教科書中所學的「除法」那樣片段且制式。

（二）學生對原佈題做解題與共同討論辯證：

在前導實驗中，研究者僅進行 2 節課，所以研究者歸納學生對原

佈題的解法後，整理出二種學生解法，並且針對這兩種解法做共同討論辯證。

教師原佈題題目：Kitty 一行 6 人都想平分 36 包可樂果，他們每一個人可以分到幾包可樂果呢？

歸納學生的解法與討論辯證的內容，共有以下兩種

1.第一種解法：

$$36 - 6 = 30, 30 - 6 = 24, 24 - 6 = 18,$$

$$18 - 6 = 12, 12 - 6 = 6, 6 - 6 = 0; \text{所以每人有六包。}$$

學生討論辯證：

因為一人一次拿走一包可樂果，第一次就分掉了 6 包，剩下 24 包，第二次又拿走 6 包，剩下 18 包，……總共拿走 6 次，就全部拿光光，所以一人一共拿了 6 次，所以一人共拿了 6 包。

2.第二種解法：

$$36 \div 6 = 6; \text{所以是 6 包}$$

學生討論辯證：

全部有 36 包可樂果，平分給 6 個人，就用除法代表分東西，得到答案是 6，所以一個人的到 6 包可樂果。

(三) 學生小組擬題：

經過學生的討論與教師的引導之後，教師進行學生的小組擬題活

動。學生共分成 7 組，擬題結果教師依照「數學性」做分類，將同類型的題目以一題做代表用以全班討論解題加以引導。

*RT：小朋友，在這座「零食夢工廠」中，你們還可以進行哪些「分享零食」的遊戲呢？動動你們的小腦袋，小組盡量討論，擬出比老師的題目更有趣的除法題目喔！擬完題目之後要解答你們自己的題目。*

第一類：模仿老師的題目有六組

學生小組擬題代表性題目：

Kitty 一行 6 人都想平分 42 條嗨啾軟糖，他們每一個人可以分到幾條嗨啾軟糖呢？

第二類：不成數學性非結構性的題目有一組。

學生小組擬題代表性題目：

在「零食夢工廠」中大家好高興，都一直搶著零食，有人要吃可樂果，有人要吃金莎巧克力，有人要吃牛奶泡芙，有人要喝蘋果西打，大家都吃的好高興，要怎麼分呢？

由於前導實驗的教學時間有限，故未進行到個別擬題的部分，而小組擬題後的學生共同解題與討論辯證部份，在下面第二部份說明。

## 二、擬題教學後對「整除的除法」單元所擁有「數學溝通」能力

前導實驗中，探討學生對「整除的除法」單元是否擁有「解釋數

學」、「質疑數學」、「思考數學」的能力，就利用小組擬題的題目進行全班共同性的討論辯證活動；小組擬題題目共分成「模仿老師的題目」和「不成數學性非結構性的題目」兩大類，以下分別做說明。

(一) 模仿老師的題目：

此部分為結構性擬題，在題目的變化性上並不大，所以在進行全班共同性的討論辯證活動是以「解釋數學解法」、「質疑數學解法」、「思考數學解法」為主，而前導實驗的班級在這兩節課之前對數學學習僅有將課本習題與參考卷的題目算出正確答案，沒有其他的數學學習活動，鮮少有說數學的機會，經過教師佈題的解題過程，讓他們嘗試解釋數學，把數學想法用言語說出來之後，到小組擬題部分時學生對題目就有許多不同的解法，而不是單單只有用除法來呈現，研究者引導歸納下期許學生能夠透過討論發言將「數學說出來」，以下是學生的發言整理如下。

學生小組擬題的原題：Kitty 一行 6 人都想平分 42 條嗨啾軟糖，他們每一個人可以分到幾條嗨啾軟糖

解法一： $42 - 6 = 36$     $36 - 6 = 30$     $30 - 6 = 24$     $24 - 6 = 18$

$18 - 6 = 12$     $12 - 6 = 6$     $6 - 6 = 0$    答：7 條

學生發表：因為一人一次拿走一條，第一次就分掉了 6 條，剩下 36 條，第二次又拿走 6 條，剩下 30 條，……總共拿走 7 次，就全部拿

光光，所以一人一共拿了 7 次，所以一人共拿了 7 條。

解法二： $6 + 6 = 12$   $12 + 6 = 18$   $18 + 6 = 24$

$24 + 6 = 30$   $30 + 6 = 36$   $36 + 6 = 42$  答：7 條

學生發表：因為一人一次拿走一條，第一次就分掉了 6 條，每人再拿第二次，就又分掉 6 條，共分掉 12 條，每人再拿第三次，就又分掉 6 條，共分掉 18 條，……，每人一共拿了 7 次，就將 42 條全部分光光，所以一人共拿了 7 條。

解法三： $6 \times 5 = 30$   $42 - 30 = 12$   $12 - 6 = 6$   $6 - 6 = 0$

$5 + 2 = 7$  答：7 條

學生發表：因為一人一次拿走 5 條，用  $6 \times 5 = 30$  來算，一共拿走了 30 條，原本有 42 條拿走後剩下 12 條，每個人一次拿一條，每個人又可以拿走 2 條，就把 12 條拿光光，所以一人共拿了 7 條。

解法四： $42 \div 6 = 7$  答：7 條

學生發表：全部有 42 條嗨啾軟糖，平分給 6 個人，就用除法，得到答案就是 7 條。

(二) 不成數學性非結構性的題目：

在小組擬題時出現一組擬題是屬於「非結構性擬題」，研究者希

望能夠透過學生討論辯證的過程適度引導，讓學生可以將「非結構性擬題」改變或增減條件成為「結構性擬題」，再做「結構性擬題」的解題活動，這部份是傳統教科書中較難進行的教學活動，學生自行建構後所修正的擬題往往會具有延伸性，將學生的討論過程整理如下。

學生小組擬題的原題：在「零食夢工廠」中大家好高興，都一直搶著零食，有人要吃可樂果，有人要吃金莎巧克力，有人要吃牛奶泡芙，有人要喝蘋果西打，大家都吃的好高興，要怎麼分呢？

共同討論辯證過程：

*RT：這些人要吃的東西都不一樣，要怎麼分呢？*

S—七嘴八舌，不知如何是好。

*RT：我們大方一點，把他們想吃的東西每人都可以分到，你們覺得怎樣？*

S：好！

*RT：那題目該怎麼改呢？*

S15：老師，我知道！

「6個人每人都可以吃到金莎巧克力、牛奶泡芙、和蘋果西打，要怎麼分呢？」

*RT：要拿多少來分呢？*

S15：全部分完！而且大家要一樣多！

*RT：很好！那誰會將題目重新改正呢？*

S15：我會！

Kitty 一行 6 人在「零食夢工廠」中大家好高興，都一直搶著零食，有人要吃金莎巧克力，有人要吃牛奶泡芙，有人要喝蘋果西打，將金莎巧克力、牛奶泡芙、和蘋果西打全部分完，而且大家要一樣多，每人可以拿到多少條金莎巧克力？多少盒牛奶泡芙？和多少罐蘋果西打？

*RT：好棒！那誰會解這一個題目呢？*

*RT：除了 15 號同學之外還有誰要試試看呢？*

S20：我會！ $54 \div 6 = 9$     $30 \div 6 = 5$     $18 \div 6 = 3$

答：金莎巧克力 5 條、牛奶泡芙 3 盒、蘋果西打 9 罐。

因為前導實驗實施擬題教學的時間不長，所以學生的共同討論幾乎都會集中在某些程度較好的學生身上，而且學生幾乎都以老師的題目為模仿對象，侷限在等分除的情境中，即使在修改「非結構性擬題」成為「結構性題目」時仍以等分除的情境做修改。研究者期待學生能自行建構延伸到包含除概念的目標似乎仍沒有達成，但是在解題的過程中鮮少出現錯誤，也有不同的解題方式出現，對解法的意義敘述詳盡，也是學生數學能力一大改變。

### 三、教師在進行「整除的除法」擬題教學時所遇到的困難點

經過二節前導實驗的教學進行，研究者感到：「整除的除法」擬題教學對一位教學者是一大挑戰，比單純按照課本內容授課來的困難許多，而教師在進行「整除的除法」單元擬題教學時所遇到的困難點從「教師破除學生『機械式學數學』的舊習」、「教師在教材準備」與「教師在掌控課室的教學氣氛」三方面做說明，詳細整理羅列如下：

#### (一) 教師面臨破除學生「機械式學數學」的舊習方面之困難點：

研究者觀察教學上的一個困難點，就是學生的機械式學習，在 91 年 10 月 6 日的教師手札中，研究者提到課堂中學生原本對「整除的除法」學習是制式化的機械操作動作：

*札 911006：從學生對除法過程中「連減紀錄法」的解釋就可以明白學生是「機械性的連減」而不懂其中涵義。只是恰巧將「減數」與「減的次數」設計數字相同，學生就開始「張冠李戴」的「湊數學」，機械性的反射動作式的解數學，就算答案對，分數高又算什麼呢？然而更有些考題是限定使用「連減紀錄法」來算，這樣「依樣畫葫蘆」的學習有助數學概念的建構嗎？完全違背了「記錄格式只是用數學語言來溝通題目」的精髓呢！教師為了破除學生「機械式學數學」的舊習，必須要製造矛盾處讓學生發生解題的錯誤，這種教學設計對我而言是*

## 一大挑戰。

就以上記錄所述的學生「機械式學數學」習慣是許多其他單元都會有的學習現象；例如：在除法單元學生就容易看到所有的題目就用除法解題，若遇到乘除互逆的題型，學生也會「不加思索」的用除法解題，甚至對於連加或是連減的解題過程，學生也會是機械式操弄，對於「被除數」、「除數」、「商數」及「餘數」的概念是否清楚，教師就必須製造方法來診斷，如：運用認知或解題的衝突點來突顯學生此舊習並加以破除，這便是第一線教師從事數學教學一直以來最大的困難與挑戰。

### （二）教師在教材準備方面的困難點：

1. 教師佈題要具延展性和討論性，就要對教材地位與內容熟悉，將教材掌控得宜，才不會將一堂擬題教學的數學課上得荒腔走板。  
如果第一線教師往往只備課該單元的內容，對課程內容的先後承接不是很清楚，教師要佈出具延展性和討論性的題目會是一大挑戰。
2. 教師在面對學生討論發言內容脫離數學正軌時，要能夠掌控上課時間，在有限的時間內做有效的教學，且適時的引導、歸納與分析；對教師而言，在「一對多」的情況下，面對學生「未知的突發狀況」並能做出立即適切的處理，是要非常了解學生之下才能

掌控，這真的是困難重重。

3. 教師在進型擬題教學的同時，也要兼顧練習題和回家作業的安排與訂正，單元教學總時間會有不夠用的情形發生，如何在總時數內進行擬題教學，又能讓學生精熟學習，是考驗教師有效運用教學時間的挑戰。

(三) 教師在掌控課室的教學氣氛方面所遇到的困難點：

1. 教師要指導全班學生尊重傾聽、欣賞異己、質疑辯證的態度，才能做有效的討論；如何善用默契用語，如：「×××你好棒」、「×××謝謝你」來規範學生，考驗著教師的領導能力，運用的恰當便能在討論時做有效的「團體規範」，若運用不恰當反而會成為「累贅行為」，引起學生的反感；其間分寸的拿捏就是教師一大困難點。
2. 教師在帶領全班討論時，往往會遇到只有數位同學「一直」舉手發言，大部分的學生都會是「旁觀的教室客人」；如何在擬題教學中活絡學生的心，緊緊牽住學生的注意力，讓每位學生都踴躍發言，不會將擬題教學的數學課上得「七零八落」，考驗著授課老師的教學魅力；教師要「眼觀四面，耳聽八方」才不會在擬題教學的過程中遺漏了課室中的任何一個學生，這是教師進行擬題教學的挑戰之一。

## 第四章 結果與發現

本研究擬題教學實行後，本章主要目的探討的內容分為四個主題：探討擬題教學實施在三年級「數與計算」課程單元的適切性，擬題教學融入三年級數學教室中的課程安排，學生在擬題教學之後對「數學溝通」能力的改變，以及教師在進行擬題教學時所遇到的挑戰

### 第一節 擬題教學實施的適切性

本研究的實施時間與學校進度的配合上有出入，「整除的除法」單元在前導實驗中進行擬題教學，在實驗班級中「數值」部分的兩個單元與「整除的除法」部分並沒有帶入擬題教學，其他九個「數與計算」的單元皆有帶入擬題教學。研究者在三年級「數與計算」課程單元是否適切實施擬題教學探討中，就「實驗班級與一般班級單元平時成績的比較」，「單元平時成績表現不顯著差異的單元課程探討」與「單元平時成績表現顯著差異的單元課程探討」三方面做探討。

#### 壹、實驗班級與一般班級單元平時成績的比較

由於學校的定期考查不只有「數與計算」單元，所以定期考查成績很難做為「數與計算」單一單元的比較，而學年單元平時測驗卷是由學年老師輪流出題，學年每一單元都有統一題目的測驗，故研究者

利用同學年的另一個班級當對照班，比較實驗班與對照班的「該單元平時測驗全班平均成績」。另外研究者商請對照組的老師將該班的數學習作由研究者批改，讓實驗班的數學習作和對照班的數學習作給分的標準一致，比較實驗班與對照班的「該單元數學習作全班平均成績」，以及利用 t 考驗比較實驗班與對照班該單元的成績是否有達到顯著差異，將這九個單元以上所述的兩個成績統計成表 4-1-1。

表 4-1-1 三年級「數與計算」課程單元平時成績比較表

單元名稱	平時測驗全班平均成績			數學習作全班平均成績		
	對照班	實驗班	t 考驗	對照班	實驗班	t 考驗
乘法	78.64	81.22	t=.366*	80.24	85.47	t=.807*
三位數的加減	80.23	79.49	t=.116 p=.751	82.24	82.65	t=4.465 p=.102
除法(二)	79.92	83.21	t=.013*	80.37	84.79	t=.061*
分數	82.08	82.36	t=.105 p=.545	84.62	84.66	t=.024 p=.685
加減直式	81.44	82.13	t=.969 p=.381	81.27	81.62	t=.047 p=.639
乘和除	81.53	86.25	t=2.044*	81.06	84.97	t=2.207*
小數	82.23	82.34	t=.007 p=.089	82.04	82.64	t=1.001 p=.181
小數的加減	83.62	85.47	t=.153*	81.97	85.76	t=.255*
兩步驟的四則運算	79.97	83.66	t=.907*	79.34	84.82	t=1.182*

\*表示  $p < .05$  達顯著水準

由表 4-1-1 所示，實驗班實施擬題教學後，「乘法」、「除法(二)」、「乘和除」、「兩步驟的四則問題」與「小數的加減」五個單元方面來

說，實驗班的平時測驗與數學習作全班平均成績有明顯高於對照班級，t 考驗有達到顯著差異。至於「三位數的加減」、「分數」、「加減直式」和「小數」這四個單元實驗班的平時測驗全班平均成績並沒有優於對照班 t 考驗結果並未達成顯著差異，實驗班的數學習作全班平均成績也沒有優於對照班，t 考驗未達成顯著差異。造成以上這種情況，這九個單元的課程內容與性質需要探討。以下分「有顯著差異單元」與「沒有顯著差異的單元」來探討及報告。

## 貳、有顯著差異的單元課程探討

由表 4-1-1 所示，實驗班級在「乘法」、「除法（二）」（即是「有餘數的除法」）、「乘和除」、「兩步驟的四則問題」與「小數的加減」五個單元的平時測驗成績和習作成績有明顯高於對照班級，而學生數學日記中的擬題具延伸性和認知衝突點，隨堂紀錄顯示師生的數學對話與討論欲罷不能，課堂氣氛活躍，顯示這五個單元適用擬題教學的方式。研究者依單元內容的特性認為適用於擬題教學的課程內容應具下列幾點特性，包括延伸性、多變性，和應用性。

### 一、延伸性：

如「乘法」、「除法（二）」和「乘和除」其實是同一數概念的延伸，課本內容拆成數個單元教學，反而容易使學生死板學習，用擬題

教學的方式貫穿，學生利用討論辯證的過程可以自行建構出延伸概念的題目，會讓擬題教學一直循環，不會出現超出範圍的現象。

## 二、多變性：

研究者發現單元內容具多變性則適合用擬題教學，例如「兩步驟的四則問題」的單元，其題目變化的程度很大，透過老師適當的佈題與學生創意思考擬題，在經過擬題後的解題活動，學生討論辯證，教師引導歸納，學習效果會比單純的依照課本順序教學來的更好，在做練習題時，學生對應用文字題也不會害怕，讀題解題的能力增加許多。在這五個單元內容都具備多樣性的特質，也適用於擬題教學實施。

## 三、應用性：

如「兩步驟的四則問題」與「小數的加減」這兩個單元內容都是前面單元的應用，將之前學過的相關先備概念融合應用，學生能夠擬題的素材就非常的多，且在融合應用的同時，學生已養成創意的企圖心，就會試著要擬「和別人不一樣」的題目，擬出這樣的題目之後又要解題，在這一連串的過程中就會呈現學生一些迷思概念，教師可利用學生的迷思概念製造認知衝突的矛盾，再經過認知衝突的討論辯證，破除迷思概念的學習成效是容易彰顯，也是擬題教學的最大功用。

## ？、不顯著差異的單元課程探討

實驗班在「三位數的加減」、「分數」、「加減直式」和「小數」這四個單元的成績並沒有特別優於對照班，研究者進一步審視實驗班的學生數學日記，發現這四個單元學生的擬題並沒有特別的創意擬題，所以研究者認為這四個單元在實施擬題教學之後效果不顯著，再從此四單元的課程內容來看，研究者認為原因如下：

### 一、延伸性不足：

以「分數」與「小數」這兩個單元來說，學習重點是在認識這兩種新的數，明白分數與小數的位值和數學專業用語，老師在佈題時很難有引導性的題材，用圖表方式讓學生擬題，題目都很制式沒有延伸性。這兩單元有許多需要「宣告」的數學術語，如「分母」、「分子」、「小數點」、「等分」等等...，要用學生討論自行建構學得似乎是不太可能，也需要老師直接教導，教學者是用具體物操作的情境教學來將這兩個新的數概念帶入，讓他們利用學得的概念做擬題活動，自然就延伸到「小數的加減」那一個單元，所以在「小數的加減」那一個單元的整個教學活動就很深入。

### 二、多變性不夠：

學習內容多變是給於學生擬題最好的素材，但是「三位數的加減」和「加減直式」這兩個單元內容著重在認識位值與加減練習，熟練計

算技巧，「分數」與「小數」這兩個單元內容著重在認識新的數概念；這四個單元內容變化性不大，較難引發學生的創造力，比較不適合實施擬題教學。

### 三、應用性不大：

以「三位數的加減」和「加減直式」這兩個單元內容而言，學習重點著重在解題過程的紀錄，學生利用古氏積木做進退位的練習，具體物操作的教學情境主要是讓學生明白位值概念以及熟悉數學直式的摘要記錄模式，學生對文字方式的擬題反而不知如何下筆，教師利用故事情境及擬題解題的方式做佈題，學生大多只是模仿方式擬題，學習的重點都集中在計算過程，以至於擬題教學的效果不是很彰顯。

因此研究者認為：「著重計算紀錄過程」的課程，與「新數學概念介紹導入」的課程，都不太適合運用擬題教學的模式。數學的基本定義是需要老師講解說明的，若要學生溝通辯證中自行建構，往往會流於「為討論在討論」「為擬題在擬題」的形式，浪費上課時間在做「無建設性的討論」。但是在老師講解之下的學習，即使不是用擬題教學的模式，養成溝通討論的課室氛圍仍是學習的主力，並不抹煞學生主動學習的心。

經過這些單元實施擬題教學的探討，由於研究者進行的教學順序與全學年教學順序互相配合，是將擬題教學模式帶入一般教學現場的

進度，所以發現在一般學校數學教學裡不是任何的內容課程都適用於擬題教學，由本研究中平時測驗對照班級和實驗班級全班平均成績，以及數學習作對照班級和實驗班級全班平均成績，就三年級「數與計算」的課程單元而言，「乘法」、「除法(二)」（即是「有餘數的除法）」、「乘和除」、「兩步驟的四則問題」與「小數的加減」五個單元進行擬題教學效果蠻顯著，而「三位數的加減」、「分數」、「加減直式」和「小數」這四個單元不太適合擬題教學模式。研究者針對學生數學日記中擬題的情形與單元內容分析，針對「延伸性」、「多變性」與「應用性」三種特性探討，教學者進行擬題教學要如何應用的恰當就必須事先了解課程內容這三方面的特性，適切的運用才能達到「事半功倍」的教學成效。

## 第二節 擬題教學融入三年級數學教室中的課程安排

除了以上討論的適切性，研究者針對自己的課程安排，在探討擬題教學融入三年級數學教室中的課程安排，因為擬題教學的課程引導是教師佈題部份，研究者將「數與計算」中本研究進行擬題教學的九個單元，分成「整數部分」和「非整數部分」兩大方向，依照教學單元的順序呈現，針對教師佈題引導的方式分別做說明。「整數部分」包括：「三位數的加減」、「乘法」、「有餘數除法」、「加減直式」、「乘

和除」，「兩步驟的四則運算」六個單元；「非整數部分」包括：「分數」、「小數」、「小數的加減」三個單元。

### 壹、「整數部分」的教師佈題引導

因為本研究是以康軒 82 年版的數學課本為主要依據，而依照課本的安排「整數部分」的實驗單元有六個單元，按照前後順序分別是：「三位數的加減」、「乘法」、「有餘數除法」、「加減直式」、「乘和除」、「兩步驟的四則運算」等六個單元。而擬題教學的延伸性及數學概念的融合，是本研究實驗班級的學生在實驗實施過程中所慢慢具備，因此也大大影響教師佈題的方式。

一、「三位數的加減」的課程安排：

（一）課本佈題：

單一情境的數學問題：

1. 量量自己的身高是幾公分？手臂張開是幾公分？哪一個比較長？
2. 文具店中紅書包 245 元，藍書包 368 元，各買一個共多少錢？
3. 文具店中紅書包 245 元，藍書包 368 元，哪一個比較貴？貴多少錢？

（二）教師佈題內容（利用故事情境佈題）及用意：

1. 教師佈題：

小香去百貨公司買一組 179 元的文具，一個 214 元的戰鬥陀螺，和一個 378 元的遊戲機，小香一共花了多少錢？如果小香有 2000 元，小香剩多少錢？你能幫她將剩下的錢安排一個購買單嗎？

2.教師佈題用意：

利用前述條件讓學生練習三位數的加減法，後面的問題是引導學生做擬題，期待學生可以將乘法與應用在接下來的擬題上，也在無形中學習到兩步驟的四則運算。

（三）課本安排和教師佈題的差異：

在課本中「三位數的加減」之前「數與計算」部分學生只學過「2000 以內的數」和「整除的除法」，所以課本內容是緊扣著「三位數的加減」的運算過程在實施，在此佈題中希望能將乘除帶入的用意學生幾乎很難達到，因為數值會過大；所以這一個佈題後學生的擬題也是幾乎用「買一組的情況」資料擬題，與課本「單一情境的數學問題」差異不大。

二、「乘法」的課程安排：

（一）課本佈題：

- 1.運動衫每件 120 元，買 3 件要多少錢？
- 2.算算看，3 個 151 元，一共是多少錢？
- 3.一排有 6 人，一共排成 5 排，一共有多少人？

4.每包口香糖有 7 片，要買幾包才有 49 片口香糖？

(二) 教師佈題內容 ( 利用故事情境佈題 ) 及用意：

1.教師佈題：

*Kitty 在森林中遇見一座糖果屋，Kitty 在糖果屋內買了 1 盒金莎巧克力，每個 120 元；買了酷兒果汁 3 箱，每箱 300 元；買了 4 包蠶豆酥，一包 25 元；乖乖一包 10 元，Kitty 買了 0 包；糖果屋中還有許多其他的零食，小朋友你可不可以設計一個你自己的糖果屋賣場？順便幫 Kitty 花的錢算出來，也帶你的好朋友來買呀！*

2.教師佈題用意：

利用故事情境佈題提高學生的學習興趣，而題目中的數字設計要學生在這佈題解題過程中體驗「0」和「1」的乘法，進而讓學生得以延伸性擬題，並在解題過程中認識被乘數與乘數以及乘法的直式紀錄方法，透過設計的買單，教師適時引導乘法的交換率與乘法的算是填充概念。研究者利用開放式的擬題方式希望學生能多加運用先備數學概念做擬題，順便也可以複習相關的舊單元。

(三) 課本安排和教師佈題的差異：

課本中是局限在三位數乘以一位數的乘法，但是這個單元之前已教過「整除的除法」和「三位數的加減」，所以研究者的佈題中是希望引導融合這兩單元的數學知識所設計數字大小和關係。並且在設計買單

的「創造性」部分，教師能夠隨著班上擬題的情況適時的加入其他乘法概念，是非常好運用的佈題設計。

三、「有餘數的除法」---即「除法（二）」的課程安排：

（一）課本佈題：

1.把 25 個布丁每 3 個裝一盒，可以裝滿幾盒？剩下幾個？（將做法用算式記錄下來）

2.有 32 個蘋果，每 4 個裝一袋，可以分成幾袋？剩下多少？你會用直式記錄下來嗎？

3.算一算，再用直式記記看

$$45 \div 5$$

$$24 \div 4$$

$$53 \div 8$$

（二）教師佈題內容（利用故事情境佈題）及用意：

1.教師佈題：

*Kitty 在糖果屋中買到 29 顆巧克力，要分給 8 位好朋友，每顆巧克力 7 元，Kitty 花了多少錢？每位好朋友得到幾顆巧克力？你能不能說出你算的答案是對的？*

*如果你是 Kitty 的好朋友，你會買什麼東西回報呢？*

2.教師佈題用意：

將有餘數的除法與乘除合併，佈題的解題過程式分層引導，讓學生將乘除並用，也體驗乘除互逆的性質，而且佈題中也加入多於條件，避

免學生「機械式的解決除法問題」。最後並用情境的延伸誘導學生做創意性擬題，由創意擬題中再解題，由解題中再擬題...，教學活動便可循環下去。

(三) 課本安排和教師佈題的差異：

課本中這個單元沒提到驗算部份，但是乘法已學過卻無帶入「乘除互逆」，將有餘數的除法驗算排到「兩步驟的四則運算」，這樣對有餘數除法的直式記錄格式中真正涵義了解程度有差距，所以「乘除互逆」配合上加減就是教師佈題的重點。

四、「加減直式」的課程安排：

(一) 課本佈題：

1. 小明在文具店買筆記本用了 38 元，買原子筆用了 25 元，小明共花了多少錢？
2. 哥哥身高是 163 公分，弟弟身高是 147 公分，兩個人相差幾公分？
3. 爸爸帶錢去買錄音機，用了 3280 元，還剩 5620 元。請問爸爸帶了多少錢？

(二) 教師佈題內容（擬題解題式的佈題）及用意：

1. 教師佈題：

*Kitty 去工作，第一天賺 230 元，第二天賺 350 元，第三天被扣 198 元，第四天賺 450 元，請問 Kitty 共賺多少錢？*

若 Kitty 想賺超過 2000 元，他至少要再賺多少錢？

2.教師佈題用意：

教師佈一個結構性的題目讓學生解題，試圖從學生的解題過程中去了解學生對三位數加減直式的計算過程是否真正了解，進退位的位值概念是否有迷思概念。

(三) 課本安排和教師佈題的差異：

這個單元的內容蠻制式化，在「三位數的加減」時就有絕大部分的學生已用直式呈現，而此單元是在「10000 以內的數」之後，所以在整個教學流程中也是以「數目字加大」、「熟練進退位的直式記錄格式」，與課本的編排差異不大。

五、「乘和除」的課程安排：

(一) 課本佈題：

- 1.弟弟有 125 元，哥哥的錢是弟弟的 6 倍，哥哥有多少錢？
- 2.有 3 件上衣和 5 條裙子，一共有多少種搭配方法？
- 3.超市有 28 個布丁，每 3 個裝成一盒，可以裝成多少盒？剩下幾個？
- 4.菊花有 82 棵，每 8 棵種一盆，可以種成幾盆？剩幾棵？

(二) 教師佈題內容（利用故事情境佈題）及用意：

1.教師佈題：

Kitty 開了一家大型寵物店，店中有 13 隻小白兔，Kitty 想再買進小白

兔，買進的數量是原本小白兔數量的 6 倍；有 125 隻小鳥和 8 個大鳥籠，小鳥要怎麼放置呢？今天有 10 個客人想要買小狗和狗飼料，但是 Kitty 的店仍然亂糟糟，小朋友你能不能幫 Kitty 把寵物店安排好呢？

2.教師佈題用意：

希望學生在「寵物店」的情境中將乘除概念融合運用，所以在佈題的時候給予一些「解題條件的提示」，但也安排「只有情境物而無任何數學條件的問題」，要將這樣的情境擬出完整的題目，是訓練學連結統整數學概念的挑戰。

（三）課本安排和教師佈題的差異：

「乘和除」的單元在三年級整數的數與計算部份已進入倒數第二個單元，為了增加學生的讀題解題和文字與數學概念的結合，提升「兩步驟的四則運算」应用能力，言教者捨棄課本「單一情境佈題」的方式，用更開放多變化的情境誘發學生的數學思考。

六、「兩步驟的四則運算」的課程安排：

（一）課本佈題：

- 1.兩步驟連乘：一排有 3 個乳酪，有 4 排疊 2 層，共有多少個乳酪？
2. 兩步驟連除：布丁一盒 3 個，超市賣出 4 盒共得 84 元。算算看，布丁一個多少元？
- 3.乘除混合：小明過生日買了每包 15 個果凍 3 包，請 5 個小朋友吃，

一個人可以分到幾個果凍？

4. 乘加、乘減：一袋有 8 個柳丁，媽媽買了 7 袋，晚餐後全家吃了 15 個，還剩下幾個？

5. 除法驗算：用 45 元買 10 元一包的紅豆餅，可以買 4 包剩 5 元，想想看要怎樣才知道對不對？

(二) 教師佈題內容 (利用故事情境和解法佈題) 及用意：

1. 教師佈題：

小朋友若你是 SOGO 百貨的老闆，請你擬出一份「賣場計劃表」，這份計劃表內容需要能夠用「乘除並用」、「加乘並用」、「減除並用」或「加減乘除合用」計算出來。

2. 教師佈題用意：

沒有具體物的提示，只用解法的限制讓學生擬題，實驗班級已經經歷一大段擬題教學實施的歷程，仍是一大挑戰，但是研究者希望透過同儕討論辯證模仿的過程讓學生學習這個單元，比較能激出學生的潛能，當然在這樣「空白課程」的設計中，教師的歸納與引導是很重要的，課本內容要適時帶入，若面對學生自行建構延伸部分也要適當引導處置，才不會偏離本單元的教學目標。

(三) 課本安排和教師佈題的差異：

課本這個單元將「兩步驟的四則運算」運算方法分類的很清楚，這樣

的完整切割在搭配教師開放的佈題，可以給學生具體又深入的運用，並讓學生創意無限的發揮先備數學概念來擬題與解題。

## 貳、「非整數部分」的教師佈題引導

本研究是以康軒 82 年版的數學課本為主要依據，而依照課本的安排「非整數部分」的實驗單元有三個單元，按照前後順序分別是：「分數」、「小數」、「小數的加減」等三個單元。以下就這三個單元的教師佈題方面做說明。

### 一、「分數」的課程安排：

#### (一) 課本佈題：

1. 一個蛋糕平分成 5 塊，分出來的一塊是多少個蛋糕？兩塊呢？三塊呢？
2. 有 10 個柳丁裝成一盤，其中的 4 個是這一盤柳丁的多少？

#### (二) 教師佈題內容（利用數學概念的圖形佈題）及用意：

##### 1. 教師佈題：

*媽媽要將一個?形蛋糕分給兄弟姐妹 4 個人，媽媽可以怎麼分?小朋友你來幫媽媽公平的平分這塊蛋糕吧!*

##### 2. 教師佈題用意：

藉正方形的切割帶入「等分」的觀念，也將分數的定義由具體動作引

入；在三年級的學生第一次學習分數時，等分的動作必須等分圖形比較具體明白，不要一下子就用等分線段來引導，對三年級學生而言比較抽象。

（三）課本安排和教師佈題的差異：

課本只是平分圓形披薩，學生很難具體做評分的概念，教師從方形做平分概念的佈題，讓學生較容易實做，但是本單元只有做分數的介紹，了解分數過程所佈的題目和課本所編排相差不多，擬題教學也較無顯著差異。

二、「小數」的課程安排：

（一）課本佈題：

一條橘色積木和 10 個白色積木一樣長，一個白色積木和多少條橘色積木一樣長？又可以怎樣表示？

2 個白色積木呢？3 個白色積木呢？4 個白色積木呢？……

（二）教師佈題內容（利用故事情境佈題）及用意：

1. 教師佈題：

老師買一塊披薩切成 10 片，分給家中四個人，每個人可以分到幾片？剩幾片？這些答案可以用另外一種表示方法---每個人分到的披薩有可以說是幾塊？剩下幾塊？

2. 教師佈題用意：

利用十等分的觀念帶入小數，定義小數的位值；在小數與分數之間的關係明白後，佈題的情境才可由「連續量」的情境帶入「離散量」的情境。

(三) 課本安排和教師佈題的差異：

本單元從「十等分」的分數帶入小數概念，再進行小數的位值概念與化聚，對於一個新的數值介紹，教師佈題和課本編排差不多，所以擬題教學沒有顯著差異。

三、「小數的加減」的課程安排：

(一) 課本佈題：

不進退位的加減：

1. 豪豪喝了 0.4 杯果汁，又喝了 0.3 杯果汁，他一共喝了多少杯果汁？
2. 安安喝了 0.7 杯水，平平喝了 0.3 杯水，安安比平平多喝了多少杯水？

進退位的加減：

3. 一條巧克力有 10 小塊，小立有 0.8 條，又得了 0.2 條，小立一共得到幾條？
4. 一匹迷你馬長 1 公分，一匹迷你鹿長 0.7 公分，迷你馬比迷你鹿長幾公分？
5. 將 10 顆水果糖裝一包，小光有 1.2 包糖，吃掉 0.5 包糖，還剩下多

少包糖？

(二) 教師佈題內容 (利用故事情境佈題) 及用意：

1. 教師佈題：

一盒巧克力有 10 顆，小丸子和姊姊每人拿了 3 顆，共拿走多少顆？  
可以說是拿走多少盒？剩下幾顆？可以說是剩下多少盒？若姊姊拿出  
壓歲錢多買幾盒請全家人吃，你可以幫姊姊計畫一下嗎？

2. 教師佈題用意：

離散量的分數和小數最難的地方在於「單位量」的轉變，有大單位與  
小單位的差別，可以藉著姊姊要請客的誘導，你內容物不為 10 的題  
目，做分數的化聚，但學生會常和小數的加減搞混淆，教師在此時可  
用「認知衝突」來引導討論，釐清概念。

(三) 課本安排和教師佈題的差異：

課本「小數的加減」單元都在「10 等分」的情境當中做小數加減的  
進退位，對於不是「10 等分」的情境下，學生很容易直接用小數處  
理造成迷思概念，為釐清這個概念，教師在佈題中引導學生「跳脫只  
有一盒」的情況，讓學生更深入的學習。而且「大單位」和「小單位」  
的轉換，在課本當中也較少處理，這也是教師佈題的重要用意。

以上教師佈題的安排是以課本內容為主，教學者為了將擬題帶入  
教學中刻意安排設計的。在擬題教學融入三年級「數與計算」單元，

教師佈題是整個流程的重點之一，要做出恰當的佈題之前，教師要對課程做事先的研究，才能做有效的備課準備。在三年級「數與計算」的「整數部分」，學生先備的數學概念已學到「三位整數的數值概念」、「二位數的加減法運算」、「一位數乘以一位數的乘法運算」、「連減與連加的除法前置概念」等等...，教師佈題要依這些先備概念做基準出發，融合三年級現行教科書的內容，以生活化和開放性的情境做依準，讓學生藉著擬題教學可以延伸學習，結合數學概念。而三年級「數與計算」的「非整數部分」包括「分數」與「小數」，這也是學生第一次接觸的數概念，「分數」與「小數」定義的釐清非常重要，是日後操弄分數運算和小數運算的基礎；擬題教學融入在介紹這兩個新的數概念是不恰當，教師的教學重點要放在「利用具體物的操弄讓學生釐清分數與小數的數概念，並進行命名與定義活動」，這一部份教科書就已有完整的編排。「小數的加減」就適合將擬題教學活動融入，可以從過程中診斷出學生對分數、小數與整數概念是否清楚，這是教師佈題時的目的。

### 第三節 學生在擬題教學之後對「數學溝通」能力的改變

在學生「數學溝通」能力改變方面，研究者是依「課室的氛圍」和「學生擬題與解題學習的改變」兩方面做探討，只分析以上報告五

個適合融入擬題教學的單元，更呈現學生擬題作品和討論數學過程的實例。

### 壹、 課室的氛圍

研究班級在此研究中數學課上課的態度有明顯的改變，綜合資料之後依「數學課室中上課情況改變」、「同儕間借閱觀摩數學日記頻率增加」、「數學日記與數學作業缺交人數減少」三點做佐證。

#### 一、 數學課室中上課情況改變：

從 91 年 10 月 21 日起到 92 年 5 月 30 日止共實況錄影了 18 堂「數與計算」數學課，這 18 堂數學課錄影的單元如表 4-3-1 所示：

表 4-3-1 18 堂錄影的數學課單元

單元 日期	錄影的數學課單元名稱
91.10.21	乘法
91.10.23	乘法
91.10.28	三位數的加減
91.10.30	三位數的加減
91.12.17	除法（二）
91.12.18	除法（二）
91.12.23	分數

91.12.25	分數
91.02.18	加減直式
92.02.19	加減直式
92.03.20	乘和除
92.03.21	乘和除
92.04.09	小數
92.04.10	小數
92.05.04	小數的加減
92.05.05	小數的加減
92.05.28	兩步驟的四則運算
92.05.30	兩步驟的四則運算

透過這 18 堂數學課的教學實況錄影和隨堂日記的整理，將課堂的發言與學習情況資料分成「學生發言」、「老師發言」、「學生運用數學性語言發言」、「學生運用非數學性語言發言」、「老師課堂中訓斥學生」、「學習客人的人數」六個細項。其中「學生運用非數學性語言發言」所指的「數學性語言」是指學生「討論數學的發言」，「非數學性語言」是指「和數學課上課內容無相關的話語」例如：『這一題我認為應該要----』、『為什麼你要先用  $38-6=32$  呢?---』、『如果我們將 3 塊

披薩分給 10 個人要如何分?---』(數學性語言),『老師,×××他打我!』、『把我的鉛筆還我啦!---』、『他說話噴口水---』(非數學性語言);老師在課堂中不是因為學生的數學學習而糾正的時間,都是屬於額外訓斥學生的時間,例如:學生上課打架、打瞌睡、不守秩序、沒交作業等等...。「不專心與不參予的人數」是指在數學課中分神不專心或是沒有參予討論辯證的學生。事先和跟班教師溝通過,在隨堂紀錄中特別觀察與記錄下來,透過跟班教師的隨堂紀錄與轉譯影帶的統計,將資料整理呈現如下表 4-3-2:

表 4-3-2 數學課室中上課情況改變統計表

項目 日期	學生發言 時間	老師發言 時間	學生運用 數學性語 言時間	學生運用 非數學性 語言時間	老師課堂 中訓斥學 生的時間	「不專心 與不參與」 的學生數
91.10.21	約 08 分	約 30 分	約 01 分	約 05 分	約 06 分	全班半數 以上
91.10.23	約 14 分	約 22 分	約 05 分	約 08 分	約 07 分	全班半數 以上
91.10.28	約 11 分	約 26 分	約 06 分	約 04 分	約 05 分	約全班 1/3 人數
91.10.30	約 12 分	約 27 分	約 09 分	約 03 分	約 06 分	約全班 1/3 人數
91.12.17	約 15 分	約 25 分	約 11 分	約 03 分	約 07 分	約 09 人
91.12.18	約 23 分	約 12 分	約 18 分	約 04 分	約 03 分	約 07 人
91.12.23	約 25 分	約 14 分	約 16 分	約 04 分	約 02 分	約 05 人
91.12.25	約 24 分	約 13 分	約 18 分	約 02 分	約 03 分	約 06 人

91.02.18	約 26 分	約 11 分	約 24 分	約 02 分	約 02 分	約 05 人
92.02.19	約 30 分	約 08 分	約 27 分	約 45 秒	約 01 分	約 04 人
92.03.20	約 32 分	約 05 分	約 30 分	約 01 分	約 01 分	約 02 人
92.03.21	約 30 分	約 06 分	約 28 分	約 01 分	約 00 分	約 02 人
92.04.09	約 33 分	約 05 分	約 31 分	約 50 秒	約 00 分	約 01 人
92.04.10	約 31 分	約 06 分	約 30 分	約 40 秒	約 00 分	約 01 人
92.05.04	約 35 分	約 03 分	約 33 分	約 01 分	約 00 分	約 01 人
92.05.05	約 31 分	約 06 分	約 29 分	約 56 秒	約 00 分	約 01 人
92.05.28	約 33 分	約 05 分	約 30 分	約 01 分	約 00 分	約 01 人
92.05.30	約 32 分	約 06 分	約 30 分	約 25 秒	約 00 分	約 01 人

透過教學實況錄影轉譯稿的整理發現：學生在數學課堂中發表討論的時間越來越長，老師引導歸納發言時間變少。學生上課時數學性言語做溝通的時間增加，非數學性發言的時間減少。透過隨堂日記的紀錄，發現數學課室中的「不專心與不參與」人數減少，老師指責訓斥學生的時間減少。明顯的顯示研究班級的學生對於擬題教學的數學課興趣提升，專注力增加。

二、同儕間借閱觀摩數學日記頻率增加：

在研究班級中有數學日記展示區，提供研究班級的同學彼此互相

觀摩與學習的空間，剛開始時學生幾乎都不會主動去翻閱，一定要老師逼迫學生去翻閱參考，甚至用考試的手段來促使他們學習；但是當擬題教學實施之後，學生會主動去參閱同學的數學日記情形越來越頻繁，班級裡漸漸形成了討論數學的風氣，欣賞尊重同學的意見和想法

### 三、數學日記與數學作業缺交人數減少：

研究班級的「作業缺交單」中，數學日記的缺交人數原本都維持在 8 位學生左右，經過擬題教學的實施以後，數學日記作業缺交的人數逐漸降低，即使有學生忘記帶來交，隔天一定會補交，不需要老師催促或是懲罰，對於程度較差的學生，也因為班上同學以養成觀摩討論數學日記的風氣，所以對數學作業也敢與人討論請教，不會用消極放棄的態度來逃避，而程度好的學生也在討論與指導同學當中獲得成就感，也更樂於傾囊相授，全班學生慢慢養成主動學習及對學習責任感的態度。

### 貳、學生擬題與解題學習的改變

從擬題的分類中，將學生擬題的題目分做「結構性」與「非結構性」，全班有 35 位學生，每次每人數學日記有 2 道擬題的練習，將全班每次數學日記擬題的題目（共 70 題）做分類，統計結果如表 4-3-3

表 4-3-3 學生擬題的題目性質統計表

日期 \ 性質	缺交	空白	非結構型	結構型
91.10.21	16 題	22 題	20 題	12 題
91.10.23	14 題	20 題	22 題	14 題
91.10.28	14 題	18 題	20 題	18 題
91.10.30	10 題	12 題	22 題	26 題
91.12.17	10 題	10 題	25 題	25 題
91.12.18	12 題	08 題	20 題	30 題
91.12.23	10 題	12 題	18 題	30 題
91.12.25	06 題	08 題	10 題	38 題
91.02.18	06 題	09 題	11 題	44 題
92.02.19	06 題	13 題	12 題	39 題
92.03.20	06 題	05 題	13 題	46 題
92.03.21	04 題	09 題	09 題	48 題
92.04.09	04 題	04 題	11 題	51 題
92.04.10	04 題	03 題	09 題	54 題
92.05.04	02 題	02 題	08 題	54 題
92.05.05	02 題	02 題	10 題	56 題
92.05.28	02 題	02 題	08 題	58 題

92.05.30	0 題	02 題	06 題	62 題
----------	-----	------	------	------

由上表可看出研究班級的學生在擬題作業練習中，缺交的人數有減少的趨勢，交來空白沒寫的情況有日趨減少的趨勢，非結構性擬題的情形也日趨減少發生，相對的結構性擬題、有創意擬題的情況越來越頻繁，再依結構型題目做分析，探討「題目數字」、「題事物」和「題目結構」是否有改變，如下表 4-3-4。

表 4-3-4 學生擬題的結構型題目性質統計表

日 期	結構型 題目	題目數字		題事物		題目結構	
		有改 變	沒改 變	有改 變	沒改 變	有改 變	沒改 變
91.10.21	12 題	10 題	2 題	8 題	4 題	2 題	10 題
91.10.23	14 題	13 題	1 題	9 題	5 題	3 題	11 題
91.10.28	18 題	17 題	1 題	14 題	4 題	3 題	15 題
91.10.30	26 題	24 題	2 題	19 題	7 題	4 題	22 題
91.12.17	25 題	25 題	0 題	22 題	3 題	9 題	16 題
91.12.18	30 題	28 題	2 題	16 題	14 題	11 題	19 題
91.12.23	30 題	27 題	3 題	20 題	10 題	0 題	30 題
91.12.25	38 題	36 題	2 題	32 題	6 題	0 題	38 題
91.02.18	44 題	44 題	0 題	42 題	2 題	37 題	7 題

92.02.19	39 題	39 題	0 題	38 題	1 題	31 題	8 題
92.03.20	46 題	46 題	0 題	43 題	3 題	36 題	10 題
92.03.21	48 題	48 題	0 題	44 題	4 題	35 題	13 題
92.04.09	51 題	47 題	4 題	50 題	1 題	12 題	39 題
92.04.10	54 題	49 題	5 題	54 題	0 題	21 題	33 題
92.05.04	54 題	54 題	0 題	50 題	4 題	38 題	16 題
92.05.05	56 題	56 題	0 題	55 題	1 題	42 題	14 題
92.05.28	58 題	58 題	0 題	58 題	0 題	54 題	4 題
92.05.30	62 題	62 題	0 題	60 題	2 題	59 題	3 題

結構性題目若試題目數字或題目事物的改變大多屬於「模仿題」，整個實驗過程長期下來，在題目結構的改變與創意上有越來越多的趨勢，但由表中得知：有些單元（如 91.12.23 和 91.12.25 的「分數」）是介紹新的數概念，要學生對題目結構做改變來擬題似乎不太可能，模仿不題的擬題方式來熟悉「分數」概念。整體而言，學生在數學日記中解題的敘述也越來越詳盡，學生試著將思考過的數學道理寫下來，透過團體討論和同學切磋琢磨；藉此可見本研究實施對學生數學學習有正向的影響。

## ？、學生擬題作品與討論過程舉隅

學生擬題作品與討論過程以「乘法」、「有餘數的除法」、「乘和除」、「兩步驟的四則運算」、「小數的加減」五個單元為例，將實驗班在擬題教學的過程中，學生自行擬題的範例及具數學性的討論辯證過程摘錄下來。

### 一、「乘法」單元

#### (一) 學生自行擬題範例：

要出一個題目是符合  $6 \times ( ) = 42$  的題目，我覺得應該是：

小芳去水果攤買了 6 顆西瓜花了 42 元，請問一個西瓜要多少錢？

解答： $6 \times (7) = 42$             答：7 顆西瓜

#### (二) 學生討論辯證：

S32：為什麼要用  $6 \times (7) = 42$ ？

S22：因為要買了 6 顆西瓜，共花了 42 元，一個西瓜要 7 元。

S5：我背九九乘法表就知道了！

S18：那我也背九九乘法表示  $7 \times 6 = 42$ ，誰說一定要  $6 \times 7 = 42$ ？

S22：你們不要吵了，我覺得因為 6 寫在題目的前面，所以是  $6 \times 7 = 42$ 。

S---不太相信的神情。

RT：是像 22 號同學說的這樣嗎？誰可以有其他的解釋？

S18---舉手

RT：18 號同學請上台。

S18：因為用  $42 \div 6 = 7$

S 全：那是除法，不是乘法啦！

S18：除法和乘法的顛倒的。

S27：可是要符合  $6 \times ( ) = 42$

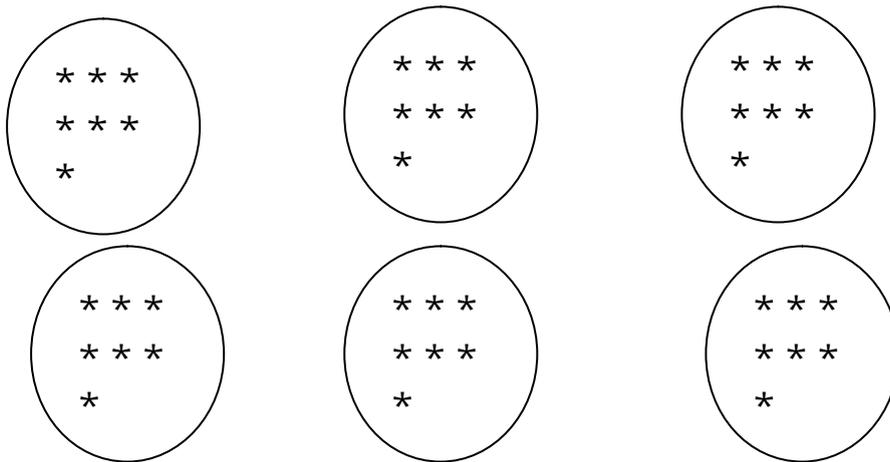
S18：是驗算呀！

RT：是驗算的想法沒錯，除法和乘法是顛倒沒錯，但都沒有告訴老師  $6 \times (7) = 42$  是怎麼買西瓜的？

S22：我知道了！（臉色脹紅十分興奮狀）

RT：22 號同學請上台為大家說明。

S22：我把 42 元換成一個一個壹元，我畫 \* 代表壹元，我畫 6 個圓圈圈代表西瓜（如下圖所示）。我一次在每個圓圈圈中給一個 \*，一次就畫掉了 6 個 \*，代表我一次花掉 6 元，我第二次在每個圓圈圈中再給一個 \*，再畫掉了 6 個 \*，再花掉 6 元，一直畫到畫完，共畫了 7 次，每個圓圈圈中有 7 個 \*，代表每一個西瓜是 7 元。一次畫掉 6 元，共畫了 7 次，所以  $6 \times 7 = 42$ 。



### (三) 研究者分析：

學生對乘法算式填充題紀錄乘數未知的題目在理解上有很困難，只是片面知道利用九九乘法可以求出答案，乘除互逆的含義也只是從九九乘法中對數字感受到有乘除互逆的規律，透過學生自己討論辯證，慢慢澄清「一次分掉一元的概念」，自行建構出由「逐次分減」概念，整個過程學生參與熱烈，很有成就感。

## 二、「有餘數的除法」單元

### (一) 學生自行擬題範例：

Kitty 原本就有 29 顆巧克力，又買了 8 顆，一共有多少顆？Kitty 想包成 6 包聖誕禮物，一包有幾顆？剩下幾顆？

解答： $29 + 8 = 37$     $37 \div 6 = 6 \dots 1$

答：1 37 顆   2 6 顆   3 剩 1 顆

(二) 學生討論辯證：

S26：為什麼要先加起來再除呢？

S27：因為把原本的巧克力加上後來又買的就是全部的巧克力，然後把全部的巧克力平分到 6 包禮物中就是用除法，就算出答案了。

S26：為什麼不先用除的呢？

S27：我不懂你的意思呢？

S26：就是都用除的嘛！

*RT：26 號同學能不能請你把你的想法和算法寫在黑板上呢？*

S26：我只是覺得先除來算，因為這個單元是除法嘛！可是我不知道怎麼寫。

*RT：26 號同學的想法很好呀！你可以試著把想法記錄下來喔！有沒有人可以把 26 號同學的想法紀錄出來呢？*

S15：我可以試試看！  $29 \div 6 = 4 \dots 5$   $8 \div 6 = 1 \dots 2$   $4 + 1 = 5$

S15---遲疑不決，不太確定。

S27：和我的答案不對呀！你算錯了！

S15：可是我認為先將 29 顆分在 6 包中，再將 8 顆分在 6 包中，沒有錯呀！為什麼一定要先加起來呢？我分完再加起來為什麼不行呢？

*RT：你分完有沒有剩下的巧克力呢？剩下的要怎麼辦？*

S3：把剩下的加起來！

S15：怎麼加呀？

S3：把第一次分剩下的 5 顆再加上第二次分剩下的 2 顆，就是 7 顆。

S15：也不是答案呀！

S3：會不會 27 號同學算錯？

*RT：好！我們現在回頭看 27 號同學的算法你們同不同意？誰會把 27 號同學的解法說出來呢？*

S34：我試試看！先把原來的 29 顆巧克力加上後來的 8 顆巧克力共有 37 顆巧克力，再將 37 顆巧克力分到 6 包禮物裡面，每包分到 6 顆剩 1 顆。

*RT：很好！大家同不同意？*

S 全：同意！

*RT：有沒有錯？*

S 全：沒有錯！

*RT：好！那 15 號同學的算法誰能敘述一下？*

S15：我來！我想先將 29 顆巧克力平分到 6 包裡面，每包分到 4 顆，剩下 5 顆；再將 8 顆巧克力平分到 6 包裡面，每包分到 1 顆，剩下 2 顆，所以每包分到  $4 + 1 = 5$  顆。

*RT：兩次平分後剩下的巧克力是多少？*

S15：剩下  $5 + 2 = 7$  顆。

RT：剩下的能不能再分到 6 包禮物裡呢？

S15：啊！可以！可以再用  $7 \div 6 = 1 \dots 1$ ，每包可以再分到 1 顆，剩下 1 顆。啊！對呀！加上原來的 5 顆就是 6 顆了！原來如此呀！

RT：全班能不能把 15 號同學的算法記錄下來呢？大家試試看！

全班試著將算法記錄下來：

$29 \div 6 = 4 \dots 5$ （29 顆巧克力平分到 6 包，每包分到 4 顆，剩下 5 顆）

$8 \div 6 = 1 \dots 2$ （8 顆巧克力平分到 6 包，每包分到 1 顆，剩下 2 顆）

$4 + 1 = 5$ （目前禮物包中每包分到  $4 + 1 = 5$  顆）

$5 + 2 = 7$ （目前剩下  $5 + 2 = 7$  顆）

$7 \div 6 = 1 \dots 1$ （剩下的每包可以再分到 1 顆，剩下 1 顆）

$5 + 1 = 6$ （所以禮物包中全部分到 6 顆，剩下 1 顆）

（三）研究者分析：

對於三年級的學生可以將「有餘數的除法」討論到這麼仔細實在令研究者感的訝異，「餘數要比除數小」這個概念透過學生自行擬題的情境中，不同想法的解題過程，討論辯證澄清而學習到，比教學者直接告知來的深入；教師僅是引導提示討論的角色，在整個討論過程中穿針引線，讓學生的討論順暢可行，這乃是「建構數學」的主要精神所在。

### 三、「乘和除」單元

#### (一) 學生自行擬題範例：

Kitty 和好朋友共 6 人去寵物店買東西，寵物店內賣天竺鼠每兩隻裝一盒，一盒 24 元，買了 3 盒要多少錢？狗飼料小包一包 22 元，大包的價錢比小包多 2 倍價錢，買兩包大包的狗飼料要多少錢？Kitty 和好朋友共 6 人一個人要出多少錢？

解答： $24 \times 3 = 72$     $72 \div 6 = 12$     $22 \times 2 = 44$     $44 \div 6 = 7 \dots 2$

$12 + 7 = 19$       答：一人出 19 元，但是有 2 元沒人出

#### (二) 學生討論辯證：

S29：為什麼有 2 元沒人出，那要怎麼出錢呀！

RT：看看 5 號同學的解法大家同不同意？

S 全：怪怪的！不太對耶！

RT：5 號同學你能不能對大家解釋一下你的解法？

S5：一盒天竺鼠 24 元，買 3 盒共  $24 \times 3 = 72$  元，72 元有 6 人平分，一人得出 12 元；狗飼料大包的價錢是  $22 \times 2 = 44$  元……

RT：狗飼料大包和小包價錢的關係是怎樣？把題目唸一次！！

S5：狗飼料小包一包 22 元，大包的價錢比小包多 2 倍價錢。

RT：多 2 倍是什麼意思？

S 全：大包狗飼料是小包狗飼料的 3 倍！！

RT：所以大包的價錢是.....

S12：我知道了！大包飼料一包是： $22 \times 3 = 66$ （元），所以狗飼料一大包要 66 元。

RT：依照 5 號同學之前算  $22 \times 2 = 44$  的算式，題目應該怎麼改？

S5：我知道！應該是「大包狗飼料的價錢是小包狗飼料的 2 倍」而不是「多 2 倍價錢」。

RT：很好，那現在請大家把這一題算法記錄下來。

全班試著記錄下算式：

$$24 \times 3 = 72 \quad 72 \div 6 = 12 \text{（買天竺鼠一人要負擔 12 元）}$$

$$22 \times 3 = 66 \quad \text{（狗飼料一大包要 66 元。）}$$

$$66 \times 2 = 132 \quad \text{（兩大包狗飼料要 132 元）}$$

$$132 \div 6 = 22 \quad \text{（6 人平分兩大包狗飼料的錢）}$$

$$12 + 22 = 34 \quad \text{答：Kitty 和好朋友共 6 人一個人要分擔 34 元。}$$

（三）研究者分析：

「倍」的概念在二年級乘法要引入時就已經教過，將「1」當作原始單位量時，乘法即是「倍」的概念，這個觀念對學生是很抽象的，新單位量 $\times$ 新單位數=總量，新單位數是多少往往是題目的陷阱，也是需要和學生共同澄清的概念。

#### 四、「兩步驟的四則運算」單元

##### (一) 學生自行擬題範例：

我要造一個有 $\times$ 也有 $\div$ 的題目：

家裡有 12 個布丁，爸爸買 6 倍的布丁，送給鄰居 2 倍的布丁，請問家中還剩幾個布丁？

解答： $12 \times 6 = 72$        $72 \div 2 = 36$

答：36 個

##### (二) 學生討論辯證：

*RT*：這一題算的對不對？

S：應該不太對！

*RT*：哪裡不對？

S：怪怪的！

*RT*：誰能說出哪裡怪？

S8：爸爸買 6 倍，那家中到底有多少個？

S16：送給鄰居的 2 倍到底是哪裡的 2 倍？

S：這題好難解！

*RT*：好！那我們試著用  $12 \times 6 = 72$     $72 \div 2 = 36$  的算式來重新擬題好不好？

S：好！

S 試著重新擬題，以符合  $12 \times 6 = 72$   $72 \div 2 = 36$  算試的題目。

(三) 研究者分析：

這是學生自行擬題中題目結構渾沌不清的例子，在題目中單位單位量與單位數定義不明，總量所求為何也是不清楚，但就算式而言是明確清楚的，教學者引導學生發現迷惑點之後，再以「算式擬題」的方式重新進行擬題教學活動，以避免學生「越討論越模糊」的情形發生，擬題行為是可以隨時更正重來，擬題過程反覆經歷有助於釐清數學概念，這也是擬題教學的一大功用。

## 五、「小數的加減」單元

(一) 學生自行擬題範例：

媽媽有一打鉛筆，其中  $2/10$  分給小美，3 枝分給小玉，0.4 打分給小丸，媽媽剩下幾枝？是全部的幾分之幾？

解答： $0.2+0.3+0.4=0.9$ （分出去）  $12-9=3$

答：剩下 3 枝，是  $3/12$  打

(二) 學生討論辯證：

RT：這一題大家同不同意 32 號同學的算法？

S：同意（大聲喊）！好厲害！

S3：他會用分數和小數混在一起耶！

*RT*：但是老師不太同意他的算法.....

S 全-----一陣訝異安靜，眼睛瞪得大大的。

*RT*：誰可以知道老師不同意的原因？

S 全-----一陣安靜思索。

*RT*：一打有幾枝？

S 全：12 枝

*RT*：那一枝鉛筆是幾打呢？

S：1/12 打...

S：0.1 打...

S28：不是 0.1 打啦！

*RT*：28 號同學你能不能告訴大家「什麼是 0.1 打鉛筆？」

S28：如果一打鉛筆有 10 枝，其中的一枝叫 0.1 打。

*RT*：28 號同學你能不能再告訴大家「什麼是 1/12 打鉛筆？」

S28：如果一打鉛筆有 12 枝，其中的一枝叫 1/12 打。

*RT*：很好，那...

S15：老師我知道，題目前面加一句「一打鉛筆有 10 枝」就可以了！

S32：可是加了「一打鉛筆有 10 枝」這一句話，我還是算錯呀！我最後不可以用  $12 - 9 = 3$ ，要用  $10 - 9 = 1$ ，所以剩一枝鉛筆，也就是剩 1/10 打鉛筆。

RT：請大家在題目前面加上「一打鉛筆有 10 枝」，再算一次這一題。

### （三）研究者分析：

小數的定義是「 $1/10 = 0.1$ 」，也就是「十等分」的概念，因為課本在「小數的加減中」的佈題其單位量都是 10，所以小數加減算完之後要換成單位數都直接換成整數的單位數，學生容易養成不注意單位量的習慣，這題學生自行擬題就是學生將單位量搞錯的迷思概念。單位量非 10 之不可切割的離散量，其部份-全體關係只能用分數表示，要將不可切割的離散量用小數操弄其部份-全體關係，單位量必為 10。

## 第四節 教師在進行擬題教學時所遇到的挑戰

擬題教學中教師所扮演的角色有別於一般的教學模式，教師面臨到的挑戰也是非常繁多，以下是研究者針對教師在進行擬題教學時會遇到的挑戰與困難。

### 壹、 教師進行擬題教學在教材準備方面的挑戰

一、 題目中提供過多的線索可以確實診斷釐清學生的概念是否正確，因此佈題中適當線索的安排是教師必須面對的挑戰。

二、 學生擬題之後又能解題，所以審視擬題題目的正確性與適切性是

必要的。審視完題目之後，從修正過後的題目來討論解題，才聚焦在數學性的討論與學習。

三、教師樂見學生會自行發展出更深入的問題，就要好好把握住學生自身所建構出的題問點，引導全班做更深入的探討。藉此可帶入更深一層的概念學習。

## 貳、教師進行擬題教學在教學流程方面的挑戰

### 一、教師需要放出掌控權：

教師在面對學生迷思概念時，要明確的點出錯誤點，且用「重複問句」再次詢問學生，讓學生思考；協助學生逐一釐清問題所在，並一一列出「探討元素」，讓學生思路逐一澄清；學生慢慢釐清思緒之後，教師要將發言權交給學生，引導他們將思考的內容說出，教師簡潔的問話是很好的工具。學生已由一位「領導學生」主持討論，而整個對話並沒有脫離此單元的主題，所以教師都一直在旁微笑應對，不多做干預，將課堂的主控權適度的交給學生。

### 二、教師需要掌握學生：

教師要將學生錯誤點確實掌握住，且再次審問學生真正的涵義。當學生在逐一引導過程都能對答如流時，教師就必須再進行全部解題流程的概念澄清，當每遇到一個學生的迷思概念，就必須再重複一

次，如此加深學生的理解。對於上課不專心的同學，老師可以將關鍵問話詢問他，藉以抓回學生的注意力。當遇到學生對於討論的過程採不合作的態度時，老師可以將發言主控權交給他，讓他發言，也可以藉此將一場陷入泥淖的討論另闢討論點。教師在學生有正確概念發言時，必須要做再一次的複述，以加深學生的概念。

### 三、教師需要帶動教室氣氛：

鼓勵的歡呼用語一起和學生達成共有的默契，這會有助於整個課堂討論流程的順暢性。鼓勵一些班上的弱勢學生做複述的練習，透過放聲思考讓程度較差的孩子可以有加強的學習。全班所要採取的態度是接納和鼓勵，這種默契也是教師事先要和同學共同建立的，如此課室中的客人會大大的減少。教師要常利用「未完成語句」引導學生做更深入的回應，養成學生尊重欣賞的正向態度。

### 四、教師需要適時改變教學方向：

教師認為是一題很值得討論及說明的題目，必須讓全班練習，所以適時的讓台上學生下台，而不只是讓某位學生在黑板上做示範解題，這樣才不會讓整個教學侷限在某些個別學生。全班解完題目之後，將解法先做校對，歸納出解法類型之後再做討論說明。然而在學生手足無措時，教師要馬上介入，正向鼓勵他，讓他有信心，不要放任學生在講台上無助又羞愧，否則會打壓他探索學習數學的心。

## ？、 教師進行擬題教學在學校行政方面的挑戰

### 一、 考試範圍要在開學前做審慎的評估：

現行教課書是用「螺旋式」的編輯方法編輯數學課程的內容，一般考試範圍都按照單元順序作安排，擬題教學的進行往往因為如此而無法深度延伸，未配合進度不得不切斷「再度擬題解題」的步調。若在同一學期中，同數學概念單元可以編排在一起，不要跳來跳去，研究者自行私下挪動單元順序，又得顧及全學年的教學進度，是很麻煩的協調工作。

### 二、 考試試題的限制：

因為研究班級長期實施擬題教學，對於開放性的題目比其他班級學生來的不畏懼，但是測驗時無法用開放方式的題目做成績標準，有些測驗題甚至限制過多的解題過程，和平時上課所接受的「開放」觀念相違背，造成教師教學上的一大困難點。

## 第五章 結論與建議

本章依據第四章的結果與發現，提出結論與建議，全章共分成兩節，第一節為結論，第二節即為建議。

## 第一節 結論

本研究旨要探討國小教師將擬題教學帶入一般課室中數學課程安排的情形，以及擬題教學下孩子「數學溝通」能力的表現，並且指出教師在進行數學擬題教學後的教學省思和面臨的挑戰。本節以「課程」、「教師」以及「學生」三方面下結論。

### 壹、課程方面

九年一貫課程改革中，特別強調學習領域的課程統整，這種教學型態的改變對教師而言是一個衝擊，過去教師對教學普遍存在「教室王國」的迷思，對教師和教材間的交互關係有著重大的考驗，教師究竟是要「教教材」還是要「用教材教」？所謂「教教材」是指將教材當作學習的目的，教學目標就是讓學生對教材精熟；「用教材教」是指教材為學習的工具，教學者透視教材所要傳達的旨意，進而設計達到教材旨意的學習方式，也留給學生適度的空間做彈性學習。本研究者秉持著「用教材教」的教學改變理念，認為教師也為課程的設計者，善用「九年一貫課程」中百分之二十的空白課程，將擬題教學的特徵融入現行課程設計，以教科書中的教材為課程設計的範本，考慮學生的個別差異和迷思概念，利用擬題教學模式引導學生建構學習，培養主動學習與探索的態度，為本研究的宗旨所在。

本研究選定國小三年級「數與計算」的部份做探討，利用擬題教學讓學生討論辯證學習，打破傳統教學中枯燥乏味機械式的運算課程，讓學生所有的「數學動作」都成為有意義的操弄與思考，對於學生釐清數概念與正確計算有很大的幫助。再者，透過以教科書為主的課程編排做教師適切的佈題，佈題的形式上與學生的「次文化」互相呼應，活潑生活化，能夠吸引學生的注意力且誘導其思考探索，佈題的實質上是將教學內容作邏輯思考的引導，配合著課程流程分析圖將課程中「延續性觀念」的單元合併一起進行擬題教學，順應學生擬題討論內容做引導，將延伸概念無形中帶出，對於學生專注思考和解決題目的學習成效有顯著的正成長。

## 貳、 教師方面

傳統課室中教師不願意學生有太多的發言是因為怕上課時間不夠，所以學習只是教師單方面的灌輸，而造成「教師本位」的教學；擬題教學中以「學生本位」的教學模式讓數學課堂能讓學生做有效的討論與學習。經過本實驗的研究，發現當學生做「無謂的發言」與「非數學性的討論」時，教師以「淡化」與「引新主題」的教學技巧是非常有效的引導方式；當學生「心不在焉」時，教師以「複述關鍵話語」與「反問想法」是拉回學生學習思緒最有效的方法；討論中若發生「人

身攻擊」的爭執時，教師以「幽默」的態度來提醒學生要擁有尊重態度，幽默也是化解爭執最好的催化劑。學生若有延伸概念的發言，教師要抓住時機作引導，讓學生可以自行以舊有知識做鷹架建構出新概念，這也是擬題教學的最高層次的理想。因此，在本研究中認為：教師對於教學單元需要了解學生的先備概念以及現在課程與後來課程的相關性，如此教師引導佈題與歸納學生的討論才能切合時宜，對於診斷學生擬題的錯誤以及解題的迷思時才能「正中下懷」。

### 參、 學生方面

在常態分班的班級，學生程度有高有低，經過本研究教學過程之後，同學之間形成一股「互補」的學習風潮；「領導型」的同學互相會討論激發，指導「學習型」與「模仿型」的同學，「學習型」與「模仿型」的同學透過模仿與觀摩同學的擬題與解題以及傾聽同學的說明，也慢慢進入狀況，增加學習成效。學生主導學習的過程，整個學習是學生主動參與，有別於「填鴨式」的灌輸教學。討論辯證的態度養成之後，學生在其他學科的學習也是積極用心，主動虛心的求教，學生沉浸在「樂於學」的學習風氣中。

而本研究的結論是：經過長時期的討論學習，整個教室的上課風氣是活潑與開放的，學生可將心中的問題與意見毫不顧忌的說出來，

因為學生有足夠學習上的安全感，學生心中有著「就算說錯也是給予全班一個學習的機會」的信念，「不怕錯」的數學學習態度是讓學生獲得進步的最大原動力。

## 第二節 建議

本節以「對數學課程教材的建議」、「對實行擬題教學教師的建議」以及「對未來研究方向的建議」三方面做說明。

### 壹、對數學課程教材的建議

現行教課書是用「螺旋式」的編輯方法編輯數學課程的內容，不同種類的學習內容互相穿插，在這樣的課程教材安排下，學生要做數學的內部連結是很困難；本研究是讓學生在擬題教學中得以自行建構數學概念，再以原概念為基礎做「延伸性概念」的學習，所以數學教材以「螺旋式」的編輯方法編輯對擬題教學是一大困難處；本研究者建議：至少在同一學期中，同類型的數學概念單元可以編排在一起，也可以用「以大單元連結各相關類型的小單元」的方式編排，讓教學者引導學生做數學概念的內部連結較完整有系統。本實驗進行時教學者自行私下挪動單元順序，會影響到全學年的教學進度與測驗的範圍，必須事先在學年會議中做協調與溝通，是非常費心又費力的。

## 貳、 對實行擬題教學教師的建議

教師一直是擬題教學的重要角色，教師本身除了專業知能要精進成長外，教學過程要尊重學生，教學心情要愉悅，以「縮小自己」的眼光審視學生的學習過程，就容易用正向支持的態度鼓勵學生主動學習；培養自身的幽默感，用自信的教學帶給學生豐富的學習，是擬題數學教學非常重要的動力。

## 參、 對未來研究方向的建議

首先是建議研究高中部份（九到十二年級）與大學部分的數學擬題教學，因為文獻中至今少有研究發表，是未來想繼續從事擬題教學研究者的一個待開發領域。第二，家庭親子擬題教育的可行性與限制，在歷年的研究中也少有發表，所以是未來想繼續從事擬題教學研究者的一個待研究的主題。第三，實施數學擬題教學後，學生在數學學習成效與其他學科學習成效是否有相關存在，也是未來想繼續從事擬題教學研究者的一個方向。最後，本研究以「數與計算」的部份做長時期的擬題教學研究，對於日後有興趣從事擬題教學研究的研究者，可以從「量與實測」、「圖形與空間」、「代數」等方面做長時期的擬題研究。

## 參考文獻

中文部分：

呂玉琴（1996）。數與計算教材設計對分數概念的處理。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會。

李承華（2002）。擬題活動對國小五年級學生掌握數學文字題語意結構與解題之影響。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，台北。

吳芝儀、李奉儒（1995）。質的評鑑與研究。台北：桂冠。

吳進寶（2005）。國小五年級擬題教學之研究~以整數四則混合運算為例。國立中山大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，高雄。

林文生（1996）。一位國小數學教師佈題情境及其對學生解題交互影響之分析研究。國立台北師範學院國民教育研究所碩士論文，台北。

林生傳（1997）。教育社會學。高雄：復文。

林群雄（2004）。『教』與『學』之成長實錄-擬題活動教學融入國小三年級數學課堂之行動研究。國立中山大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，高雄。

林德宗（1999）。擬題活動在國小五年級數學教室裡的應用。國科會大專學生參與專題研究計畫成果報告

- ( NSC-88-2815-C-023-001-S )。
- 坪田耕三 ( 1987 )。生動的算術。日本：國土社。
- 周幸儀 ( 2002 )。國小二年級數學科合作擬題教學之行動研究。國立台南師範學院碩士學位論文，台南。
- 孫秀芳 ( 1997 )。國小二年級學生加減法擬題能力之研究。國科會補助大學生研究專案成果報告 ( NSC-86-2815-C-023-005-H )。
- 翁嘉英 ( 1988 )。國小兒童解數學應用題認知歷程。國立台灣大學心理研究所碩士論文，台北。
- 徐文鈺 ( 1996 )。不同擬題教學策略對國小兒童分數概念的解題能力、擬題能之分析研究。國立台灣師範大學教育心理與輔導研究所博士論文，台北。
- 梁淑坤 ( 1993 )。十五枝火柴看擬題與解題。國民小學數學學術研討會，國立屏東師範學院。
- 梁淑坤 ( 1994 )。「擬題」的研究及其在課程的角色。國民小學數學科新課程概說 ( 低年級 ) ( pp.152~167 )。台灣省國民學校教師研習會編。
- 梁淑坤 ( 1995 )。師範生擬題行為之研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 ( NSC-83-0111-S-023-007、NSC-84-2511-S-023-001 )。

- 梁淑坤（1996）。教師如何配合數學新課程實施下的新需求。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會。
- 梁淑坤（1997）。擬題能力之評量：工具之製作。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告（NSC84-2511-S-023-006）。
- 梁淑坤（1999）。從擬題研究提出數學教學建議。新典範數學，184~220。
- 陳竹村（1996）。數與計算教材設計對於乘法算則的一些看法。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會。
- 陳竹村、林淑君、陳俊瑜（2002）。國小數學教材分析-分數的數概念與運算。台北：教育部台灣省國民學校教師研習會。
- 陳佩琦（2003）。國小二年級數學擬題教學實踐之研究。國立中山大學教育研究所碩士論文，高雄。
- 陳美芳（1995）。「學生因素」與「題目因素」對國小高年級兒童乘除法應用問題解題影響之解題研究。國立台灣師範大學教育心理與輔導研究所博士論文，台北。
- 陳惠邦（1998）。教育行動研究。台北：師大書苑。
- 陳嘉成、甘麗珍、趙曉燕（2005）。國中小數學教材與教學探討-小數篇。台北：國立教育研究院籌備處。
- 莊美蘭（2003）。國一數學課程中擬題教學活動之研究。國立中山大學教育研究所碩士論文，高雄。

- 教育部 (1993)。國民小學課程標準。台北：教育部。
- 教育部(2003)。國民中小學九年一貫課程綱要-數學學習領域。台北：教育部。
- 康軒文教事業 (2002)。國小數學 3 上。台北：康軒文教事業股份有限公司。
- 康軒文教事業 (2003)。國小數學 3 下。台北：康軒文教事業股份有限公司。
- 康軒文教事業 (2002)。國小數學教學指引 3 上。台北：康軒文教事業股份有限公司。
- 康軒文教事業 (2003)。國小數學教學指引 3 下。台北：康軒文教事業股份有限公司。
- 甯自強 (1993)。國小數學科新課程的精神及改革動向-由建構主義的觀點來看。科學教育月刊, 1(1), 101-108。
- 甯自強 (1996)。由多單位系統看中年級的數與計算教材。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會。
- 黃敏晃 (1994)。小學新課程的精神。國立嘉義師範學院八十二學年度數學教育研討會。
- 楊惠如 (2000)。擬題活動融入國小三年級數學科教學之行動研究。國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文, 嘉義。

- 楊瑞智 (1996)。國民小學數學新課程中年級除法教材的設計。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會。
- 鄒聖馨、鍾? (2000)。國小統計課程真實解讀計畫 (AEP) 實施之研究。國立台灣師範大學八十九學年度科學教育學術論文發表會。
- 甄曉蘭 (2003)。課程行動研究實力與方法解析。台北：師大書苑。
- 趙坤川 (2006)。國小六年級擬題教學之研究~以小數加減運算及大小比較概念為例。國立中山大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，高雄。
- 蔣治邦、陳竹村、謝堅、林淑君、陳俊瑜 (2002)。國小數學教材分析-整數的數概念與加減運算。台北：教育部台灣省國民學校教師研習會。
- 蔣治邦、謝堅、陳竹村、吳淑娟、林昭珍 (2000)。國小數學教材分析-整數的乘除運算。台北：教育部台灣省國民學校教師研習會。
- 劉祥通 (1996)。數學寫作教學策略初探。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會。
- 劉芳妃 (1998)。合作擬題活動融入國一數學科教學之個案研究。國立高雄師範大學數學系碩士班碩士論文，高雄。
- 蔡清田 (2000)。教育行動研究。台北：五南。

謝堅 (1996)。實驗課程對四則運算教材的處理。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會。

謝堅、蔣治邦、吳淑娟 (2002)。國小數學教材分析-整數的數量關係。台北：教育部台灣省國民學校教師研習會。

謝堅、蔣治邦、林昭珍、吳淑娟 (2002)。國小數學教材分析-小數的數概念與運算。台北：教育部台灣省國民學校教師研習會。

鍾? (1996)。數學教室文化的新貌。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會論文暨會議實路編彙，嘉義。

鍾雅琴 (2002)。合作擬題策略教學對國小五年級資優班與普通班學生分數概念、解題能力與擬題能力之影響。國立台中師範學院國民教育研究所碩士論文，台中。

## 英文部分：

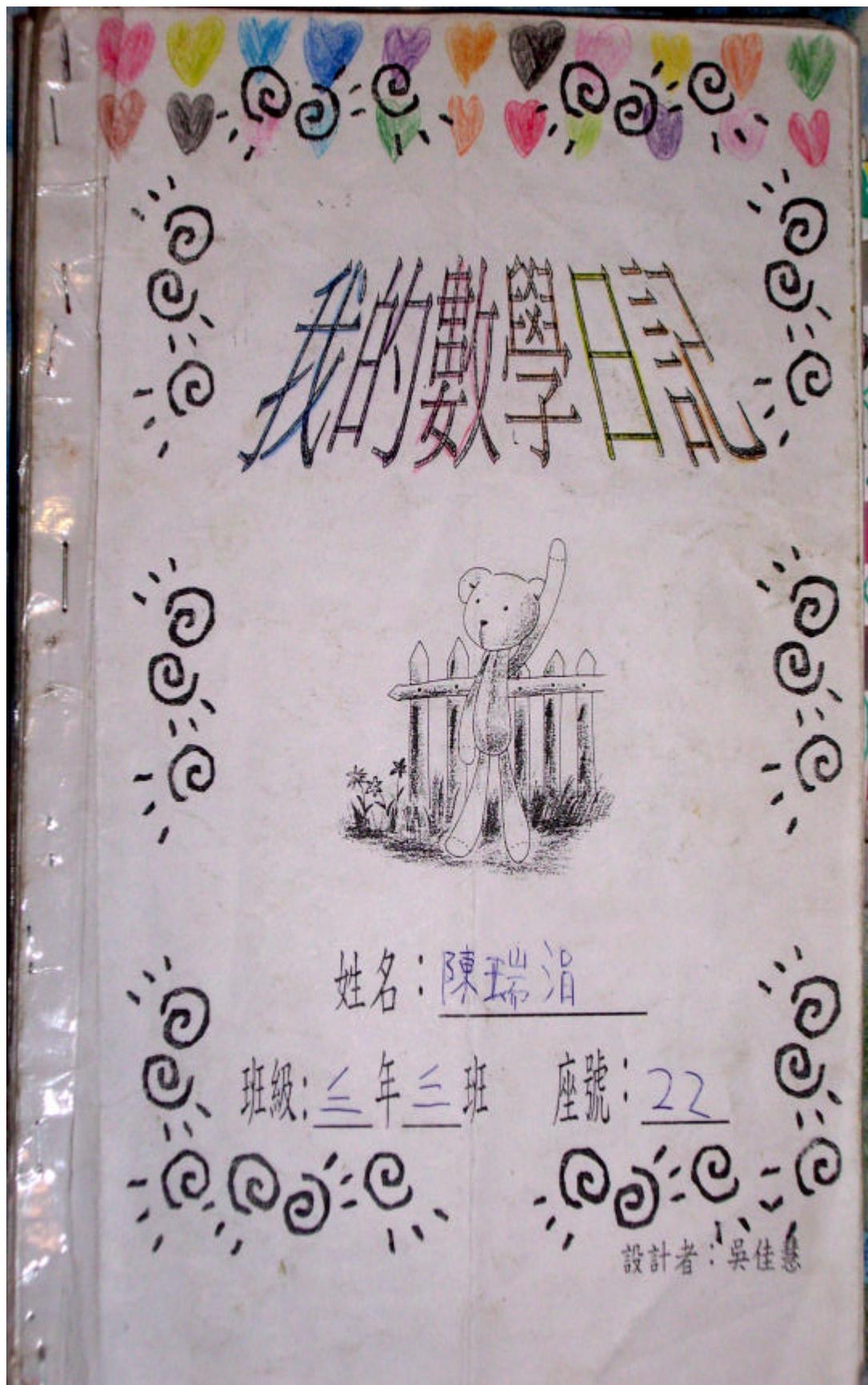
- Borba, M. C. (1994). *High School Students' Mathematical Problem Posing: An Exploratory Study in the Classroom*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Brown, S. I. & Walter, M. I. (1983). *The art of problem posing*. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press.
- Cai, J. (1998). An investigation of U.S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 10(1), 37-50.
- Dillon, J. T. (1988). Levels of problem posing vs. problem solving. *Questioning Exchange* 2(2), 105-115.
- Ellerton, N. F. (1986). children's made up mathematics problems-a new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 261-271.
- English, L. D. (1997). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4(3), 172.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal context. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106.
- Hashimoto, Y. (1987). *Classroom practices of problem solving in Japanese elementary school*. Proceedings of the U.S. Japan Seminar on Mathematical Problem solving.
- Keil, G. E. (1965). *Writing and solving original problems as a means of improving verbal arithmetic problem solving ability*. Doctoral

dissertation.

- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A.H.Schoenfeld (Ed), *Cognitive science and mathematics education* (pp.123-147). Hillsdale,NJ: Lawrence Erlbaum Associate.
- Leung, S. S. & Silver. E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and Creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5-24.
- Leung, S. S. & Wu, R. X. (1999). *Problem posing with middle grades mathematics: Two real classroom examples*. Mathematics teaching in the middle school, Reston,VA: National Council of Teachers of Mathematics, USA.
- Leung, S. S. & Wu, R. X. (2000). Sharing problem posing and problem solving at home through diary writing. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 5(1), 28-32.
- Lindquist, M. (Ed.), (1989). *Results of the 4th NAEP*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teacher of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teacher of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston,VA:Author.
- Polya, G.(1945). *How to solve it*.(2nd ed.). New York:Doubleday.
- Schloemer, C. G. (1994). Integrating problem posing into instruction in advanced algebra: Feasibility and outcome.Doctoral Dissertation, University of Pittsburgh.
- Silver, E. A., & Adams, V. M. (1987). Problem solving tips for teachers:

- Strategy spotlight-using open-ended problems. *Arithmetic Teacher*, 34(9), 34-35.
- Silver, E. A. & Cai, J. (1993). *Mathematical problem posing and problem solving by middle school students*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational research association, Atlanta, GA.
- Silver, E. A. & Mamona, J. (1990). Problem posing by middle school teachers. In C. A. Mather, G. A. Goldin, & R. B. Davis(Eds.), *Proceedings of the Eleventh Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.263-269). New Brunswick, NJ: Rutgers University.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung,S.S. & Kenney P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for research in mathematics Education*, 27(3), 293-309.
- Skinner, P. (1990). *What's your problem: posing and solving mathematical problem, K-2*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Tsubota, E. (1987). *On children's problem posing*(grade 1to 3). Japan.
- Winograd, K. (1990). *Writing,solving and sharing original math story problem: Case studies of fifth grade children's cognitive behavior*. Doctoral Dissertation. University of Northern Colorado.

附錄（以下作品已獲當事人同意具名刊登）



日期： 91 年 10 月 30 日 單元主題： 三位數的減

(1) 我今天數學課上了：

(把上課內容盡量紀錄下來，文字、數字、圖案、... 樣樣行。)

我這組的題目：

滑道去買2個戰鬥陀螺，一個戰鬥陀螺214元，再去買  
 一双溜冰鞋(一双溜冰鞋263元)請問共要多少錢？

$$\begin{array}{r}
 214 \\
 +263 \\
 \hline
 477 \\
 +214 \\
 \hline
 691
 \end{array}$$

A: 691元

(2) 我又可以創造出：

(有新題目、新解法的一級棒)

美美學校的人有899個人，中午  
 有391個人回家吃飯，請問現在  
 在學校吃午餐的有多少人？

讓題目完整

(3) 我覺得今天的數學課：

(讓老師明白你的心情故事)

今天的數學課...  
 的題目有點難，但  
 法算保班是第一次，  
 一定會有一點兒錯。



10/31

日期： 91 年 10 月 23 日 單元主題：乘法

(1) 我今天數學課上了：

(把上課內容盡量紀錄下來，文字、數字、圖案、... 樣樣行。)

我這組的題目解答：  
 小正去書店公司買了6本書花了42元  
 請問一本多少錢？  
 $6 \times (7) = 42$   
 $6 \times 1 = 6$   $6 \times 5 = 30$   
 $6 \times 2 = 12$   $6 \times 6 = 36$  A: (7) 元  
 $6 \times 3 = 18$   $6 \times 7 = 42$   
 $6 \times 4 = 24$

(2) 我又可以創造出：

(有新題目、新解法的一級棒)

爸爸買了11包香豆花了121元  
 請問一包幾元？ A: (11) 元  
 $(11) \times 11 = 121$   
 $11 \times 1 = 11$   $11 \times 4 = 44$   $11 \times 7 = 77$   
 $11 \times 2 = 22$   $11 \times 5 = 55$   $11 \times 8 = 88$   
 $11 \times 3 = 33$   $11 \times 6 = 66$   $11 \times 9 = 99$   
 $11 \times 10 = 110$   
 $11 \times 11 = 121$

(3) 我覺得今天的數學課：

(讓老師明白你的心情故事)

小芳去水果攤買了(異百西) 392元 請問一個要多少錢  
 今天的數學課我覺得很驚訝，因為每次都我上去講解題目，今天卻是田思東我太驚訝了，雖然是我解題目但是有這個勇氣，已經很好了，總比沒上去還好。  
 因為可以用4元分了一次又一次剛好分到第1次就沒了所以就是一個7元。



10/11



日期：92年5月30日 單元主題：兩步驟的四則問題

(1) 我今天數學課上了：

(把上課內容盡量紀錄下來，文字、數字、圖案……樣樣行。)

一粒8元，買7粒，共花？元？  $8 \times 7 = (56)$

單價	個數	總價	單價	個數	總價
一粒8元	買7粒	共花？元	56	$\div 8 = (7)$	

單價	個數	總價	總價	個數	單價
一粒？元	買7粒	共花？元	56	$\div 7 = (8)$	

(2) 我又可以創造出：

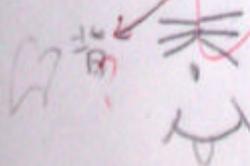
(有新題目、新解法的一級棒)

項目	電風扇	書包	量杯	果汁機	洋娃娃	故事書
單價	200元	497元	19元	123元	39元	13元
個數	5台	3個	13個	4個	8個	5本
總價	1000元	1497元	500元	492元	312元	55元

(3) 我覺得今天的數學課：

(讓老師明白你的心情故事)

今天老師跟我們說單價是物品的價錢，個數是買的數量，總價是全部的價錢對這個總要，我要起來。

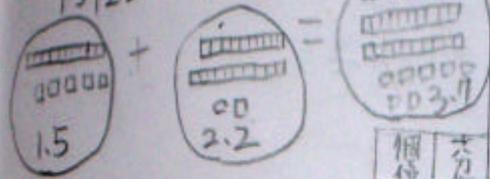


日期：92年5月5日 單元主題：小數的加減

(1) 我今天數學課上了：

(把上課內容盡量紀錄下來，文字、數字、圖案、...樣樣行。)

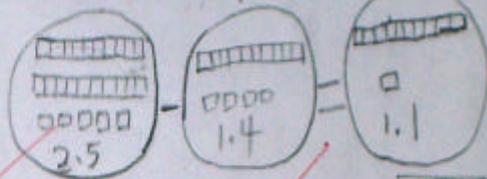
17  $1.5 + 2.2 = 3.7$



$1.5 + 2.2 = 3.7$

個位	十分位
1	5
+	2
2	7
-----	
3	7

$2.5 - 1.4 = 1.1$



$2.5 - 1.4 = 1.1$

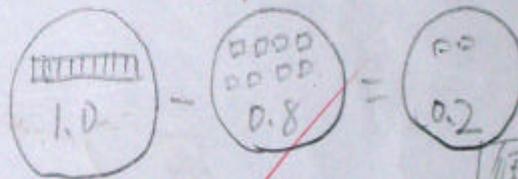
個位	十分位
2	5
-	4
1	1
-----	
1	1

(2) 我又可以創造出：

(有新題目、新解法的一級棒)

生日會有1個大蛋糕，有八個人來參加，把蛋糕分成十塊，每人得幾塊？剩下的夠不夠分？

$1.0 - 0.8 = 0.2$



A: 1塊 A: 不夠

(3) 我覺得今天的數學課：

(讓老師明白你的心情故事)

很好玩，不過第二題比較難想。

5/6



日期：92年5月6日 單元主題：小數加減

(1) 我今天數學課上了：

(把上課內容盡量紀錄下來，文字、數字、圖案...樣樣行)

生日宴會上買一個蛋糕分成10等分，被吃了7等分，剩下多少等分？就是剩下多少個蛋糕？

個	分
1	0
-	0
7	
0	3

$$\begin{array}{r} 1.0 \\ -0.7 \\ \hline 0.3 \end{array}$$

77

(2) 我又可以創造出：

A: 剩3等分 A: 3塊蛋糕

(有新題目、新解法的一級棒)

小明生日宴會有一瓶大瓶的可樂，有9個人來參加，把可樂分成10杯，每人得幾杯？剩下的夠不夠分？

個	分
1	0
-	0
9	
0	1

$$\begin{array}{r} 1.0 \\ -0.9 \\ \hline 0.1 \end{array}$$

這個0.1代表什麼??

A: 1杯 A: 不夠

(3) 我覺得今天的數學課：

(讓老師明白你的心情故事)

很好玩很有趣。

5/7

日期：92年3月4日 單元主題：乘和除

(1) 我今天數學課上了：

(把上課內容盡量紀錄下來，文字、數字、圖案、... 樣樣行。)

① Kitty 寵物店裡賣的蜥蜴每13隻裝一盒，共有6盒，共有幾隻？  
 ② Kitty 寵物店裡有125隻天竺鼠，如果分給5個人，每個人可拿到幾隻？  
 ③ 金魚10隻裝一缸，一缸100元，一隻魚多少錢？

(1)  $13 \times 6 = 78$     $125 \div 5 = 25$     $100 \div 10 = 10$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 6 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \div 5 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \div 10 \\ \hline 10 \end{array}$$

A: ① 78隻  
 ② 25隻  
 ③ 10元

(2) 我又可以創造出：

(有新題目、新解法的一級棒)

其他： $24 \times 3 = 72$ ， $22 \times 2 = 44$ ， $4 \div 4 = 1$  (6)

① 寵物店內賣的天竺鼠，每盒裝一盒24元，有一個人買了3盒，共重多少元？  
 ② 狗飼料一包22元，買兩包幾元？  
 ③ 每盒裝4隻，一隻魚幾元？

$24 \times 3 = 72$ ， $22 \times 2 = 44$ ， $24 \div 4 = 6$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 2 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \div 4 \\ \hline 6 \end{array}$$

A: ① 72元  
 ② 44元  
 ③ 6元

(3) 我覺得今天的數學課：

(讓老師明白你的心情故事)

可以讓我激發造題目的能力



家長簽名：林

日期：91年12月18日 單元主題：除法(一)

(1) 我今天數學課上了：

(把上課內容盡量紀錄下來，文字、數字、圖案、... 樣樣行。)

Kitty老師言請我們出一個問題，  
29個金莎分給9個人一人可以分到幾個  
要怎麼算，老師請瑞涓上臺來算，瑞  
涓算完以後老師又問了一個問題。

$$29 \div 9 = (3) \dots 2$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 9 \overline{) 29} \\ \underline{27} \\ 2 \end{array}$$

A: 3個

(2) 我又可以創造出：

(有新解法，新解法的一級棒)

Kitty老師去買金莎29個分  
給4個人其中有一個人說他的  
不要吃請問一人分幾顆了

$$29 \div 3 = (9) \dots 2$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 3 \overline{) 29} \\ \underline{27} \\ 2 \end{array}$$

A: 9個

(3) 我覺得今天的數學課：

得 (讓老師明白你的心情故事)

我覺得瑞涓很棒因為她也幫我們解題。

將