



國立中山大學教育研究所碩士在職專班

碩士論文

國小二年級學生數學溝通能力之行動研究

研究生：許淑珠 撰

指導教授：梁淑坤 博士

中華民國九十四年一月

# 國小二年級學生數學溝通能力之行動研究

## 目 次

### 第一章 緒論

第一節 研究動機	1
第二節 研究目的	4
第三節 名詞釋義	4

### 第二章 文獻探討

第一節 數學溝通的學習理論基礎	5
第二節 數學溝通的意義與內涵	9
第三節 數學溝通研究的相關實徵研究	18
第四節 進行數學溝通教學的實施策略	23
第五節 近期數學課程演變與二年級數學教材分析	33

### 第三章 研究方法

第一節 行動研究法	39
第二節 研究者即工具	42
第三節 實地工作策略	44
第四節 資料的整理與分析	53
第五節 研究限制	57

### 第四章 發現與討論

第一節 學生所呈現的數學溝通能力	58
第二節 教師的班級經營方式及教學策略	79
第三節 進行數學溝通活動在實際運作上的困難與解決方法	85
第四節 教學者的省思與成長	102
第五章 結論與建議	
第一節 結論	109
第二節 建議	113
參考書目	
一、中文部分	115
二、英文部份	118
附錄	
附錄一 觀察記錄原案舉隅	123
附錄二 教學者的省思札記	142
附錄三 參觀者的隨手記錄	145
附錄四 學生回饋問卷	147
附錄五 學生回饋問卷統計	149
附錄六 數學活動記錄單	153

## 圖次

圖 3-1	行動研究歷程的階段	41
圖 3-2	教室平面圖	45
圖 3-3	研究流程	53
圖 4-1	行動研究歷程圖	102

## 表次

表 2-1	有意義問答討論類型與例隅	28
表 2-2	社會常規摘要表	31
表 2-3	社會數學常規摘要表	32
表 2-4	康軒版第三冊數學教材細目	36
表 3-1	教學計畫表	47
表 3-2	二年 B 班的日課表	48
表 3-3	各種原案資料編碼的意義	54
表 3-4	資料歸檔	55
表 4-1	進行數學溝通活動所遭遇的困難與解決的方式	100
表 4-2	學生的數學能力與溝通能力分布情況	108

# 第一章 緒論

本研究希望藉由教學活動的進行，瞭解二年級學生在課堂上表現出數學溝通的情況，同時探討實施的困難與解決方法，並且讓教師對教學做自我檢視與反省。本章將說明研究動機、目的，並對本研究裡的名詞加以解釋。

## 第一節 研究動機

### 一、世界潮流的趨勢

美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱 NCTM) 在 1980 年所發表的行動綱領 (Agenda for Action) 中建議：80 年代的數學教育應以問題解決為中心 (NCTM, 1980)；接著在 1989 年發表的課程與評鑑標準 (Curriculum and evaluation standards for school mathematics) 中，則提出數學是解題、溝通、推理、連結的新數學觀 (NCTM, 1989)；此後在 1991 年發表的數學教學的專業標準 (Professional Standards for Teaching Mathematics) 中，就分別述說教師和學生在溝通討論中應扮演的角色 (NCTM, 1991)；而在 2000 年出版的數學教育的原則與標準 (Principles and Standards for School Mathematics) 中，更明確強調 (NCTM, 2000)：

數學教學的規劃應使用溝通以促進數學的理解，讓全部學生能--透過溝通來組織和統一他們的數學想法；向同儕、教師和其他人，條理分明地表達數學上的想法；分析和評斷他人的數學想法和策略；使用數學語言，清晰地表達數學的概念。

### 二、國內課程的規定

自從中華民國 82 年 9 月教育部公佈國民小學數學課程標準，強調學生主動建構知識及培養學生溝通、討論、講道理和批判事物的精神 (教育部, 1993) 以來，對現今國小數學教學產生莫大的衝擊。在教育現場的教師，長久以來習慣使用教師主導的講述法，面對這樣的教育改革不免感到困

惑、焦慮，因為這樣的數學學習觀念和教學法跟過去所持之教學理念有很大的不同，教師面臨極大的挑戰。但是為了因應現代的數學教育趨勢，教師似乎必須調整自己的教學。

在民國 82 年所公佈的數學課程標準的重點，已將數學視為溝通的工具，這個重點與國外的 NCTM 所建議的相同。因為數學符號是一種語言，假如我們讓兒童用這種語言來與人溝通且能有效地運用數學於日常生活中，那麼就必須讓兒童覺得數學對他有意義才行。因此，在教學活動的安排上，協助兒童掌握自己的解題活動，進而協助兒童使用正式的數學語言來描述自己的解題活動，就變成是一件很重要的事。

往後發展到民國 92 年 11 月新公佈的國民中小學九年一貫課程綱要的數學學習領域也將數學溝通能力視為總目標之一，這正是延續 82 年的數學教育目標中所要達到的「培養學生以數學語言溝通、討論、講道理和批判事物的精神」(教育部，1993)。因此，提升學生數學溝通能力，應是教師努力的方向。

### 三、教育工作者的疑惑及措施

儘管數學溝通活動無論在世界趨勢也好，國內規定也好，均對數學學習是如此的重要，但根據研究者在小學服務多年的經驗，發現數學溝通活動在數學教學中仍然很少被教師採用。低年級教師們的反映是：低年級學生的溝通能力不足，說不出來或者是學生不會回答。中、高年級教師則認為進度問題、秩序問題、學生溝通能力問題及無法熟練計算能力等問題使得他們裹足不前。

此外師生不具備數學溝通技巧，學生缺少參與的意願，並且在討論時教室秩序常常難以控制等原因，以致比講述法更費時費事，造成教學進度落後(張俊紳，1993)，使得多數教師在使用效果不彰下，放棄教室內的數學溝通活動。

以研究者的教學現場經驗而言，研究者曾經在中、高年級的數學課裡採用討論解題、互相溝通的方式進行教學，相信藉由數學語言的傳達與溝通，能增進學生對數學概念的理解。

然而想要學生具備數學溝通能力，在低年級階段應先培養學童的發表能

力。根據游麗卿（1999）研究發現，約有四分之一的小學一年級學生在數學課能具有溝通的能力，其溝通能力包括說明自己解題想法，和與教室成員溝通彼此解題想法兩方面，顯示他們已經具有相當的溝通能力，但資料分析也同時顯示，這些學生並不是在每個時機都穩定的表現出這樣的能力，而且約有四分之三的學生還沒能表現出這些能力。另外，Andrews（1997）也強調，要讓學生能夠享受做數學的樂趣的最好途徑，就是在教室中鼓勵學生的溝通討論。因此研究者相信學生的數學溝通能力在低年級階段可經由指導訓練而提升。

近年來，很多教師在教育現場，藉由行動研究的方式致力於改善學校情境中教師教學與學生學習品質之意願，企圖應用於實務工作中的挑戰，並且以一種反省思考的方式來改革困境（夏林清等譯，1998）。因此，行動研究可解釋為教師對其教學實務的研究，是一種對教室教學的探究，因為集中於教師為研究者的工作，因此具有本質上的發展性和以下的兩項目的：最直接的就是為了提升學生學習而改善其教學實務；其次是為了獲得教室情境中的理解，讓教師所教導的事物成為教學知識的一部分（Feldman & Minstrell, 2000）。

研究者認為目前國內關於數學溝通的研究多以教室觀察方式來進行研究，如：許馨月（2001）、翁嘉聲（2001），或是以協同行動研究的方式，如：陳淑娟（1999）。可是，以上這幾篇研究報告多著重在高年級的數學討論活動，對於低年級的實際教學與困難較少著墨，有待進一步的探討。

綜合以上所述，「數學溝通」既然是國內外課程和教學現場的重要取向，隨之而來的問題便是教師了解在教室現場，學生表現出的數學溝通能力為何，才能做為改進的依據。本研究希望以實際的行動，由教師研究自己的教學，除了落實課程與教學的革新，也讓身歷其境的教師自行解決自己面臨的問題，並從中獲得學習與成長的機會。目前研究者任教二年級導師，為了研究的方便性，因此採用行動研究法，希望透過實務教學的行動，瞭解二年級學生數學溝通能力的教學狀況以及困難與限制，並且經由研究的歷程，呈現教師在研究中所獲得的成長。希望本研究能夠為有心想提升學生數學溝通能力的教師提供一個教學的情境範例。

## 第二節 研究目的

綜合上述的研究動機，本研究的研究目的如下：

1. 探討國小二年級學生所呈現的數學溝通能力。
2. 瞭解教師的數學教室經營方式及教學策略。
3. 瞭解教學現場中，進行數學溝通活動所遇到的困難與解決方法。
4. 透過行動研究，教師反思自己的教學專業成長。

## 第三節 重要名詞釋義

### 數學溝通

溝通包括理解與表達，所以，數學溝通一方面要能了解別人以書寫、圖形，或口語中所傳遞的數學資訊，另一方面，也要能以書寫、圖形，或口語的形式，運用精確的數學語言表達自己的意思。本研究以口語表達為主，書寫和圖形表達為輔。

## 第二章 文獻探討

本研究旨在探討國小二年級數學教學中，促進學生數學溝通能力的實施情況以及所遇到的困難與解決方法，並且透過研究的歷程呈現教學者的成長。所以本章將探討國內外有關數學溝通的文獻資料，希望透過文獻的探討，瞭解數學溝通的意義、內涵，教學活動，實施策略以及分析教材，以作為本研究的依據。因此，本章分為五個部分來加以論述：第一節探討數學溝通的學習理論基礎，第二節探討數學溝通的意義與內涵，第三節探討數學溝通研究的相關實徵研究，第四節為進行數學溝通活動的實施策略，第五節則針對近期數學課程演變與二年級上學期的數學教材做分析。

### 第一節 探討數學溝通的學習理論基礎

心理學者對人類學習行為的研究一直是從事教育工作者的指標，不同的學習觀帶來不同的教學理論與行為，這一點我們可從行為主義與認知學派不同的學習理論，清楚的看出其所主張及延伸的教學行為亦大不相同。受到行為主義的影響，教育學者強調課程安排中行為目標的建立，教師在教學的實施中需重視學生行為的增強與連結，而認知學者則認為資料需經心智處理的過程，學生互動本身即能增進學生學習的成就。認知心理學者如 Piaget、Vygotsky 認為讓兒童環繞在適當的作業上互動，可增進他們精熟重要的概念。

在數學的教育領域中，心理學的研究同樣也深深影響著數學的教學歷程。近年來 Piaget、Vygotsky 兩人的認知發展理論，更為數學教學帶來許多新風貌。

#### 壹、Piaget 的認知發展論

按照 Piaget 的觀點，對客體的認識是一個“同化”的過程，即是把對象納入（整合）到已有的認知結構中，經由此過程，客體才獲得了真正的意義（鄭毓信，1998）。更明白的說，認知（knowing）發展的主要方式是

透過活動的方式，不斷地重新組織個體內的組織，這種認知活動乃是假設主體內在預存這一種認知的結構( structure ), 及一般心理學界所稱的“基模”( schema ), 會在外在事實與內在結構發生衝突之時，主動地經由同化( assimilation ) 與調適( accommodation ) 作用進行自我調節，使個體的認知結構達到新的平衡，並發展出另一個新的基模，成為個體將來詮釋所經驗世界的基礎。

Piaget 也對知識的獲得方式提出發生知識論( genetic epistemology ), 其重要的意義有：Piaget 的理論中，智力再也不是如古典的認知論所描述的那樣是神祕的和形而上的東西；Piaget 提出兩個重要的相互作用的概念：組織與功能，或者說結構與功能。另一方面，Piaget 把智力這個認識論的中心問題之一置於主體 - 客體的相互關係之中去加以研究。對 Piaget 來說，知識( 智力 ) 再也不是先天的和從天上掉下來的( 客觀唯心主義 )，也不是人腦對現實事務機械和照相般的反映( 機械唯物主義 )，而是介乎於兩者之間的第三種東西 - 主體( 認識者 ) 和客觀( 被認識者 ) 相互作用的一種結果( 或效果 )。這樣一來，任何取其一端的作法都是荒謬的，只有兩端相互作用的“過程”( 而不是折衷 ) 才是真實的。換句話說，認識是主體與客體交互作用的一種過程，知識「智力、智慧」是這種過程的結果。個體的知識是透過活動逐漸建構而來的，所強調的知識是認知個體與環境間的交互作用的結果，因此，人類的知識是從活動中不斷的發展、不斷的再建構，如果沒有活動，將沒有知識的產生。

將社會互動當作是個人認知成長刺激的興趣，應追溯到皮亞傑早期的研究上( Piaget, 1926 ); 他強調「衝突」的角色，特別是存在於同儕之間的衝突，可以用來促進認知的建構。根據皮亞傑的看法，透過與同齡同儕的衝突與爭議，兒童將可一再看到別人與他不同的觀點( 谷瑞敏譯，1995 )。

皮亞傑( Piaget & Garcia, 1989, 引自 Kamii, 1985, 幸曼玲譯, 2001 ) 指出：

科學是一種社會性事業。當科學家有一個新的發現或發明一個新的理論時，他會將其發現呈現給社會大眾來查證。在科學的建構裡是沒有一種像一位老師一樣可以確定判斷事實與虛偽的權威。在科學裡，事實真相只可被事實證明及嚴謹的邏輯所證明，並且可被後來的科學家所查證。因此，

在科學上，同儕之間的討論及社會認知衝突是進步的必要條件。

假如科學家透過討論及社會認知衝突來建構科學，那麼，孩子也應該是透過討論及社會認知衝突來建構數學。在數學教育裡，如果孩子透過討論及嚴謹的思考來堅固地建構出他們自己的知識，那麼，在每一學年的一開始就再也不需要一而再，再而三地複習之前所教過的知識了。

## 貳、Vygotsky 的認知發展論

Vygotsky 的認知發展理論是從「社會 - 文化」或「社會 - 歷史」的角度來探討心理現象的發生與發展，尤其是較高階層心理功能的獲得。他認為個體心理能力的發生根源於社會，其發展的歷程受到歷史、社會、文化的影響，特別重視社會文化脈絡對發展的重要性。此外，Vygotsky 亦提出內化作用 (internalized)，認為所有高層次的功能源於人們實際互動的過程中，而由人際間的社會歷程轉為個人內在的心理歷程是一長期發展的結果 (簡淑貞，1998)。因此，語言的使用得以讓人類從低層次轉換為高層次的心理功能，從生物性進到社會 - 歷史性層面，進而學習社會文化，創造新的文化 (引自陳淑敏，1994)。此外，「可能發展區」(Zone of Proximal Development, ZPD) 是 Vygotsky 心理發展理念的重要概念，主要是探討學習與發展間的關係，其所決定的是兒童無法獨立解決，但在協助之下可以解決問題的能力所在的區域。然而，Piaget 和 Vygotsky 認知發展論最大的不同在於 Vygotsky 增添了非自發性概念的看法，不同於 Piaget 認為概念的產生是藉由自己過去經驗推論而得。Vygotsky 強調個體經由分享集體的知識，進而促進本身知識的成長，而語言將是重要的傳遞工具。此種說法啟發了社會建構主義的形成，對數學教學來說亦是很重要的發展趨勢。

根據 Vygotsky (1978) 的社會文化理論所認為，認知是一種非常複雜的社會現象。社會經驗會形成思想及解釋世界的方法，在社會化形成心智思考的過程中，語言也扮演非常重要的角色，因為那是我們最原始的溝通及與別人心智互動的途徑。藉著語言，我們可以心理化的呈現社會經驗，也是思考的必要工具 (Vygotsky, 1978)。因為 Vygotsky 認為語言是介於社會文化世界與個人心智功能之間的重要橋樑，因此他把語言的獲得看成是孩子心智發展上最重要的里程碑 (谷瑞敏譯，1995)。

Vygotsky 認為高層心智發展根源於社會，受主體意志調整不受環境控制，語言具有中介的功能，是歷史演變的工具，可以協助個體由低層次的心智發展到高層次。個體心智能力發展，都必須先經過外在的社會活動，再經內化作用將外在的活動轉移內在的意識。Vygotsky 強調語言符號在心理發展上的重要性，語言是人類創造出來組織思想的工具。語言是社會互動的產物也是重要的溝通工具，人際間的互動需仰賴語言符號。個體經語言符號所遭遇的刺激加以修正，調整行為控制環境（鄭明長，1999；陳淑敏，1994；陳埜淑，2000）。

Vygotsky 的認知發展理論也企圖說明個體的心智如何運作以適應所處的社會環境，他的心理發展理論主要的重點有以下四個部分（甄曉蘭、曾志華，2002）：

#### （一）強調社會文化的重要性

對 Vygotsky 而言，個體的心理發展是起源於社會的並且受社會文化所影響，先是透過原始的較低層次的能力在人際間互動使用語言歷程中便會產生思考重新建構和組織意義，進而轉變為較高層次的心理能力。

#### （二）說明內化作用的歷程

人類任何較高的心理認知功能從人際間的互動轉移到個人內在心理的歷程稱之為內化作用（Confrey, 1995）。內化是一種「得到控制外在符號形式的歷程」（Wertsch, 1985）。在這歷程中可以看出人類高層與低層心理功能的差異至少包括四點：1. 從受環境控制轉移到個體主觀的規約（voluntary regulation）；2. 個體可以有意識地了解到心理的歷程；3. 較高的心理功能是起源於社會且具社會性特質；4. 使用符號（signs）居間中介（mediate）較高的心理功能（Wertsch, 1985）。

#### （三）注重語言使用的重要性

從 Vygotsky 的觀點，人類之所以有異於動物的高層心理表現最重要的指標就是符號（特別是語言）的使用。它尤其注重從語言與思考的關係來界定認知的發展，認為語言不但是社會文化的產物，同時也是組織思想的工具，在個體學會使用語言時，其心理功能便產生了徹底的改變（陳淑敏，1994）。個體藉由語言符號重新調整自己的意識，因此隨著個體語言能力和社會經驗不斷的增加，其較高層次的邏輯思考能力也得以不斷地提升。

(四) 解說可能發展區 (zone of proximal development) 的功能

所謂「可能發展區」是 Vygotsky (1978) 提出的概念，它將發展分成兩個層次：一是實際的發展層次，是兒童能夠獨立解決問題的層次；另一個是潛在的發展層次，是兒童在成人的引導下或與能力較佳的同儕合作才能解決問題的層次。兩個層次之間的差距就是「可能發展區」。

「可能發展區」提供了心理學家和教育者一種可以了解個體內在發展活動的工具 (Vygotsky, 1978)，這種發展區的假設不僅可以用來診斷學生目前的學習層次，也可以用來指引學生未來發展的方向及可能性，同時更啟發了教育者了解學生透過與他人的互動能增進認知發展的重要性。

## 第二節 數學溝通的意義與內涵

在數學教室裡進行的溝通可以就兩種形式來看。一個是語言溝通，一個是數學符號 (表徵) 的使用。本節將探討數學溝通的意義與內涵，一共分為五個部分，第一部分探討溝通的定義與特徵；第二部分探討溝通的益處與功能；第三部分探討語言與數學學習；第四部分探討數學表徵問題，第五部分探討屬於低年級學生的溝通方式。

### 壹、數學溝通的定義與特徵

溝通 (communication) 一詞是指經由語言或其他符號將一方之訊息、意見、態度、知識、觀念以至感情等傳到對方的歷程。溝通時多半有固定對象；溝通時可為雙向也可為單向 (張春興, 1989)。溝通技巧則是指在與人溝通意見時所具備的語言表達能力。溝通包括理解與表達兩種能力，所以，數學溝通一方面要能了解別人以書寫、圖形，或口語中所傳遞的數學資訊，另一方面，也要能以書寫、圖形，或口語的形式，運用精確的數學語言表達自己的意思 (教育部, 2003)。

教室內溝通討論解題的過程，猶如一個小型的數學社群，學生在這個數學社群中，猶如一個小小的數學家，將自己的意見表達出來並與他人交換意見。學生在討論的過程中，建構屬於自己的數學意義 (Cobb, et al., 1991)。

蔡文煥 (1991) 指出，小組討論學習的教學方式具有以下兩種特徵：第一種，討論過程中，學生的解題方式遭遇學習同儕的挑戰與質疑，有助於學生的反省，檢驗他們自己的信仰與策略，並且放棄那些顯然支持不住的觀點。至於第二種，討論的過程中，可以藉由學習同儕提供許多不同的解題訊息，而這些訊息可能是某些個別學生無法擁有的。藉由解題訊息的互相幫助，可幫助學生建立問題與先前知識的橋樑，並且有助於學生了解問題要素之間的關係，以便找出解題的關鍵。

一般而言，在課堂中進行的溝通活動可分為全班討論或小組討論。根據 Gall (1987) 所說：討論是一群人聚集在一起，為了達成某種目標，透過語言表達，傾聽對方和觀察手勢表情等過程，彼此溝通意見。它是兩個人相互了解的過程，重要的是每個人都願意開放自己的心靈去對待其他人，真誠的接納別人的觀點當成考慮的重點，並進入對方所理解的範圍與其討論 (Gadamer, 1975)。可見討論過程強調成員間的互動，包括師生與同儕，這不是知識的單向傳遞，而是注重過程中成員之間的相互影響和協商，是一種開放的雙向溝通過程而非單向傳遞的。

Arends (1988) 認為若要有效率的幫助學生進入討論的情境，教師可運用適當的一些策略，例如，他提出**思考-配對-分享**及**細語團體**兩種策略，第一種策略**思考-配對-分享**，實施的程序是：首先教師說明教材之後，提出具爭議性的問題或討論的題目，讓學生針對問題以一分鐘時間獨自思考解答 (思考)，然後讓學生兩兩配對討論其思考的內容，就自己的答案向對方提出說明、詰難、澄清，分享彼此的觀念，時間約為五分鐘 (配對)。最後教師要求每對向全班發表結論，與全班同學分享 (張俊紳，1993)。

至於第二種策略**細語團體**，則是一種促進大班學生參與討論的好方法 (Arends, 1988)，特別適合在國內的小學環境中使用 (張俊紳，1993)。進行的方式是教師將全班分成若干小組，每組以六人為宜，針對教師所提出的問題進行討論，並推選一人將每一人所提的意見記錄下來，數分鐘後，記錄者將小組的意見或結論向全班說明，並接受同學的質疑、挑戰。

教室內溝通討論解題的過程，猶如一個小型的數學社群，學生在這個數學社群中，猶如一個小小的數學家，將自己的意見表達出來並與他人交換意見。學生在討論的過程中，建構屬於自己的數學意義 (Cobb, et al., .

1991 )。

Jones et al. ( 1980 ) 等人指出，小組討論學習的方式具有以下特性：

1. 小組面對面的學習團體像是社會的縮影，兒童同時也具有他自己與眾不同的特性。
2. 團體討論的原則，因文化間的不同而有差異。
3. 溝通討論是一動力狀態，其歷程受團體內、外的許多因素所影響。
4. 小組成員必須熟練討論的技巧，注意討論進行的歷程，選擇對自己有用的觀念並嘗試、試驗其他不同取向的觀點。

## 貳、溝通的益處和功能

討論有助於學生使用語文幫助思考，並且把我們自己的概念和別人的概念聯繫起來，雙方可能都要修正自己的概念，以適應對上的概念或解釋自己的概念，以便順利地傳達給對方。此外，討論也有助於概念的結合並激發新概念（也就是時下所謂的腦力激盪）。聽別人發表意見時，可能在自己腦海裡閃爍出新概念，這個概念可能不是對方有意要傳達給自己的，但如果不是聽別人這麼說，自己可能想不到這方面去（陳澤民譯，1995；Skemp, 1987）。

學生彼此之間的討論對學習有很大幫助。當我們要輸出概念和別人溝通時必定變得更自覺。有人說“你能清楚解釋一個問題的內容就表示你已會做一半了”，我們也說過當你一個問題的內容和自己的思路，對著一個傾聽者講解一次後，可能答案或解法就浮現心頭。有一位老師在學生自己討論而做了一個錯誤敘述時，以高明的技巧去改正。事情是這樣的：一般老師可能親自或叫另一位學生告訴這位學生，什麼地方出了錯，但這位老師卻叫這位學生對另一位學生說明自己結論的理由，由此他自動發現錯在什麼地方，而另一位學生也等於吸收了一個新經驗（陳澤民譯，1995；Skemp, 1987）。

曾志華（1994）概略歸納出溝通有以下三點益處：(1) 數學本身是種語言，在解題教學活動中，「語言形式」控制了整個訊息溝通的輸送與接收，假使輸送、接收的品質不良，那麼教學的效果必然受到影響。(2) 溝通使用的工具並不一定是語言，但它卻是解題活動中互通訊息的橋樑。(3) 討論

過程中，大家對於所共同面對的問題情境便會在訊息的交流下得到共識，而學生彼此之間的數學觀念和問題也會進一步釐清和化解。

Cobb ( 1990 ) 提出，在互動的、溝通的過程中，師生之間必須不斷地詮釋彼此之間的立場、意圖和期望，然後從彼此建構的互動類型中浮現 ( emerge ) 出討論內容的意義來。

Hoyles ( 1985 ) 認為溝通討論有助於兒童對數學的理解。他認為言談在溝通的歷程中扮演著兩種功能，分別是「認知的功能」與「溝通的功能」。認知的功能在於使用語言，將自己的內在思路描述出來；溝通的功能則在於將個人的觀念傳達給別人。而討論過程中的認知對立現象，有助於兒童的數學學習。他認為數學溝通具有以下功能：

1. 形成個人對數學的觀點。
2. 促使個人回頭去反省這些數學概念。
3. 適當的去使用它。
4. 和他人有效的溝通。
5. 反省他人所提供的觀念。
6. 將他人的觀念合併到自己的觀念中，或是挑戰、合乎邏輯的拒絕別人的觀念。

從上面的理論中可以知道，在溝通討論的數學學習過程中，透過學生們彼此之間所提供的不同觀點，可以使學生分享彼此之間的不同經驗。而討論過程中，質疑、辯護的歷程，可以增加學生反省的機會，提升學生對數學概念的理解。

### 參、語言與數學學習

語言是兒童應用來建構事件的抽象表徵與溝通思考的有效工具( Hicks, 1996; Vygotsky, 1978 )。

美國數學教師協會 ( NCTM ) 鼓勵兒童在數學學習活動中談論數學 ( talk mathematics )，即使用語言進行數學解題的問答討論。學者指出學生在數學討論歷程中，運作了多元且複雜的認知活動，其包含下列四項活動：(一) 估測，提出解題方法，辯論、批判意見是否合理；(二) 根據數學的原理原則，提出證明與修正不合理的概念的理解與推理 ( NCTM, 1991 )。

從認知發展心理學的觀點，使用語言表達內在心智想法與溝通，是人類智慧的表現，而且個人語言的表達，也反應出其潛在的概念認知（Miller, 1989）。根據 Piaget 對於語言與思考關係之詮釋，兒童於感覺動作發展階段末期，使用語言來表徵事物的能力會逐漸發展，欲使兒童從主觀語言的使用，轉化為具溝通能力的語言，則同儕之間的交互作用是重要的（Piaget, 1973；引自黃幸美，2003）。

俄國的社會文化心理學者 Vygotsky 則認為兒童的語言與思考發展，於發展初始階段，兩者之間的關係是獨立的，但是幼兒的語言與思考，兩者獨立平行的現象只是短暫的，約於兩歲左右，語言與思考的發展逐漸交互影響，兒童使用語言表達個人對於外在世界的認識與理解精確的程度，將逐漸進步，而且語言在思考與行動的導引上，效率、程度也愈來愈提升，結果形成多思考，思考也成為內在化的語言（Vygotsky, 1962；1978）。

Vygotsky 語言初始的功能是溝通的功能，語言是社會互動首要的工具，表達意見和理解的憑藉，這個溝通的功能通常以個別的單位來分析，和語言中思考的功能分開，這兩種語言的功能被看成好像是相互平行或獨立的。事實上，語言包含社會互動和思考的功能，而這兩種功能的關係是如何，什麼因素促使這兩種功能產生，它們是如何發展的，它們在結構上如何相互糾纏是尚待探究的問題（引自 Wertsch, 1985）。

在賦予語言意義的過程中，是否對個體本身產生影響呢？Vygotsky 即認為，語言的使用使得人類發展出高級的心智能力，因為語言的使用使得人的知覺能力全然改變了，並且進而深化為個人內在思想體系的一部分，因此，語言與社會經驗增加，邏輯思考能力也就不斷地發展提升；此外，活動是人與周圍世界的交互作用，解決日常生活課題的過程（引自黃昌誠，1999）。若將此觀念用於數學教學中，教師使用語言來提出問題、引導學生從事學習活動，而學生亦使用適當的語言來表示自己的想法或解題問題；數學語言除了本身即是學習目標之外，也是學習數學知識的重要媒介（蔣治邦，1994）。

此外，語言的使用使學生的概念藉由口頭形式更主觀化，並且他們的想法可以更清楚和實用；它對刺激學生的想像力、產生新概念和測試自我概念是一項很有效的工具；而更進一步是討論教學給學生極大的自主權去

表達他們的感受（張世宗，1997）。因此，語言在數學教學中的使用，不僅是溝通的橋樑，亦幫助個體重新組織知識、表達自己想法，在討論式的數學教學中有其不可抹滅的重要性。

數學語言存在的目的在於產生社群間的溝通。知識經由社群成員之間的對話（dialogue）可以化為用來分享的、具體的意義，語言的表達及含意對學生的知識建構有很重要的影響（曾志華，1995）。於此，在討論教學中雖不可不對語言予以重視，但有意義的溝通更是互動教學中不可或缺的關鍵因素。

Vygotsky 認為兒童使用語言與他人對話，以及在內心裡與自己對話，對自己的解決問題思考具有助益（黃幸美，2003）。當說話開始轉化為內在的層次，並且變成自我溝通功能的時候，說話的結構就被調整了。此外，當從他人引導變成自我引導時，語言的功能也在經歷修訂；逐漸傾向澄清思考及規範，或獲得對行為的自我控制（谷瑞勉譯，1995）。

#### 肆、數學表徵問題

根據蔣志邦（1994）對數學表徵問題的研究，提出以下的觀點：

##### 一、何謂表徵？

表徵是用某一種型式，將事物或想法重新表現出來，以達成溝通的目的。表徵可以為任何一種型式，但其功能在於表達想法。

Bruner(1996)由運思方式的觀點，區分三種被運思的材料（表徵）：動作的（enactive）、圖像的（iconic）以及符號的（symbolic）表徵。例如實物或具體物教具（花片、積木），皆為概念的動作表徵，它們可以被實際操弄。圖像及符號表徵，則是心智活動的產物。

Lesh（1979）則用溝通的觀點，重新描述了表徵的類別：實物情境（real-world situations）、操作具體物（manipulative aids）、圖（pictures）、口語符號（spoken symbols）、以及書寫符號（written symbols）。Lesh 認為學童能否在不同的表徵方式中自由轉譯（translation），表示其對概念意義的掌握，以「5個橘子」的實物情境為例，可以使用「5個積木」來表徵其「5」的意義，亦可以使用「五個圈圈」、「 $\times$ 」的語詞、或「5」的符號來表徵，換言之，不論呈現何種表徵，做

為溝通的刺激，接受訊息者皆能轉譯，使用自己的方式重新表徵，而不失原刺激的意義，同樣地，實物情境的問題或活動，亦可用其他表徵型式來重新描述，如此的轉譯過程，有助於解決問題以及數學的學習（Lesh, 1981）。

在 Bruner 的討論中，表徵是運思的材料，而運思是個人的活動，所以其形成的心像或符號，並不必然需要與外人溝通。

在數學知識的演進過程中，某些特殊的表徵型式被選擇出來形成特定的表徵系統例如印度-阿拉伯數字系統很容易溝通其十進位結構的性質。但是它在形成系統的同時也產生多重意義的困擾，例如數字符號它具有序數和基數的多重意義。

## 二、表徵的功能

在數學活動中，表徵扮演著兩種角色：溝通的媒介與運思的材料，以一個例子來說明，教師在黑板佈了一道「 $8+3 = ( \quad )$ 」的問題，學生拿出 8 個積木，再拿出 3 個，數一數，說出答案是 11。在這個過程中，教師以書寫符號來呈現問題，學童拿出 8 個及 3 個積木，表示教師的符號已被理解，但是學童是以具體物，做為解題運思時的材料，當他運思完成後，再用口語符號，來溝通運思的結果。如果不仔細探討學童的解題過程，可能會錯誤地以為學童可以進行符號的抽象運思，因為題目和答案皆為符號，但實際上符號表徵對此學童而言，只具備溝通的功能，而不具備其運思的功能。

在低年級階段，學童多半進行動作或圖像的運思活動，在動作運思活動中運思材料是實物、具體物、或圖畫，這些材料都可進行外顯的點數行動；在圖像運思中，運思的材料是實物、具體物、或圖畫的心像，而進行內在的點數活動。在基本加減運算範圍中，學童可能發展出符號運思，例如在合成情境下，只想到 2 和 3 兩個符號，即聯想到 5，但由於此種聯想是由許多 2 加 3 得到 5 的活動經驗中提昇出來，學童即使只想到符號，但符號的意義在運思過程中，不會喪失；如果學童只是背誦加法事實，則令人擔心。

當教師拿出 5 個花片，再拿出 3 個花片，詢問學童這裡有多少的「花片」，教師是用實物表徵了心中的一個問題，學童面對著這些花片，並無表徵轉

譯的問題，因為刺激是實物的本身，但是如果教師意圖使用花片來表徵橘子，詢問學童這裡有多少個橘子時，則花片成為橘子的具體物表徵，則學童面臨表徵轉譯的問題，要理解教師的問題，必須將眼中的花片，轉換成心中的橘子影像，才能在點數花片的同時，仍保留其橘子的意義，唯有仍保有橘子意義時，點數花片的結果「8」，才具有8個的意義。

在圖畫表徵方面，涉及的問題與具體物表徵相類似，唯一的差別可能是：圖畫是將心像具體的表現出來，而不是使用外在的材料；在運思過程中，圖畫不似具體物一般可被任意的移動，但可隨時製作，環境限制較少。

### 三、具體物與圖畫表徵的功能

此兩種表徵可以發揮四種功能：(一)協助溝通教師問題的題意；(二)學童解題運思的材料；(三)協助溝通解題過程；(四)作為說理的工具或學習表徵型式的媒介。

在描述問題情境時，老師可用具體物的操作，來協助溝通題意。例如：教師一面描述「樹上有5隻小鳥」，一面要學童拿出五個花片來代表小鳥，「再飛來4隻」，又要學生用花片表現出來，再問「合起來共有幾隻？」學童能掌握此類問題的語義後，再進行一次佈題，由學童自行表徵、解題。

當學童剛剛開始學習運算活動時，他們都需要將問題用具體地方式(具體物或圖畫)表現出來，才能進行計數的活動因此在任何新類型運算活動的初期，提供學童具體物，使他們有解題的工具。

## 伍、屬於低年級學生的溝通方式

教師應熟悉溝通的技巧，在數學教學中示範，讓學生能透過模仿而習得此技巧，學者 Arends (1988) 更主張應直接教授學生溝通技巧，此技巧是指 John Wallen 所提出的四種方式，分別為(引自張俊紳，1993)：

一、摘述要義 (paraphrasing)：係指把握陳述者真正的用意，讓接受者以自己的話描述出來，使陳述者能針對接受者的瞭解加以回饋。

二、行為描述 (behavior description)：以中性的語詞來描述自己所看到及所聽到的，不用具有評價意味的語詞、具有社會道德規範或人格攻擊的用語來陳述意見。

三、描述感受 (describing feeling)：人們經常刻意的描述自己的意念，

卻拙於表達自己的情緒或感受，只是希望別人能由自己的行為中去推知自己的感受，卻又因別人無法準確瞭解而生氣。因此欲暢通溝通，讓彼此清楚的瞭解對方感覺，應清楚的以語言將自己的感受敘述出來，以免產生誤解。例如：若對方提出讓自己無法立刻理解的解題方法，而他又繼續講下去時，應該清楚的告訴對方：「我覺得你的方法太難了，請你再講一次。」

四、檢核印象 (checking impressions)：此技巧用來補充敘述出個人的感覺，將其以語言敘述出來，並檢核自己內心對他人感覺的正確性。例如：「我覺得你對我很生氣，對嗎？」、「小明你這意見已經提過很多次了，你覺得你的意見受到忽視，因為我們沒有接受它，是不是？」

以上四種溝通技巧，教師平時在教學中即應以身示範，讓兒童透過模仿去學習，而在討論進行中亦應隨時提醒兒童運用此技巧，以使討論溝通更加順暢。

根據游麗卿(1999)針對小學一年級在數學課所表現出的溝通能力做初步分析，發現約有四分之一的學生在溝通活動下，表現出的溝通能力包括說明自己解題想法，和與教室成員溝通彼此解題想法兩方面，顯示他們已經具有相當的溝通能力，但資料分析也同時顯示，這些學生並不是在每個時機都穩定的表現出這樣的能力，而且約有四分之三的學生還沒能表現出這些能力。初步資料分析結果顯示，學生在說明解題想法的能力方面，通常只說出他們畫了什麼圖，答案是什麼，把算式用圖表示出來，沒有根據題目說明他們是怎麼解題的，也沒有依據解題紀錄和題目去說明算式的涵義。而在溝通彼此解題想法的能力方面，一年級學生的注意力很容易分散，傾聽的表現較差，他們在老師的引導下會爭取發言權，發表自己的想法，比較少與其他成員溝通；然而也有少數學生可以在溝通活動表現出社會溝通能力，其中包括傾聽、爭取發言權、說明解題想法、理解監控、提問、澄清、補充、質疑、反駁和辯論。

然而 Skemp 認為多數學童是看不懂數學符號，其原因，一是數學符號本身簡略、濃縮、隱喻的特色，另一則是不理解其後的深層概念。下面是一些輔助的原則（陳澤民譯，1995）：

(1)在幼童學習數學階段，儘量以實物展示概念。例如個、十、百的位數記法，可以用一根吸管、十根一捆吸管、十捆一大把吸管代表。這比用

符號代表概念更具體，視覺、觸覺輸入資料更易於引起深層結構的共鳴而被捕捉。甚至看或摸實物之後，孩子根本先進入相關數學深層結構(概念)，然後才談表面結構(符號)。

(2)不要只叫孩子背符號，在教一個新概念前要先分析其基礎概念是否都已教過，以便孩子能將新概念適當同化。說來淺顯，可是很多教科書在編排時根本沒有考慮這一點。

(3)在幼童學習數學階段，多用口頭解釋、少用文字解釋，因為概念和前者關係較強烈。同樣的，我們不必強求小孩寫出一些步驟或解答，可以聽聽他們講道理。

(4)在正式、濃縮的數學符號之間，可以使用非正式、暫時的約定符號，甚是學生個別指定的，如此他們的概念已自動和符號結合。同時經由比較長或短、清楚或曖昧，及不一致的困擾，學生逐漸領悟約定標準符號的好處。

(5)愈是早期的基礎數學，愈應該多使用口頭語言溝通，不必強求孩子們用符號老練表達。此時期概念和口頭語言的關聯較強，口頭語言也較易於產生。可以多當面和孩子溝通，不一定要求他們作答在紙上。

綜合以上可知，學生是樂於發表自己的想法，但是礙於對數學符號的概念不夠清楚，可能不易將自己對於數學的瞭解說得明白，需要透過教師給予協助，因此，研究者對於促進學生數學溝通的教學活動方向，將設定在讓學生能說明自己的解題想法，以及能與教室成員溝通彼此解題想法這兩方面。

### 第三節 數學溝通研究的相關實徵研究

近幾年，國內多位研究者針對數學課堂中進行群體討論的教學經營、形成、以及細部策略做過相當多的探討，譬如師生共識的發展(柯登淵，1996)、社會互動學習(曾志華，1997)、討論文化的形成(翁嘉聲，2001)以及教師佈題方面(陶惠昭，1998；李嘉珍，2000)等，此外，亦有研究者提出實際實行之困難(陳淑娟，1999)，在國內這方面的研究，這幾年可說是雨後春筍的相繼出現。在本節中，研究者先對討論式數學教學之相關

內容加以探討，再探討實際實行困難之研究，以瞭解近年來國內在這方面的研究情況。

柯登淵（1996）以觀察與訪談個案一學期的方式，探討國小接受新數學實驗課程的學生，數學溝通過程中教師與學生的行為類型，以及數學解題溝通討論過程中，師生共識的發展。研究結果將教師的行為分為「常規管理行為」與「教學行為」兩類型；而學生的行為分為「確認問題」、「說明解法」、「質疑與澄清」以及「辯護說明」四種；而共識發展的過程則分成「教師監控」與「學生同儕的討論」兩個平行歷程，並且提出共識的發展歷程中教師所扮演的角色及結果有助於學生的數學學習研究發現。研究者參與全班討論與小組討論不同的活動類型，以對實施討論式教學的教師與學生，針對其溝通的行為形式、及教室中共識發展的歷程提出多種類型。

曾志華（1997）以質的研究派典-俗民誌研究為主要的研究方式，採用參與觀察、訪談及使用問卷，想要理解和闡釋建構的數學教室中社會文化的形成，以及數學教學及學習活動的現象。研究結果先對個案老師的數學觀與數學教學加以描述（不用課本、解題和小組討論是主要的學習活動、不斷提問協助學生解題和社會運作、隨時評量）；而後從社會的角度來探討數學教師中的社會互動；接著闡釋學生學習數學知識的建構方式是藉由與教師產生互動及數學語言的互動；並且進一步探討數學教室中「遊戲規則」的制定和規則；最後從心理學的角度，詮釋該班學生學習數學的態度與表現。研究結論提出數點討論式教學中教師教學、學生學習與社會運作三方面的相關概念、及其實際實行討論教學的運作情況，進而瞭解學生知識的建構方式、教師的理念作法及班級社會運作的形成方式，此外，亦提出在討論式教學的過程中，語言的使用將是決定學生學習與教師教學成敗的重要因素。因此，轉型中的教師在嘗試實行討論式教學時，語言的善用是否是教師覺得無法掌握的重要因素，教師是否因此而無法提出適當的引導，這方面策略的運用是與過去講述式的教學方式有很大的不同，而這也可能是影響討論式教學順利進行的因素之一。

陶惠昭（1998）描述一個國小一年級教師佈題詮釋性研究，他從佈題行為、問題本身，和學生學習三方面，進行五個月的教室觀察和訪談，分析這位老師教學模式、佈題產生的過程、佈題題材等，最後歸納出這位教

師佈題的三項特色：方式多樣化的佈題、分段佈題，和多次重覆。然而，佈題的成功在於成功的解題，而解題的目的在於兒童數學能力的提升，因此，佈題的成功與否，應由兒童的解題與學習來判斷。研究結果發現，在這樣的佈題方式之下，學生將能成功的說出自己想法、與他人溝通、討論、講道理，以數學的方式思考，而具備解決問題的能力；進而更培養學生愛上數學、愛上思考。

此外，陳淑娟(1999)針對教師教學困難提出進行數學討論的可行方式，首先在佈題方面教師需佈一個能引起學生討論熱情的好問題，佈題前應先釐清佈題的目的，再抽取課本的主要概念當成佈題的材料，亦可以依據學生的反映進一步佈題。其次，在引導策略方面教師可常提問「為什麼」牽動學生思考的引線，善用複述、回應、挑戰、追問以增進澄清概念的技巧，再運用「淡化」、「強化」策略，緊扣概念主軸，並協助兒童「問題對焦」以提升討論品質。因此實施數學討論的途徑有：熟悉溝通技巧，將其應用在數學教學中；多元的引導方式，觸發兒童討論動機；運用適當策略，增進學生參與的意願；建構和諧溫暖的討論氣氛，塑造有利討論的情境。此研究結果不僅是針對佈題階段之教學技巧提出可行性之方案，亦針對討論教學促進數學知識層面獲得提出教學策略。

許玉珍(1999)的研究則是透過觀察一位採建構教學的專家老師，分別在一年級與三年級班級的數學課上課及下課時間的情境，探討建構教室中班級文化之創塑歷程，並探討塑造此建構教師班級文化可以使用的教學策略。研究發現，不同年級其形成的文化中，相同的有民主素養、安全感、傾聽、發表對談；而相異的地方則在於，三年級增加了數學知識內容的討論與批判思考的能力；在一年級，班級文化正在形成中，因此教師塑造的角色較為吃重；三年級的班級，班級文化趨於穩定，學生的自主性隨之提升，因此教師角色相對減輕。然而，在不同的年級實行建構式教學，其教師所扮演的角色、使用教學策略均有所不同，而面臨高年級教學時，教師如何依學生的不同而加以調整改變呢？是否有低、高年級的差距呢？

鍾靜、許馨月、翁嘉聲(2001)提出，一位善於實施討論式數學教學之教師是熟悉教材脈絡，能依學生學習狀況加以調整，討論過程注意全班學生參與情況，適時加以引導討論，而教學內容不脫離數學主題，並能於

活動告一段落時加以整理，最後亦會加以檢驗；此外，在教學中，讓學生體會學習數學之必要性，並且不吝嗇的加以鼓勵等，這些均是一位專家教師實施討論式數學教學之特點。討論式數學教學並無固定之教學策略、亦無固定之教學模式，現場教師欲完善的實行討論式數學教學，其主要關鍵在於是否以學生學習為中心地進行教學，於此，教學策略的運用必須是依學生的不同而作適當的調整，策略的運用是多樣化的，並非一成不變的。

李嘉珍（2000）主要是探討一個協同數學成長團體之三位二年級教師佈題的特色、差異、看法及轉型情況。研究結果發現，三位教師的共同特色有：情境生活化、反覆確認題意、佈題來源多元化等；在相同的單元中，教師會因為對教學目標認知、個人數學內涵的不同，而呈現不同的樣貌；而教師在協同數學成長團體中，得以提升佈題能力。另外，亦歸納出影響教師佈題能力的內、外在背後因素有：教師對教材掌握的能力、對數學結構的瞭解、個人特質、時間與課程進度，以及教師背後推動的力量等。然而對於嘗試實行討論式教學的教師來說，是否因佈題樣式單調，不易引起學生參與興趣；是否將問題一次呈現，多個解題條件使學生不知該從何討論；是否佈題內容說明不清，學生不知道該討論什麼；另外，問題是否合宜、語句結構是否依學生程度呈現、是否理解佈題的情境、表徵、提問技巧等等問題，均會影響到教師實行討論教學佈題階段以及之後討論活動的順利進行。

除了以上針對教學經營方式進行探討之外，翁嘉聲（2001）針對一個具有建構教學理念的數學科專家教師如何形成一個班級的群體討論文化進行探討，研究結果發現，專家教師在教學過程中會依據學生的發展而運用不同的策略來促使班級全體討論文化的形成。其教學的重點乃先由建立學生心理上的安全感、刺激發表做起，然後逐漸轉為促使同儕間產生社會性的互動，培養學生能夠相互質疑、辯證的能力，最後再藉由凝聚焦點在數學內涵的討論活動來提高學生的科學知識。然而，現場大多數老師並非均是專家教師，而一個嘗試實行討論教學的教師如何同時調整自己教學又帶動班級討論文化的形成，也是此研究探討之問題。

蔡慧玲（2001）探究國小二年級學生數學課中，老師利用引導策略協助學生說明數學解題想法的情形。研究發現如下：在老師引導學生說明解題

想法方面有六種策略類型，分別是：以固定性答案的問題引導；引導學生關聯題目；引導學生補充；引導學生說明解題做法的理由；用比較性問題引導學生；以直接告訴方式引導。在老師引導學生說明解題想法的介入時機方面有九種情況，包括：學生未能發表解題想法時；學生答錯老師的問題；被引導的學生原先即有錯誤的解題做法；學生語意不清；學生解說較讓人不易理解；學生偏離主題；台上學生對談陷入僵局；當學生簡略表明意見；台上已發表多種解法。最後研究發現：老師鷹架引導有助低年級學生說明解題想法；對老師提問的批判；老師直接告訴沒達到引導學生思考的效果；老師權威角色阻礙引導品質。

蔡志超(2003)探究一位國小低年級教師如何運用策略去增進班級數學討論活動。而主要問題為：1.教師是採取何種策略去增進全班的數學討論活動？2.活動中教師介入時機之適切性為何？3.教師在全班討論活動中之角色為何？結果發現：老師增進策略包括「對教室溝通行為進行規範」、「鷹架班上的討論活動」、「營造有利數學討論的學習環境」三方面的策略，且活動中老師所扮演的是積極、多變的角色，並等待適當時機介入班級討論活動，而介入時機包括：當學生說明遇到困難、學生未清楚說明解題想法、學生未針對當下主題討論、討論內容出現關鍵性概念、台下學生未要求台上澄清、學生的說法不易讓同學瞭解、學生解題方法超過部分學生的程度，以及錯失重要時機而介入。整體而言，老師的介入將可幫助討論活動能更加順利，並幫助學生做更進一步的思考。

鍾靜(2000、2001)針對以學生學習為中心的數學教學特質進行分析，將現今小學教師的數學教學區分成以教師講述為主的「講述式數學教學」與以學生為中心的「討論式數學教學」二種，此外，該研究在初步的研究結果中，又根據教學型態和學生參與程度將「討論式數學教學」細分為「儀式型」與「深究型」，而其主要的差別在於「儀式型」教師的教學型態亦以溝通、討論活動為主，但程度上卻不同於「深究型」教學；「深究型」教師的教學有較多交互討論活動，發表時較會清楚的呈現數學觀念，討論焦點多關注數學意義，而學生會主動質疑、辯證、澄清數學觀念，另外，教師能彈性運用教學技巧並且關注到全班學生的學習等。總言之，將教學背後所隱含之社會建構理念的數學教學，亦即教學有更多的社會互動、更多的

數學學習、以及更多的以學生為中心的教學策略。

綜合以上各研究所述，可知：

教師在數學課堂中針對數學溝通的數學活動類型方面有「全班討論」與「小組討論」(柯登淵，1996)；而教師在課堂中的行為分為「常規管理行為」與「教學行為」兩類型(柯登淵，1996)。

在教師的專業能力方面，為了營造有利數學討論的學習環境，教師須佈一個能引起學生討論熱情的好問題(陶惠昭，1998；陳淑娟，1999；李嘉珍，2000)；對於溝通討論的焦點應多關注在數學意涵上，讓學生發表時能清楚的呈現數學觀念，而不只是徒具討論的形式(陳淑娟，1999；鍾靜、許馨月、翁嘉聲，2001；翁嘉聲，2001；鍾靜，2000、2001)。

進行數學溝通活動時，教師介入的時機非常重要，這也關係到教師是否有能力掌控整個數學溝通活動的過程(曾志華，1997；陳淑娟，1999；蔡慧玲，2001；蔡志超，2003)；另外，教師應熟悉教材脈絡(李嘉珍，2000；鍾靜、許馨月、翁嘉聲，2001)。

在數學教室文化方面，數學教室中應訂有「遊戲規則」以鼓勵及規範學生的發表行為(蔡志超，2003)；在進行數學溝通的班級中，應塑造具有民主素養、安全感、傾聽、發表對談等班級文化(許玉珍，1999；蔡慧玲，2001)。

而在學生的行為表現方面，低、中、高年級階段會有不同的呈現。一般而言，學生的行為大致分為「確認問題」、「說明解法」、「質疑與澄清」、「辯護說明」。(柯登淵，1996；蔡慧玲，2001)；低年級則以能成功的說出自己的想法與他人溝通、討論、講道理為原則(陶惠昭，1998；許玉珍，1999；蔡慧玲，2001)。

#### 第四節 進行數學溝通教學的實施策略

##### 壹、教師的佈題能力

以下將從文獻中找出佈題的相關研究並分成數學問題的結構、培養教師佈題能力的方式、佈題的考慮探究之。

## 一、數學問題的結構

李嘉珍（2000）根據國內外學者（梁淑坤，1996；林文生，1996；林美惠，1997；古明峰，1999；陶惠昭，1998；Polya, 1945；Carpenter, 1985）對於數學問題結構的分類整理出以下五方面：

### 1. 內容 (content)：

主要是指這個數學問題的主題是什麼？希望達到的目標是什麼？以國小二年級的課本為例，主要的單元分為數與計算、量與實測，和圖形與空間，當我們佈一個數學問題，會先根據所需的內容、目標是什麼？同樣的，當解題者要去解題，看到一個數學問題，即可以分辨出這個問題是屬於哪一個單元？知道他的目標和內容是偏向哪一方面？例如：「拿拿看，兩本課本有沒有一樣重？」從這個問題中，很明顯的可以知道這是在比較兩物的重量，而有關於容量、長度、重量的問題，是屬於「量與實測」的內容，由題目中即可分辨。

### 2. 語句結構 (syntax structure)：

包括問題的長度、文法、問句等，是屬於數學問題的文字敘述，由於數學問題大多是屬於文字題，學生在解題時，需要先把數學文字轉譯成抽象符號的運作，需要的不只是數學能力，也需要解讀的能力。在 Lewis 和 Mayer 的研究中（1987；引自古明峰，1999）將文字題的內容依句子的陳述分成指定句、關係句和疑問句。早期研究數學文字題時，曾對問題中的關鍵字 (key word) 所觸發的運算基模，例如：「總共」意謂「加」，「剩下」意謂「減」，做過對於解題關係的研究，發現很多孩子在解文字題所犯的解法錯誤，常是因為題目陳述不清所造成（古明峰，1999），例如：「一束花有六朵，7 束共有幾朵？」在這個例子中的「共有」，即暗示此題需用加法或乘法，由此可知因此文句上的不同，例如：問題太長、句子帶有提示等，均會影響學生解題的表現。

### 3. 語意結構 (semantic structure)：

語意結構指的是一個問題的數學結構，像加法分為添加、併加型，減法分為比較、拿走型，比如說：「我有 37 元，今天又領到 55 元，我有多少元？」這是屬於加法中的「添加型」，國內外也有許多探討題目語意結構對解題影響的研究，林碧珍（1991）曾對於乘除法應用問題做研究，發現學

童在解乘法問題時以量數同構型最為容易，其次是差積型，比較型，多重比例型。因此，不同的語意結構，會有不同的解題表現。

#### 4. 情境 (situation):

情境係指一個題目闡述的內容情境，在「42 個小朋友，玩遊戲時平分成 7 組，1 組有幾人？」的問題中，其中「玩遊戲」即是這個問題的情境。一般在課本上佈題的情境多半是與生活相關，或來自於舊經驗，也有將表徵方式列入情境的 (林美惠, 1997)。在佈題時，如果可以以解題者感興趣的情境來佈題，會引起解題的動機，增加解題的興趣。

#### 5. 表徵方式 (representation):

所謂的表徵方式，指的是以問題和他人溝通時所使用的傳遞、表達的工具，比如說：教師在課堂佈「一匹馬有四條腿，兩匹馬有幾條腿？」時，會使用馬的圖卡來輔助佈題的表達，這就是以圖卡作為表徵工具。

### 二、培養教師佈題能力的方式

Brown 和 Walter (1983, 1993) 曾提到問題形成的五個階段，可以提供教師在形成問題時的參考，這五個步驟包括：選擇一個起點 (choose a starting point); 列出一些屬性 (list some attributes); 「如果不是」 (What if not?); 問問題或擬題 (questioning asking & problem posing); 分析問題 (analyzing the problem)。

其中最重要的是，問題的形成是可以透過環境中觀察、推理、和質問，在創造問題時，要能夠逆向思考、挑戰問題和找出問題之間的相互關係，Brown 並提到利用“what if not (假如 不是)”的技巧，不斷的問自己：「假如這個不是這樣，那結果會怎麼樣？」想出問題的新屬性，形成新的問題。

### 三、佈題的考慮

何種佈題能引起學生解題的興趣？在林文生和鄔瑞香(2000)合著的「數學教育的藝術與實務」中提到：題目的屬性牽引著學生解題的動機，當教師決定了題目的屬性時就決定了該堂課的進行方式，因此建議多提供「非例行性」的題目，這種題目具有四種屬性：1. 遊戲性；2. 生活性；3. 數學性；4. 參與性。當教師使用這些類型來佈題時可以引發學生的想像力並提供學生創造數學規則的機會。

教師佈題能力的可行策略有（陳淑娟，1999）：鼓勵教師多思考，釐清佈題概念主軸，跳脫課本例題的框架讓題目多變化，並依據學生的反應進一步佈題，直到釐清學生的概念為止。

## 貳、教師提問的能力

### 一、提問的方式

提問通常是開始解題的訊息，也是引導解題者達成欲定目標的重要技巧。梁淑坤（1996）認為提問的用語，常反映出佈題者的精神，是教師本位，或是學生本位。以教師本位的，並非在引導學生，文字中常帶有教的意味，例如「這題是這樣做的」、「做這些」；以學生為本位的提問是引導的，可能是「說說看，你是怎麼做的？」等。

甯自強（1993a，1993b）認為教師在促成學生學得特定的數學概念時，除了主要的數學問題外，需依序提出三類的提問，第一類是心理學的（psychological）；第二類是社會學的（sociological）；第三類是人類學的（anthropological）。

數學的問題是數學概念可解決的問題，促使兒童「經驗」此一數學概念。這類的問題是現象學的（phenomenon-logical），常依教學目標的不同而產生不同的問題。例如，在一年級上學期的數學「多多少」的單元中，主要教學目標是解決「多多少」的比較問題，教師可能提出這樣的問題「小強收集了 8 個鋁罐，小明收集了 5 個鋁罐，小強比小明多收集了幾個鋁罐？」，這樣的問題主要引導兒童進行解題活動，是數學教學中的主要部分，而解題成功之後，教師應依序提出其他三類提問。

第一類是促使兒童將已有的具體活動類型加以抽象成抽象運思的問題。這類的問題是心理學的（psychological）。抽象的行為基於兒童的反省活動上，在兒童解題成功之後，教師應該常環繞在像是「你怎麼知道的？」這類的問話。回答這類的問話時，兒童必須回溯他的解題活動歷程並且加以描述，而這種回溯及描述解題活動的活動就是反省活動的一種。

第二種類型其目的在於促使兒童將解題活動類型加以表徵，以便於跟他人溝通。這類的提問是社會學的（sociological）。所以，在兒童解題成功之後，教師提出「把你怎麼做的告訴你的伙伴？」或是「你和你的隔壁

同學商量一下，看看如何記錄比較好？」這類的提問。回應這類的問話時，兒童必須使用對他人有意義的表徵把他的解題活動歷程加以表達，這種活動是使個體知識社會化的必經歷程。

第三種類型其目的則在於促使兒童將自有的解題活動類型與他人的解題活動類型相互比較，從而肯定並且學習更有效率的活動類型。這類的提問是人類學的( anthropological ) 效率的比較基於兒童的解題類型不同，但是都能有效解題的情況下，透過比較的手段，不但有效解題的關鍵特別容易彰顯，他人的或是文化中的解題活動類型也易於被瞭解。所以，像是「比比看，你和書上的方法一不一樣？」，或者「說說看，為什麼兩種方法都對？」，或者是「看看哪一種比較好？」這一類的問題也可以在兒童解題成功之後被加以提出。回應這類的問話時，兒童必須對他人的或是文化中已有的解題活動類型加以闡釋，並且把他的解題活動歷程與文化中的已有解題活動加以聯結，這種活動是使文化得以有意義、被傳承並且進一步的被發展的必經歷程。

## 二、問答的類型

黃幸美(2000)統整學者對於有意義的問答討論與解題思考歷程之間的關係探討，將學生在解題時問答討論的類型分成五種類型，分別是：理解性問答、解釋性問答、關聯性問答、批判性問答，以及與解題無關的對談(見表2-1)。

1. 理解性的問答：較常見的提問句型有：「什麼意思？」、「為什麼？」、「要怎麼解？」。回答的類型大部分是用自己的話陳述或解釋問題訊息。

2. 解釋性的問答：提問的句型有：「我認為 這樣可以嗎？」、「是嗎？」前者將自己的看法說出以徵詢別人的認可，屬於高層次的問題。回答的內容也分高、低層次的詳細說明理由或簡短的「是」或「不是」。

3. 關聯性的問答：提問的句型有：「這個問題有學過嗎？」、「可以像用過的方式來做嗎？」。回答的類型同樣能以詳答和簡答來區分高低層次。

4. 批判性的問答：提問的句型有：「這樣對嗎？」、「可以這樣做嗎？」。回答的類型通常會將質疑的理由說出。

表 2-1

有意義問答討論類型與例隅

	提 問 問 題	回 答
理解性問 / 答	那是什麼意思？ ( what ? )	根據待解問題訊息，針對 what 的問題提出與解題相關的意見。 用自己的話陳述（或解釋）問題訊息。
	為什麼 ？ ( why )	根據待解問題訊息，針對「為什麼 ？」的問題提出說明（例如：因為 ；根據題目上說 ）。
	這題要如何解？ ( how ? )	根據待解問題訊息提出解題意見。例如：這個問題可以用 法來做。
	某觀念是從而 而來的？ ( where ? )	提出與說明某觀念是從 而來的。
解釋性的問 / 答（高層次問 / 答）	提出解題方法徵詢他人認可。例如：我認為（解題方法、觀念、程序），可以嗎（對嗎）？	分析理由、解釋與解題相關的問題訊息成分與關係（從待解問題找關係）。
		解釋解題目標。
		澄清題意與解題關係。
		以解題目標為導向，提出具體解題方法與步驟。
解釋性的問 / 答（低層次問 / 答）	簡短性提問；例如：是嗎？懂嗎？可以嗎？是不是這樣？	複述問題或複述他人所提的方法（或答案），未加任何解釋。
		簡短性的回答：是 / 不是；可以 / 不可以；對 / 不對；我懂了；我知道了。
關聯性問 / 答	這個問題和以前學的 一樣嗎？這個問題可以用以前學的 方法來說（或思考）嗎？	這個問題和以前學的 一樣。這個問題可以用以前學的方法來說。
批判性問 / 答	評斷和質詢所提意見、解題策略的合理性。例如： 怎麼是這樣（解題方法、觀念、程序）呢！ 我覺得（解題方法、觀念、程序）才對吧！ 你用（解題方法、觀念、程序）對嗎？	我覺得（解題方法、觀念、程序）這樣不對。 我覺得（解題方法、觀念、程序）這樣比較好。
其他	與解題無關的提問	與解題無關的回答

（引自黃幸美，2003，p52-53）

### 三、發問策略

謝甫宜(2001)根據文獻探討和教室觀察所得提出十種教師可能的發問方式：

- 1.教師自問自答 ( Asking & Self-answering );
- 2.重複發問 ( Repeated );
- 3.轉問 ( Redirection );
- 4.承續式發問或深入探究發問方式 ( Probing );
- 5.是非題發問方式 ( Yes or No );
- 6.選擇題發問方式 ( Choosing );
- 7.有標準答案之問答題發問方式；
- 8.誘導性發問方式 ( 先說明、提供暗示或有解釋的發問方式 );
- 9.開放性發問方式 ( Opening );
- 10.反問的發問方式 ( Reverse )。

綜合以上的論點，教師在進行數學溝通教學的實施策略，對於發問及佈題的方法上，可以多方面的靈活運用。

### 參、教師引導學生說明解題想法的能力

蔡慧玲(2001)探究國小二年級學生數學課中，老師利用固定性答案的問題引導；引導學生關聯題目；引導學生補充；引導學生說明解題做法的理由；用比較性問題引導學生和以直接告訴方式引導等策略，協助學生說明數學解題想法的情形。並認為老師鷹架引導有助低年級學生說明解題想法，建議老師可配合圖徵或教具進行口語引導。

另外，在增進教師引導能力方面有四個策略(陳淑娟，1999)：多充實概念理論、常問「為什麼」、運用複述、回應、提問、解說、挑戰的技巧及淡化和強化的策略協助學生對焦。

### 肆、教室之社會常規和社會數學常規的建立

教室內溝通討論解題的過程，猶如一個小型的數學社群，學生在這個社群中，猶如一個小小的數學家，將自己的意見表達出來，並與他人交換意見，學生在討論過程中，建構屬於自己的數學意義(Cobb et al. , 1991)。

Yackel 和 Cobb (1996) 曾將研究重點放在探索瞭解實際的討論歷程中，學生如何發展數學的信念 (beliefs) 與價值 (values) 以及發展自動化的數學 (autonomous in mathematics)，並且提出「社會式數學規範」(sociomathematical norms) 的觀點，認為真正對於社會數學活動有幫助的應該是社會式數學規範，而不是一般班級中的社會規範；社會式數學規範之所以不同於社會規範，其主要原因是一般班級的社會規範是指應用在任何學科、領域的規範，例如「學生應質問其他人想法，且修正自己的解釋」可用在科學、文學等課程，而社會式數學規範則是指數學科的，具有數學特性的例如「學生應將自己的解題步驟記錄下來，然後依照解題步驟說明、解釋讓其他成員明白」。此外，Yackel 和 Cobb (1996) 更認為，如果要讓學生們成為一個可以解釋 (explanation) 與辯證 (justification) 的數學社群，教師必須主動協助學生建立的不是一般的社會規範，而是專屬於數學討論歷程的社會式數學規範。

近年來有多位學者致力於全班和小組運作歷程的探討，均發現社會規範 (social norms) 的建立是影響小組及全班討論運作進行的重要關鍵因素 (Lo & Wheatley, 1994; Yackel & Cobb, 1996)。

根據蔡文煥 (2002) 的研究，教師在其教室發展課堂之常規和社會數學常規 (Yackel & Cobb, 1996)，其發展的過程約略可分為三個階段：「建立期」、「發展期」、「穩定期」。「建立期」可能在教室活動遭遇到某些班級常規問題而需要去建立或教師意圖去建立，促使學童更能產生數學意義之規範，進而經過學童之調整及適應稱之為「發展期」，最後不需要再提醒而進入教室的自然規範稱之為「穩定期」。如表 2-2、表 2-3 所列。

教師在進行數學課程時，如能事先了解學生可能表現出有關社會常規和社會數學常規的發展過程，並使用某些社會常規的規範來要求學生遵守，將有助於班級討論之進行，亦更能促進有意義的數學學習。

表 2-2： 社會常規摘要表

	建立期	發展期	穩定期
舉手發言，不插話打斷	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生沒舉手，脫口說出自己的理解或想問的問題，插話、搶話現象明顯。</li> <li>2. 學生舉手問問題的時機抓不住，會打斷報告者說明。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生遵照老師的判斷，等待老師說「請發問」，再來舉手問問題。</li> <li>2. 錄影帶觀後討論，全班達成「舉手站起來大聲講話」的共識。</li> </ol>	大多數學生可以抓住舉手的時機，也達成「等他說完再來問他問題」的共識。
聽(看)不懂的就要問	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生聽不懂「裝懂」，不知道怎麼問問題。</li> <li>2. 只有少數學生敢向老師反應自己聽不懂。</li> </ol>	部分學生聽不懂時會提出質疑，要求作者解釋。	大多數學生放心地大膽表示自己聽不懂或勇敢地問問題。
上課要靜下來專注傾聽	學生上課專注時間短暫，有人發呆沒有注意聽，被點名回答沒有反應。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 部分學生專注傾聽後主動提出自己的意見。</li> <li>2. 部分學生專注傾聽後提出自己的理解，參與全班討論。</li> </ol>	學生傾聽理解後，能針對同學說明的內容，問問題或說出自己的理解。
面向大家說話，願意說給全班聽	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 有些學生上台害羞面對黑板講，只顧著自己的說明，不管同學的反應。</li> <li>2. 有些學生上台看著老師講，回答老師的問題或希望得到老師支持與協助。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 同儕的力量：學生互相提醒「屁股不要面對我們」、「我們不要看屁股」。</li> <li>2. 部分學生主動爭取上台操作數棒的機會。</li> <li>3. 錄影帶觀後討論，達成「上台要很大方」共識。</li> </ol>	大多數學生大方的面向大家講，臺風穩健。
說話聲音大讓全班聽得到	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 報告者害羞講得很小聲，像是只講給站在身旁的老師聽，全班聽不清楚。</li> <li>2. 台下提問者沒有信心，問題說得很小聲，全班聽不清楚問題是什麼。</li> </ol>	學生互相提醒「講大聲一點，聽不到」、「老師，麥克風給他」。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 大多數願意大聲說，全班肯配合安靜聽，不用麥克風大家也可以聽得見。</li> <li>2. 少數說話聲音不夠大聲，學生回應聽不到，鼓勵他大聲說。</li> </ol>

(引自蔡文煥，2002，p7-8)

表 2-3： 社會數學常規摘要表（引自蔡文煥，2002，p8）

	建立期	發展期	穩定期
把問題說清楚，讓大家聽得懂	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 發問者對於哪裡聽不懂，問題說不清楚。</li> <li>2. 發問者坐在自己的位子上問，隔空指，全班對於問題不清楚。</li> </ol>	發問者模仿老師問問題，也試圖問關鍵性問題來獲得老師的稱讚。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 報告者反應問題聽不懂，發問者再次說明，試圖說清楚自己的問題。</li> <li>2. 發問者大方上台指出，與報告者面對面問清楚。</li> <li>3. 發問者提出關鍵性的問題，澄清概念。</li> </ol>
把怎麼算的說清楚讓大家聽得懂	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 報告者說得不清楚，台下學生轉而依賴老師講清楚，而不是要求報告者。</li> <li>2. 報告者說得不清楚，卻變成說明解題過程的旁觀者。</li> <li>3. 報告者說得不清楚，開始有些人不耐煩表示反感「又要聽他唸經」。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 全班認同「上台報告只能說五句話」，報告者更緊張反而說不清楚。</li> <li>2. 台下質疑認為報告者沒有說清楚，報告者再次修正，想辦法說清楚。</li> <li>3. 當其他同學無法說清楚原作者的意思時，原作者願意自己上來再說清楚。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 大家要求報告者說明解題記錄時，算式中數字和題目關聯性都要弄清楚。</li> <li>2. 大家要求報告者把為什麼、怎麼知道的理由說清楚。</li> <li>3. 當同學誤會本組的作法、有爭論時，願意面對面說清楚。</li> </ol>
把解題記錄補充修改得更清楚	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 某生指出來解題記錄寫得不清楚，但遲遲不願意上台補充。</li> <li>2. 解題記錄寫得不清楚嘗試給予建議，協助讓解題記錄更清楚。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 報告者邊報告邊修正解題記錄，台下同學給意見如何修改，寫得更清楚。</li> <li>2. 解題記錄寫得不清楚，大家合作把它補充修改得更清楚。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生上台幫忙修正算式並清楚說出給建議的理由。</li> <li>2. 報告者沒有說清楚，同組組員補充為小組作辯護。</li> </ol>
想出多種的解題方法和有創意的解題記錄	各組呈現的解題方法多樣性但是沒有創意。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生為了爭取上台寫的機會，努力想出多種的解題方法。</li> <li>2. 學生提出另一種解題方法，然而需要經過全班討論，才能達成共識。</li> <li>3. 有創意的解題記錄，需要經過報告者解釋和全班討論，才能達成共識。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生主動舉手表示「我有另外一種作法」，爭取發表的機會。</li> <li>2. 學生主動提出另一種解題方法，全班根據此解題方法作討論。</li> <li>3. 經由全班的討論，報告者修正自己的想法，創造出有創意的解題記錄。</li> </ol>
比較各組的解題方法，學習有效率的解題方法。	學生比較不同作法時只是作表面解讀，沒有進一步瞭解意義。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生嘗試辨別並清楚說明解題記錄的不同特徵。</li> <li>2. 少數學生主動判斷這是另外一種作法或主動先比較哪裡不一樣。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 多數學生主動先比較哪裡不一樣，爭取上台移白板的機會。</li> <li>2. 學生會主動比較哪一種作法容易看得懂、有效率並說明理由。</li> </ol>
只要說明有道理，大家就接受這個解題方法。	全班達成共識「不知道不可以隨便亂說」。	在老師的協助下，全班討論達成共識。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 只要說明有道理，大家就可以接受（達成共識）。</li> <li>2. 要說出這樣子算的理由不能亂湊答案。</li> </ol>

## 第五節 近期數學課程演變與二年級數學教材分析

### 壹、國內近期數學課程演變

根據國內數學課程標準的發展本研究列近期的數學課程演變加以說明。

#### 一、64年版的課程標準

64年版的課程標準(教育部, 1975)中提到: 數學教育的目標, 在於輔導兒童從的常生活經驗中, 獲得有關數學的知識, 進而培養有效運用數學的方法, 以解決實際問題的態度和能力。有以下四點:

- (一) 養成數、量、形的正確觀念, 進而考慮其形成的需要與功能。
- (二) 學習數、量、形的基本知識與原理, 獲得其基本技能, 進而有效的提高在生活上的實踐能力。
- (三) 能運用數、量、形的基本知識與原理, 獲得其基本技能, 進而有效的提高在生活上的實踐能力。
- (四) 養成從數學的觀點考慮日常事象的興趣與習慣, 進而運用數學的知識與方法, 發展其推理、組織和創造的能力。

依據研究者的看法, 64年版的課程標準其重點著重在獲得數、量、形的基本知識與技能並期望在生活中實踐。

#### 二、82年版的課程標準:

82年版的新課程標準中(教育部, 1993), 明白的列出數學科教學的總目標有以下四點:

- (一) 養成主動的經驗中建構與理解數學的概念, 並透過瞭解及評鑑別人的解題方式的過程, 進而養成尊重別人的態度。
- (二) 養成從數學的觀點考慮周遭事物, 並運用數學知識與方法解決數學問題的能力。
- (三) 培養以數學語言溝通、討論、講道理和批評事物的精神。
- (四) 養成在日常生活中善用各類工具從事學習及解決問題的習慣。

並將新課程標準的重點歸納為四項:

1. 將數學視為解題。

2. 將數學視為推理。
3. 將數學視為溝通的工具。
4. 重視數學的連結。

從以上四項教學標準中，可以看出 82 年的重點跟 64 年的重點不同的是，溝通討論活動在數學課程中佔著重要的地位，藉由解題討論的溝通活動，學生可以培養解題正確的推理能力，並將自己的舊數學經驗與新數學經驗或別人的數學經驗產生連結，而不只是數學知識的灌輸。

### 三、九年一貫的課程標準：

九年一貫暫行綱要的數學課程期望學生達成下列目標：(教育部，2000)

- (一) 掌握數、量、形的概念與關係。
- (二) 培養日常所需數學素養。
- (三) 發展形成數學問題與解決數學問題的能力。
- (四) 發展以數學作為明確表達、理性溝通工具的能力。
- (五) 培養數學的批判能力。
- (六) 培養欣賞數學的能力。

民國 92 年 11 月新公佈之九年一貫課程綱要數學學習領域的教學總目標為：

- (一) 培養學生的演算能力、抽象能力、推論能力及溝通能力。
- (二) 學習應用問題的解題方法。
- (三) 奠定下一階段的數學基礎。
- (四) 培養欣賞數學的態度及能力。

數學課程演變到最新修定的課程綱要中，更清楚地將數學溝通能力列為教學總目標之一，可見時代在改變，數學溝通亦是一種能力指標，而且也是可以帶的走的能力。

## 貳、二年級數學教材分析

由於本研究是以二年級學童為研究對象，針對以上的主旨與推動，研究者將數學教學活動，設定在二年級上學期有關數的概念部分。

研究者的學校在二年級階段，採用康軒版本的教科書，因此研究者將以

康軒版第三冊教材為例，找出有關數的概念的單元，進行教材分析。

康軒版第三冊的課程一共有八個單元，包括：一、200 以內的數；二、二位數的加減（一）；三、比比看；四、二位數的加減（二）；五、長度；六、鐘和錶；七、幾的幾倍；八、分類整理。各單元教學目標分述如下：

表 2-4 :

康軒版第三冊數學教材細目

單元	單元名稱	教材綱要
一	200 以內的數	建立 100—200 的數詞序列 能以具體的量聲音圖像數字進行說讀聽寫 做的活動表徵 200 以內的數 認識及使用 50 元 100 元 200 以內數的化聚 200 以內數的大小關係 在生活情境中經驗二位數的概數意義
二	二位數的加減(一)	利用具體物圖像作 100 以內數的合成分解 二位數的加減法並紀錄解題結果 察覺加法交換律 認識算式填充題 能透過具體操作解決來自生活情境問題中 已列出的加法算式填充題
三	比比看	透過感官做重量的直接比較 透過感官認識容量並做直接比較
四	二位數的加減(二)	紀錄二位數的加減法的解題過程和結果 能透過具體操作解決來自生活情境問題中 已列出的加數未知減數未知算式填充題
	學習廣角一	200 以內的數 二位數的加減法 認識及使用錢幣
五	長度	認識 1 公分和 1 公尺 長度的可加性 認識刻度尺 估測與實測
六	鐘和錶	能做鐘面與數字鐘時刻的說讀聽寫做 透過感官感覺物體運動的快慢

七	幾的幾倍	觀察生活中「相同單位量」的現象 能透過累加活動連接「倍」的語言 透過累加活動解決「倍」的問題
八	分類整理	能將資料做分類與整理並說明其理由 能以非正式的統計圖表記錄資料並報讀
	學習廣角二	使用刻度尺測量長度 幾時幾分 解決倍的問題 分類整理

至於選定教材實施範圍方面，研究者根據第二章文獻探討提到，對於低年級兒童在學習數學階段，儘量以實物展示概念，本研究考慮二年級學生，對於數與量方面的數學概念，可能比較適合做為數學溝通的題材，以及教學進行的連續性，因此選定第一到第四單元，即：200 以內的數、二位數的加減（一）、比比看、二位數的加減（二），也就是說有四個單元。

在 200 以內的數這個單元，以各種做數活動為主，讓學生從操作中掌握量感，建立一對一的對應關係，並提供點數與累加活動。例如：由一片土司對應一個白色積木，一條 10 片的土司對應一條橘色積木來做數。此外透過錢幣的學習與應用活動，也可以很自然的學習數的概念，例如：藉由理解一張百元鈔票，可換成 10 個十元硬幣或 100 個一元硬幣，接著明白 1 個一百等於 10 個十或是 100 個一。

在二位數的加減（一）的單元中，讓學生運用具體物或圖像表徵，使用向上數或向下數的策略，做為一位數或一位數與二位數加減的經驗。例如：29+12 的做法，用 29、30、31、32、33、34 40、41 或進一步用 29、39、40、41，算出結果。學生也可透過白色積木和橘色積木的操作，把白色積木視為 1，橘色積木視為 10 的方式，將一個數分開為 20 與 10 以及 9 與 2 之和，算出它的結果。本階段主要讓學生以具體物或圖像表徵，描述出他們運算過程的做法。而在二位數的加減（二）的單元中，則是進一步希望學生能用算式填充題，記錄二位數的加減法問題，並學會使用算式記錄二位數加減法的解題過程和結果，然後說明解題過程。

比比看的單元包含容量與重量的學習，容量的部分主要是拓展學生對容器容量與物體重量的感官經驗。容量是一種三維的量，意指要從寬度、厚度、高度三者同時掌握，其概念的認識是由液體引入。根據研究顯示，低年級學生已經具有保留概念，但是他們在保留概念的發展並未完全成熟。例如杯子的造型若過於奇特，即可能影響他們的判斷，所以在此單元從加強學生的保留概念開始。首先進行到水活動，經驗相同水量在不同容器中的現象，以了解液量的保留現象，即認定液量不因容器大小或形狀而改變，或經分割後總量和不變。重量的部分是藉由肌肉來感覺重量與比較兩物重量，然後再藉由等臂天平來判斷誰輕誰重加強等量的觀念。

## 第三章 研究方法

本研究基於研究目的，並且假設學生在數學溝通方面，也可像語文學習一般，從低年級階段培養起，同時為了考慮方法論的適切性，採用行動研究法，研究者以參與觀察文件蒐集方式蒐集資料，然後將蒐集的資料，做進一步的分析與討論，以達成研究目的。

### 第一節 行動研究法

#### 壹、行動研究的定義

行動研究 (action research) 一詞源於 1930 年代美國社會心理學家 Kurt Lewin，他關心當時社會行動利益與知識的累積，也對於如何兼顧行動與知識的發展感到興趣，其畢生投注於結合理論與實務的工作中。其名言：研究應有所行動，行動應有所研究 (No research without action, no action without research)，說明了行動研究的精義 (廖鳳池，1990)。而行動研究最為直接簡明的定義是由 John Elliott (1991) 所提出：行動研究是社會情境的研究，是以改善社會情境中行動品質的角度來進行研究的研究取向。這個定義明確引出了從事行動研究最基本的動機之一，就是致力於改善學校情境中教師教學與學生學習的品質之意願。行動研究企圖支持教師能有效地因應實務工作中的挑戰，並且以一種反映 (reflective) 思考的方式，創新地改革困境 (引自夏林清等譯，1998)。

Rowan 和 Reason (1981) 曾具體指出：行動研究並不僅只是一種研究方式而已，也是一種教育的形式、個人發展及社會行動的過程。整個研究基礎乃是建立在研究過程中所有參與者的實際生活經驗上，在整個過程中，行動研究是一種在「經驗」與「反省」之間的覺醒和自我批判歷程，使得個體的概念、實踐及經驗能週而復始不斷地被調整修正，進而培養出兼容並蓄的整體意識，足以顧及行動中的直覺、理性、自身的行動及外在的世界等等 (Reason, 1988; Torbert, 1991)。

## 貳、行動研究的價值

基本上，行動研究以解決工作情境中的實際問題為主要目的，將之應用於課程與教學研究，則是指教師在教室情境的探究，試圖藉之改進本身的教學、考驗課程與教學理論的一種研究行動。因此，行動研究不像傳統研究，為了預測未來而探究過去，而是為了改變現狀所進行的即時研究；行動研究是一個明確、開放的研究架構，鼓勵教師檢視教學活動背後所潛藏的假設，擴大教學所注意的焦點，藉以增廣探究範疇及建立多元觀點間的效度；更重要的一點是，行動研究儘可能地將資料（研究材料）隨時進行反省思考，藉以提高在教室中不一致、不和諧事物的警覺度，作為改善後續教學實踐的參考指標，並且不斷檢視研究結果的效度及實用性（甄曉蘭，2000）。

考量理論和實務的關係，教師可藉由行動研究過程，進行批判性的辯證思考和循環性的自我對話，結合專家學者的「理論」與教師個人的「經驗」，來調整修正教師認為理所當然的理念和理論的錯謬觀點，其動機是為縮短理論與實際的差距，激發出具體有效的行動策略，來改進課程與教學；其目的乃是為解決課程與教學所面臨的實際問題，而非單為測試假設驗證理論。教師若能有策略的妥善應用行動研究，必能具體有效地發揮「將理論應用於實際」、「假實際經驗修正理論」的功能（甄曉蘭，1995）。

## 參、行動研究的特點

行動研究的特點有哪些？Altrichter、Posch 和 Sonekh (1993) (引自夏林清等譯，1998) 認為：

- 一、行動研究由關心社會情境的人，來針對社會情境進行研究。例如，在教室這個社會情境中所發生的，就是教師專業責任的第一戰線。
- 二、行動研究發起於每日教育工作中產生的實際問題。行動研究者在改進實際教育現場的同時，建立有關參與者（如教師）實踐的知識。
- 三、行動研究能協助學校的教育價值具有更進一步的發展。
- 四、行動研究提供進行研究與發展實務的一些簡要的策略與方法，適合教師使用的研究方法，是必須在不過度打擾實務工作的情形下進行。

五、然而，明確與特定的方法或技巧並不是行動研究的特色。相反的行動研究是一種持續不斷的努力；教師致力於行動與反映之間緊密聯繫、相關與對質的特性，促進教師反映出自己發展個人行動的意識與潛意識作為。它協助教師反映性的行動以便能發展個人的知識。所以，反映思考將開發出行動的新觀點，也將在行動中被理解和檢驗。

六、每一個行動研究方案都有自己的特點所在，但是一些基本的行動研究步驟仍是存在於任何研究之中。

因此，Altrichter、Posch 和 Sonekh (1993) (引自夏林清等譯，1998，p9-10) 將行動研究的階段以圖 3-1 表示：

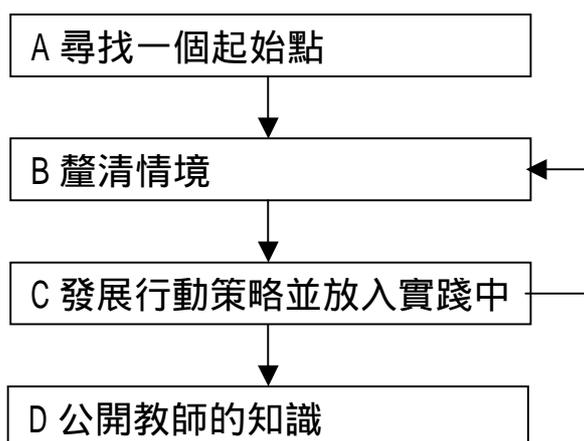


圖 3-1 行動研究歷程的階段

(引自 Altrichter、Posch 和 Sonekh, 1993, 夏林清等譯, 1998, p9)

如圖 3-1 所示，行動研究的起始點，也就是階段 A，是由教師個人有意願投注心力去追求改變的。之後教師透過對話、訪談、及其他蒐集資料的方法，蒐集到相關的資料，然後對蒐集到的資料加以分析，情境得以釐清為階段 B。在情境釐清之後，隨之得以產生的結果便是發展出行動策略，並且將策略轉入實踐之中，為階段 C。

階段 B 與階段 C 是一個循環的步驟 (如圖 3-1 右方箭頭)，以下說明其

循環過程。通常可以預見的是，新的行動策略並無法如預期一般能「立刻」解決問題。因此研究者還需要努力檢核所做過的行動，從經驗中學習，以更進一步的改進行動策略。於是研究過程又進入一個情境釐清的新階段與步驟，而這些會再引導發展出適切的策略，並可以將這些策略再放到實務中，再發展出新的行動策略（夏林清等譯，1998）。所以，教師透過反省與思考的過程，發展改進行動的策略，如此不斷的循環，最後教師將專業知識公諸於大眾，研究的方案才算結束（階段 D）。

## 第二節 研究者即工具

行動研究屬於質的研究派點，質的研究之可信性尤其取決於研究者的信譽，其原因在於研究者既是資料蒐集的工具，又是分析過程的中心，因此研究者本身的觀察、詮釋立場和角色，顯得相當重要。而且研究的信度和效度亦繫於研究者本身的經驗理念、方法論的技巧與敏銳度（Patton, 1990，載於吳芝儀、李奉儒譯，1995），可見研究者對於資料的分析能力與他個人專業的可信性，息息相關、密不可分。茲將研究者的經歷與理念說明如下：

### 壹、研究者的經歷

研究者畢業於省立台南師範專科學校普師科，後來又到國立屏東師院進修。至今已在教育界服務二十年。

民國 86 年，研究者接任一年級班級導師，開始接觸民間出版的數學教材，這是根據民國 82 年的數學課程標準所編輯的教科書。面對建構式教學的不了解狀況下，研究者開始參加各種有關數學科的研習，有「82 年數學新課程研習」、「翰林教師成長團數學研習營」、「優質教師工作坊」、「數學步道課程研習會」、「國小數學科新課程教材教法研習班」等。

研究者受到諸多數學教育觀念的薰陶，回到學校，開始將研習內容整理成筆記，在任教的學年中，邀集有興趣的老師，定期召開數學研討會，並且將所學的東西與他們分享。同時亦在自己任教的班級進行數學教學改變，並建立教學檔案，記錄教學情況和反省。隔年受同事之鼓勵，寫了一

篇有關數學教學的行動研究論文，投稿國立台東師範學院舉辦的「2001 年行動研究建立在行動上的教育改革」學術研討會，並到台東師院發表行動研究成果。

研究者見了世面，也開了眼界，又陸續參加中華民國第十七、十九屆的科學教育學術研討會，國立嘉義大學數學教育研究所舉辦的「2001 國民中小學數學教育革新」研討會，遠哲基金會舉辦的「91 遠哲西子灣數學教師成長工作坊」，並於民國 91 年考取國立中山大學教育研究所在職專班，以在職進修的方式，繼續求取有關數學教育方面的知識。

研究者在中山大學教研所進修期間，在數學教育方面，修習梁淑坤教授的「數學課程研究」、「數學評量研究」、「數學教學研究」，也修習數學教育專題研究的課程。在方法論方面，修習張德榮教授的「教育研究法」，並聆聽甄曉蘭教授的有關行動研究方面的演講。

此外，研究者仍繼續參加各種有關數學教育方面的研討會和研習，有 92 年科教處學術研討會舉辦的「2003 數學與科學的對話：概念學習」，高雄市國教輔導團舉辦的「2003 年國教論壇---數學領域論壇」，國立中山大學辦理的「數學園遊會的設計與實施」，教育局舉辦的「高雄市 92 年國民小學策略聯盟數學領域教師研習」。

## 貳、研究者的理念

民國 82 年教育部公佈課程標準之後，建構主義在國內數學教育界興起，當時研究者已是任教十幾年的資深教師，受到反傳統的數學教學方式極大的衝擊。後來逐漸接觸建構主義的理念之後，深深為建構主義者所持的觀點著迷，認為知識是由學習者主動建構的，教學活動應該以學生為主體，老師必須秉棄傳統權威的角色，退居為引導者的角色。

但是研究者光有教學的熱誠與信念，仍需面對教育環境所給予的挑戰，並感覺到在教育理論與實際教學之間，存在著一段距離，因此研究者希望能充實自己所學，找到理論與實際之間的平衡點，同時透過與教授、研究所同學、學校同事和研究數學教育的專業社群之間，不斷的討論，並加上教學經驗的累積、細膩的觀察和嚴格的自我批判，研究者慢慢了解到每一位教師都有一個信念，來支持自己的教學。

經過多年的摸索，研究者發現自己在追求數學教育知識的過程中，本身就是一個建構主義的施行者，深深感受到學習的過程和學習的結果一樣重要，並深深體會到學習要經過思考和反省的過程，才是有意義的學習，因此也相信，運用這樣的教學理念來指導學生，是值得嘗試的做法。

### 第三節 實地工作策略

#### 壹、研究場所與樣本

##### 一、研究場所環境背景

研究者任教的國小位在高雄市三民區，鄰近高雄縣，屬於大型學校。從地理環境方面來看，附近人口眾多，周圍新蓋很多住宅大樓，附近大型賣場林立，交通流量大，噪音高。

從學校規模來看，校內的教室規劃完善，包括電腦教室、視聽教室、圖書室、各專科教室以及班級教室等等，但是學生人數太多，專科教室不足，活動場地不夠。全校共有九十個班級，加上特殊班，共有 95 個班級。學生總數 3047 人，教職員工有 153 人，平均年齡約在三、四十歲左右。教師人才濟濟，年輕有朝氣，相處和諧，但因教師人數多，缺乏溝通，難以產生共識。

從學生活動方面來看，體育活動盛行，社團多樣化，才藝學習機會多。此外，除了有靜思語教學和書香獎及網路徵文之推動外，本校也是高雄市客語教學資援中心。

從社區參與和家長方面來看，社區人力資源豐富，有義工媽媽協助校務，各班家長亦熱心支援班級活動，但是單親家庭與隔代教養的比例不低，且家長社經地位懸殊。

##### 二、研究樣本

本研究的研究樣本是研究者擔任導師所任教的全體學生（化名二年 B 班），男生 17 人，女生 18 人，共 35 位學生。學生在新生入學時是由電腦隨機編班，沒有人事上的特別安排。多數學生活潑，勇於表現，對於教室打掃工作很勤勞，也喜歡幫老師做事，例如：發發本子、張貼情境圖教具、跑跑腿傳遞訊息等等。

班上有一特殊兒童屬輕度智障，人際溝通能力不佳，一年級時情緒狀況不佳，偶爾會在課堂上大叫，但仍守規矩；理解能力稍差，學習能力尚可。此外，班上也有幾位脾氣暴躁的學生，頭腦雖聰明但稍嫌好動，容易與人發生衝突。

平日上課的方式，不論任何科目，大多是採全班討論的模式。教學者認為二年級學生專注力不易持續集中，因此座位的分配採面對黑板的方向，座位一共分為四排，教室平面圖如圖 3-2 所示。

### 三、家長背景

多數家長的教育水準在專科或大學程度，雙薪家庭的父母不少，故學生參加課後安親班的學生約有半數以上。家長的工作雖然忙碌，但是非常注重孩子的學習狀況，對於學生的課業成績也很在乎。家長關心孩子在學校的表現，會主動與老師聯絡，學校如果有活動，家長配合度亦高。

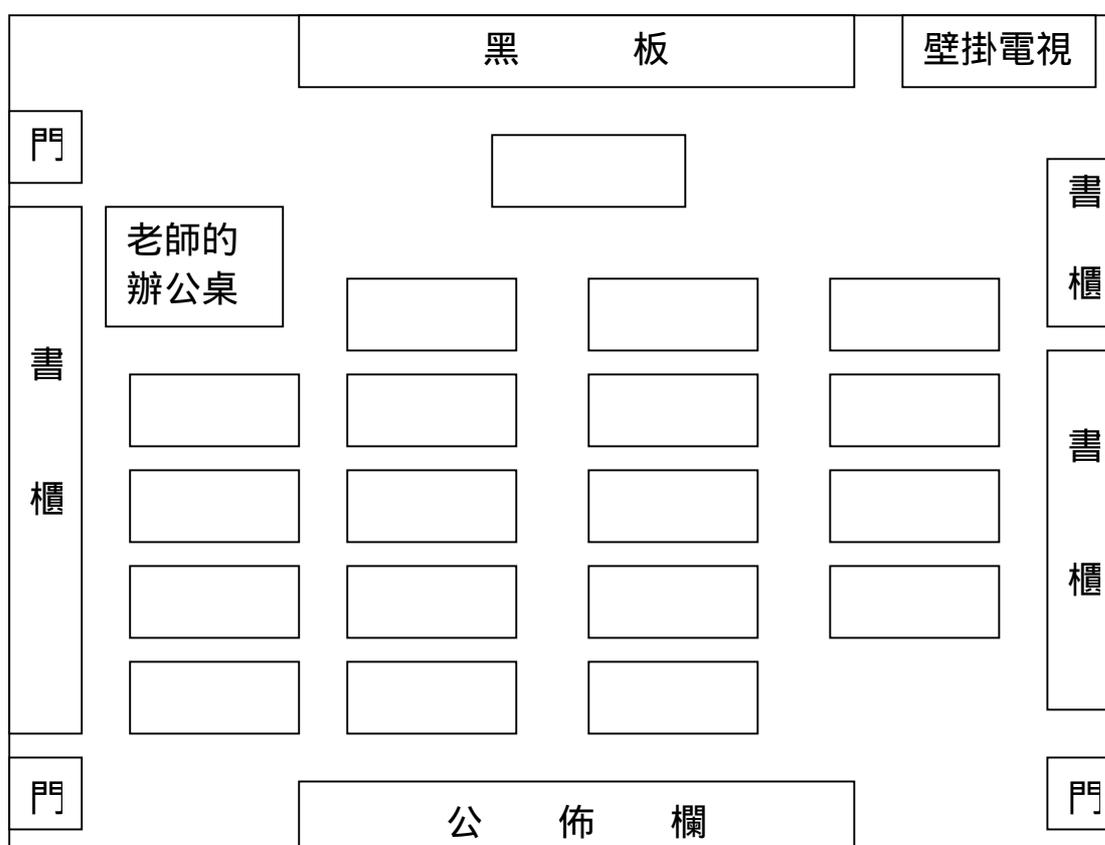


圖 3-2 教室平面圖

## 貳、研究程序

本研究於 93 年 3 月確定主題，6 月訂定研究目的之後，於 93 年 9 月開始進行數學教學活動。研究者根據康軒版數學第三冊的課程內容，並配合學校的教學進度，研擬一份教學計畫表，如表 3-1 所示。

基本上，研究者考慮能讓學生有充分的時間做數學溝通活動，以及錄影的方便性，故將兩節數學課排在同一天連續上課，上課時間以二年 B 班的日課表（如表 3-2）上所安排，星期一的第一、二節和星期三的第一節為主。

按照課程規定，二年級每週只有安排三節數學課，由於研究者的教學方式是以數學溝通活動為主，研究者擔心上課時間不夠，特將本學期的課程計畫中，學年統一安排的十節數學補救教學的彈性課程時間，配合教學活動的需要和教學進度，予以調整上課時段，也就是將星期三的第二節語文課，跟星期四的第五節彈性課對調，所以星期三的數學課，有時上一節課，有時連續上兩節課。

研究者於 93 年 9 月開始進行行動研究，這段期間共蒐集了二十節的研究資料，教學進度如表 3-1 所示，研究資料請看本章第四節的資料整理與分析之表 3-4 所示，最後在民國 93 年 10 月底退出研究現場。

表 3-1 教學計畫表

週次	日期	教學活動	資料蒐集	日期	教學活動	資料蒐集
一	8/30	開學準備	x	9/1	一、200 以內的數： 黑面琵鷺有多少隻？	√（一節課）
二	9/6	一、200 以內的數： 唱數接力	√（兩節課）	9/8	寫習作	x
三	9/13	一、200 以內的數： 一、十、百的表徵	√（兩節課）	9/15	一、200 以內的數： 七十幾元可能是多少元？	√（一節課）
四	9/20	研習（學生寫習作）	x	9/22	二、兩位數加減法（一）： 如何做紀錄	√（兩節課）
五	9/27	二、兩位數加減（一）： 操作古氏積木	√（兩節課）	9/29	二、兩位數加減法（一）： 價錢的比較 三、比比看：容量	√（兩節課）
六	10/4	三、比比看： 容量和重量	√（兩節課）	10/6	平時考	x
七	10/11	複習	x	10/13	期中考	x
八	10/18	四、兩位數加減（二）：	√（兩節課）	10/20	四、兩位數加減（二）：	√（兩節課）
九	10/25	四、兩位數加減（二）：	√（一節課）	10/27	沒上課，量身高體重	x

表 3-2 二年 B 班的日課表

星期節次	一	二	三	四	五
1	數學	健康與體育	數學	語文	生活
2	數學	生活	語文	鄉土語言	生活
3	綜合活動	語文	生活	生活	健康與體育
4	綜合活動	語文	生活	生活	語文
5				彈性時間	
6				彈性時間	
7				彈性時間	

### 參、資料蒐集

任何單一的資料來源，都不可完全作為對方案全面綜合的觀點，因此，透過觀察、訪談以及文件記錄可以匯集對於一個方案的多元觀點（吳芝儀、李奉儒譯，1995）。所以本研究所蒐集的資料包括：現場教室錄影、錄音（觀）、省思札記（札）、參觀者的隨手記錄（隨）、學生回饋問卷（卷）以及學生活動記錄（生）五種。

另外，由於本研究採用行動研究的模式，因此，在教學的過程中不斷的蒐集與分析資料，以作為下一次修正行動的依據。所蒐集的資料分述如下：

#### 一、現場教室錄影、錄音（觀）：

為瞭解研究者所呈現的教學實況，研究者自行架設攝影機於教室後方，並且隨身攜帶錄音機，以收錄教學實況的影像及聲音。錄音的重點在於彌補錄影的收音效果不佳之處。錄音、錄影結束後，進行轉錄的工作，將教學實況變成觀察記錄原案，觀察重點放在教學者所呈現的數學溝通活動面貌與學生的反應。

觀察記錄原案舉隅請見附錄一。

## 二、省思札記（札）：

省思札記是最重要的研究資料之一，也是研究過程的同行者（夏林清等譯，1998）。在研究進行中，研究者利用省思札記，記錄對自己教學構想、教學表現及課程執行的反省、教學活動的進行與所遭遇到的困難，以及對研究方法與身為研究者的反映。

教學者的省思札記請見附錄二。

## 三、參觀者的隨手記錄（隨）：

參觀者的隨手記錄是研究者商請指導教授、學校同事，撥空進行觀察研究者教學的記錄，由於參觀者也有自己的工作時間限制，無法對每一次的教學進行觀察。

參觀者的隨手記錄主要以參觀者的參觀教學心得，以及對教學者的建議為內容。參觀者的隨手記錄舉隅請見附錄三。

## 四、學生回饋問卷（卷）：

根據教學情況，研究者為了瞭解學生對於上數學課的感受，在十月中旬，研究者自編學生回饋問卷，作為反省與改進教學的依據。學生回饋問卷內容請見附錄四，學生回饋問卷統計請見附錄五。

## 五、學生學習活動記錄（生）：

即學生上課所寫的數學活動記錄單（生）。由於數學溝通一方面要能了解別人以書寫、圖形，或口語中所傳遞的數學資訊，另一方面，也要能以書寫、圖形，或口語的形式，運用精確的數學語言表達自己的意思。因此研究者以黑板上的學生記錄，和學生上課所寫的數學活動記錄單上的記錄，所傳達出的數學訊息，做為資料分析的參考。

數學活動記錄單表格請見附錄六。

## 肆、研究流程

本研究進行的流程說明如下：

### 一、研擬研究方向

研究者於現今數學教育關心的課題中，尋找自己感興趣的主題，針對數學教學的新趨勢，研究者期待能配合時代潮流，給予自己改進教學的機會，因此將研究方向鎖定在數學教學方面，並以最有興趣的數學溝通活動作為努力改進的目標。

## 二、進行文獻探討

對於數學溝通方面的研究，研究者認為涉及的範圍很廣，除了全班討論、小組討論的方式外，也包含教師的佈題，班級數學討論文化的經營，以及學生在數學表徵方面的問題，因此這些都列入文獻探討欲尋找的相關資料。

## 三、確定研究主題

研究者曾經有過帶領中、高年級進行數學溝通討論的教學經驗，然而對於剛接手的一年級學生，不敢有研究的企圖，生怕掌握不了他們的學習情況。後來因為帶領的這班一年級學生，借給本校校本課程研發小組試教，意外發現這班一年級學生的潛力，也因此燃起我做研究的信心。

此外，配合新公佈的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域的基本理念所提到的「數學是一種語言」，並根據這樣的理念，倡導國民教育階段應協助學童數學智能的發展中，九個教學重點之一的「數學溝通能力」做為本研究的主題。

## 四、擬定教學計畫

由於當時任教的一年級學生，已經晉升為二年級，因此研究者在暑假中，根據學校教學進度和教科書編排的單元，研擬一份教學計畫表（見表 3-1）。

## 五、執行研究計畫

擬定好教學計畫後，將於二年級第一學期的數學課中實施。

## 六、蒐集研究資料

本研究基於多元觀點的原則，欲蒐集的資料包括：

(一) 數學教學活動的錄影、錄音記錄：此資料是記錄老師教學、師生互動、學生上台書寫和操作教具的情況。

(二) 研究者的省思札記：此資料是研究者在教學之後，對自己的教學做一反省思考的動作，並針對當節教學活動的進行，提出優點保留與缺點改進的意見，同時記錄研究者所觀察到的現象。

(三) 參觀者的隨手記錄：此資料是研究者商請他人參觀研究者的數學教學，然後就他所觀察到的情況，給予研究者建議。

(四) 學生的回饋問卷：此資料是研究者根據自己的教學情況，研擬一些數學教學上的問題，詢問學生的感受與意見，做為數學教學改進的參考，施測時間在十月中旬。

(五) 學生的活動紀錄：此資料是研究者在數學教學的過程中，因為活動的需要，讓學生記錄有關數學符號、文字和圖形的表達，可分為黑板上的記錄和數學學習活動單的紙上記錄。

## 七、分析及歸納結果

首先將錄影、錄音記錄轉譯成文字稿，資料建檔後，研究者一再解讀資料，並根據研究目的，找出主題項，再由主題項中尋找出類型，並根據觀察、參觀記錄、回饋問卷、文件記錄等資料，來描述現場發生的事之意義。在詮釋與分析的過程中，研究者除了賦予資料意義外，並且經由歸納的方法，一再的反省，最後綜合所有的資料詮釋結果。

此外，因為同一筆資料會因不同人的看法，而有詮釋上的差異，故使用三角測定 (triangulation)，比較不容易產生偏頗，且資料間可進行交叉檢核，提升報告的可靠性。所謂三角測定，就是應用多種方式或多種資料來源或多個研究者的向度，來增強資料間的效度檢驗，也就是透過不同角度蒐集相關資料，使之結合，來呈現研究報告的可信度。

## 八、撰寫研究報告

研究者根據研究的歷程，將資料的分析進行描述與闡釋，並在本研究的

特定情境下歸納出發現，並提出相關建議以完成研究報告的撰寫。

本研究的研究流程如圖 3-3 所示

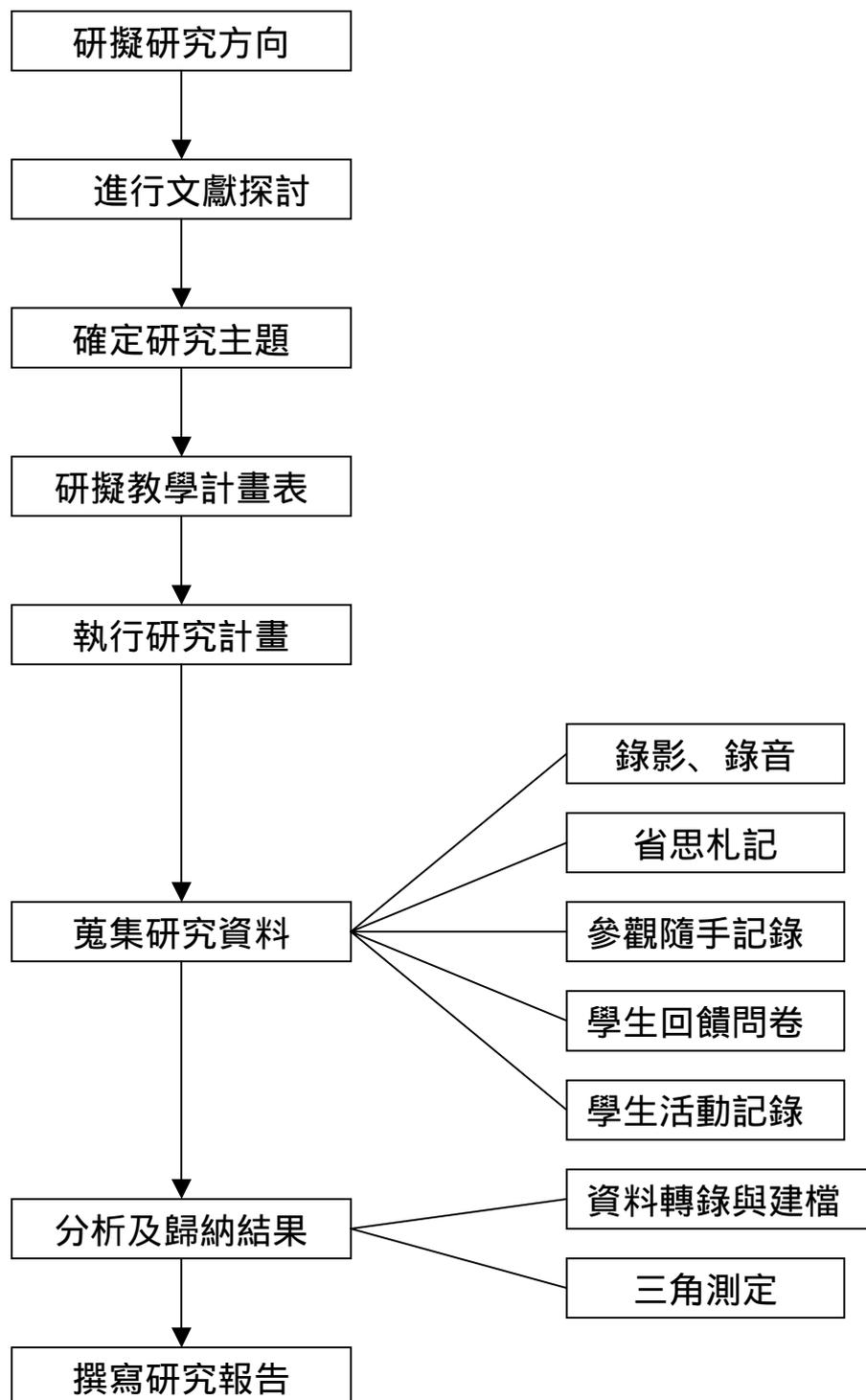


圖 3-3 研究流程

#### 第四節 資料的整理與分析

本研究基於多元觀點的原則，蒐集的資料包括現場教室錄影（觀）、學生回饋問卷（卷）、訪談資料（訪）、省思札記（札）以及學生活動記錄（生）。由於本研究採用行動研究的模式，因此，在研究的過程中不斷的蒐集與分析資料，以作為下一步修正行動的依據。本研究資料分析的方法，主要參考邱兆偉（1995）所提出的五種分析策略，依序為：1.組織資料；2.形成範疇、主題、類型；3.考驗假設的適切性；4.尋求變通的解釋；5.撰寫研究報告。說明如下：

##### （一）組織資料

研究者先將所有的資料，進行編碼建檔，其編碼的方式如下：

表 3-3 各種原案資料編碼的意義

編碼	意義
T	指研究者
S	全班的學生或大部份的學生
S1	S 之後的數字代表學生的編號。二年 B 班的學生有 35 名，男生有 17 名，女生有 18 名，研究者依據學生的座號，前面 1 到 17 號代表男生，後面的 21 到 39 代表女生，所以 S1 代表二年 B 班第一號的男生，S2 代表二年 B 班第 2 號的男生，並以此類推。（本校的特殊狀況：男生從 1 號開始編排座號，女生則從 21 號開始編排座號，中間的空號是男性轉學生的保留座號。）
930913 觀 002	代表 93 年 9 月 13 日觀察記錄原案第 2 行。（當天只上一節數學課）
93091501 觀 003	代表 93 年 9 月 15 日第一節教學觀察記錄原案第 3 行（當天上兩節數學課，其中的第一節課）
93091502 觀 003	代表 93 年 9 月 15 日第二節教學觀察記錄原案第 3 行（當天上兩節數學課，其中的第二節課）
930929 隨	代表 93 年 9 月 29 日參觀者的隨手記錄原案。
930918 生	代表 93 年 9 月 18 日學生的數學活動單的記錄。
930918 札	代表 93 年 9 月 18 日省思札記原案。
(S1 舉手發言)	括弧內補充說明當時的活動進行情況，例如座號 1 號的學生舉手發言。
	表示溝通停頓中。

由於研究者的教學進行，有時是只上一節數學課，有時是連續上兩節數學課，因此有（930915 觀）與（93091301 觀）之區分。

研究者將每一次上課活動歸為一個檔，給予檔名，如表 3-4。

表 3-4

資料歸檔

檔名	教學活動	日期	備註 資料完整
L1	黑面琵鷺有多少隻？	93.9.1 一節課	x
L2	唱數接力。(數字列車)	93.9.6 第一節課	∨
L3	數字的功用和讀法	93.9.6 第二節課	∨
L4	一、十、百的表徵	93.9.13 第一節課	∨
L5	可以怎麼付錢？	93.9.13 第二節課	∨
L6	七十幾元可能是多少元？	93.9.15 一節課	x
L7	題目在問什麼？	93.9.22 第一節課	∨
L8	如何做紀錄？	93.9.22 第二節課	∨
L9	你看得懂他的紀錄嗎？	93.9.27 第一節課	∨
L10	操作古氏積木。	93.9.27 第二節課	∨
L11	木瓜比柚子便宜多少元？	93.9.29 第一節課	∨
L12	倒過去的水和原來一樣多嗎？	93.9.29 第二節課	∨
L13	誰的水壺裝得多？	93.10.4 第一節課	∨
L14	哪個重？哪個輕？(操作天平)	93.10.4 第二節課	∨
L15	習作檢討	93.10.6 一節課	x
L16	兩人一組討論	93.10.18 第一節	∨
L17	上台發表	93.10.18 第二節	x
L18	把自己的想法寫出來(一)	93.10.20 第一節	∨
L19	把自己的想法寫出來(二)	93.10.20 第二節	∨
L20	妹妹買了幾條魚？	93.10.25 一節課	∨

資料進行建檔之後，首先，研究者一再解讀資料，使研究者與研究資料之間建立熟悉而密切的關係。接下來，研究者可以在解讀的歷程中，在資料上面列記所獲得的意義，例如：在轉譯出來的原案旁，寫上暫時性的看法或意義的詮釋，並且清除與研究無關的部份。

## （二）逐漸形成範疇（categories）、主題（themes）、類型（patterns）

研究者以謹慎、敏銳的態度，嚴謹的閱讀原案中的每一字、詞、句子、段落，將相關意義單元自然群聚形成範疇，並且採用邏輯分析的方法，仔細推敲所有的範疇，決定主題項，再由主題項中尋找出類型。

研究者的做法是根據研究目的，從每個檔案的文字稿中擷取相關事例做成小卡片，並寫上暫定的類目名稱，再從這些暫定的類目中，不斷的比較其類似的情況，歸納出同類事例的本質，做成類目細分，再繼續比對，最後找出類型。

## （三）考驗假設的適切性

利用三角測定(triangulation)和持續比較法(constant comparative)來考驗所形成的假設。持續比較法是利用不同時間的原案，來考驗所形成的假設是否成立。而三角測定則是在研究中利用不同的資料來作資料三角測定，以及使用不同的人員來作研究者三角測定（吳芝儀、李奉儒譯，1995）。研究者的做法是邀請兩位研究生，根據研究者將研究資料做成的類目細分內容給予一個主題，協助比對是否符合主題項，藉此考驗研究者的假設。

## （四）尋求變通的解釋

在資料的分析過程中，最初形成的意義範疇及範疇的模式，不宜輕率的作為定案。因此，對於從資料中浮現而得的明顯範疇與模式，研究者宜進行批判的異議，在已有的解釋之外，另外尋求其他合理的解釋，並說明其如何成為最合理的解釋。

## （五）撰寫報告

質的資料之撰寫，為資料分析過程中最為關鍵性的工作，研究者根據觀察、訪談、文件記錄等資料來描述現場發生的事之意義，在詮釋與分析的過程中，研究者除了賦予資料意義外，並且經由歸納的方法，一再的反省與修訂假設，最後綜合所有的資料詮釋結果，撰寫成報告。

## 第五節 研究限制

### 壹、研究工具方面

本研究採用行動研究法，研究者除了擔任教學工作外，需在教學活動現場進行對學生的觀察，由於研究者本身即是蒐集資料的主要工具，因此研究者主觀的觀點難以避免，為了求研究之客觀性，擬採用多元的資料蒐集方法，例如：觀察、回饋問卷、省思札記、學生的學習活動記錄等文件分析資料，也輔以現場錄音、錄影，多方蒐集資料，再加以比較分析，以獲得較客觀的看法。另外也從不同人員的觀點，例如：其他研究生、學校同事、研究者的指導教授，對資料做解釋分析，減低研究者的主觀意識。

### 貳、研究樣本方面

本研究採用行動研究法，是教師針對自己數學教學的部分做改進，同時基於學校行政的考量，數學課的教學無法像科任老師一般，能同時擔任多個班級的教學，因此研究樣本限定為研究者本身擔任導師的班級學生 35 人，研究現場為研究者導師班的數學課。

### 參、研究結果與應用方面

本研究現場為高雄市某國小二年級某班級，研究者無法以大量樣本來進行研究，而且教師的教學表現會因學生特質的差異，而有不同互動的方式與教室文化，學生的上課表現也會因教師的教學風格，而有不同的呈現。所以本研究結果並不預期推論到全國國小的二年級學生表現以及教師教學歷程中。

## 第四章 發現與討論

### 第一節 學生所呈現的數學溝通能力

這一節要呈現的是數學課中，學生所表現出有關數學溝通能力的部分。根據九年一貫數學學習領域的課程綱要（教育部，2003）所示：

數學溝通能力包括理解與表達兩種能力，所以，數學溝通一方面要能了解別人以書寫、圖形，或口語中所傳遞的數學資訊，另一方面，也要能以書寫、圖形，或口語的形式，運用精確的數學語言表達自己的意思。

本研究以數學口語表達能力為主，書寫和圖形能力為輔。因此將在此章節中分為「口語的理解與表達」和「書寫和圖形的理解及表達」來討論。

#### 一、口語的理解與表達

教學者在課堂進行的數學溝通活動，考慮到二年級學生的口語溝通能力尚在學習階段，因此多以全班討論為主要活動。研究者將觀察所蒐集到資料，一再的解讀，並根據研究目的，初次形成有意義的範疇，同時亦參考游麗卿（1999）對於一年級學生有關數學溝通能力的研究中，將學生在溝通彼此解題想法表現出的能力，包括傾聽、爭取發言權、說明解題想法的能力、理解監控、提問、澄清、補充、質疑、反駁和辯論等項目。

研究者將口語的理解與表達的情況分成：傾聽、提問和質疑、回答等三個方面來說明。

##### （一）傾聽方面

在傾聽方面，不容易看出學生到底聽懂了多少，也不知道他們是否在注意聽，只能從學生的上課態度專心與否和回答的情況來判斷，他們是否注意在聽。研究者反覆觀看教學錄影帶，觀察學生的上課態度以及回答情況，再加上參考自編的「學生回饋問卷」中，學生回答內容，從學生個別表現出的特質來分類說明：

## 1. 注意聽

一般而言，除非老師問的問題很難，否則學生只要注意聽，應該都能聽得懂。這可以從上數學課時，學生踴躍舉手發言的情況來判斷。但是並不是每一個學生，上課都很注意聽，其關鍵主要先取決於，學生上課是否專心的學習態度。

學生喜歡表現，只要老師一問問題，學生會搶著舉手回答，尤其班上有某些學生，上課時一定會爭取發表的機會，如果隔壁的同學吵到他上課，他還會提醒人家請他安靜。像今天 S21 和 S17 上課時發生爭執，事後才知是 S21 上課不專心，想找 S17 聊天，可是 S17 叫她別吵，結果 S21 不高興，兩人就吵起來了。( 930913 札 )

由上述可知，S17 的學習態度是專心上課，S21 的上課態度是不太專心，因此各自影響他們注意聽的情形。

這一堂是進行數學列車接力賽，老師在學生座位之間走來走去，隨時指定某一學生站起來回答，所以老師走到哪裡，學生的焦點會跟著移動到那裡，而且會注意聽，因為不注意聽，會被淘汰出局。學生在座位上會答問題，雖然沒有麥克風協助，音量不大，但是其他人怕被淘汰，不敢掉以輕心。( 930906 札 )

老師採取隨意走動學生座位之間的方式，學生會比較專注。

## 2. 雖注意聽但聽不懂

這種情況，研究者以 S13 為例子說明。

這名學生平常上課態度懶洋洋，常趴在桌上，剛開始研究者以為他不專心上課，後來有幾次上課，他會舉手等待回答機會，而且手舉得很直，一副很有信心的樣子。

例如：今天 S13 表現得很特別，竟然會一直高舉著手等待我指名叫他回答。上數學課時，他一向都趴在桌上或者做自己的事，我還以為他不想上我的數學課。( 930913 札 )

但是下課後，問他以前上數學課為什麼趴著，他也不說話，只會一直看著老師。等到後來填完學生回饋問卷，看到他寫的內容，才知道他的問題所在。

問卷 11：上數學課時，許老師問的問題，你聽得懂嗎？

S13 答：不懂。

如果聽不懂，怎麼辦？

S13 答：看數學課本。

如果聽得懂，你會回答嗎？

S13 答：會。

問卷 13：你喜歡上台寫數學嗎？

S13 答：不喜歡。

為什麼？

S13 答：因為我聽不懂。

問卷 5：老師叫你起來回答問題，你會害怕嗎？

S13 答：會。

問卷 5a：為什麼？

S13 答：因為我不知道我到底要說什麼？

問卷 7：你覺得許老師要怎樣上課，對你最有幫助，可以幫助你聽得懂？

S13 答：說話慢一點。

原來 S13 不是一直不專心，研究者查看他的一年級數學期中考成績，每次都有九十分以上，數學能力算是不錯，只是因為沒聽懂老師問的問題，一直找不到機會表現。

### 3. 不注意聽

二年級學生的注意力不太能持久，所以上課不專心的人很多，有玩鉛筆盒的、聊天的、看窗外的、看課外書的、轉頭跟後面的人講話 等等，有些時候老師忙於進行教學活動，也不太好觀察到誰沒有注意聽，只能以

學生上課態度和指名回答問題來作為判斷。

091302 觀 063 S30：這三個人都各買一個 200 元的玩具熊，他們付的錢都剛好嗎？

091302 觀 064 T：S14，你覺得他們的錢剛剛好嗎？

091302 觀 065 S14：對。

091302 觀 066 T：你是怎麼知道的？

091302 觀 067 S14：因為那兩個 50 元合起來是一百元，4 個 50 元合起來是兩百元。

091302 觀 068 T：說得很好，大家給他鼓掌一下。（學生拍手）  
S6，請你把他（S14）剛剛說的再說一次，他剛剛說什麼？

091302 觀 069 S6：（不回答）

091302 觀 070 T：有沒有注意聽？

091302 觀 071 S6：沒有。（小聲）

091302 觀 072 T：（老師對著坐在 S6 的前一位學生 S27 問）你有沒有聽到 S14 說的？

091302 觀 073 S27：沒有。  
（這時 S36 舉手）

091302 觀 074 T：好，你說。S6 坐下，你要注意聽。

091302 觀 075 S36：他說兩個 50 元合起來是 100 元。

091302 觀 076 T：謝謝。

從這裡可以知道，S6（091302 觀 071）和 S27（091302 觀 073）都沒有注意聽 S14 的發言，所以答不出來，而且他們兩人也承認自己沒有注意聽，反倒是 S36 趕快舉手回答，顯示自己注意聽的上課表現。

不過，以上均是教學現場顯示出不注意聽的情況。此外，低成就學生也多呈現不注意聽的情形，他們可能是受學習能力的影響所致，因為聽不懂就乾脆不聽，做自己的事；也可能是因為常有不注意聽的上課習慣，長期下來，就越來越聽不懂。如此惡性循環之下，學習成效就越來越差。

S29 上課時喜歡跟隔壁的同學聊天，要不然就是玩鉛筆、弄小玩意兒，好像很忙的樣子，我得常常走到她的身邊去提醒她，因為她的數學學習狀況不是很好，數學成績也不理想，我希望她能上課專心一點，認真學習，但是提醒的效果好像不大，因為等我一走開，過不了多久，她又開始出現不專心的狀態。有時想要了解她到底是否注意聽老師問的問題，但是她通常都不回答。( 930913 札 )

此外，老師的說話速度太快，也會影響學生聽不懂，而導致不注意聽的情況。這一點老師需自我檢討改進。( 這一方面的檢討，請看第四節教學者的省思 )

#### 4. 時聽時不聽

這類學生容易分心，但是口才很好，只要注意聽幾乎能聽懂，也能回答，例如：S10 的情況。在全班進行數字列車活動時，老師讓全班進行數數的接力賽，被叫到的人要接前一位同學的最後一個答案接下去數。S10 答不出來理由是沒聽到別人的回答。( 090601 觀 015 )

090601 觀 001 T：從 99 開始數，一個一數，我請小朋友起來回答。S30，請開始。

090601 觀 002 S30：99、100、101、102、103、104、105。

090601 觀 003 T：停，換 S13。

090601 觀 004 S13：106、107、108、108、109、110、111、112、113。

090601 觀 005 T：停，換 S9。

090601 觀 006 S9：114、115、116、117、118、119、120。

090601 觀 007 T：停，換 S22。

090601 觀 008 S22：121、122、123。

090601 觀 009 T：停，換 S17

090601 觀 010 S17：124、125、126。

090601 觀 011 T：停，換 S10。

090601 觀 012 S10： 。

- 090601 觀 013 T：（問全班）他怎麼樣？
- 090601 觀 014 S：淘汰出局。
- 090601 觀 015 S10：太小聲，我沒聽到。
- 090601 觀 016 T：（問全班）剛剛有聽到的舉手。（全班都舉手）
- 090601 觀 017 T：連你隔壁的人都聽到了。

從上述可知，S10 在當時分心了，根據現場觀察，他的桌上並沒有其他物品，人也很端正的坐著，顯示他沒有與人交談或者玩自己的東西的情況，但是他的思緒不知飛奔到哪裡去了，直到老師的問題才把他的注意力拉回教學現場。

此外，在另一次數學課中，S25 說明自己用自己想的方法來算出答案的時候，S10 會主動提出聽不到發言者的聲音：

- 092902 觀 064 S10：老師，我聽不到。

當 S10 會提出這樣的反應時，表示他想要聽別人的發言。根據研究者觀察，大多數時候，S 10 不太會反應聽不到，研究者猜想可能是他不太想聽，或者覺得不聽也沒關係。

#### 5. 注意聽了，但是也很快忘了。

剛開始老師在口頭佈題時，學生沒有習慣在腦中記住題目，所以稍不留意就忘了題目在講什麼，尤其忘了數字是多少，就無法操作，所以後來的教學活動，如果出現老師口頭佈題的時候，學生會特別注意聽題目內容。

- 102001 觀 017 S12：（S12 私下問老師）幾 忘了怎麼辦？
- 102001 觀 018 T：有人說，忘了怎麼辦？沒關係，許老師趕快把題目貼出來，有人說忘記了，忘記了的舉手？（老師數了一下人數）有 14 個人忘記，那這題就真的不用再寫了。
- 102001 觀 019 S24：那一題課本裡面就有了。

從以上情形可知，學生很容易聽過就忘記，因此老師應該將說過的題目，重複口述一次，或者事先做成「題目卡」在提問之後呈現，以喚醒學生的記憶。

## (二) 提問和質疑

### 1. 勇於表達自己的意見

當教師提供機會讓學生說出自己的算法時，學生也能勇敢的向全班說明。以下情形是老師數學課中，讓學生自由分享，他們自己在計算方面所使用的方法。

以下進行的是數學課本第 19 頁的題目：一朵波斯菊賣 7 元，一朵百合花賣 35 元，各買一朵合起來要多少元？

老師要學生說出自己是如何算出  $35+7 = ( )$  的答案，學生紛紛發表自己的做法。S36 主動舉手上台分享她的做法 (092901 觀 039)。

092902 觀 037 S36：可是我不要用手指頭算，我也會用一種辦法來算。

092902 觀 038 T：好，你到前面來算給大家看。S36 要教我們一個方法。

092902 觀 039 S36：七加五等於十二嘛，十二不行放這裡呀，所以二先寫在這裡 (指其中一個手指頭) 進位一呀，然後，然後，這裡三沒有用到，三再加一等於四，所以是四十二。

S39 也上台說明她的做法，她是以往下數的方式，先進行五加七，等於七、八、九、十、十一、十二，然而接下來，她卻忘了後半部該怎算了。

S25 也舉手表示，想要說明她自己想出來的方法，以下是她的說明：

092902 觀 056 S25：先不要看三。

092902 觀 058 S25：然後伸出七根手指頭，還少三個才是十，所以我們就把五 (其中) 的三個拿走。

092902 觀 060 S25：然後就變成四十，五就變成二，最後就是四十二了。

以上呈現的是學生有自己的想法時，能勇敢的上台說出自己的做法，但是不一定能讓全班學生都聽得懂他們的做法。

## 2. 不能做冗長的說明

這裡所提到的情況，只是少數學生表現出的現象。在回答問題的過程中，有些時候老師將做法講過一遍後，會希望學生用自己的話，把老師剛剛講過的內容再敘述一次。例如：

102501 觀 033 T：許老師再跟大家講一次，還是有誰可以幫我講一次的？這一題誰可以來講給大家聽？

102501 觀 034 S：（全班很安靜）

102501 觀 035 T：可以嗎？（小聲） S12。

102501 觀 036 S12：（全班肅靜）

102501 觀 037 T：好像很難的樣子。誰可以來講給大家聽，把這個算式（S1 舉手），好，S1 來說。

102501 觀 038 T：快點來，你就講這個算式就好。

102501 觀 039 S1：

102501 觀 040 T：（把麥克風拿給他）要面對大家好不好。請說。

102501 觀 041 S1：就是，這個 64 是從六個十那裡拿出來的，先減掉兩個十就是二十，然後等於四十，四十再減

102501 觀 042 T：借一個

102501 觀 043 S1：借一個十，剩下三十，記住，然後

102501 觀 044 T：（老師介入）記住，對，他有講一個記住。這是我們等一下要加回去的。

102501 觀 045 S1：然後十再減一，等於，（發現錯了）十減九等於一，一加五等於六。

102501 觀 046 T：這個六是代表什麼？

102501 觀 047 S1：就是原來剩下來了。

102501 觀 048 T：減完之後剩下的六個一，你說一次。

102501 觀 049 S1：減完之後剩下來的六個一。

102501 觀 050 T：然後把三個十（老師在一旁協助說清楚）

102501 觀 051 S1：然後把三個十加上六個一，等於三十六。

像上述那樣冗長的說明，對學生而言是困難的，S1 雖能說明，但是兒童的數學用語，仍需教師給予適當的協助，才能把數學觀念表達得更清楚。

### 3. 針對老師或同學的問題提出質疑

以下這部分只有少數學生出現的情況。在整個教學活動中，雖然開放師生互動，但是活動的進行仍以教學者為主導，因此老師的口語表達或圖像表達有失誤時，會有學生注意到而提出質疑。

例如：

102002 觀 014 S24：老師，你的題目上面沒有寫那個 一個茶葉蛋幾塊錢

S24 注意到老師的題目卡上提供的數學訊息不足，無法解題。

教學者的上課模式基本上以全班討論為主，偶而有讓學生上台的操作活動，因此當操作者的說明出現令人不滿意之處，會有學生提出質疑，詢問對方的想法，請他說明。例如：在誰的水壺裝得多那一堂課中，S28 針對老師的問題，從講桌上擺滿的各式各樣水壺中，挑選了一個她認為可以裝最多水的水壺，老師問她為什麼會挑這一個，她回答：「因為我拿起來會覺得重重的。」可是 S25 不贊成她（S28）的說法，對 S28 提出質疑。

100401 觀 076 T：為什麼你（S25）不贊成她（S28）的說法？

100401 觀 077 S25：因為它（指水壺）又不是透明的，你（指 S28）又不能看到它的水是多還是少？

S28 挑了一個很重但是不透明的大水壺，認為它的水裝得最多，但是 S25 不認為這個水壺的水裝得多，因為從外面看不到裡面的水裝得多還是少。（100401 觀 077）

### 4. 學生之間的對答仍需透過老師引導

有些學生能針對別人的問題提出質疑，但是對方不一定有能力回答或澄清，所以需要老師居中引導。

- 102002 觀 112 S1：我覺得前面有點怪怪的。
- 102002 觀 113 T：哪裡怪怪的，你去說。(S1 走到台上)
- 102002 觀 114 S1：自己的數字怎麼可以減自己的數字啊？
- 102002 觀 115 T：哪有什麼自己的數字減自己的數字啊？(老師邊說，邊笑了起來)哪一個？
- 102002 觀 116 S1：這樣啊，這裡啊，前一題。(S1 指著黑板上的某一題解題記錄)
- 102002 觀 117 T：這一題嗎？
- 102002 觀 118 S1：這個啊。這裡不要減掉，就等於四十沒有錯。但是那個十不是七的十。
- 102002 觀 119 T：嗯。
- 102002 觀 120 S1：是自己的十怎麼可以減哪？
- 102002 觀 121 T：自己的十怎麼可以減啊，S23 你要不要告訴他，他有問題啊？你就來說，你到底是怎麼做的？
- 102002 觀 122 S23：我先減(用)這個 10 減七啊，然後等於三，然後加四十，等於四十三，然後這個十要拿來減七的。(咬字不清，有點含糊)
- 102002 觀 123 T：他說那個十要拿來減七的，不是自己的十，是拿來減七的。(老師幫忙說明清楚)
- 102002 觀 124 S23：但是
- 102002 觀 125 T：那個十是從哪裡冒出來的？
- 102002 觀 126 S23：五十這裡的。
- 102002 觀 127 T：他說那個十是從 50 那裡借來的，不是減掉的，是借來的，S1 你同意嗎？
- 102002 觀 128 S1：不。

遇到這種 S1 不同意 S23 的說法 (102002 觀 128)，但是 S23 又說不下去了 (102002 觀 124) 的情況。老師也還沒弄清楚他們的爭執點在哪裡時，只好暫時保留問題，先進行其他的活動。後來講解其他問題時，老師對於

學生 (S1) 剛剛的爭執突然懂了，知道他們之間的溝通障礙問題出在哪裡就趕快協助說明。

102002 觀 137 T：看這裡，S1 你剛剛說的，這個減十，其實不是，是拿這個十來用，這個十是一個十，那個十是十個一，這兩個十不一樣。大家看這裡，這個十就是這個十，那個十就是那十個一合起來的(老師以黑板上的畫圈說明)，有沒有看懂？

### 5. 普遍無法提出概念相關問題

一般教室裡的教學活動，多以老師佈題學生解題，或者老師問，學生答的情況呈現；甚至是老師一開始丟出一個問題讓大家來討論。因此學生能提問的話，那就是課堂中的反向操作，屬於高難度的表現。

在這裡的提出問題指的是，能針對數學有關的概念提出自己認為疑惑的地方，這跟質疑對方的做法，意義似乎不太相同。剛開始研究者區分不出提問和質疑不同的地方，常把兩者搞混，也因此資料中出現學生說出問句的部分，都將它列為提問，但是經過進一步的分析與比對之後，發現「提問」應該是指有關自己思考數學過程中產生的問題，自己對自己不懂的地方提出疑問，希望從別人那裡得到解惑，是針對自己的部分而言。

至於「質疑」則應該是指對於別人的表達不明瞭，自己不清楚對方的意思，進而產生疑惑，出現雙方溝通障礙，因此要求對方說明清楚，以便雙方達成共識。

研究者經過仔細篩選資料，沒有看到二年級學生表現出有關提問數學學習方面的能力。如果有學生提出問題都不是跟數學語言有關的。

### (三) 回答方面

這裡的回答問題，主要以師生對答為主，偶而會有學生與學生之間的問答交流。研究者以能回答問題者和不能回答問題者兩方面來說明。

## 1. 能回答問題者

### (1) 面對老師的問題可以說清楚

這裡的「說清楚」，指的是學生可以針對問題，將自己的想法一口氣說完，並且聲音清晰，讓人聽得明白。

092701 觀 123 T：請告訴大家，台上的記錄在寫什麼，你看得懂嗎？

092701 觀 124 S1：看得懂。

092701 觀 125 T：請說。

092701 觀 126 S1：這 43 代表王師傅一天開始做了幾個月餅，然後因為賣掉了 15 個，所以用減法。 然後算出答案需要用括號。

S1 能將他看懂的部分，清楚的說明 (092701 觀 126)。

此外，即使遇到困難的問題，也能清楚說出自己覺得難的部分，以下的對話，是教學者要求學生針對課本上的問題：「木瓜一個賣 35 元，柚子一個賣 42 元，木瓜比柚子便宜多少元？」用畫圖的方式呈現你是怎麼算的過程 S25 清楚說出她的想法，但是沒有針對老師的問題回答(0929 觀 045)，研究者不將他列入清楚回答的範圍。

0929 觀 044 T：S25，請你來說，你為什麼這樣做？

0929 觀 045 S25：這是 42 減 35，答案就出來了。

0929 觀 046 T：可是我們還是不知道為什麼要用減的？

0929 觀 047 S25：那如果用 42 加 35 就不對了。

0929 觀 048 T：先告訴大家，這 42 代表什麼意思？

0929 觀 049 S25：這 42 代表柚子的錢。

0929 觀 050 T：35 呢？

0929 觀 051 S25：代表木瓜的錢。

0929 觀 052 T：再來呢？

0929 觀 053 S25：，這 7 是代表 35 比 42 貴 35 七元。

0929 觀 054 T：你這樣做，(面對全班問)小朋友看得懂他在黑板上所做

- 的嗎？
- 0929 觀 055 S：
- 0929 觀 056 T：看不懂的舉手？  
( 很多人舉手 )
- 0929 觀 057 T：看不懂，怎麼辦呢，( 指 S25 ) 你再想一想，怎麼解釋給大家聽？其他小朋友再繼續做。  
( 老師巡視學生的座位，發現 S29 想不出這題該如何做，一直在摺那張記錄紙 )
- 0929 觀 058 T：沒關係，S29 不要摺，你盡量想， ( 面對全班問 ) 得難對不對？ 覺得這一題很難的舉手？  
( 很多學生舉手 )
- 0929 觀 059 T：請放下，S12，難在哪裡？
- 0929 觀 060 S12：
- 0929 觀 061 T：你覺得難在哪裡？
- 0929 觀 062 S12：
- 0929 觀 063 T：請起立，告訴老師。
- 0929 觀 064 S12：不知道。
- 0929 觀 065 T：你不知道，不知道什麼？
- 0929 觀 066 S12：不知道難在哪裡。
- 0929 觀 067 T：好，請坐。S9 呢？
- 0929 觀 068 S9：不知道要用加還是減。
- 0929 觀 069 T：喔，不知道要用加還是減？你呢 ( 指 S30 ) 你覺得難，困難在哪裡？
- 0929 觀 070 S30：就是不好算。
- 0929 觀 071 T：不好算。 你 ( 指 S1 ) 會覺得難嗎？
- 0929 觀 072 S1：會。
- 0929 觀 073 T：困難在哪裡？
- 0929 觀 074 S1：難在比一比的地方。
- 0929 觀 075 T：喔，比一比的地方，不知道怎麼比？
- 0929 觀 076 S1：嗯。

從上述這一段，可以看到 S25 很快的用減法，來說明她的做法（0929 觀 045），但是無法指出為什麼用減法來算，顯示學生的數學觀念似乎沒有釐清，在他們想法裡面，數學問題不外乎用加或減法來解題，至於為什麼這樣做好像從來沒有人會去問這個問題。所以學生不知道如何說明為什麼木瓜比柚子便宜要用減法來算，回答變得很困難。在幾個學生表達自己感到困難的地方時，S1 特別能點出那個比一比的部分（0929 觀 074），顯示他的數學概念似乎比較清楚。

## （2）常出現斷斷續續的回答

對於簡短的答案，二年級學生通常能很快的回答，但是如果遇到的問題，是必須說明解題想法或為什麼這樣算這類問答題時，學生無法很快的說出答案，通常是邊想邊說，有時需要老師協助。

- 092201 觀 018 T：請你告訴我們，這一題要用加的還是減的？
- 092201 觀 019 S17：這題要用加的。
- 092201 觀 020 T：為什麼？
- 092201 觀 021 S17：因為大人跟小孩
- 092201 觀 022 T：嗯。
- 092201 觀 023 S17：要加起來
- 092201 觀 024 T：嗯。
- 092201 觀 025 S17：所以要用加的。
- 092201 觀 026 T：好，OK，你的意思是要大家合起來，對不對？
- 092201 觀 027 S17：對。

上述情形，S17 的回答內容，是斷斷續續完成的（0922 觀 021、023、025）。通常教學者遇到這種情況，花費在等待學生回答的時間特別多，而且從學生剛開始的回答，還不能了解他到底能否把意思講得明白。有時候，學生也會為了搶得發言權，答案還沒想好，就先舉手，等到被叫到回答問題時，再邊說邊想。

### (3) 學生的聲音太小或模糊不清楚

學生回答的聲音太小或讓人聽不清楚的情況，是普遍存在於每一次的數學課中，依研究者觀察到的現象，究其原因，約略有以下幾點：

#### a. 學生對自己的回答沒有信心。

在回饋問卷中，有 46 % 的學生擔心說錯怕會被同學笑，所以不太敢回答。

#### b. 個性害羞，不敢在公開場合表達意見。

例如：S26 上數學課不常舉手發言，今天我問她為什麼？她表示自己個性比較害羞，不太敢在公開場合說話，即使被老師指名回答，聲音也是小小的，有一種怕怕的感覺。  
( 930922 訪 )

#### c. 咬字不清楚。

S4 的發音不太清楚，有些音說得不標準，所以他平時不太愛說話，有時候我指名請他站起來回答，還可以聽到他的聲音有點顫抖。( 930913 札 )

#### d. 聲音傳達不出去，好像把話含在嘴裡。

S23 回答問題的時候，好像不太理會別人有沒有聽懂，只顧著自說自話，把她想說的說出來就好了，因此每次她在回答問題，其他學生也忙著跟別人聊天。我對她的感覺是她說的話像是含在嘴裡，要聽清楚不太容易，即使站在她旁邊聽，感覺聲音也是含糊不清。( 930908 札 )

#### e. 本身說話的音量就不大。

例如：S37 很愛舉手回答問題，但是聲音又太細，感覺有氣無力，所以每次回答時，連老師站在她旁邊，都不太能聽清楚她的答案。

#### f. 不太專心上課，所以被叫到回答時，就勉強撐著回答。

學生上課沒有很專注在老師目前進行的活動，所以被老師突然叫起來

回答時，對於不是太難的題目還可以勉強回答，但是也不是那麼有把握，所以聲音就變得很小聲。

（黑板上，有 S1 的圖形記錄，他用 1 個 100，9 個 10，和 8 個 1 來表示 198 這個數。老師請學生以「這裡有一個一百，九個十，八個一，合起來是一百九十八」來說明黑板上的這個數。）

091301 觀 179 T：S27 說一次。

091301 觀 180 S27：一個一百。

091301 觀 181 T：這裡有（老師提示學生，開頭也要說清楚）

091301 觀 182 S27：這裡有一個一百，（很小聲）

（S27 不太專心，被老師叫起來回答，呈現斷斷續續，甚至聽不清楚的情形。）

091301 觀 183 T：然後呢？

091301 觀 184 S27：九個十，八個一（很小聲）

091301 觀 185 T：合起來。（老師在一旁給予提示）

091301 觀 186 S27：合起來是（更小聲）

091301 觀 187 T：你有點不太專心。

S27 上課不太專心，被老師點名回答，有點答不出來（091301 觀 182）。

## 2. 不能回答問題者

### （1）還沒回答就先搖頭

根據觀察，學生對自己在公開場合的表現，最缺乏的大概就是勇氣和信心。因此，遇到老師問問題，還沒回答就先搖頭，表示他拒絕回答。為何拒絕回答呢？原因可能有三，第一，他對問題不了解，對自己的答案沒信心；第二，他不是自己舉手爭取發言權，而是被老師指定回答的；第三，他擔心說出來的答案如果不對，會被同學取笑，所以乾脆不回答。

因此研判，會表現這類情況的學生，對自己沒有信心。

- 090601 觀 135 T：這裡三個一數，三個一數。我們來試試看這一系列數字列車，數得是否正確？來，S4，請你從 170 開始，可以嗎？（S4 搖頭）
- 090601 觀 136 T：不行，（老師很訝異）直接就搖頭了。（S4 默默不語）
- 090601 觀 137 T：你不試試看嗎？來，讓你試試看。從這裡 170 開始，再來呢？
- 090601 觀 138 S4：173（很小聲的回答）
- 090601 觀 139 T：對啊，很好啊。為什麼要搖頭呢？
- 再來，（S4 又答不出來，老師等候他，並對著全班說話，這時已有幾位小朋友舉手準備回答）會的小朋友，你可以自己在心裡練習一下。
- （老師看著 S4，因為他還沒想出答案，老師幫著解圍，替他說點話。）因為現在 S4 站起來有點緊張，坐著比較不緊張，所以現在他回答得比較慢。（老師繼續等著看他）
- 090601 觀 140 T：可以嗎？下一個答案。
- 090601 觀 141 S4：176。

老師必須了解每個學生的個性，給予體諒和協助，像 S4 就是屬於不太敢發言的學生，老師希望讓他發言時，盡量有成功的機會，否則學生一但受挫，要再幫助他建立信心，就會變得非常困難。

## （2）沉默以對的學生

採取沉默以對方式的學生，是指學生不回答老師的問題。按照傳統的教學方法，如果教室中只使用老師說，學生聽課的方式上課，學生沒有機會練習對答。但在這個教學中，是以開放師生互動全班討論的方式來進行。研究者發現，自信是一個很重要的因素。對自己的答案有信心的學生，就會積極爭取發言權，而且他們勇於表現，但相較之下，一個班級中，也會有另一批默默不出聲的學生，他們靜靜的聽課，靜靜的欣賞別人的發言，自己很少是個主動舉手者。也因此，如果老師不逐一指名回答，大概這一

個班級裡，回答問題的人，就永遠是那幾個主動舉手發言的人。

S35 的數學成績一向很好，但是上數學課從來不舉手發言，我知道她很害羞，可是我希望她能突破心防，只要她能開口回答一次，我必定給她一個鼓勵，讓她有信心。但是今天我的嘗試好像沒有成功，因為請她回答一百九十八可以分成一個一百，九個十，八個一這個問題，她搖頭不說話，然後一直摸自己的身體、摸脖子，好像渾身不自在的樣子，我請其他學生示範回答，她連模仿別人的答案也做不來。（930913 札）

然而被老師指名回答，學生也會採取不回答的方式來回應，因此也讓老師的教學受到停滯，這個問題也一直讓老師感到困擾。

依研究者分析，會表現出沉默不回答的學生，可能有以下幾種原因造成：

- a. 選擇性不回答。學生已想好答案，但是當時他的心情很糟，不想回答。
- b. 習慣性不回答，個性害羞，還沒突破這層障礙。
- c. 仍在進行思考，無法確定答案為何。
- d. 根本不知道老師在問什麼，所以也不會回答。

本節結語：整體而言有模仿趨勢

#### （1）學生的回答有模仿趨勢

對於相同的問題，一開始回答的學生所講的答案，沒有被老師否決的話，接在後面回答的學生如果沒有自己的想法，或者答案是固定的，那在老師採取「一問多答」的策略下，答案會趨於一致。即使有些學生還沒想到如何回答，但是為了不被全班取笑的情況下，他會採取跟隨別人的答案，這在問卷中的第 15 題所問的：如果許老師把一個數學問題，問了很多小朋友，你會不會偷偷學別人的答案？此題的回答中有 17 % 的學生答「會」，可看出端倪。

而另一種情況是，學生也會模仿數學高成就學生的答案，因為他們平時比較勇於發言，而且說出的答案也常受老師肯定，因此也會成為其他學生模仿回答的對象。

## (2) 學生不會回答的情況也會蔓延到全班

在全班討論活動中，如果老師的問題，讓學生無法聽懂或無法掌握正確的回答方式，整個班級會陷入一種肅靜的氣氛，沒人敢舉手發言，即使被老師指名也不回答了。前面提到學生的舉手發言也是一種自信的表現，如果曾發表過的答案不受肯定，孩子們對自己想好的答案的自信心也會動搖，似乎沒有人會去公開做那種會使自己沒信心的事，所以保持沉默是一種獨善其身的好方式。

## (3) 回答正確即是一種肯定

在數學課中，學生很在意自己的回答是否受到肯定，以下所呈現的例子是，S37 在剛開始舉手想說出答案時，沒有針對老師的問題來回答，也就是沒有弄清楚老師在問什麼，但是在老師不斷的反覆詢問，與其他學生試圖回答過程中，解讀老師的提問內容，約略過了十分鐘後，她再度舉手發言。

對於平時不熟悉，或不曾出現過這樣的問題，學生接受度低，因為他們習慣於看到題目就解出答案，但是現在教學者反過來問他們，題目的意思是什麼，他們一下子反應不過來，即使有學生已能清楚回答這個問題在問什麼，但是大多數學生們仍無法理解，必須等正確的說法重覆出現，經由不斷的模仿，他們才能了解題目到底在問什麼。

## (4) 學生覺得自己的答案錯了回答就很小聲

學生對於自己的答案說錯了，回答時，聲調就變得很小聲，一方面他們對自己回答錯誤的表現感到不滿意，一方面怕自己的答案錯了同學會取笑。

## 二、書寫和圖形的理解與表達

### (一) 判斷黑板上的算式記錄

除了全班討論活動外，教師也常讓學生上台書寫自己的解題記錄。學生都是各自解題，只有一次活動是兩人合作解題。獨自解題時，學生會爭取上台機會，比爭取發言權更為踴躍。幸好黑板的版面很大，每次可容納六個人上台書寫，因此六次佈題就可以讓全班學生都輪到上台。

由於記錄是可以留存下來的符號，所以討論時學生會比較專注。以



他們孩子的語言和符號。

102002 觀 049 T：S37，你要不要告訴我們，這個三加零為什麼要這樣加？

102002 觀 050 S37：

102002 觀 051 S4：也不知道。

102002 觀 052 T：也不知道啊。你要告訴我們一下，三加零，為什麼要這樣加？你說明一下。

102002 觀 053 S37：不要。（很小聲）

102002 觀 054 T：ㄈㄚ 。

102002 觀 055 S37：不要。

102002 觀 056 T：不要說。 那有沒有其他代表的意思？  
（S37 搖頭）

102002 觀 061 S24：她（指 S37）三加零的意思是 （走到黑板前，指著  
記錄回答）  
她這個減出來的答案是三，然後她的意思是三再加它原本的零。

在這裡 S24 看懂了 S37 的記錄就幫她說明（102002 觀 061）。

#### 4. 看不懂別人的解題記錄提出質疑

學生上台書寫字體大小不同，字體端正或潦草，都會影響別人觀看的感受，但是在這裡主要以記錄是否正確，以及解題過程是否被接受為主。

102002 觀 090 T：S30 你要不要說說看？S28 的手舉得好高，等一下再換你。

102002 觀 091 S30：他的做法和算式擠在一起了。

102002 觀 092 T：所有的做法和算式都擠在一起了。這條線不要畫這裡，對吧，那要畫哪裡？

102002 觀 093 S30：這條線要畫那裡。

102002 觀 094 T：好，畫在那邊做個區隔，謝謝你。對，這樣比較好。S28

一定要說，他的手堅持不放下來，請說。

102002 觀 095 S28：十減七等於三個，四十加三就四十三，那就超過了。

S28 看不懂黑板上同學的記錄，提出質疑（102002 觀 095），她認為黑板上的算法，比原本算出來的答案還要多。

## （二）數學活動記錄單的表達

學生在上課時，所記錄的數學學習活動單的內容，有關解題記錄的部分，比較沒有變化。例如，老師要學生們解決「王師傅做了 43 個月餅，賣掉了 15 個，還剩幾個月餅？」的問題，學生們的答案呈現，幾乎是寫出算式  $43-15 = ( )$ ，沒有什麼變化（930927 生）。如果是在比比看那一個單元，學生的畫法就比較多樣化，但是很容易像在上美勞課一樣，缺少數學訊息，學生變得只在乎圖案漂不漂亮。

## 第二節 教師的班級經營方式及教學策略

分析完學生有關數學溝通能力的部分之後，接下來研究者將探討老師所使用的班級經營方式及教學策略，學生將有怎樣的表現。

### 一、經營方式

林文生（1999）使用師生之間心靈的契約的說法來代替「班級規律」、「常規」這樣的字眼，是為了說明：開放的教室中，師生之間與同儕互動也有清楚的規律在運作，但是這些規律並不是教師用命令的方式強加在學生身上，而是透過教師很有技巧地引導，讓學生自願遵守這樣的默契，並且內化成班級互動的信心。師生心靈契約的建構，是班級文化重塑的歷程。

因此教室內的對話，在教師無形中的刻意安排，林文生認為：透過幾種模式來強化兒童的行為，以塑造班級的文化。

他提出 Resnick 的兩個模式：一、再一次確認學生的意思，二、重複學生的語言；以及鄔瑞香老師「馴服」學生的法寶：一是增強，二是忽略，

三是縮小自己，建立自己的信心。

以上五種模式，研究者採用其中四種，除了沒有使用「縮小自己」那一部份，改採用「同理心」來對待答不出問題的學生，也是幫助學生建立信心的另一種方式。

### (一) 老師的引導

#### 1. 建立良好的舉手發言習慣

在進行全班討論的教學活動中，如果每個學生七嘴八舌的說出自己的想法，會使整個教室秩序凌亂、吵雜，因此從一年級開始，教學者就要求學生在課堂中，一定要養成先舉手再發言的習慣，如此一來，才能使整個對話過程進行順暢。

#### 2. 再一次確認學生的意思

二年級學生的用語，有時還無法很明確的表達出自己的想法，因此教學者會補充一些說明，或協助學生使用數學語言，來確認學生想要表達的意思。

例如：

102001 觀 093 S9： 它 65 已經減掉兩個 10 了，為什麼下面又變 60？

102001 觀 094 T： 哪裡，你說？（老師覺得 S9 沒把原因說清楚，請他再說一次。）

102001 觀 095 S9： 這裡 65 只要減兩個 10，變 45，然後下面變 60 了。

102001 觀 096 T： 這裡他如果這樣減應該是 45，你的意思是這樣嗎？  
然後這邊就不可能是 60，是不是？（對著 S9 問，S9 點頭）

#### 3. 重複學生的語言

在班級成員的對話中，二年級學生表現的情況是，仍有多數人的講話聲音比較小聲，或者回答的意思比較不完整，教學者會將學生說過的話，向全班同學再講一遍，以使大家聽得清楚。

#### 4. 增強學生的行為

增強學生的行為是在於學生喜歡聽到老師的讚美與鼓勵，因此教學者看到多數學生精神散漫，會對著全班說：「哇，現在某某同學好專心上課喔，你看他坐得多端正，背挺得多直。」這時全數的學生就馬上表現出身體坐正專心聽講的神情。

增強的活動有時針對個人，有時是面對全班說的。但是教學者必須說的很具體，這樣其他學生聽到了，才能模仿這樣的好行為。

因此教學者希望學生達到怎樣的好表現，就要多使用這樣的正面鼓勵。

#### 5. 忽略或淡化處理

相對的，在教室活動運作時，對於出現干擾或暫時不能處理的資訊，就給予忽略或淡化處理。

例如：今天 S5 沒經過舉手，就自己大聲說出答案，但是後來發現自己的答案錯了，很不好意思就把身體往桌子底下縮，大概是想躲起來吧！可是我們從頭到尾，都沒有人去注意他這個行為，我也沒有去糾正他。（930906 札）

#### 6. 老師以同理心對待答不出問題的學生

有些學生因個性害羞內向，一向不願主動舉手發言，教學者會略過已發表的學生，指名某些不常舉手發言的學生。這時教學者會以「沒關係」來替答不出問題的學生解危，希望他不至於因為這次的表現，而喪失對自己的信心。

102001 觀 114 T： S33 有點緊張說不出話來，沒關係，我們再找一位來說。

綜合以上所述，學生在這樣的班級互動中，多數學生會踴躍爭取發言權，踴躍爭取上台機會，以換得對自我表現的肯定，而且在某節課會出現一種情況，就是第一次回答問題受到肯定與鼓勵，而在當節課就一直表現的非常積極，呈現很明顯被增強的學生。

## 二、老師的教學策略

這裡要呈現的是，教師在帶領全班學生進行數學溝通活動，所採用的教學策略，包括：一問多答、利用認知衝突、全班輪流和舉手表決等策略。

### (一) 老師採一問多答策略

原則上，教師盡量提供學生練習發表的機會，因此課本上的一個問題，教師會連續問好幾個學生，聽取他們不同的答案，直到同樣的答案出現太多次時，才換下一個問題。(930901 札)

T：課本第四頁有兩個小問題：1.這一批黑面琵鷺有多少隻，2.說說看，你是怎麼數的？

請大家先做這兩題，等一下老師要請小朋友回答。

(學生各自進行點數活動，)

數分鐘後

T：現在老師要請小朋友回答，1.這一批黑面琵鷺有多少隻，2.說說看，你是怎麼數的？

S39 請說。

S39：答案是 168 隻，我是 2 個 2 個數。

T：謝謝，請坐。S37，請說。

S37：總共是 100 隻，我是 2 個 2 個數，有一群就把它圈起來。

T：謝謝，請坐。S36，請說。

S36：答案是 99 隻，我是 1 個 1 個數。

T：謝謝，請坐。S35，請說。

S35：答案是 99 隻，我是 1 個 1 個數，然後把 10 個圈起來。

T：謝謝，請坐。S33，請說。

S33：答案是 99 隻，我是 1 個 1 個數，然後把 10 個圈起來。

這樣的表達練習，雖然答案的重複性高，但是老師仍希望有多一點學生能輪到發言。此用意在於，除了讓學生有多一點使用數學語言的機會，也讓老師了解學生的想法。即使學生的答案是模仿別人的答案，研究者也認為這也是一種學習語言的方式。

## (二) 利用認知衝突促進學生溝通

課堂進行中，學生對於讀過的事情，很容易聽過去就忘了，因此透過黑板上的記錄，讓學生提出質疑來討論。

前面提到皮亞傑早期研究，強調「衝突」的角色特別是存在於同儕之間的衝突，可以用來促進認知的建構。根據皮亞傑的看法，透過與同齡同儕的衝突與爭議，兒童將可一再看到別人與他不同的觀點(谷瑞敏譯, 1995)。

當課程進行到課本 23 頁的題目：把杯子裡的果汁倒到另一個杯子。想想看，倒過去的果汁和原來的一樣多嗎？

老師利用兩個大小不一樣的透明杯子，操作給全班學生看，並詢問 S2 的看法，S2 認為倒過去不同的杯子裡水變少了。他的理由如下：

092902 觀 280 S2：倒回去那個杯子（水）變多，因為那個杯子比較小一點，倒過來這個杯子水會變少一點點。

092902 觀 281 T：你是因為杯子不一樣大，所以你覺得倒到這裡（指這個杯子）水就變少了？（S2 點頭）

老師並沒有對 S2 的說法做評論，只是老師再操作一次，然後詢問全班學生的看法。

092902 觀 290 T：現在有小朋友認為倒過來之後就變少了。那我再倒回去水又一樣多了。倒過來就變少了？

092902 觀 291 S3：感覺杯子比較胖啊！

092902 觀 292 T：倒過去就變一樣多？水會變來變去？

092902 觀 293 S：不會。

092902 觀 294 S：不會（有一個人提到杯子，大家就大聲反應是杯子的關係）是杯子。

092902 觀 295 S：杯子比較大的緣故。（學生七嘴八舌討論，教室裡很吵雜）

092902 觀 296 T：噓，小聲一點，有人要發表意見了。

092902 觀 297 S5：佈只要看它的胖還有瘦還要看它的高

092902 觀 298 T：你是說看杯子的大小（S5 點頭）

092902 觀 299 T：你認為這樣倒過來倒過去水有沒有變多或變少

092902 觀 300 S5：沒有。

092902 觀 301 T：都一樣。

092902 觀 302 S5：對，都一樣。

學生們紛紛表達自己的看法，認為水沒有因為杯子倒過來倒過去而變多或變少，但是他們無法把自己的看法講得很完整，只會說杯子比較胖，或者回答水沒有變多或變少，不能把這件事的前後關係合在一起講。最後只有 S1 的說明稍微清楚一點。（092902 觀 316）

092902 觀 316 S1：我覺得水根本就沒有變化，是這兩個杯子尺寸不一樣，胖、高都不一樣。

092902 觀 317 T：所以你認為

092902 觀 318 S1：所以水都沒有變不一樣，只是靠杯子的大小，比較胖又有點高。

經過全班討論後，老師再問 S2 水有沒有變多或變少。但是 S2 都不回答，老師只好幫他找台階下，問他要不要改答案，這時 S2 才小聲的回答，水並沒有改變是杯子的緣故。

在這場「倒過去的水和原來的一樣多嗎？」的討論中，原本的看法認為水和原來的不一樣多，但是透過與同齡同儕的衝突與爭議，他看到別人與他不同的觀點，最後修正自己的看法。

### （三）老師採舉手表決策略

教室運作中，教師除了讓學生養成舉手發言的習慣外，在無法一一詢問學生的看法時，教師也利用詢問的方式讓學生舉手作無聲的意見表達。舉手表決使用的情況有很多種，例如：當答案要二選一，但是又沒有足夠的時間可以用來看看學生的看法時，就可以用舉手的方式看出多數人選擇的答案；或者當某個學生說出他的想法時，大家贊不贊成這樣的觀點；此外，還可以用舉手表決的方式，來表明多數人聽不聽得懂發言者的說法。

舉手表決可以節省很多不必要的時間浪費。

#### （四）全班都輪流說過或上台演示過了

有些時候，教師會考量教材的重要性，如果時間足夠，會讓全班都輪流說出自己的答案，或者上台練習寫出自己的記錄，也是增加學生以口語和符號表達的機會。如果將數學語言視為一種重要的數學訊息傳遞的符號，增加學生練習的機會是必要的。

#### （五）老師陪著學生回答

對於學生無法完整回答，或是答不出來的情況，老師會陪著學生一起說，一方面增加學生的膽量讓他們不害怕回答，一方面老師示範回答的方式讓學生模仿，所以老師陪著學生回答也是一種重要的教學策略。

#### （六）利用覆述策略訓練學生傾聽能力

覆述指的是重覆前面的人說過的話。前面提到學生的傾聽能力不佳，不太會去注意別人說了些什麼，當老師使用這個策略時，學生如果沒有注意聽就回答不出來，會被視為不專心上課，所以老師使用這個策略，可以改善學生不注意聽別人發言的習慣。

這班學生真活潑，每次上數學課都有一大堆人舉手搶著發言，有時候我故意請某個學生，把剛剛發言過的人說的話再說一遍，他們也能做得到，看來他們已經注意到老師使用「覆述」這個策略。（930913 札）

### 第三節 進行數學溝通活動在實際運作上的困難與解決方法

這裡呈現教學者在進行數學溝通活動的實際教學中，所遇到的困難以及解決的方法。研究者根據所蒐集的資料分析後，發現會有以下情況：

#### 一、活動過程方面：

##### （一）問題類型與學生的差距

【困難】：屬於固定答案的題目，學生容易回答；屬於「你是怎麼算的？」這類題目，學生常常言不及義或不能回答，呈現靜默不語的狀況

態。

根據以往的師生相處時間，研究者的經驗是學生喜歡老師問「算出來答案是多少？」這類的問題，因為他們自認為很會算，而且根據問卷調查，班上學過心算的學生有 22 人之多，只要老師一問到「多少加多少等於多少？」或是「多少減多少等於多少？」學生就會爭相搶答，並自豪的告訴別人「我有學過心算」。教學者曾有一篇一年級時候的教學札記，如此寫著：

今天 S38 上完數學課告訴我：「許老師，數學很難耶，我都不會說，可是你出算算看的題目，我就很厲害，我很喜歡計算。」聽到這句話，我能理解孩子的心情，算數學只要把技巧學會，再多練習，似乎就可以很容易算得出答案。但是，如果老師問的問題是他從來沒學過的，他可能不會回答，也不知如何回答，那該怎麼辦呢？

就因為如此，每當我問學生為什麼這樣做或者要他說出他是怎麼算出來的時候，學生的反應通常是望著我，呈現一付不懂你在問什麼的表情。

我曾經問過 S27，他是怎麼算出答案的？他回答：「我在心裡想的。」接著我請他把心裡想的說出來，他就答不出來了。同樣的問題，我問 S17，他回答：「我用心算算的。」我再追問他：「用心算怎麼算的？」S17 就呆住了。(930301 札)

這裡顯示教學者心中的困擾，到底要怎麼問學生，才會讓學生回答出老師心中想要的答案？是否他們從未遇過有人會問這樣的問題，還是他們不知如何表達心裡的想法？在研究資料中，研究者也發現類似的情況：

93092201 觀 001 T：S22，你了解這個題目在說什麼嗎？

93092201 觀 002 S22： 。

93092201 觀 003 T：S22 說不出來，請坐。(S37 舉手，想要回答問題。)

93092201 觀 004 T：S37 來說，請回答。

93092201 觀 005 S37： 總共有 23 顆。

93092201 觀 006 T：你可不可以告訴大家，你了解這個題目在說什麼嗎？

93092201 觀 007 S37：了解。

93092201 觀 008 T：請你說一次。

93092201 觀 009 S37：嗯~，嗯~。

93092201 觀 010 T：S37 可以算出答案，但是要他講出來這個題目在說什麼，他有一點說不出來。沒關係，誰可以來幫他說這個部分？

（有三、四個學生舉手。）

93092201 觀 011 T：S30 請說

93092201 觀 012 S30：就是你先把前面的十加在一起，再把後面的個位數加在一起。

從上述情況來看，研究思考這個問題對他們來說是否太難了，S22 不會回答（192201 觀 002），會回答的 S37 是直接講出解題的答案（092201 觀 005），S30 則是把如何算出答案的方法說一次（092201 觀 012）。當時的情況顯示出，沒有學生能回答老師心中想要的答案。

**【解決方法】：**盡量使用二年級學生所能理解的句子，必要時轉換語句，以操作物為主，用具體的問句呈現。

目前教師尚無法掌握能引發學生思考後回答的問題，只能根據教材內提供的句子，再以學生的回答內容或黑板上的解題記錄，修正後提問。

（二）學生離開座位進行活動秩序就亂

**【困難】：**教室中的操作活動，如果有多數學生離開座位來進行，整個教室內的秩序會變得很亂。

這裡呈現的是第二單元二位數的加減的教學，教師想藉由情境操作幫助學生了解題目，根據題目意思請了 27 位小朋友上台來充當题目的主角，並給予台上每個人一個花片代表一個月餅，要來算算看總共需要幾個月餅。結果學生上台過於興奮，秩序顯得很亂。

092202 觀 035 T：出來就要站好，不要亂動喔，不然的話，許老師下次就不

想叫你了喔！（學生仍在亂動，老師忙著管理這一邊學生，另一邊學生則更吵。）

後來教師發現，原來是學生上台沒事做，站在那邊聊天、互相推擠，秩序當然不好。接著老師發給台上的學生每人一個大花片，要把大花片貼到黑板上，然後要一起來算共有幾個代表月餅的大花片，結果秩序又開始亂了。

092202 觀 060 T：現在請代表小孩需要的月餅(指大花片),貼到黑板上。(學生七手八腳的擠成一堆)

092202 觀 061 T：貼好就回座位。(有的學生捨不得把手上的花片貼上去，還在觀望，台上亂成一團，台下的 S11 還做了一些揮舞的動作，老師趕快提醒他)

092202 觀 062 T：S11 不要太興奮。

老師想要利用情境操作方式，來幫助學生學習，但是台上學生人數一多，沒有讓他們排好隊伍，去黑板去貼上花片，學生會推擠，並且把它當成一件好玩的事。(092202 觀 061)

**【解決方法】：利用分組競賽控制秩序，或者挑選較守規矩的學生上台，並且讓他們每個人都有事做。**

今天的數學課有點亂，我沒有安排好每個學生該做的事，所以老師當時的口令一下，學生就通通擠成一團，如果能讓學生一個一個排隊來貼，貼完花片的人馬上回座位，秩序應該會比較好，才不會亂成一團。

(930922 札)

由此可見，給予每個學生確實的要求很重要，否則學生不知該怎麼做，就會亂成一團。

(三) 台上學生做記錄台下學生顯得無聊開始聊天

**【困難】：**老師指定幾位學生上台在黑板上寫出自己的解題記錄時，台下學生會因為沒事做，顯得無聊而開始聊天，玩小東西。

老師在佈題時，每個學生都樂於上台呈現自己的解題記錄，他們很愛表現，但是黑板的版面不夠大，所以只能挑選幾個人上台，而沒被選到台上書寫記錄的學生，他們覺得很失望，也不會去注意別人在寫什麼，那段時間好像是空檔時間，即使老師在座位間巡視，也無法使他們專心看別人寫。

**【解決方法】：**不要讓學生在上課時間著沒事做，所以給每個人一張活動記錄單，記下他們的解題方法或想法。

老師分配完上台做記錄的學生後，也發給坐在座位上的學生，每人一張活動記錄單，讓這些學生也能把自己的想法寫下來，跟別人分享他的算法。

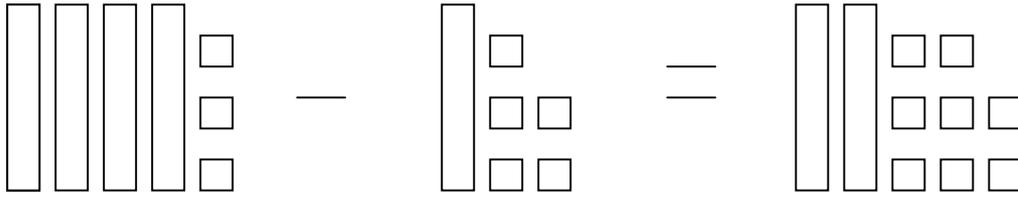
(四) 衍生出來的問題要不要討論

**【困難】：**從問題中衍生出來的問題要不要繼續討論下去？

二年級學生的想法千奇百怪，想像力非常豐富，在他們發表中，如果老師在當下沒法馬上判斷，是否是針對這節課的主題，很可能耽誤整個教學活動的進度。

今天有一題是王師傅做了四十三個月餅，賣掉了十五個月餅，最後還剩下幾個月餅？老師請了三位學生上台用放大型的古氏積木來表示做法。S32 的做法是先放四個橘色積木和三個小積木，中間一個減號，再放一個橘色積木和五個小積木，接著畫個等號，最後再放兩個橘色積木和八個小積木。

如圖示：



我們全班一起討論這樣的作法適不適合，會不會造成別人誤會，S32 的說法是因為記錄是寫  $43 - 15 = ( )$ ，所以她認為這邊是 43，就排 43 個小積木，那邊是 15 個就排 15 個小積木，最後算出答案就排 28 個小積木。S24 舉手表示這樣會讓人以為要把它們全部加起來，老師請 S24 改變一個方式來呈現，她只排了 4 個橘色積木和 3 個小積木，接著要減掉 15 個小積木的動作，她不會操作，就改換 S39 來說明並操作，但是遇到 3 減 5 的部分，那個地方不夠減，S39 也卡住了，不會操作，又換 S3 來做，他直接拿走一根橘色積木，換成 5 個小積木，可是 S31 舉手反應，聽不懂他 (S3) 在說什麼，我一調查，也有很多人舉手表示聽不懂 S3 的操作，我接著問，有沒有哪一個人可以來幫大家說明，結果 S5 舉手。

他一上台就告訴我，他要錢 (指的是錢幣教具)，還需要另一個人當老闆，我就請 S2 來充當，也給了 S5 錢幣教具，然後就看他 (S5) 從袋子裡拿出 20 元和 10 元的錢幣，說：「老闆，我要買一盒雞蛋，幾元？」我發現情況有點兒跟原先要說明的題目不太一樣，就提醒 S5 我們在說哪一題，他還回答我說：「對呀。」然後又跟 S2 私下交談，好像還在互相討論 S5 的做法該怎麼做。我們全部的人都不知道他 (S5) 要做什麼。後來我又向 S5 提出質疑：「為什麼是買一盒雞蛋？我們這一題是在討論王師傅做月餅的事。」結果他回答他知道。可是搞了半天，我才終於明白他是要用付錢的方式，假裝是要買雞蛋，然後就用減的方式講一遍。

我問全班同意他這種做法嗎？S1 提出意見說：「因為我認為你 (S5) 把一個題目換成另一個題目，有點太無聊了，用舊的題目就好了。」我調查全班，覺得換了題目會聽不懂的舉手。還真有不少人舉手。所以我就請 S5 和 S2 回座位，趕快請全班改以畫圈的方式來處理，因為剛剛的情況已經耗費掉太多上課時間了。(930927 札)

原本老師只是尋求學生上台說明，沒想到 S5 又弄出另一個問題，使得還沒解決的問題變得更複雜，而且也耽誤不少上課時間。

**【解決方法】：** 教師必須馬上判斷，是否有值得討論下去的必要，否則以

## 淡化或忽略的方式處理之。

課堂中，會引發從問題中衍生另一個問題的情況不太多見，因為整個活動進行是由教師掌控，但是當教師開放給學生提問問題時，會有某些學生把他自己天馬行空的問題“丟出來”，教師要當心不要被這類學生主導了整個教學活動的方向。

## 二、時間掌控

### （一）老師沒有掌握好教學時間常耽誤下課

**【困難】：**教師預定的教學流程，沒有在上課時間內完成。

每一次的教學活動都有一個主題，教師沒有掌握好上課時間，已打了下課鐘，教學活動還沒告一段落，無法結束。根據研究者的經驗，在師生互動過程中，除非是簡短的答案，否則二年級學生必須慢慢想才會回答，因此對答的時間就拉長，再加上教師本身沒有掌握好活動流程，容易造成這節課的進度沒有完成，影響到下一次的教學進度。

**【解決方法】：**教師先將課本重點寫成「說明卡」和「題目卡」，以控制教學進度，使之順利進行。

打了下課鐘學生還不能下課，教學品質確實會受影響。教學者經過思考後，參考數學教學指引中的活動範例，先將問題寫在長條紙卡上，以便在教學過程中，依照順序將一道一道的題目張貼在黑板上，也讓學生對教過的內容有個印象，如此也可用來控制教學流程的進行。

每次的數學課，最不能掌握的就是學生回答問題的時間。我希望有多一點學生，能站起來表達他們的想法，但是他們的回答，大部分都慢吞吞的，浪費不少上課時間，所以也常耽誤學生下課。現在我改用先寫好的「說明卡」和「題目卡」之後，感覺教學流程一項項的條列出來，教學進度比較能掌握，不會臨時忘記下一個步驟要做什麼，耽誤下課時間的情況也改善了。（931020 札）

(二) 學生答題太踴躍，超過下課時間，學生還想舉手回答問題。

**【困難】：學生答題太踴躍，超過下課時間，學生還想舉手回答問題。**

正當一個問題還沒討論完，學生還有意見要表達，但無奈此時已打下課鐘。面對整個活動，不知該如何結束？是繼續討論下去，還是留待下一次上課再說？

**【解決方法】：1.讓學生回家告訴媽媽，跟家人分享他的想法或者寫成數學日記。**

這是針對踴躍發言的學生而言，讓他有機會把沒表達完的意見說給人家聽。

**2.先發給活動記錄單，請學生把今天沒說完的寫下來。**

這是針對喜歡用文字表達的學生而言，讓他把想法記錄下來，做為意見張貼。

(三) 上台的學生發表動作慢而耽誤時間

**【困難】：被問到問題的學生，回答動作慢，其他學生會顯得不耐煩。**

進行數學溝通活動，教師最怕問了學生兩三次，他還不回答。下面出現的情況，以教師的經驗判斷 S36 不是不會回答，但是他一直不說話，老師的心裡有點急，其他的學生就會開始不專心聽，做他們自己的事了。

092701 觀 026            T：    現在我要問小朋友，這個 52 代表什麼意思？

S12，請說。

092701 觀 027            S12：    幾張色紙（小聲）。

092701 觀 028            T：    再大聲一點。

092701 觀 029           S12 :    幾張色紙 ( 大聲 )。

092701 觀 030           T :    來，我要問 S36，他說的你同意嗎？

092701 觀 031           S36 :

092701 觀 032           T :    他說那個 52 是代表幾張色紙，你同意嗎？

092701 觀 033           S36 :

092701 觀 034           T :    你同意就說同意，你不同意就說不同意。

092701 觀 035           S36 :

092701 觀 036           T :    你同意嗎

092701 觀 037           S36 :

092701 觀 038           T :    你不知道，你就說我不知道。

092701 觀 039           S36 :    不同意 ( 小聲 )。

092701 觀 040           T :    什麼？ ( 太小聲了，聽不清楚，只好再  
          確定一次。 )

092701 觀 041           S36 :    不同意。

092701 觀 042           T :    不同意。你有你的原因嗎？請說。

092701 觀 043           S36 :

092701 觀 044           T :    你說得出來嗎？

092701 觀 045           S36 :    52 是小英買的黃色色紙。

**【解決方法】：給學生 15 秒的候答時間，如果來不及回答就寫下來。**

如果教師第一次問問題，學生不回答，就告訴他：「給你 15 秒思考一下，我們全班等你的答案，如果來不及回答，就把這個問題答案，寫在數學活動記錄單裡面。」

( 四 ) 上台的學生書寫動作慢而耽誤時間

**【困難】：學生為了要求好表現，或對自己的字體不滿意，就會寫了又擦，擦了又寫，力求完美，也因此耽誤不少時間。**

學生很踴躍舉手上台做記錄，但也為了要求好表現，或對自己的字體不滿意，就會寫了又擦，擦了又寫，力求完美，但是教師得等台上的人都寫完記錄才能檢討，因此耽誤不少時間。

- 【解決方法】：**
- 1.教師準備一個定時器，給予時間限制，時間一到，定時器會發出聲音，不管學生有否完成，都請他們回到座位。
  - 2.教師採用另一種方式，先讓學生在活動記錄單上寫下自己的解題記錄，再上台來寫，避免學生上台後才邊想邊寫。

通常老師一出題目，學生會搶著上台做記錄，可是上台之後，卻又慢慢的寫，甚至還會寫完之後全部擦掉重寫，他可能不滿意自己的記錄，也可能以為自己的答案錯了，總之學生寫了又擦掉的情況很普遍。

後來教學者放了一個定時器在黑板上，有了時間限制，學生會自我警惕，書寫的動作確實加快許多。此外，教師也顧慮到學生搶著上台的情況，沒有先在座位思考一下問題，因此後來也改為讓學生寫在活動記錄單上，讓老師看過解題記錄再請學生上台書寫。這樣一來，讓每個學生有足夠的時間，在座位上做慢慢思考的動作。

### 三、學習態度

#### (一) 上課不專心

**【困難】：**學生的專注力不夠集中，上課喜歡玩鉛筆、橡皮擦、跟同學聊天。

學生喜歡教學活動以遊戲的方式進行，但是進行數學溝通活動不太能夠這樣玩遊戲，學生就會呈現精神不集中的狀態，可能是跟別人聊天或是做自己的事。

- 【解決方法】：**
- 1.使用教具吸引學生的注意力。
  - 2.適時運用分組競賽提高上課士氣。

學生上課喜歡玩東西，可以多操作教具，讓學生練習用具體物來表達；

另一方面為了能讓學生聽從教師的問題進行操作，可用分組競賽的方式來約束學生的操作行為，例如：在第二單元，使用白色積木和橘色積木解題時，S16 開始玩起疊疊樂的遊戲，這時候，如果教師運用分組競賽，S16 的行為就會受到同組同學的監督，比較能認真上課。

## （二）如何公平分配每個學生的發表機會

**【困難】：**搶著發表的學生常舉手，等著發表；不發表的學生，則整節課都不舉手。

每一次上課，學生喜歡表現，就會踴躍舉手爭取發表機會，但是舉手的學生一多，教師不易記得哪些學生發表過了，有些人舉了好幾次手，教師都沒叫到他，他心裡也會感到失望，有些人則很少主動舉手，教師希望增加這些“安靜”的學生，練習數學溝通的機會，因此對於如何公平分配每個學生的發表機會感到困擾。

**【解決方法】：**教師先讓舉手的學生發言，再指定不舉手的學生回答，並將發表過的學生座號予以記錄。

有些學生喜歡講話，如果老師不加以限制，把機會讓給別人，這些學生會一直搶著發表，後來，教學者會提醒他們把發言機會讓給還沒發表過的人，並且也鼓勵那些沒有自動舉手發言的學生，希望他們能化被動為主動，積極爭取自己與他人進行數學溝通的機會。同時教學者會將發表過的學生號碼登記下來，做為加分的依據，藉此舉動，有些學生會主動舉手發言，因為他們知道可以加分。有時候，在全班學生多數都發言過的情況下，教學者會建議大家給尚未舉手發表的學生一種精神支持，鼓勵他們自動舉手發言，給自己一個肯定。

## （三）學生過於計較分組競賽的分數

**【困難】：**分組競賽可提高上課士氣，但是也會干擾教學。

運用分組競賽的獎勵方式，可以提高學生上課的興緻，但是實施幾次後，發現教師上課期間就會有學生舉手說：那一組多加了分數，干擾到教學正常進行，甚至不專心上課，反而只注意他們的競賽的分數，造成教師常要去處理學生對於競賽評分誤會。

**【解決方法】：**把遊戲規則說明清楚，同時書寫成海報張貼，並註明如果發現不專心上課，誤解加分狀況，干擾教學的人，其他組可以加分。

這種方法是用來限制那些不專心上課，只注意比賽分數的學生，希望他們能專注在上課內容，而不只注意分數的多寡。此外，二年級學生常有搞不清楚狀況的情形發生，所以規則說清楚，嚴格執行，這樣才不會造成教學者的困擾。

#### 四、回答問題

(一) 被叫到回答的學生沉默不語

**【困難】：**學生被指定回答問題，不回應。

會舉手爭取發言權的學生，不太會出現不回答的情況，會出現沉默不語的學生通常是不舉手或者不參與討論而被教師指定回答的學生。

學生不回應問題的情況很普遍。在數學課中，研究者發現常有這種情形發生。至於發生的原因前面已提及可能有四種情況：a. 選擇性不回答（不過這種情況很少出現）；b. 習慣性不回答（個性問題）；c. 仍在思考中；d. 根本不知道老師在問什麼。

學生不回答問題，會造成老師困擾，因為數學溝通情形中斷，老師無法得知學生是不理解數學觀念還是無法用數學語言表達。

**【解決方法】：**請別人說一次答案，讓該名學生覆述一次，或者教師教他怎麼說。

教師應了解該名學生是因個性害羞還是不會回答。如果是個性害羞不敢公開表達，應多給予發言機會，訓練其膽量。

由於學生默不作聲，老師無法進行教學活動，只得將這種情況視為學生無法用數學語言表達。教師要求學生採取模仿的方式，也就是老師請別的學生回答一次，讓該名學生覆述一遍，或者是老師說一句，學生學一句，讓學生有跡可尋，並且讓他回答了才可以通過。

## （二）學生不能一次說明白呈現斷斷續續的回答

**【困難】：**有些學生舉手時，自信滿滿，但是一站起來回答，就緊張得說不出話來，或者是邊思考邊說，無法完整回答，其他學生可能聽到斷斷續續的回答。

這種情況，通常會發生在必須回答比較長的句子的時候。依據研究者的觀察，二年級學生在其他科目中，尚無法用太長的句子回答問題，即使在造句練習時，也以簡短內容呈現，就連平時的對答，他們也多採用簡答題的方式，很少會用完整的句子來說。因此涵蓋數學觀念的問答，對他們而言，似乎又顯得更困難些。因為不常使用數學語言，而且還要透過數學思考才能說得出來，因此我們常會聽到學生斷斷續續的回答，但是如此一來就不能達到數學溝通效果。

**【解決方法】：**教師在旁協助回答，並在學生回答之後，再請他說一次完整的句子。

針對以上所述學生無法完整回答問題的情況下，必須教師在旁協助，甚至糾正學生的數學用語，等學生把自己要傳達的意思說完後，老師可以請他再說一次完整的句子。也可以讓全班學生模仿一次。增進學生完整回答數學問題的能力。

## （三）學生的聲音太小或模糊不清楚

**【困難】：**聲音太小別人聽不清楚不能達到溝通的效果。

學生回答的聲音太小會造成別人聽不清楚的困擾，在這種情況下，其他學生就不想聽，會開始做自己的事或聊天，如此一來也不能達到溝通的效果。

每個人的音量大小有別。平時看他們吱吱喳喳、吵吵鬧鬧的，整個教室像菜市場，但是單獨讓學生自己一個人說話，其他人都在聽他說話的時候，多數學生似乎就變得很沒膽量說話，回答的聲音自動變小，加上教室是個開放空間，窗戶多，室外的聲音也會傳進來，因此學生回答的聲音就更不容易聽得清楚。

**【解決方法】：增加無線麥克風給要發言的學生。**

教室的設備有有線麥克風，除了老師使用外，要發言的學生也可以上台使用。但是要等待每個要發言的學生走上台前，會浪費很多時間，因此，班上再購買一支無線麥克風遞給隨時要發言的學生，除了讓大家都聽清楚別人的發表外，也節省了很多等待學生上台的時間。

透過以上的分析，教學者在進行數學溝通活動中所遇到的困難以及解決方式整理如表 4-1。

表 4-1 進行數學溝通活動所遭遇的困難與解決的方式

遭遇到的困難	解決的方式	備註
屬於固定答案的題目，學生容易回答；屬於「你是怎麼算的」這類題目，學生常常言不及義或不能回答，呈現靜默不語的狀態。	盡量使用二年級學生所能理解的句子，必要時轉換語句，以操作物為主，用具體的問句呈現。	仍待解決
教室中的操作活動如果有多數學生離開座位來進行，整個教室內的秩序會變得很亂。	利用分組競賽控制秩序，或者挑選較守規矩的學生上台，並且讓他們每個人都	已解決
老師指定幾位學生上台在黑板上寫出自己的解題記錄時，台下學生會因為沒事做，顯得無聊而開始聊天，玩小東西。	不要讓學生在上課時間著沒事做，所以給每個人一張活動記錄單，記下他們的解題方法或想法。	已解決
從問題中衍生出來的問題要不要討論下去？	教師必須馬上判斷，是否有值得討論下去的必要，否則以淡化或忽略的方式處理之。	待解決
教師預定的教學流程沒有在上課時間內完成。	教師先將課本重點寫成「說明卡」和「題目卡」，以控制教學進度，使之順利進行。	已解決
學生答題太踴躍，超過下課時間，學生還想舉手回答問題。	1. 讓學生回家告訴媽媽跟家人分享他的想法或者寫成數學日記。 2. 先發給活動記錄單，請學生把今天沒說完的寫下來。	已解決
被問到問題的學生，回答動作慢，其他學生會顯得不耐煩。	給學生 15 秒的候答時間，如果來不及回答就寫下來。	待解決
學生為了要求好表現，或對自己的字體不滿意，就會寫了又擦，擦了又寫，力求完美，也因此耽誤不少時間。	1. 教師準備一個定時器，給予時間限制，時間一到，定時器會發出聲音，不管學生有否完成，都請他們回到座位。 2. 教師採用另一種方式，先讓學生在活動記錄單上寫下自己的解題記錄，	已解決

	再上台來寫，避免學生上台後才邊想邊寫邊想。	
學生的專注力不夠集中，上課喜歡玩鉛筆、橡皮擦、跟同學聊天。	1. 使用教具吸引學生的注意力。 2. 適時運用分組競賽提高上課士氣。	已解決
搶著發表的學生常舉手，等著發表；不發表的學生，則整節課都不舉手。	教師先讓舉手的學生發言，再指定不舉手的學生回答，並將發表過的學生座號予以記錄。	已解決
分組競賽可提高學生上課士氣，但是也會干擾教學。	把遊戲規則說明清楚，同時書寫成海報張貼，並註明如果發現不專心上課，誤解加分狀況，干擾教學的人，其他組可以加分。	已解決
學生被指定回答問題，不回應。	請別人說一次答案，讓該名學生覆述一次，或者教師教他怎麼說。	已解決
有些學生舉手時，自信滿滿，但是一站起來回答，就緊張的說不出話來，或者是邊思考邊說，無法完整回答，如此一來，不能達到溝通的效果。	教師在旁協助回答，並在學生回答之後，再請他說一次完整的句子。	仍待解決
聲音太小別人聽不清楚不能達到溝通的效果。	增加無線麥克風給要發言的學生。	已解決

由表 4-1 可以看到有些問題透過解決的方式得到改善，但是還有一些問題沒有完全改善，仍有待解決。經由這一節的討論，研究者以圖 4-1 代表這次行動研究的行動歷程圖。

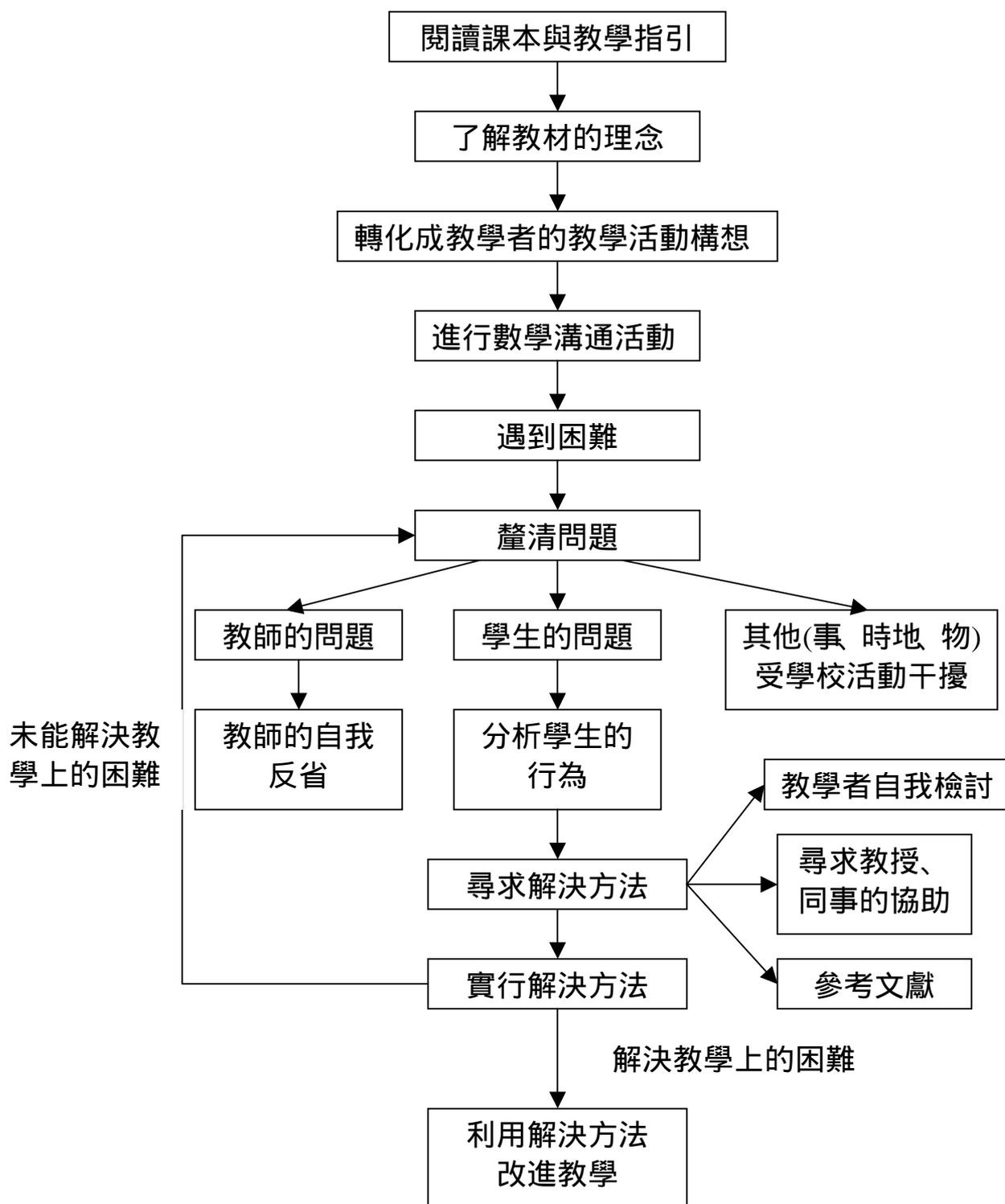


圖 4-1 行動研究歷程圖

由圖 4-1 可以看到教學者進行數學溝通活動之後會遇到困難，在分析問題的關鍵之後，教學者根據學生表現出的行為進行分析，並透過文獻參考和教學者的自我反思以及指導教授、同事的建議，尋求解決方法並實施

新的教學方式，當困難得以解決，則利用新的方法繼續教學，反之，無法解決，則再次的釐清問題，尋求新的解決的方法。不管在這樣的教學歷程中，問題有沒有得到真正的解決，重點在於我們看到了一位教學實務者，在遇到困難的過程中，如何尋求解決的方式，除了透過指導教授以及同事的幫忙外，最重要的是教學者本身對於教學工作的反省和對學生表現的觀察，以及鍥而不捨追求問題解決的態度，這才是讓教學研究能夠不斷精進的原動力。

#### 第四節 教學者的省思與成長

從第一節學生的表現，進入第二節教師所營造的教學氣氛，到第三節教學時所遇到的困難，研究者對教室運作中，教師所要扮演的角色如何做個說明，並反省自己的教學言行，再根據學生所呈現出的個別差異，做個檢討，期待將來教學時，除了提升教學者的專業能力，也能提昇學生在數學溝通能力表現較弱的部份。

因此研究者從教師角色多樣化、教師的言行、教師的洞察，這三方面去探討。

##### 一、教師角色多樣化

在第三節的討論中，研究者根據所蒐集到的資料，分析本研究中的老師在進行數學溝通活動所扮演的角色，一共分為四種角色，分別為：教材實施者、活動控制者、引導學習者、會議主持人。

##### （一）教材實施者

教學者所使用的教材內容是以民間出版社所編輯的數學教科書，並針對教材內容，配合學生學習程度以及教學者的教學經驗，做適當的修飾。在教學過程中，教師如何將教材內容轉化成教學活動，以及審視教材內容對學生的接受度，都得經過教師實施教材後，才能知道這份教材對學生是否合適。

## （二）活動掌控者

一個教學活動的進行，如果資源有限，在全班學生都踴躍參與的情況，教師就有責任指定哪幾個學生來操作有限的教具，和操作時間的長短，以及這個活動該進行多久，這都由教師在教學現場視學生學習狀況做決定。

## （三）引導學習者

這幾年國內數學教育受到建構主義的影響很深，以建構主義的觀點而言，知識是學習者所自行建構的，而學習的主體應該是學生，所以教師的角色產生很大的轉變，從傳統老師說、學生學的主導者角色，改變為引導學生說出自己的想法，並適時的提供鷹架作用，讓學生建構知識。尤其在進行數學溝通活動中，學生對數學學習的說法和做法都不夠成熟，更需要教師的引導。

## （四）會議主持人

整個數學溝通活動就像進行一場會議一般，主持人拋出今天的討論議題，全班學生各自表達自己不同的意見。會議主持人握有讓誰優先發言的權力，誰可以有幾分鐘的發言時間，甚至最後做個總結也由會議主持人負責，教學者就像那個會議主持人一樣，正帶著一群小學生進行一場數學討論會議。

## 二、教師的言行

有關教師的言行部分，研究者將它分為口語表達與行為舉止這兩方面來做探討。

### （一）口語表達

#### 1. 老師講話速度太快而且會中斷

每一堂教學時間是固定的，教學活動成員除了學生就是老師，所以當學生發表是慢慢講的時候，教師會擔心時間不夠用，而不知不覺的讓自己的講話速度變得越說越快。這個部分，教學者自己沒有察覺，是在填寫回饋問卷時，學生反應出來的。

根據問卷中的第 7 題和 8 題，學生的回答中，有 27 人希望老師上課時

慢慢說；至於有什麼地方需要改進部分，有 11 人反應老師說話太快。

問卷 7. 你覺得許老師要怎樣上課，對你最有幫助，可以讓你聽得懂？

問卷 8. 你覺得許老師的數學課，有什麼地方要改進，你可以告訴我嗎？

其中 S28 更仔細描述，老師除了說話太快，還會不自覺的中斷語句，讓她聽不清楚問題內容的情況。

S28 的回答：因為妳（您）講到一半，就會講到誰不乖要罰站。我請妳（您）先講完，再講別人的事好嗎？

看到這裡才發現，平時自己在上數學課時，沒注意到這樣的講話速度對二年級學生來說顯得太快，造成他們的困擾。自己反省其中原因，可能是擔心學生的回答會拖太久，耽誤時間，因此不自覺的說話速度就越來越快，同時又為了兼顧觀察學生上課的動態，竟然說話語句會不自覺的中斷，轉移到另一個話題去，造成學生傾聽的困擾，這對研究者而言，真是一個最大的溝通障礙。

其實，早在操作小積木的那一堂課時，教學者對於那一次全班學生操作解題，答對的統計題數不太滿意，曾在事後做口頭調查，當時學生就已經反應老師的說話速度太快。以下呈現的是學生當時的回答內容，

例如：沒聽清楚，操作時間太短。

老師說太快，有時聽不到。

聽過就忘了。

數字有講清楚，但是題目有些不清楚，講太快就來不及判斷要用加或減。

老師前面講很快，中間會中斷說誰怎樣，後面再接下去講。

講太快，沒有講兩遍，操作時間也太快。

時間太少，講太小聲聽不到又操作太快。

前面講的數字先排起來，後面老師講的就沒聽到了。

當時研究者不自覺，以為只是佈題說得太快，學生來不及解題，沒想到在平時的數學課中，就已經存在這樣的問題了。

## 2. 老師的語氣咄咄逼人讓學生感覺害怕更不敢回答

教學活動是很忙碌的，教師一方面怕學生聽不清楚所佈的題目而提高音量，另一方面可能在協助學生回答的過程中，不知不覺提高音量，聲音太大，使得語氣變兇，讓學生感覺害怕。

例如：在問卷中，S31 就反應：你（您）說得很大聲，說太快，聲音很可怕。

## 3. 老師打斷學生的回答

為了控制時間不致於延宕太久，有時候學生的回答沒有捉住重點表達時，教師會中途插入打斷學生的回答，一方面也可能是教師不滿意學生的答案，另一方面也可能是受到台下學生的影響，急於結束這段發表，也可能是教師對於全班一起討論數學的這種活動方式還不夠熟練。

## 4. 口頭讚美的字眼貧乏

學生的表現需要老師的讚美，老師也不會吝於給予口頭鼓勵，但是教師沒有自行發明一套全班對於發表者讚美的方式，教師本身也欠缺蒐集讚美的字句，以至於要用來鼓勵學生答得很好時，感覺辭窮。

# （二）行為舉止

## 1. 老師沒察覺黑板上學生的紀錄有錯誤

學生上台寫記錄時，因教師的所站位置靠黑板方面，因此不易察覺黑板上學生的記錄有錯誤，後來是被 S5 發現，可見多數學生也不太會去注意別人的記錄是否有錯誤。

## 2. 教學流程掌握得不夠緊湊

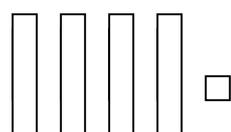
這一點可由開學初的幾次數學課，耽誤下課時間，發現教師本身掌握教學流程的問題。教師為了增加學生發表的機會，沒有控管發言人數，加

上不能掌握每個學生回答的時間，以致很多次教學活動會超過下課時間。究其原因，應該是教師本身對於教學流程掌握得不夠緊湊所致。後來使用「說明卡」和「題目卡」輔助教師掌握教學流程，情況就改善許多。

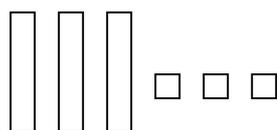
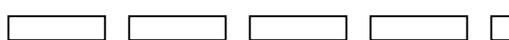
### 3. 教學成長

透過參觀者的隨手記錄，研究者看到自己在教學上的缺失，例如：操作比一比的作法，可考慮以下方式來解說。(930929 隨) 參觀者的建議，採用一條橘色積木橫擺的方式來做對應比較，比研究者原先將橘色積木直擺的做法，更能看出兩者比較的意味，學生會較易明白“比較”後進入“便宜多少”的數據。

#### 【原本做法】



#### 【新做法】



此外透過教學者的省思札記，研究者看到自己一開始處於忙碌的教學，不能掌握學生的情況，例如：學生上台畫圖表示月餅的數量，有畫一盒十個的，也有一個一個畫的。學生很有耐心，一個一個的畫，但是我卻為了上課時間一秒一秒的流逝，心裡急得要命(930913 札)。到後來比較能掌握學生的學習動態，並能調整出一個自己滿意的討論模式(931020 札)。見如下所示：

老師口頭佈題

學生先在活動單上解題

老師請 6-7 位舉手的學生自願上台寫黑板

分好號碼位子（以便知道誰輪過了）

計時（2 分鐘）

張貼題目

檢討黑板上的答案

學生質疑

### 7. 經過這樣的討論模式

學生手上有白紙 老師口頭佈題 學生在白紙上作答 學生舉手自願上台  
老師在黑板分配位子及寫上號碼，一邊請 6-7 位學生上台寫（輪過的不再輪）

按定時器（2 分鐘）

老師巡視台下學生的做法，看看他們的做法或聽聽他們的意見，同時也是等待台上的學生完成記錄

2 分鐘後，老師和全班學生開始針對台上的記錄做討論

先看記錄、做法是否正確

有疑問題時，台下學生會提出，再請書寫的人回答，老師在旁協助，遞無線麥克風。（質疑和辯証）

當大家都說完自己的想法時，老師在台上做正確與否的批改，明顯錯的幫忙修正，做法不能確定對、錯時，全班表決，達成共識。

## 三、教師的洞察

-透過教學，了解學生在口語溝通能力方面的差異

教學者透過數學溝通活動看到每個學生表現出來的數學溝通行為，拿來和他們的數學總結評量做個比較，想要了解數學溝通能力好的人，數學總結性評量的成績是不是一定高；或是數學總結性評量的成績高的人是不是數學溝通能力一定好。

研究者以學生平時上數學課，舉手發言的次數及回答問題的情況分為：溝通能力佳、溝通能力普通、溝通能力弱等三部分。常舉手發言，同時能

清楚回答者視為溝通能力佳；會舉手發言但不一定能清楚回答者視為溝通能力普通；很少舉手發言且不會回答者視為溝通能力弱。

數學能力的分類則以一上、一下和二上的合起來的七次期中考數學成績作成平均分數，用來作為數學能力高低之分。平均分數在九十五分以上者視為數學能力佳；平均分數在九十五分以下到九十分之間者視為數學能力普通；平均分數在九十分以下者視為數學能力弱。

學生的數學能力與溝通能力分布情況如表 4-2。

表 4-2 學生的數學能力與溝通能力分布情況

	數學能力佳	數學能力普通	數學能力弱
溝通能力佳	S1、 S25、 S9、 S24、 S30、 S28、 S37	S10、 S17、 S3、 S5、 S39	
溝通能力普通	S36、 S14	S6、 S7、 S12、 S27、 S23、 S38、 S16、 S2	S15、 S21、 S31、 S8
溝通能力弱	S35、 S13	S22、 S33	S29、 S4、 S11、 S26、 S32

從表 4-2 的分佈情況，研究者發現數學能力佳的學生，溝通能力也不錯，但是也有一些特例，例如 S35 和 S13。S35 從來不舉手發言，即使在課堂中被老師指名回答問題也不說話，同時會表現出摸頭、摸身體等動作，讓人感覺站起來回答問題這件事，對 S35 而言是一件讓她覺得會渾身不自在的感覺一般。

藉由全班討論師生互動之下，教師可了解全班學生的數學溝通能力的差異性，除了可以針對學生較弱的部分給予加強練習外，對於將來進行小組討論時，異質編組的編排有很大的幫助。

## 第五章 結論與建議

本章主要目的是根據研究結果提出結論與建議，全章共分為兩節，第一節為研究結論，第二節為建議。

### 第一節 結論

本研究旨在透過行動研究，瞭解學生在數學溝通活動所呈現的狀況，並且探討教師所遭遇到的困難與解決方式，以及教師在數學溝通教學中所扮演的角色。本研究於民國九十三年九月開始進行教學，十月底結束，為期兩個月，一共有四個單元。在研究期間，研究者透過錄影、錄音、文件等方式蒐集資料，進行分析討論，根據研究結果推論而得到以下的結論：

#### 壹、學生所呈現的數學溝通能力

研究者根據研究發現，歸納出八個重要的結論：

一、爭取發言權和上台機會代表學生對自己數學學習方面的信心，也是求取表現的行為。

學生對於自己能回答的問題，會積極爭取發言權和上台書寫解題記錄，常常在教師佈完題後，他們會在腦中判斷是否會回答，然後舉手等待老師指名回答，即使重覆的說相同的答案，他們也樂此不疲。

二、大多數數學成績好的學生，數學溝通能力也不差。

三、大多數學生無法完整的使用數學語言表達，通常是邊想邊說。

二年級學生本來就不容易說好一句完整的話，尤其句子越長越不容易說清楚，他們習慣單句，不習慣複句的表達，何況還要使用數學語言來溝通，因此這跟問題類型有關，如果是要學生算出答案的，他們能很快的說出答案；但是如果老師問的是：「你是怎麼算的？」這類問題，學生回答的能力就比較弱，而且要表達那個怎麼算的過程，句子冗長需要慢慢的想，因此都是呈現不完整的答案。

四、國小二年級學生有質疑別人的能力，但是沒有提問的能力。

在數學溝通活動進行中，大家會看到別人的解題記錄，當他看不懂時，會提出質疑。質疑是針對看不懂別人的意思來問問題，提問是針對自己在數學學習不懂的部分來問問題，二年級學生沒有提問能力，即使會問問題，但卻與數學無關。

五、一開始，數學語言的使用仍需透過互相模仿。

現在的學生閱讀課外讀物的機會多，語料豐富，但是有關數學語言的使用，仍是欠缺，因此需透過互相模仿學習，才有進步的空間。況且日常生活中我們比較常計算數學，而不常使用數學語言。因此多提供學生說數學的機會，他們才有能力正確使用數學語言來表達，畢竟語言需要練習的機會。

六、學生傾聽能力普遍較差，而且容易聽過就忘了。

學生上課時不容易專注，相對的，也不太注意聽別人說什麼，即使老師常提醒：「注意聽。」他們也不容易達到這個部份，而且事後詢問學生，他們很容易聽過就忘了，除非有刻意的記住。

七、對於自己無法溝通的數學問題學生習慣保持沉默，不會亂答，他們通常會表達自己有把握的部分。

在全班討論數學的課堂中，表達清楚，說得明白，並且得到大家的認同，學生自認為是一種好表現的方式，如果答錯了，可能會被同學取笑，因此學生對於自己無法理解或表達的數學問題，學生會保持沉默，而不會使用猜猜看或亂答的方式。

## 貳、教師的班級經營方式及教學策略

一、教師應多以口頭佈題，來訓練學生的聽力。

學生的傾聽能力較差，教師宜多以口頭佈題的方式來呈現，用來訓練

學生能專心聽的能力，但是也為了怕學生容易聽過就忘了，可以配合「題目卡」的使用，可以讓學生檢查他是否聽的正確。

二、建立舉手發言及注意聽的班級文化是必要的。

在一個全班討論的活動中，讓學生了解，別人在發表，我們注意聽是一種禮貌，也是聽懂別人表達他的想法的好方式，為了有好的傾聽環境，一次一個人發言，才不會互相干擾。因此全班建立這樣的默契，是一個班級進行全班討論所必須具備的班級文化。

三、教學活動中應多提供學生表達數學概念的機會。

除了舉手發言的學生之外，教師也要多提供機會，讓沒有舉手的學生也能有機會發言，因此老師的佈題，應該多請幾位學生發表意見，即使答案重覆也無所謂，因為模仿也是練習表達的一種方式。

四、數學溝通活動中，教師應多給予口頭鼓勵，增強學生信心。

表達自己的意見是一種自信的表現，學生需要老師給予肯定與鼓勵，因此教師給予的口頭鼓勵落以增強學生的信心。

五、教師從旁協助再一次確認學生的意思，有助於學生掌握數學的重要觀念。

當學生的回答斷斷續續呈現或者沒有使用適當的數學語言來表達自己的意思時，老師可從旁協助學生再一次確認他想表達的意思，即捉住重點的呈現，可以幫助學生掌握數學的重要觀念。

六、範良好的口語表達方式，有助於學生模仿。

學生不能正確使用數學語言來表達自己的數學概念時，教師可示範良好的口語表達方式，或者藉由其他學生的正確回答，讓無法表達的學生模仿，模仿也是一種學習。

七、學生的表現可經由老師引導，逐漸說出問題重點。

當學生無法針對問題重點表達時，教師可透過暗示、提醒等方式協助學生，引導他說出問題重點。

八、利用認知衝突，可協助學生在與人進行數學溝通的時候，修正數學概念。

在科學上，同儕之間的討論及社會認知衝突是進步的必要條件，因此在數學溝通活動中利用認知衝突，可幫助學生修正數學概念。

### 參、教師進行數學溝通活動所遇到的困難與解決方式

在本研究中，經過實際的教學之後，教學者在教學過程中遇到的困難與解決方式整理如下：

一、學生表現方面，會出現六種可能的狀況。

- (一) 音量小，聽不清楚，無法讓聽清楚表達的內容。此時教學者可以準備無線麥克風，提高發表者的音量。
- (二) 聽力差。教學者可藉由指名回答的方式，提醒學生注意聽；並於平時多用口頭佈題的方式，訓練學生聽力。
- (三) 上課不專心。教學者可使用教具，吸引學生上課專心。
- (四) 面對老師的問題沉默不回答。教學者可以在旁陪著學生說，讓學生能有成功表達的機會，增加他的信心。
- (五) 喜歡爭論與數學學習無關的問題。此時教學者可視問題重點是否跟數學有關，而採取忽略或淡化方式處理之。
- (六) 講話慢，上台書寫慢。此時教學者可採用約定時間的方式，提醒學生加快速度。

二、教師教學方面，會出現以下三點：

- (一) 題目類型是否適合學生程度。此時教學者可利用舉例或具體問題來協助學生理解與作答。
- (二) 活動安排不緊湊，學生容易因無聊而開始聊天。此時教學者可以

幫學生準備活動記錄單，寫下他們的想法。

- (三) 教學時間掌握不容易。教學者可以事先寫好這一單元的內容重點及問題在紙卡上，隨著教學流程一一張貼。

三、其他方面有兩點：

(一) 如果有數學課程的進度壓力，恐怕無法進行數學溝通活動，因為沒有足夠時間讓學生慢慢說。此時，教學者可以減少發表的人數。

(二) 學校是個開放空間，吵雜音太多，發表方面比較不受影響，但不利於傾聽。此時，教學者可讓發表的學生使用無線麥克風，加大音量，讓全班都能聽得清楚。

肆、教學者的省思與成長

一、台上教師是一個忙碌的表演者，除了要進行教學還要監督學生的學習狀況，因此，在一堂數學課中，須同時扮演許多種角色。

二、教師的忙碌情況，會直接影響他的言行舉止，例如：為了控制時間，無形中會出現以下現象：

- (一) 講語速度太快
- (二) 沒耐心等待，會中進打斷學生的回答。
- (三) 急躁的心，會讓語氣變得咄咄逼人，感覺像在質問學生。
- (四) 無法馬上察覺學生的錯誤。

三、藉由教學研究，可以了解全班學生在口語表達方面所表現出的個性。可以針對學生口語表達能力較弱的部分，給予指導。

## 第二節 建議

一、對數學課程的建議：

(一) 教材中，有關老師提問的用語仍需具體一些。

數學課本中的問句仍嫌抽象，對於二年級學生可能不適合。希望能改

採具體一點的提問用語，最好能跟教具的操作結合，引發學生使用數學語言來進行溝通。

## 二、教學方面的建議：

(一)學生數學溝通能力是可以訓練的，但是要提供一個安全發言的機會，而且有足夠的時間。

如果希望學生使用數學語言跟人溝通，就必須提供機會並給予指導，畢竟數學語言的學習也像一般語言的學習一樣，需要正確的模仿語句。

(二)數學溝通活動，宜先以師生對答開始，再進行學生之間的對答。

學生在使用數學語言與人溝通的階段，需要正確的傳達自己的數學概念，但是學生不見得能正確的使用數學語言來表達，仍須透過教師的協助與指正，因此建議數學溝通活動，宜先以師生對答開始，再進行學生之間的對答。

(三)教師也要提升自己數學口語溝通的部分。

經過教學研究，教學者才發現在數學課堂中，教師要扮演多樣角色的情況下，口語化的表達常會讓教師說出來的話成為不完整的句子。因此教師也要學習使用完整的數學語句跟學生溝通。

## 三、對未來研究上的建議

(一)探究不同班級或年段的學生數學溝通能力呈現的部分。

由於本研究只以二年級的一個班級進行研究，希望未來的研究可以繼續探究不同年級或不同班級的教室中進行數學溝通活動的情形。

(二)設計適合二年級學生在學習數學口語溝通的問語。

平時學生與人進行數學溝通的活動不多，教師提問的用語仍嫌貧乏，所以未來的研究可以從設計適合二年級學生在學習數學口語溝通的問話方面著手。

## 參考書目

### 中文部分

- 古明峰 (1999)。加減法文字題語意結構問題難度及解題關係之探討。新竹師院學報, 12, 1-25。
- 谷瑞勉譯 (1996)。鷹架兒童的學習—維高斯基與幼兒教育。台北：心理。
- 吳幸宜譯 (1994)。學習理論與教學應用。台北：心理 Margaret E. Gredler 著, Learning and instruction theory into practice。
- 吳芝儀 李奉儒譯 (1995)。質的評鑑與研究。(Patton, 1990: Qualitative evaluation and research methods) 台北：桂冠。
- 何素娟譯 (2001)。重新建構孩子的數學能力。Constance Kamii, Leslic Baker Housman 原著。台北縣中和市：光佑文化。
- 杜聲鋒 (1997)：皮亞傑及其思想。台北：遠流。
- 李嘉珍 (2000)。協同數學成長團體下之教師佈題---以三位二年級教師為例。國立新竹師範學院國民教育研究所碩士論文, 未出版, 新竹。
- 林文生 (1996)。一位國小數學教師佈題情境及其對學生解題教互影響之分析研究。國立台北師範學院國民教育研究所碩士論文, 未出版, 台北。
- 林文生、鄔瑞香著 (2000)。數學教育的藝術與實務—另類教與學。台北：心理。
- 林美惠 (1997)。題目表徵形式與國小二年級學生加減法解題表現之研究。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文, 未出版, 嘉義。
- 林碧珍 (1991)。國小學童對於成除法應用問題之認知結構。新竹師院學報, 5, 抽印本。
- 林殿傑 (2000)。九年一貫新課程之政策規劃與因應策略。中華民國教材研究發展學會主辦九年一貫課程系列研討會論文資料。
- 邱兆偉 (1995)。質的研究的訴求與設計。教育研究, 4 卷, 1-33。
- 柯登淵 (1996)。國小四年級新數學實驗課程師生數學解題討論與共識發展之觀察研究。國立屏東師範學院國民教育研究所碩士論文, 未出

- 版，屏東。
- 翁嘉聲（2001）。**國小數學教學形成群體討論文化之個案研究**。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 夏林清等譯（1998）。**教育行動方法導論—教師動手做研究**。台北：遠流。
- 梁淑坤（1996）。從佈題探討數學教科書的評鑑。**教師之友**，37（4），23-28。
- 許玉珍（1999）。**數學科建構教室中班級文化之創塑**。台北市立師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 許馨月（2002）。**國小教師實行討論式數學教學之研究**。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 陳淑娟（1999）。**透過合作行動研究探討一個國小班級的數學討論活動**。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，嘉義。
- 陳淑敏（1994）。Vygotsky 的心理發展理論和教育。**國立屏東師院學報**，7，119-144。
- 陳埜淑（2000）。課程與教學的關係在教室層面上的探究。**國立高雄師範大學教育學系，教育研究**，8，125-135。
- 陳澤民譯（1995）。**數學學習心理學**。台北市：九章出版。Richard R. Skemp 原著。
- 張世宗（1997）。討論教學的技巧與發現。**科學教育月刊**，205。
- 張春興（1989）。**張氏心理學辭典**。台北市：台灣東華。
- 教育部（1975）。**國民小學課程標準**。台北：正中書局印行。
- 教育部（1993）。**課程標準**。台北：教育部。
- 教育部（1990）。**國民中小學九年一貫課程暫行綱要**。台北：教育部。
- 張俊紳（1993）。促進教室內的積極討論。**國教之聲**，27（1），43-48。
- 康軒出版社主編（2003）。**國民小學數學第三冊教學指引**。台北：康軒文化。
- 陶惠昭（1998）。**從一年級教室看數學教師佈題**。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，嘉義。
- 曾志華（1994）。談溝通在解題教學上所扮演的角色。**教師之友**，35（5），45-48。

- 曾志華 (1995) 。淺談社會建構論在數學教育上的應用。教師之友, 36(5), 45-49。
- 曾志華 (1997) 。社會互動與數學知識之建構：一個國小三年級數學教室之俗民誌研究。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文, 未出版, 嘉義。
- 游麗卿 (1999) 。小學一年級學生在數學課所表現出的溝通能力。八十八度師範學院教育學術論文發表會論文集。台北師範學院。
- 甯自強 (1993a) 。國小數學科新課程的精神及改革動向---由建構主義的觀點來看。科學教育學刊, 1卷, 1期, 101~108。
- 甯自強 (1993b) 。『建構式教學法』的教學觀---由根本建構主義的觀點來看。國教學報, 5, 33-42。
- 黃幸美 (2000) 。兒童問答討論解決類比推理問題之探討。台北市立師範學院學報, 31, 49-72。
- 黃幸美 (2002) 。數學化有意義學習的理念與實務之探討----問答討論與學習歷程評量。輯於詹志禹主編, 建構論----理論基礎與教育應用 (482-507 頁)。台北縣：正中書局。
- 黃幸美 (2003) 。兒童的問題解決思考研究。台北市：心理出版社。
- 黃昌誠 (1999) 。師生合作的活動教學法---配合統整課程的教學法。教育研究, 7, 31-43。
- 甄曉蘭 (1995) 。合作行動研究---進行教育研究的另一種方式。嘉義師院學報, 9, 197-318。
- 甄曉蘭 (2000) 。教師行動研究與課程教學革新。輯於中小學課程改革與教學革新。
- 甄曉蘭、曾志華 (2002) 。建構教學理念的興起與應用。輯於詹志禹主編, 建構論----理論基礎與教育應用 (116-146 頁)。台北縣：正中書局。
- 廖鳳池 (1990) 。行動研究法簡介。諮商與輔導月刊, 60, 5-9。
- 鄭明長 (1999) 。教學創新---從改變教室言談型態做起。新世紀中小學課程改革與創新教學學術研討論文彙編。國立高雄師範大學。
- 劉如芳 (2002) 。一個國小數學教室之社會數學常規發展歷程研究。國立新竹師範學院國民教育研究所碩士論文, 未出版, 新竹。

- 蔡文煥 (1991)。小組在數學解題活動中運作的探討。《國教世紀》，27(3)。
- 蔡文煥 (2002)。兒童每日活動中之數學文化之發展研究。行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告。NSC91-2521-S-134-001
- 蔡志超 (2003)。一位低年級教師促進全班數學討論活動之探討。國立新竹師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，新竹。
- 蔡慧玲 (2001)。一個國小低年級教師引導學生說明數學解題想法的分析與批判。國立台南師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，台南。
- 蔣志邦 (1994)。由表徵觀點探討新教材數與計算活動的設計。輯於台灣省國民學校教師研習會編印，國民小學數學科新課程概說(低年級)。台北縣：國民學校教師研習會。
- 謝甫宜 (2001)。國小自然科教師應用發問策略促進有意義學習之詮釋性研究。國立高雄師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，高雄。
- 鍾靜 (2000)。學生學習為中心的數學教學特質分析研究。國科會八十九年度第一期專題研究計畫成果報告。NSC 89-2511-S-152-003。
- 鍾靜 (2001)。學生學習為中心的數學教學特質分析研究。國科會八十九年度第二期專題研究計畫成果報告。NSC 89-2511-S-152-029 (未出版)。
- 鍾靜、許馨月、翁嘉聲 (2001)。專家教師經營討論式數學教學之個案研究。國立台中師範學院九十學年度師範學院教育學術研討會 (未出版)。
- 簡淑貞 (1998)。建構論及其在幼兒教育上的應用。《課程與教學季刊》，1(3)，61-80。

## 英文部分

- Andrews, A.G. (1997). Doing what comes Naturally : Talking about Mathematics. *Teaching Children Mathematics*, January, 236-239.
- Arends, R.I. (1988). *Learning to teaching*. NY : McGraw-Hill.
- Brown, S.I., & Walter, M.I. (1983). *The art of problem posing*. Philadelphia, PA : Franklin Institute Press.
- Brown, S.I., & Walter, M.I. (1993). *Problem posing: Reflections and*

- applications*. Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates (LEA).
- Bruner, J.S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA : Harvard University.
- Gall, M.D. (1987). Discussion method. In M. J. Dunkin (Ed.). *The international encyclopaedia of teaching and teacher education*. NY : Pergamon.
- Gadamer, H.G. (1975). *Truth and Method*. NY : The Seabury.
- Capenter, T.P. (1985). Learning to add and subtract. In E.A. Silver. (Eds.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp.17-37). New Jersey: Lawrence Erlbaum associates publishers.
- Cobb, P. (1990). Multiple perspectives. In L.P. Steffe, & T. Wood (Eds.), *Transforming children mathematics education: International perspectives*, (19-29). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., & Wood, T., & Yackel, E. (1991). Analogies from the philosophy and sociology of science for understanding classroom life. *Science Education*, 75,23-4.
- Cobb, P., & Wood, T., & Yackel, E., & Nicholls, J., & Wheatley, G., & Trigatti, B., & Perlwitz, M.(1991). Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (1),3-29.
- Cobb, P. (1990). Multiple perspectives. In L. P. Steffe, & T. Wood (Eds.), *Transforming children ' s mathematics education: International perspectives*, 19-29. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Confrey, J. (1995). How compatible are radical constructivism, sociocultural approaches, and social constructivism? In L.P. Steffe, & J.Gale (Eds.) , *Constructivism in Education* (185-225).

- Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Feldman, A., & Minstrell, J. (2000). Action research as research methodology for the study of the teaching and learning of science. In A.E. Kelly and R.a.Lesh (Eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp.429-456). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hicks, D. (1996). Discourse, learning, and teaching. In M.W. Apple, (1996). *Review of research in education, 21, 2*, pp.49-95. American Educational Research Association.
- Hoyles, C. (1985). What is the point of group discussion in mathematics? *Educational Studies in Mathematics, 16*, 205-214.
- John Elliott (1991). *Action research for educational change*, Milton Keynes and Philadelphia: Open University Press.
- Jones, S., & Barnlund, D., & Haiman, F. (1980). *The dynamics of discussion: communication in small groups* (2nd ed). New York: Harper & Row.
- Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: Consideration for identification, diagnosis, and remediation. In R. Lesh, D. Mierkiewicz, & M.G.Kantowski (Eds.). *Applied mathematical problem solving*. Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 235-264.
- Lo, J., & Wheatley, G.H. (1994). Learning opportunities and negotiating social norms in mathematics class discussion. *Education Studies in Mathematics, 27*, 145-164.
- Miller, P. H. (1989). *Theories of developmental psychology*. New York: W. H. Freeman and Company.
- National Council of Teachers of Mathematics (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: NCTM.

- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Piaget, J., & Garcia, R. (1989). *Psychogenesis and the history of science*. New York: Columbia University Press. (Original work published 1983)
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1973). *Memory and intelligence*. New York: Basic Books.
- Piaget, J. (1926). *Judgement and Reasoning in the child*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. (2Ed), New York: Doubleday.
- Reason, P. (1988). The co-operative inquiry group. In Peter Reason (Ed.). *Human inquiry in action: Developments in new paradigm research*. London: SAGE.
- Rowan, J., & Reason, P. (1981). On making sense. In Peter Reason & John Rowan (Eds.). *Human inquiry: A sourcebook of new paradigm research*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Torbert, W.R. (1991). *The power of balance: Transforming self, society, and scientific inquiry*. Newbury Park, CA: SAGE.
- Vygotsky, L.S. (1962). *Thought and language*. In Haufmann, E., & Vakar, G. Trans. Massachusetts: The M. I. T. Press.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wertsch, J.V. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*.

Cambridge, MA: Harvard University Press.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Socio mathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

## 附錄一 觀察記錄原案舉隅

本研究一共蒐集了十多個文字檔，挑選這一篇做為代表，是因為學生之間互動的部分比較多，而且不是被老師指定回答，是學生主動舉手發言的。

93.10.20 (三) 第二節

一上課，老師指派六個學生到黑板上書寫解題記錄。

( S12 舉手 )

102002 觀 001 T : S12 , 請說。

102002 觀 002 S12 : 做法怎麼寫 ?

102002 觀 003 T : S12 提出一個問題 , 做法怎麼寫 ? 做法怎麼寫 ? 原來大家都很會算 , 但是到底是怎麼解題的 ? 大家就搞不清楚 , 到底為什麼要這樣算 ?

( 學生七嘴八舌討論 )

( 這時候 S22 媽媽來找老師 , 因為 S22 昨天肚子痛 , 媽媽要看看今天 S22 的狀況如何。 )

( 老師聽到有學生說 , 分成兩次就好 )

102002 觀 004 T : 什麼叫分成兩次就好 ?

102002 觀 005 S :

( 台上有六個學生在黑板上做記錄 , 老師等候學生作答 )

102002 觀 006 T : ( 老師這次裝了定時器在黑板上 , 計時 2 分鐘 )

今天上台的小朋友都不錯 , 動作很快。

( 老師巡視中 , 台上的學生陸續完成 )

102002 觀 007 T : 今天上台的人都很好 , 時間內就完成了 , 我們看看哪一種作法是我們比較能接受的。先看記錄 , 老師把題目貼出來 , 請看這邊。

( 這時已有小朋友 S12 說發現台上記錄的錯誤了 )

我一貼出題目就有人說 , 老師 , 我發現一個錯誤了。一直在那邊大聲的講 , 要告訴我 , S12 請說。

- 102002 觀 008 S12 : ( S12 喊了那麼大聲，老師叫他他反而不回答 )
- 102002 觀 009 T : 你到底發現什麼錯誤啊？
- 102002 觀 010 S12 : S37 的三十加四十那麼寫，怎麼會等於四十八呢？
- 102002 觀 011 T : 哇，我們還沒開始討論，他就把人家的錯誤揪出來了，好厲害喔。( S24 舉手 ) S24 也要說，那你說。
- 102002 觀 012 S24 : 我覺得那個題目有一個問題。
- 102002 觀 013 T : 你覺得題目有什麼問題？
- 102002 觀 014 S24 : 它上面沒有寫那個 一個茶葉蛋幾塊錢。
- 102002 觀 015 T : 好問題，誰可以告訴我，( S17 舉手 ) S17 請說。
- 102002 觀 016 S17 : 他 他在這個 課本 31 頁旁邊這個地方有個牌子，牌子上面有寫。 31 頁那邊啦。
- 102002 觀 017 T : 請大家看課本 31 頁。( 教室太吵，老師用麥克風再講一次 ) 請大家看課本 31 頁。( 大家翻看課本 31 頁，有人找到了，有人還沒。 )
- 102002 觀 018 T : S17 請再告訴大家是第幾頁。
- 102002 觀 019 S17 : 課本的 31 頁 有一個 藍色賣茶葉蛋的牌子，有寫每顆 7 元。( 用麥克風講 )
- 102002 觀 020 T : 哇，給 S17 鼓掌一下。( 學生鼓掌 )
- 102002 觀 021 T : 好棒喔，他好專心喔。
- 102002 觀 022 S5 : 沒有啊，我找不到。( S5 在底下嚷嚷 )
- 102002 觀 023 T : 你找不到啊？
- 102002 觀 024 S : 我找到了。( 找到的人大聲的回答 )
- 102002 觀 025 T : 有找到的舉手。( 老師為防止學生搶著回答太吵，趕快請他們用舉手表示，很多學生舉手 )
- 102002 觀 026 S17 : 我早就翻過 ( 課本 ) 了。
- 102002 觀 027 T : 翻過了，有沒有發現？
- 102002 觀 028 S : 有。
- 102002 觀 029 T : 當時許老師在抄題目的時候，也發現這個問題，後來想考考你們就直接抄了題目，我想看看小朋友知不知道這

個題目的問題出在哪裡。結果真的有小朋友發現許老師的題目是從課本出來的，那就有小朋友去翻啊，這樣很好，可見大家都注意到了，我們接著看這一題。

- 102002 觀 030 T：哪一個小朋友今天呢，是
- 102002 觀 031 S12：最棒的。
- 102002 觀 032 T：這一題的記錄是  $50 - 7$ ，(老師看了看黑板上寫的記錄後提出疑問) 這個記錄有沒有問題？
- 102002 觀 033 S：有(異口同聲的回答)
- 102002 觀 034 T：記錄有問題？(老師又大聲的反問)
- 102002 觀 035 S：沒有。(有些人遲疑了)
- 102002 觀 036 T：S12 請告訴大家，記錄有沒有問題？
- 102002 觀 037 S12：
- 102002 觀 038 T：我們說記錄有沒有問題？  
(S12 沒回答，S9 搶著說)
- 102002 觀 039 S9：做法有問題。
- 102002 觀 040 T：S9 說做法有問題。
- 102002 觀 041 T：我要問的是記錄有沒有問題？
- 102002 觀 042 S：沒有。(又異口同聲的回答)
- 102002 觀 043 T：記錄沒有問題，做法有沒有問題？
- 102002 觀 044 S：有。(異口同聲，大聲回答)
- 102002 觀 045 S5：這裡就有問題(沒舉手)。
- 102002 觀 046 T：這裡就有問題(指著黑板上的記錄)，馬上被小朋友發現， $40 + 30$  怎麼會等於  $43$ ？這裡一加不對了。(學生七嘴八舌討論)
- 102002 觀 047 T：(老師指向下一個做法)我要問小朋友， $3 + 0$  等於  $3$ ，這裡是要加什麼的？
- 102002 觀 048 S：
- 102002 觀 049 T：S37，你要不要告訴我們，這個  $3 + 0$  為什麼要這樣加？
- 102002 觀 050 S37：

- 102002 觀 051 S4：也不知道。
- 102002 觀 052 T：也不知道啊。你要告訴我們一下，三加零，為什麼要這樣加？你說明一下。
- 102002 觀 053 S37：不要。（很小聲）
- 102002 觀 054 T：ㄈㄚ 。
- 102002 觀 055 S37：不要。
- 102002 觀 056 T：不要說。 那有沒有其他代表的意思？  
（S37 搖頭）
- 102002 觀 057 T：沒有，要不要寫？
- 102002 觀 058 S：不要。
- 102002 觀 059 T：你的意思是說不出來的不要寫。現在 S24 的手（S24 舉手等著發言）先放下。再回到這裡來（指貼在黑板上的說明卡） 小朋友看這邊，說說看，你是怎麼算的。  
（老師提醒小朋友課本的要求）把你的做法用算式記下來。
- 102002 觀 060 T：現在呢 S37 把她的做法記下來，可是她又說不出來，他是怎麼算的，為什麼他要寫三加零，她自己也不知道。  
所以請小朋友注意，你在寫做法的時候，一定是知道為什麼這樣算才寫。  
S24 請說。（這件事告一段落，老師再請剛剛一直舉手要發問的 S24 說話。）
- 102002 觀 061 S24：她（指 S37）三加零的意思是 （走到黑板前，指著記錄回答）  
她這個減出來的答案是三，然後她的意思是三再加它原本的零。
- 102002 觀 062 T：原本的哪個零？
- 102002 觀 063 S24：這個零。（指黑板上記錄）
- 102002 觀 064 T：這個零嗎？還是那個零？（老師請 S24 確定）（老師提出質疑）
- 102002 觀 065 S24：這個零。

- 102002 觀 066 T：這個零嗎？還是那個零？
- 102002 觀 067 S24：（老師問兩次後，S24 有點猶豫了，台下學生開始議論。）
- 102002 觀 068 T：是這個零，還是那個零？
- 102002 觀 069 S24：這個。（S24 下定決心了）
- 102002 觀 070 T：這個零？（轉問全班）贊成的舉手？（老師看了一下舉手人數）
- 102002 觀 071 T：有三個人舉手。S24，請回。其實這個零，S37 的想法可能是說，個位沒有，如果我們用畫圖來看就知道了，一個 10，兩個 10，三個 10，四個 10，五個 10，好，五個十，沒有一，那現在呢，五十減十，減掉一個十，另外這個十減七就是借一個十，換成 。
- 102002 觀 072 S：十個一。
- 102002 觀 073 T：十個一。然後呢，它減掉七，剩下三。（老師邊寫邊說明）這個三呢，這裡原來沒有一，所以就是三加一，這樣子。 是這樣子吧，好，S37 在點頭了，她的意思就是這樣，最後她再把四 ， 丿 這裡不能四十啦。（老師發現有點奇怪，停下來看看哪裡算錯了，學生也發現問題，有人喊出 43。）
- 102002 觀 074 T：四十可以，可是這裡不能寫三十，對，不能寫三十，正確是四十加三等於
- 102002 觀 075 S：四十三。
- 102002 觀 076 T：丿 ，等一下， （老師看了看黑板記錄，發現自己寫錯了）你們有沒有發現許老師錯了一個地方，我好快就發現，自己怎麼常 （有學生也發現了，喊出來）
- 102002 觀 077 T：許老師在畫圖的時候，不應該 你看許老師都會檢查自己錯的地方 ，我幹嘛要畫掉拾啊？
- 102002 觀 078 S：只減一個十而已。
- 102002 觀 079 T：對啊，好奇怪喔，我現在發現，我已經 沒有辦法說的跟做的一樣了，還好我不會被扣分，你們會被扣分。

好，給許老師扣一分。(學生笑了起來)正確的做法要這樣寫。(老師示範)

- 102002 觀 080 T：來，再看下一題。記錄有沒有問題？
- 102002 觀 081 S：沒有。
- 102002 觀 082 T：沒有，可是他的字太小。看不清楚，所以我們把它放大一點。43 這個做法，嗯，有問題嗎？如果你有發現問題，趕快告訴我。
- 102002 觀 083 S17：有。
- 102002 觀 084 T：你要不要說說看？
- 102002 觀 085 S4：好奇怪喔。
- 102002 觀 086 T：今天 S17 舉好多次手，很好喔，S4 還沒說過，S4 來說。你要說什麼？你對他的做法有意見嗎？(S4 發現別人的錯誤)
- 102002 觀 087 S4：他畫出他 (口齒不清)
- 102002 觀 088 T：嗯，然後呢。
- 102002 觀 089 S4：(說不出來了)
- 102002 觀 090 T：謝謝你，請坐。S30 你要不要說說看？S28 的手舉得好高，等一下再換你。
- 102002 觀 091 S30：他的做法和算式擠在一起了。
- 102002 觀 092 T：所有的做法和算式都擠在一起了。這條線不要畫這裡，對吧，那要畫哪裡？
- 102002 觀 093 S30：這條線要畫那裡。
- 102002 觀 094 T：好，畫在那邊，做個區隔，謝謝你，請回。對，這樣比較好。S28 一定要說。他的手堅持不放下來。請說。
- 102002 觀 095 S28：十減七等於三個，四十加三就四十三，那就超過了。
- 102002 觀 096 T：對不起，等我三十秒。(這時學生之間 S17、S4、S24 起了爭論)(老師被某事耽擱須馬上處理，學生自行討論)
- 102002 觀 097 T：你們剛剛討論的都沒讓我聽到啊，好可惜喔，怎麼樣？你們可以舉手發言，把你剛剛的問題提出來。

- 102002 觀 098 S24：老師，S28 說，那個 40 加 3 就超過了啊。
- 102002 觀 099 T：這裡，他說這裡嗎？
- 102002 觀 100 S24：對，他說那樣就超過了。
- 102002 觀 101 T：喔，有超過嗎？（老師面對全班問）
- 102002 觀 102 S：沒有。
- 102002 觀 103 S24：可是四十加三等於四十三啊。（學生爭執中）
- 102002 觀 104 T：沒關係，沒關係，換你講。你來講，誰有話就到前面來說。
- 102002 觀 105 S28：十減去，已經剩下四十嘛，再加一個三不就是六了嗎？  
（學生七嘴八舌，好像不認同）
- 102002 觀 106 S：什麼啊？
- 102002 觀 107 T：沒關係，（換人上台）你說。
- 102002 觀 108 S17：老師，他的意思是說，為什麼十減七已經有三了，然後四十要再加三？
- 102002 觀 109 T：喔，你懂他的意思，那你要不要幫他，告訴他？ 這個三和那個三有什麼不一樣？你要不要幫他解決問題？
- 102002 觀 110 S17：
- 102002 觀 111 T：S17 看懂 S28 的意見，但是呢沒辦法幫她解釋，有沒有誰幫他解決？S1 要說。
- 102002 觀 112 S1：我覺得前面有點怪怪的。
- 102002 觀 113 T：哪裡怪怪的，你去說。（S1 走到台上）
- 102002 觀 114 S1：自己的數字怎麼可以減自己的數字啊？
- 102002 觀 115 T：哪有什麼自己的數字減自己的數字啊？（老師邊說，邊笑了起來）哪一個？
- 102002 觀 116 S1：這樣啊，這裡啊，前一題。
- 102002 觀 117 T：這一題嗎？
- 102002 觀 118 S1：這個啊。這裡，不要減掉，就等於四十沒有錯。但是那個十不是七的十。
- 102002 觀 119 T：嗯。
- 102002 觀 120 S1：是自己的十怎麼可以減哪？

- 102002 觀 121 T：自己的十怎麼可以減啊，S23 你要不要告訴他，他有問題問你啊？你就來說，你到底是怎麼做的？S1 你先回去。
- 102002 觀 122 S23：我先減（應該是用）這個十，減七啊，然後等於三，然後加四十，等於四十三，然後這個拾要拿來減七的。（咬字不清，有點含糊）
- 102002 觀 123 T：她（指 S23）說那個十要拿來減七的，不是自己的拾，是拿來減七的。
- 102002 觀 124 S23：但是
- 102002 觀 125 T：那個拾是從哪裡冒出來的？
- 102002 觀 126 S23：五十這裡的。
- 102002 觀 127 T：他說那個拾是從五十那裡借來的，不是減掉的，是借來的， S1 你同意嗎？
- 102002 觀 128 S1：不。
- 102002 觀 129 T：ㄝㄝ。
- 102002 觀 130 S1：不。  
（S1 對 S23 的回答不滿意，老師也沒法看出問題出在哪裡，無法幫忙說明，只好先擱著不談。）
- 102002 觀 131 T：喔，你覺得他告訴你了嘛，他說這個拾不是減掉的，它是要借來減七的，你還記得嗎，借來減七的。S28，你知道你那個部分了嗎？這裡的 3 跟這裡的 3，那 3 加 3 就四十六了，就超過了對不對。S17 要不要告訴他這個 3 是怎麼回事。（S17 想了一下）
- 102002 觀 132 T：請說。
- 102002 觀 133 S17：他這個三是 用拾減七等於三的這個三。
- 102002 觀 134 T：剩下來的三。
- 102002 觀 135 S17：對。
- 102002 觀 136 T：所以，這個三就是這個三，沒有另外再三加三。你同意了嗎？接受了嗎？懂了嗎？（S28 點頭表示同意了）原來大家對這題有這麼多的問題，我們畫圖好不好？來，

小朋友在紙上畫圖試試看，5個拾，我們剛剛不是講過了嗎？5個拾，借一個拾在這裡，我們不是減，是拿來換錢，換成十個一，然後這十個一，喔，我知道了，(老師對於學生(S1)剛剛的爭執突然懂了，知道他們之間的溝通障礙問題出在哪裡了)

- 102002 觀 137 T：看這裡，S1你剛剛說的，這個減拾，其實不是，是拿這個拾來用，這個十是一個拾，那個十是十個一，這兩個拾不一樣。大家看這裡，這個十就是這個十，那個十就是那十個一合起來的(老師以黑板上的畫圈說明)有沒有看懂？
- 102002 觀 138 S：有。
- 102002 觀 139 T：看懂的舉手。(有些人還沒回過神來，老師又追問了一次)
- 102002 觀 140 T：看懂的舉手。
- 102002 觀 141 S12：好複雜喔。
- 102002 觀 142 T：好複雜喔，對啊，算術本來就很複雜了。所以，我覺得你們好厲害喔，都要在頭腦裡面心算。這個十就是一個拾，這個十是十個一，然後呢，減掉之後剩下三把它加回來。
- 102002 觀 143 S：老師，這個(學生對接下來的這題解題記錄提出疑問)
- 102002 觀 144 T：厂丫。
- 102002 觀 145 S：做法跟算式都一樣。
- 102002 觀 146 T：做法跟算式都一樣，S10，你用手指頭算的嗎？
- 102002 觀 147 S10：沒有啊。
- 102002 觀 148 T：要不然呢？
- 102002 觀 149 S10：我
- 102002 觀 150 S11：我知道。(大聲，舉手)
- 102002 觀 151 T：你要說，請說。
- 102002 觀 152 S11：因為他(到台上)
- 102002 觀 153 T：因為什麼？

- 102002 觀 154 S11：因為啊，他用五十減七等於四十三啊，他算法用了，  
他 他，他用了兩個 50 減七了啊。
- 102002 觀 155 T：嗯 ，你認為這樣可以嗎？
- 102002 觀 156 S11：不可以啊。
- 102002 觀 157 T：你覺得這樣不可以，為什麼？
- 102002 觀 158 S11：因為他用了五十減七等於四十三啊。
- 102002 觀 159 T：用了兩次。（老師協助說明）
- 102002 觀 160 S11：對啊。
- 102002 觀 161 T：你覺得不可以？
- 102002 觀 162 S11：對啊。
- 102002 觀 163 T：換你（指 S39）要說。（S39 舉手）
- 102002 觀 164 S39：就是說他根本就沒有寫做法，如果他只寫了兩個的話，  
那根本看起來都不像做法。
- 102002 觀 165 T：原來看起來不像做法。好。  
（S8 舉手）
- 102002 觀 166 T：S8 今天第一次發言喔，請站起來說。
- 102002 觀 167 S8：那這樣也可以啊，因為他們也有不同的地方啊。（S8 替  
S10 辯駁）
- 102002 觀 168 T：怎麼樣不同的地方？
- 102002 觀 169 S8：括弧。（小聲）
- 102002 觀 170 T：什麼？
- 102002 觀 171 S8：括弧。（旁邊的學生也幫忙說）
- 102002 觀 172 T：這兩個不同啊，上面有括弧是算式填充題，下面呢，是  
算法，所以 S8 贊成給他對。S10 你要不要自己說一說，  
你這樣子怎麼辦？
- 102002 觀 173 S10：我用上面算的。
- 102002 觀 174 T：我看到他(S10)用直式，所以他也不曉得怎麼說。來  
你不說了，現在我們就要問小朋友，看看這樣要不要給  
你分數？
- 102002 觀 175 S7：這樣別人會以為你有兩個算式填充題。

- 102002 觀 176 T：好，我們現在來決定，贊成 現在表決了喔。我們大家來看，看這裡，看這裡， 贊成這樣要算他對的，請起立。（學生只有 S8 站起來）
- 102002 觀 177 T：好，S8 投他一票。覺得這樣子，我認為不能算他全對的，請起立。（學生紛紛起立表示自己的看法）
- 102002 觀 178 T：幾乎全班喔，大概有 30 個人要反對。好，請坐。
- 102002 觀 179 S10：S5 沒有站。（小聲）
- 102002 觀 180 T：S5 有支持你嗎？他剛剛沒有站起來， 沒關係，你認為他支持你，我們聽他怎麼說。（老師走到 S5 的座位）這一題你打算怎麼辦？到底是給他（S10）對，還是不給他對？
- 102002 觀 181 S5：他在哪裡？
- 102002 觀 182 T：他在那裡，五十減七，我看你上課都沒專心耶，我知道了（老師轉向 S10，對 S10 說），他根本不理你。（這時，有一位學生趕快告訴 S5，現在在說哪一題）
- 102002 觀 183 S5：啊，五十減七等於四十三，五十減七還是等於四十三啊，還不都一樣。
- 102002 觀 184 T：你到底要不要算他對？
- 102002 觀 185 S5：要。（學生笑了起來，又開始七嘴八舌議論）
- 102002 觀 186 T：你要給他對嗎？
- 102002 觀 187 S5：嗯。
- 102002 觀 188 T：如果這樣你剛剛應該要站起來同意他呀。
- 102002 觀 189 S5：喔。
- 102002 觀 190 T：你說還不是都一樣，可是剛剛有小朋友說那個做法，沒有做出來呀，我們看不到。
- 102002 觀 191 S5：那跟我一樣都畫一條線的（指用線把算是填充題和做法區隔開來）啊。
- 102002 觀 192 T：喔，只要畫一條線就算上面是記錄，下面是做法。
- 102002 觀 193 S5：對啊。
- 102002 觀 194 T：你要算他對？

- 102002 觀 195 S5：要。
- 102002 觀 196 T：那你 (S10) 有兩票了，S8 支持說 OK，可是有很多小朋友幾乎全班，大家不認為這樣是 算法，也就是說不能夠把你怎麼做的那個過程寫出來，所以呢，我們不能算你對。
- 102002 觀 197 S28：叉叉。
- 102002 觀 198 T：我們也不給他叉叉就是不能全對，所以 S8、S10，你們不能再這樣寫了。  
(老師一題一題看其他人的記錄，對的給他打勾，不再討論)
- 102002 觀 199 T：這一題， 對。下一題， 對。等一下，這一題為什麼這樣算？你(S11)有意見嗎？他先減 5，再減 2，(老師提到 S1 的記錄，S11 趕快舉手，要提問題) 那乾脆一次就減七好了，有沒有問題？
- 102002 觀 200 T：你要說。
- 102002 觀 201 S11：因為他 因為他用 五十減五，
- 102002 觀 202 T：對。
- 102002 觀 203 S11：這不是四十五啊？
- 102002 觀 204 T：嗯。
- 102002 觀 205 S11：怎麼可能是 四十五啊。(S1 把  $50 - 7 = ( )$  的做法分成  $50 - 5$  再  $45 - 2$  兩個式子來算，S11 則認為答案應該是 43，怎麼會是 45 呢？)
- 102002 觀 206 T：是啊，五十減五是四十五沒錯。請回去。(S11 沒有把自己的疑問說明白，老師只好請他先回座) 來，我們再來表決，S3 你要特別看喔，因為我剛剛走過去，發現你也是像這樣把它分成兩次來減。然後這個當作做法。S1 你要不要說一說你為什麼要這樣子？(S1 點頭示意要上台說明) 好，大家注意聽，等一下我們也是表決，看看這樣的做法，我們要不要算他對。
- 102002 觀 207 S1：我認為， 如果像 S10 那樣的方法就沒有用算式，只

有記錄。

- 102002 觀 208 T：對，那這邊呢？
- 102002 觀 209 S1：這個只是把它們分開啊，這樣比較好算啊。因為 5 的減法比較容易。
- 102002 觀 210 T：喔，這樣，(S21 舉手) S21 請說。(S21 走上台)
- 102002 觀 211 T：現在有話都可以說，大家注意聽。
- 102002 觀 212 S21：就是說，S1 那個第二題，那題是對的，如果五十減五是四十五，然後再四十五 減二等於四十三，這樣子算對啊。
- 102002 觀 213 T：(S23 舉手) 來，S23 請說。
- 102002 觀 214 S23：那個二是哪裡拿來減的(很小聲)？
- 102002 觀 215 T：請說。(遞給他麥克風)
- 102002 觀 216 S23：那個二是哪裡拿來減的？
- 102002 觀 217 T：來，S1 回答。
- 102002 觀 218 S1：可以啊。
- 102002 觀 219 T：你說就好。(老師幫他拿麥克風)
- 102002 觀 220 S1：就是七分開的，就像有拾的拾位數字一樣。
- 102002 觀 221 T：他說把那個七分成五跟二，分兩次來減。還有沒有人要說？好，S12 請說。
- 102002 觀 222 S12：為什麼要分兩次？
- 102002 觀 223 T：對，為什麼要分兩次？
- 102002 觀 224 S1：我剛才不是說了嗎，五的減法比較容易呀。
- 102002 觀 225 T：你再說一次給他聽。
- 102002 觀 226 S1：五的減法比較容易。
- 102002 觀 227 T：所以他就先減五，再減二，請回。現在還有沒有人要發問？如果沒有人要問，我們就來表決，看看這樣的作法我們到底要不要算他對，好嗎？有沒有想通了，剛剛你們的疑問還有嗎？現在贊成 要算他(S1)對的請起立。(老師數了數，有 14 人)
- 102002 觀 228 T：請坐下。不給他對的請起立。你認為說為什麼要分成兩

次減啊，一次減七，不是一樣嗎？（不贊成的有 15 人），請坐。

102002 觀 229 T：那沒有站起來的人怎麼辦？

102002 觀 230 S：都可以。

102002 觀 231 T：所以我們 15 票對 14 票（老師開始說明讓 S1 能接受）有比較多小朋友認為你這樣子，為什麼減一次就好，為什麼還要再減，反而不這樣子會比較好一點，好嗎？這個我們還是不能算全對。不要分兩次減。

（老師開始佈題）

102002 觀 232 T：第三題，魚缸裡有八條魚，君君買了一些，注意喔，這一些是不知道多少，現在有 15 條，也就是說他原來有 8 條，他買了一些不知道，現在總共有 15 條，請問你，到底買了這一些是幾條魚？好，開始作答。（老師佈題，不把它一次說完，中間還中斷做解釋似乎不妥，而老師當時的想法是以為他們不會算，所以多加說明，以幫助他們了解題意。）（學生各自作答，在白紙上或兩人互相討論）（兩分鐘後）

102002 觀 233 T：要上台的請舉手，這一題（S11 在私下問，幾減幾啦？，老師趕忙分配黑板上的作答位置）

102002 觀 234 T：我會把機會讓給還沒上台的人，只要你舉手都有機會。（老師看了看黑板上已登記的號碼，還沒上榜的人就先選他）S11，S1 和 S38 都上來了，S21 也上來了，（老師一一核定已上台的人，跳過他們，把機會讓給還沒上台的人）S17 還沒，S17 上台。

102002 觀 235 T：大家都喜歡上台作記錄。S28，S29，S3，還有誰？怎麼搞的，S12 為什麼不上台呀？我沒看到你舉手？反而剛剛上台過的，還要再上第二次？啊，沒上台過的，就不上了？S13，你都還沒上台，來，S13 上台。還有呢？還有呢？2 號還沒上台對不對。

- 102002 觀 236 S2：我已經上台了。
- 102002 觀 237 T：喔，你上台了，我沒注意到，沒關係，我把機會讓給別人。
- 102002 觀 238 S24：老師這邊就有記了。
- 102002 觀 239 T：這裡有登記，S26 還沒上台，請上來。
- 102002 觀 240 T：我聽到有人說，這題比較難。嗯，確實，這題比較難。
- 102002 觀 241 S：好難喔。
- 102002 觀 242 S5：好簡單。
- 102002 觀 243 S12：買七條而已。
- 102002 觀 244 T：買七條而已，就這麼難啊。
- 102002 觀 245 T：還剩一分鐘，加油了。（老師按定時器，有學生寫完，要下台了）
- 102002 觀 246 T：你寫好了，這樣就好了啊？（台下的學生做完，一邊看黑板上的解題，一邊給台上的人提示）
- 102002 觀 247 S5：這怎麼做做看啊？（大聲）
- 102002 觀 248 S12：我不知道啊。
- 102002 觀 249 T：哇，S5 很好學，他還特別離開座位（第二排後面）跑到這邊（第一排前面）來跟 S12 討論怎麼算？（這時有學生來問問題）
- 102002 觀 250 T：做法不好寫。
- 102002 觀 251 S12：做法不好寫。
- 102002 觀 252 T：你就寫這樣啊？（老師看了看 S12 的做法）
- 102002 觀 253 S12：嗯，要不然怎麼寫啊？
- 102002 觀 254 T：不然怎麼寫啊？好問題。（老師又看到另一位學生的做法）
- 102002 觀 255 T：你用直式當做法啊？
- 102002 觀 256 S：我先從大的減到小的。
- 102002 觀 257 T：好。這一題，給大家一個難題了。（定時器響了）
- 102002 觀 258 T：時間到，請回。

- 102002 觀 259 S12：S9 有一個超大的錯誤。(台上記錄的學生才剛回座位，台下的學生就迫不及待的去檢查他們的答案，並大聲喊出來)
- 102002 觀 260 T：喔，你又找到錯誤，哇，小朋友找錯誤是一把罩。
- 102002 觀 261 S12：超大的，9 號。(學生開始喊出來)
- 102002 觀 262 T：停，請坐下。請先安靜，趕快坐好。我們先講一下，這一題啊，題目是這樣子的。(老師把先寫好的題目貼到黑板上)
- 102002 觀 263 T：魚缸裡有八條魚，君君又買了一些，這個一些很難，因為剛剛小朋友說，到底怎麼算啊？現在買回來，總共是十五條，他到底買了幾條？
- 102002 觀 264 S12：七條。(一直大聲的插嘴)
- 102002 觀 265 T：這一題好難，小朋友都不懂得該怎麼辦？是不是因為很難，所以你們都不上台來寫了？
- 102002 觀 266 S：對。
- 102002 觀 267 T：這一題，你覺得很難，所以覺得不知道怎麼寫，不敢上台來寫的請舉手。讓我知道一下。 大概有十三人。
- 102002 觀 268 T：S9 你趕快回來。(S9 寫完粉筆跑出去洗手)
- 102002 觀 269 T：S9 你可不可以告訴我們，為什麼你就寫這樣而已？
- 102002 觀 270 T：沒關係，大家不要講話，我們來聽他說就好。
- 102002 觀 271 S9：不知道怎麼算。
- 102002 觀 272 T：不知道怎麼算，沒關係。11 號有寫，可是沒有寫答案。現在老師不要去看小朋友寫的到底對或不對，因為這題真的很難。S17 你要不要說一說， 沒關係，很難對不對。
- 102002 觀 273 S17：我不知道要怎麼算。
- 102002 觀 274 T：喔， 原來也是不知道要怎麼算。(S 在台下說，S11 都是抄 S17 的)
- 102002 觀 275 T：11 號都是抄 S17 的啊。
- 102002 觀 276 S9：對呀，被我看到。

- 102002 觀 277 T：可是 11 號比 17 號寫得還多，你不能這麼說吧。
- 102002 觀 278 S：但是那是 17 號寫的。
- 102002 觀 279 T：對呀，但是也不能這樣說別人，好嗎。(S5 舉手) S5 要說。
- 102002 觀 280 S5：就是
- 102002 觀 281 T：注意聽。
- 102002 觀 282 S5：9 號跟我一樣啊，做做看也不知道怎麼寫？
- 102002 觀 283 T：喔，原來別人跟你有
- 102002 觀 284 S5：所以很難。(S5 搶話了)
- 102002 觀 285 T：所以什麼
- 102002 觀 286 S5：所以很難。(很大聲肯定)
- 102002 觀 287 T：好，所以很難，(學生仍吵吵鬧鬧中) 安靜(老師試圖讓學生靜下來) 昨天的功課有沒有這樣的題目？
- 102002 觀 288 S：沒有。
- 102002 觀 289 T：沒有嗎？請大家把昨天的考卷功課拿出來。(學生拿出昨天的功課卷)
- 102002 觀 290 T：這一題說吉祥有 你看喔，你注意看喔，(老師開始唸題目) 吉祥 (老師突然發現光唸題目，學生找不到，就趕快告訴他們找第二題) 第二題(老師發現有學生一直推桌子弄出雜音，提醒他安靜)
- 102002 觀 291 T：不要推桌子。(這時全班很吵，老師利用全班唸題目的方式，令他們語調一致)
- 102002 觀 292 T：來，全班把題目唸一次。
- 102002 觀 293 S：吉祥原有二十六顆彈珠，玉華再給他一些，就有三十五顆，玉華給吉祥幾顆彈珠。
- 102002 觀 294 T：想想看，題目有沒有很像？
- 102002 觀 295 S：有。(學生此起彼落的回答)
- 102002 觀 296 T：看這裡，許老師告訴你怎麼算？我們先看，小朋友有沒有寫對的？(學生的情緒很 high，一直靜不下來)(老師看了一次黑板上的記錄，是否有答對的，可以直接用來

說明)

- 102002 觀 297 T： 嗯。(台下的學生一直說，錯，錯。)
- 102002 觀 298 T： 來，許老師告訴你，S11 請坐。我們把這一題弄清楚了，下一次很難的話，你就懂了。
- 102002 觀 299 T： 魚缸裡有八條魚，八條魚(記錄下來八)，君君又買了一些，因為我不知道到底(老師寫上括弧)買多少啊，然後現在我總共有十五條，(學生一直在旁邊喊七條)這個就是記錄。我再說一次，這個就是記錄。你記錄了之後，我用這樣算
- 102002 觀 300 T、S： 十五減掉八(學生邊跟著老師一起算)
- 102002 觀 301 T、S： 等於七。
- 102002 觀 302 T： 如果你寫這樣子就可以算對。 這樣子就算對。(教室裡一直吵吵鬧鬧中)
- 102002 觀 303 T： 現在大家把這一題，這樣做一次，因為剛剛有好幾個小朋友說很難，他們都做不出來，太難了。(老師指著黑板上的答案)這邊甚至有小朋友把它算成二十三，就不對了。(老師逐題檢查黑板上的答案和做法)
- 102002 觀 304 T： 這一題不對，那一題也不對，這邊還算可以，但是他加到後來不曉得該怎麼辦。這一題的做法不對，但是記錄還算好。正確記錄應該這樣 你這邊甚至都沒寫做法。 看來這一題真的很難。小朋友有沒有遇過括弧放在前面的？
- 102002 觀 305 S： 有。
- 102002 觀 306 T： 有啊，括弧不一定要放在後面，所以用這樣來寫，可能會比較簡單。
- 102002 觀 307 T： 好了，還有沒有問題要問？
- 102002 觀 308 S： 沒有
- 102002 觀 309 T： 沒有的話，就下課。

雖有事前的準備，教學現場仍有意料之外的狀況出現。在課堂進行中，老師是很忙碌的，所以有時也會忽略某些細節沒處理好。

例如：

1. S35 站起來不會回答問題，雖然我請多位學生，說出答案讓她模仿，但是她仍無法回答。這跟我預料的情況不同。
2. 我和全班學生，都沒有發現黑板上的錢幣記錄有誤，只有 S5 發現。
3. 某個學生回答時，老師必須注意聽他回答，結果顧得了這附近的學生上課情況，卻無暇顧及離得較遠的學生。
4. 老師在座位間四處走動時，可增加學生的專心度，但是學生回答的聲音小，離得遠的學生聽不到，就開始呈現不專心的狀態。教室應準備無線麥克風。讓我和學生走到哪裡，就能說到哪裡。
5. 學生上台畫圖表示月餅的數量，有畫一盒十個的，也有一個一個畫的。學生很有耐心，一個一個的畫，但是我卻為了上課時間一秒一秒的流逝，心裡急得要命。
6. 今天發現，學生對於回答的內容不熟悉時，會模仿前一個學生的答案。但是 S35 的情況是完全不回答，這是因為心裡因素造成的嗎？
7. S21 說，怕說錯會被罰站。我告訴她，說錯不會被罰站，不專心才會被罰站。

1. 學生很容易說過就忘記，所以今天的教學我做了幾張說明單和題卡。
2. 做了題卡，能掌握自己的進度。
3. 今天是二位數減法（二），是延續第二單元的二位數減法（一），我採用 2 人一組討論。
4. 佈題方式，先口述，再貼上題卡。因為學生很容易聽過就忘了。
5. 事先準備了有磁性的小白板，可貼在黑板，但不夠 6 張，合作一起討論輪流。
6. 同時採用有線和無線麥克風，聽與說的效果好多了，老師忙著遞麥克風，不必再幫學生說一次。但仍有幾個學生使用了麥克風，聲音仍不清楚。
7. 解題時，有學生使用

$$52-23= ( \quad )$$

$$50-20=30$$

$$2-3 \text{ 不能減，就用 } 3-2=1$$

$$30-1=29$$

老師不知如何處理？只得告訴化，如果人家問你為什麼樣算，你要怎麼回答？

8. 多數學生可以合作，但（5 和 29）沒筆，不寫  
 （9 和 37）各自處理  
 （39 和 13）你先寫再我寫  
 （4 和 33）有合作，但是你寫算式，我寫答案
9. 第三節寫數習（ ）頁，讓學生練習該如何寫，功課發了一張數卷，回去練習。
10. 今天時間掌控比較好，但仍嫌不夠。
11. 學生不習慣用算式寫解題歷程，約有半數用畫圈方式。

今天上完 2 節課，心情很好，14 班老師與我討論這一課使用說明卡，及如何上解題歷程的這個部份，他也讓學生上台發表。看我使用說明卡和題目卡，就借了去，並告訴我「在你隔壁真好」。

下課後實習生觀察到 S3 的黑板記錄，來跟我討論

$$8+7=15$$

---


$$5+5=10$$

$$10+5=15$$

他認為記錄應該算對，只差沒括弧而已，為什麼老師給他打×。

這時我細看才知，他的說法有理，我馬上將記錄抄下來，做為下一次討論的題材。此時，S7 拿著他的記錄來告訴我，「他想到了一個好方法，可以做為

$8+( )=15$  這個算式的做法。實習生很訝異，竟然有小朋友下課了，還努力在想數學。

今天拍攝的角度，改換到教室右前方，希望能同時拍到台上和台下的情況。

今天有了幾個改變：

1. 先發了他們上次習作和功課卷，說明學生錯的地方，給予改正。
2. 家長積極面：S7 的母親來了解，解題記錄的做法應如何呈現，以便在家中能指導自己的孩子學習。
3. 為達成共識，改舉手贊同為站起來。S5 當時沒專心，所以沒站起來，但 S10 認為 S5 是支持他的。原來小朋友還是希望別人支持他的論點。
4. 今天特別積極的學生 S17、S24。
5. 為了解  $8+( )=15$  這一題，S5 還跑到 S12 的座位跟他商量該怎麼做。

1. 白板紙 2 人一組不夠用，想以 3 人或 4 人一組來討論，又怕桌子不好排，沒座位坐，秩序會太亂，所以改為每人先發一張活動單，進行：

老師口頭佈題

學生先在白紙上解題

老師請 6-7 位舉手的學生自願上台寫黑板

分好號碼位子（以便知道誰輪過了）

計時（2分鐘）

張貼題目

檢討黑板上的答案

學生質疑

## 7. 經過這樣的討論模式

學生手上有白紙 老師口頭佈題 學生在白紙上作答 學生舉手自願上台

老師在黑板分配位子及寫上號碼，一邊請 6-7 位學生上台寫（輪過的不再輪）

按定時器（2分鐘）

老師巡視台下學生的做法，看看他們的做法或聽聽他們的意見，同時也是等待台上的學生完成記錄

2分鐘後，老師和全班學生開始針對台上的記錄做討論

先看記錄、做法是否正確

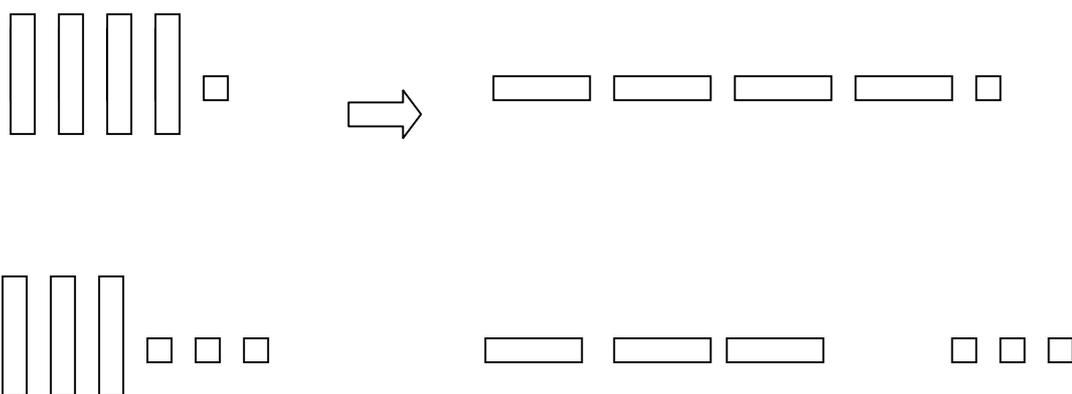
有疑問題時，台下學生會提出，再請書寫的人回答，老師在旁協助，遞無線麥克風。（質疑和辯証）

當大家都說完自己的想法時，老師在台上做正確與否的批改，明顯錯的幫忙修正，做法不能確定對、錯時，全班表決，達成共識。

1. 解說「便宜」之概念，能讓學生敘述「便宜」是指什麼，是很好的作法，從中可了解學生是否懂，若能用實質的東西來做例子，學生或許更清楚，如：一枝 A 鉛筆 10 元，另一枝 B 鉛筆 12 元，哪枝便宜，再引申至便宜多少錢？
2. 活動單讓學生能實地操作、練習是很好的作法，可讓學生的記錄更為深刻，但因為是二年級學生，很容易不專心，畫別的東西（當其他學生上台解說或老師解說時），或許可考慮小手背後面，或是收回小白紙，或是提醒學生，等有人說完時會抽籤叫人來說說看！如此一來，學生較為專心些？
3. 操作比一比的作法，可考慮以下方式來解說。

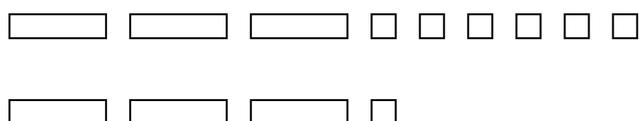
【原本做法】

【新做法】



學生會較易明白“比較”後進入“便宜多少”的數據。

4. 比較多多少錢時，敘述錢之比較如下：



「我有 1 塊 2 塊 3 塊」若能改變為「我多了 1 塊 2 塊 3 塊」，學生是否比較易清楚「比較」之觀念。

- 1.引起動機：能讓學生把自己水壺引起“比一比”及“那個比較多、少”（憑學生自己的認知覺得）。此方式學生能比較生活化的了解日常生活中的事物外，也對學生較易了解。
- 2.在學生使用白紙去敘述“如何才能比較誰的水壺裝得多？”學生可練習自己動動腦外，同時也可訓練學生表達的語言能力，從中老師可了解學生在語言表示上如何，此方式也是個記錄，了解學生的理解狀態。
- 3.學生對如何“比較”能有深刻理解，透過實地操作、示範，學生能看到何謂比較的概念，也較清楚能對此概念有很深印象，相對學生也比較有興趣，當然，時間的花費上會較長，畢竟每位學生都去操作。

附錄四 學生回饋問卷 2年( )班 姓名( )

1. 你怕不怕學數學？ 怕 不怕
2. 你認為數學好不好玩？ 好玩 不好玩
3. 一年級時你喜歡上數學課嗎？ 喜歡 不喜歡
4. 這學期你喜歡上許老師的的數學課嗎？ 喜歡 不喜歡  
為什麼？
  
5. 老師叫你站起來回答問題，你會害怕嗎？ 會 不會  
為什麼？
  
6. 我們上過的數學課，你最喜歡哪一次，請寫出來告訴許老師？
  
7. 你覺得許老師要怎樣上課，對你最有幫助，可以讓你聽得懂？
  
8. 你覺得許老師的數學課，有什麼地方要改進，你可以告訴我嗎？

9. 你有沒有學心算？                      有                      沒有

10. 除了許老師，還有誰會教你數學？

爸爸                      媽媽                      安親班老師                      姐姐  
哥哥                      同學                      其他\_\_\_\_\_

11. 上數學課時，許老師問的問題，你聽得懂嗎？

懂                                      不懂

如果聽不懂，怎麼辦？

如果聽得懂，你會回答嗎？

12. 你喜歡操作教具嗎？                      喜歡                      不喜歡

為什麼？

13. 你喜歡上台寫數學嗎？                      喜歡                      不喜歡

為什麼？

14. 如果數學答案說錯了，你怕不怕同學笑？                      怕                      不怕

15. 如果許老師把一個數學問題，問了很多小朋友，你會不會偷偷學別人的答案？

會                      不會

## 附錄五 學生回饋問卷統計

一、題目總整理	是	否
1. 你怕不怕學數學？	5	30
2. 你認為數學好不好玩？	30	5
3. 一年級時你喜歡上數學課嗎？	32	3
4. 這學期你喜歡上許老師的的數學課嗎？	32	3
5. 老師叫你站起來回答問題，你會害怕嗎？	12	23
9. 你有沒有學心算？	22	13
11. 上數學課時，許老師問的問題，你聽得懂嗎？	22	13
12. 你喜歡操作教具嗎？	34	1
13. 你喜歡上台寫數學嗎？	25	10
14. 如果數學答案說錯了，你怕不怕同學笑？	16	19
15. 如果許老師把一個數學問題，問了很多小朋友，你會不會偷偷學別人的答案？	6	29

## 二、文字描述

問題 4a：這學期你喜歡上許老師的的數學課嗎？為什麼？

(一) 我喜歡，因為-----

許老師有做活動 (S1)

許老師會叫我們上台操作一些東西也可以操作積木 (S2)

長大可以變聰明 (S3)

上數學有小積木 (S4) 能操作小積木 (S6、S7、S8、S13)

很好玩 (S5、S16、S24)

許老師可以教我們學算式 (S9)

可以到黑板寫 (S10)

可以操作錢幣 (S14)

老師會讓我們舉手發言 (S17)

很簡單 ( S21 )

覺得數學課教的不會很難 ( S22 )

許老師上數學課有操作積木、舉手發言、還可以去黑板上寫自己的想法  
( S23 )

難的題目可以用頭腦想 ( S24 )

( 二 ) 我不喜歡，因為-----

我怕許老師會說太快 ( S10 )

老師說太快 ( S15 )

好複雜喔 ( S12 )

問題 5a：老師叫你站起來回答問題，你會害怕嗎？為什麼？

( 一 ) 我不會怕，因為-----

我覺得演講是一種加分 ( S1 )

我都在台下想好了所以我不會怕 ( S2 )

我很愛講話 ( S3、S10 )

喜歡上來說話 ( S4 )

我不是不會回答 ( S5 )

我有勇氣 ( S7 )

許老師都會叫我站起來講 ( S11 )

會答就好了 ( S12 )

我會回答問題 ( S14 )

我會講答案 ( S15 )

很簡單 ( S16 )

老師只是叫我起來回答 ( S17 )

很有趣，我喜歡 ( S21 )

老師叫我站起來回答數學還可以學到一些數學方面的問題 ( S23 )

( 二 ) 我會怕，因為-----

我怕老師講太快 ( S6 )

- 我會說錯 ( S8 )
- 怕被同學笑 ( S9 )
- 我不知道我到底要說什麼 ( S13 )
- 有一點怕，怕講錯 ( S22、S24 )

問題 6：我們上過的數學課，你最喜歡哪一次，請寫出來告訴許老師？

天平	上台寫記錄 ( 學寫算式、 寫作法 )	操作積木	喜歡上二位數 的加減	兩個人一起討 論
S1、S10、 S23、S14、 S15、	S2、S9、S17	S3、S4、S5、 S6、S11、 S16 S21、S24	S7	S8

問題 7：你覺得許老師要怎樣上課，對你最有幫助，可以讓你聽得懂？

- 把數字放高一點 ( S1 的意思是：題目難一點，我已經學到千位了。 )
- 說話慢一點；慢慢說 ( S2、S3、S4、S7、S8、S13、S14、S15、S17、S23、S24 )
- 老師講話太快 ( S5 )
- 可以多教難字 ( S6 ) 可以教圈詞 ( S11 )
- 講詳細一點 ( S12 )
- 沒有 ( S9 )
- 先寫好題目直接貼上去 ( S10 )
- 說簡單一點不要太難 ( S16 )
- 有東西操作 ( S22 )

問題 8：你覺得許老師的數學課，有什麼地方要改進，你可以告訴我嗎？

- 操作小積木的時間拉長 ( S1 )
- 許老師您不用改進 ( S2、S4、S5、S6、S7、S9、S10、S13、S15、S17、S21、S23 )
- 在黑板上寫字的時間要長一點 ( S3、S8、S12 )

老師說話太快 ( S11、 S12、 S14 ) 說得慢一點 ( S24 )

要講清楚 ( S16 )

不會覺得老師講話太快，有一點聽得懂，不懂是因為題目太難 ( S22 )

## 附錄六

<p style="text-align: center;">數學活動記錄單</p> <p style="text-align: right;">姓名：(            )</p>
<p>今天我記下了什麼？</p>