



國立中山大學教育研究所

碩士論文

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Master Thesis

高中學生創造思考與數學多解能力之相關性探討

A Study on the correlation between high school
students' ability in problem solving with multiple solutions
and their creative thinking

研究生：蘇科亦

Ke-Yi Su

指導教授：梁淑坤 博士

Dr. Shuk-Kwan S. Leung

中華民國 110 年 01 月

January 2021

論文審定書

國立中山大學研究生學位論文審定書

本校教育研究所碩士班

研究生蘇科亦（學號：M046050003）所提論文

高中學生創造思考與數學多解能力之相關性探討
A Study on the correlation between high school students' ability in
problem solving with multiple solutions and their creative thinking

於中華民國109年4月28日經本委員會審查並舉行口試，符合
碩士學位論文標準。

學位考試委員簽章：

召集人 左太政 左太政 委員 梁淑坤 梁淑坤

委員 周珮儀 周珮儀 委員 _____

委員 _____ 委員 _____

指導教授(梁淑坤) 梁淑坤 (簽名)

誌謝

回想起，2015年9月正式進入國立中山大學教育研究所，但因為大學剛畢業也修畢師資培育課程必須去學校實習半年，又正好有機會可以在學校兼課，且又有兵役關係，因此在入學前就先休學兩年，正式進入教育所時間為2017年9月。

在大學師資培育課程就在中山大學所修習，對於教育研究所上的教授都已經相當熟悉，回學校後，所上的所有教授們及助理們都非常的照顧，感到非常的幸福。其中一定要特別提到，我的論文指導教授—梁淑坤教授。從大學時期就已經認識梁老師，梁老師在數學教學知識上有著非常多元的教學模式，啟發我對於數學教學知識不在是一般的平凡授課。藉由梁老師的深度課程學習，且謹慎地做每件研究，雖然過程是辛苦的，但結果總是有著令人意想不到的好收穫。除了梁老師之外，所上每個教授也都時常關心我的學習近況與生活概況，真心很謝謝所有教授們。

另外在就讀研究所期間的同學們，因為有太多同學都有幫助過我，就不在此列舉。因為有你們的隨時協助、幫忙並給予建議，這份研究論文才有辦法順利撰寫完畢，有各位同學相伴，讓研究所的生活更加豐富。最後謝謝我的家人們，在這研究所期間，家裡有著很大的變故，雖有些遺憾，但是還是有著家人的支持與鼓勵，也能讓我在最後能夠順利畢業。謝謝愛我的人，也謝謝我愛的人，有你們的幫忙才有如今的我。

蘇科亦 謹誌於

國立中山大學教育研究所

2021年1月

高中學生創造思考與數學多解能力之相關性探討

蘇科亦

國立中山大學教育研究所

摘要

本研究欲探討高中學生對於數學一題多解能力與創造思考能力之間的相關性，是否存在著數學一題多解能力高，即擁有較高的創造思考能力。採用工具為一題多解力量表與創造思考量表。其中的高中數學一題多解量表為自行研發製作，總共分為 4 道題型，這 4 種題型包含了「十二年國教綱要數學學習領域」所分的數學能力指標為數與量(N)、幾何(S)、代數(A)與統計(D)各一題，此 4 道題型經過指導教授與在職高中數學教師共同評估，是一份能以不同的解題方法解出相同答案的試題。另外，創造思考量表由最新版 2019 年威廉斯創造力測驗修訂版的現成量表。施測時，藉由兩份測驗量表的分析高雄市某所高中 56 名高三學生，均可測得一題多解和創造思考的流暢性、變通性與獨創性。研究結果發現，從總分和高分組的分析上，在兩者的相關性較無明顯差異，但在低分組上的流暢性、變通性和獨創性有著中度相關，因此在此研究推估，在高分組能夠答出較多一題多解能力與數學知識有較高的相關性，與創造思考能力沒有直接的關係；在低分組上一題多解能力與創造思考能力相關程度高，推估是因為解題過程中沒有運用較多的數學知識，僅用想法去答題，因此與創造思考能力相關性較高。以上結果對未來研究及教學有一些建議。首先在研究上可以將本研究自編一題多解試題進行延伸，可以在一道核心題中多更多試題，亦或是增加訪談了解參與者在解題中如何聯想出其他種作法。至於未來在教學上，可以利用每個觀念間的連接性，培養數學解題能力，進而達到數學解題的活用。

關鍵字：一題多解、解題策略、創造思考

A Study on the correlation between high school students' ability in problem solving with multiple solutions and their creative thinking

Ke-Yi Su

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Abstract

The study is to explore the correlation between high-school students' ability to solve multiple problems in mathematics and creative thinking ability, whether there is a high ability to solve multiple problems in mathematics, that is have a higher ability to creative thinking. Two scales for measurement were administered: multiple solution scale and a creative thinking scale. The multiple solution scale is self-developed, and included four question types. The four question types are jointly evaluated by consulting advisor and high school mathematics teachers. It is a test question that can solve the same answer by multiple solutions. The Creative Thinking Scale is a ready-made scale from the latest edition of the 2019 Williams Creativity Test. Through the measurement and analysis of two test scales, 56 high school students in a high school in Kaohsiung City participated and resulting scores in the fluency, flexibility and originality of multiple solutions and creative thinking. Results from the analysis of the total score and the high achievers group, there is no significant difference in the correlation between the two, but the fluency, flexibility, and originality in the low achievers group are moderately correlated. Therefore, in this study, it is estimated that the ability to answer more questions and more solutions in

the high achievers group has a high correlation with mathematical knowledge, and has no direct relationship with creative thinking ability. In the low achievers group, the ability to multi-solve a problem is highly correlated with creative thinking ability. It is estimated that there is not much mathematical knowledge used in the problem-solving process, and only the ideas are used to answer the question, so it is highly related to creative thinking ability. Results from this study yielded implication for future research and practice. In research, may extend the self-edited one-question multi-solution test questions, also add more test question in a core question, or increase interviews to understand how participants think of other methods in solving problems. In practice, the connection between each concept can be used in teaching to develop mathematical problem-solving ability, and then to achieve the effective use of mathematical problem-solving.

Keywords : multiple solutions, problem-solving strategies, creative thinking

目 錄

論文審定書.....	i
誌謝.....	ii
中文摘要.....	iii
英文摘要.....	iv
第壹章、緒論	1
第一節、研究動機.....	1
第二節、研究目的.....	2
第三節、研究問題.....	3
第四節、名詞解釋.....	3
一、數學解題.....	3
二、數學一題多解能力.....	3
三、創造思考能力.....	4
四、相關性.....	4
第五節、研究限制.....	5
第貳章、文獻探討	7
第一節、數學解題歷程.....	7
一、Polya(1945)解題歷程.....	7
二、Schoenfeld (1985)解題歷程.....	9
第二節、創造思考能力.....	12
一、基爾福特(Guilford)智力結構論	12
二、威廉斯(Williams)創造思考能力	13
第三節、一題多解研究.....	14

第參章、研究方法與設計	21
第一節、研究對象.....	21
第二節、研究工具.....	21
一、數學一題多解試題設計.....	21
二、創造思考量表.....	24
第三節、研究流程.....	26
第四節、預試及資料分析.....	27
一、多解能力.....	27
二、多解能力與創造思考能力分析.....	34
第肆章、研究結果及討論	37
第一節、數學一題多解分析.....	37
一、數球題.....	38
二、面積題.....	41
三、代數題.....	44
四、排組題.....	47
第二節、創造思考能力分析.....	51
第三節、多解能力及創造思考能力綜合相關分析.....	53
一、流暢性分析.....	53
二、變通性分析.....	54
三、獨創性分析.....	54
四、全體分數分析.....	54
第四節、高低分組分析.....	55

第五章、結論與建議	59
第一節、結論	59
第二節、建議	62
參考資料	63
英文文獻	63
中文文獻	63
附錄	65
附錄一、研究者在數學一題多解的分析編碼	65
附錄二、另一位研究者在數學一題多解的信度檢核	69
附錄三、研究者在威廉斯創造思考量表分析	70
附錄四、指導教授在威廉斯創造思考能力的信度檢核	84
附錄五、一題多解試題	85

圖 次

圖 2-3-1 簡易數數的彈珠題目	14
圖 2-3-2 彈珠經由重新排列後使用數學上的乘法運算	16
圖 3-3-1 研究架構	27
圖 3-4-1 學生 A 答題結果	28
圖 3-4-2 學生 B 答題結果	29
圖 3-4-3 學生 C 答題結果	30
圖 3-4-4 學生 D 答題結果	31
圖 3-4-5 學生 E 答題結果	32
圖 3-4-6 學生 F 答題結果	33
圖 3-4-7 預想其他的解題結果	33
圖 4-1-1 數球題解題模式範例	40
圖 4-1-2 面積題解題模式範例	43
圖 4-1-3 代數題解題模式範例	46
圖 4-1-4 排組題解題模式範例	49

表 次

表 2-3-1 數學多解概念、性質、工具及輔助結構分析	19
表 4-1-1 數球題的創造力分析	38
表 4-1-2 面積題的創造力分析	41
表 4-1-3 代數題的創造力分析	44
表 4-1-4 排組題的創造力分析	47
表 4-2-1 威廉斯創造力分析	51
表 4-3-1 一題多解的流暢性與威廉斯流暢性相關分析	53
表 4-3-2 一題多解的變通性與威廉斯變通性相關分析	54
表 4-3-3 一題多解的獨創性與威廉斯獨創性相關分析	54
表 4-3-4 一題多解與威廉斯創力相關分析	54
表 4-4-1 一題多解高分組的流暢性與威廉斯流暢性相關分析	55
表 4-4-2 一題多解高分組的變通性與威廉斯變通性相關分析	55
表 4-4-3 一題多解高分組的獨創性與威廉斯獨創性相關分析	55
表 4-4-4 一題多解高分組總分與威廉斯創造力相關分析	56
表 4-4-5 一題多解低分組的流暢性與威廉斯流暢性相關分析	56
表 4-4-6 一題多解低分組的變通性與威廉斯變通性相關分析	56
表 4-4-7 一題多解低分組的獨創性與威廉斯獨創性相關分析	56
表 4-4-8 一題多解低分組總分與威廉斯創造力相關分析	57

第壹章、緒論

本章將分成五個小節，分別為「研究動機」、「研究目的」、「研究問題」、「名詞解釋」及「研究限制」，將逐一探討各細項研究。

第一節、研究動機

台灣學生面對各式各樣的考試內容，除了學校的各式大小考試，更有升學考試，如高中升學考試「國中教育會考」和大學升學考試「大學學科能力測驗」、「統一入學測驗」、「指定科目考試」，以上種種考試方式均不會離開數學科目的考試。

數學考科內容在升學考試的層級不同，難度上也有相對應的提升。而在數學的學習歷程中，對於數學使用的「工具」也是越來越多元。對於試題的命題方式也會有所改變，在學校內的小考或是段考，都是較有範圍性的，且具觀念性的考題，解題方法往往僅一種方式才可以解答。相反的，升學考試內容是有較大範圍，且涵蓋之前所學。例如國中教育會考則涵蓋國中及國小內容，大學升學考試則是涵蓋了高中、國中、國小的數學知識。只是對於國高中生，國小的數學知識顯得基礎容易，所以命題目標並不會以此做為強調。

升學考試涵蓋內容較廣，若又是著墨於一題僅有一種作法，顯得只考了特定數學知識，並未激發出學生的多元思考能力。而在種種考試科目中，學生的答案也都是考試目的所追求的結果，對於解題的過程也顯得相對不重視。且學科命題取向皆以選擇題趨於多數，大部分的成績都注重在選擇題內。而在選擇題不同的升學方式，選擇題由「四選一」變成「五選一」甚至「多重選擇題」，均無法達到學生學習上的成果表現，也抹煞了學生在學習上創意的表現，進而衍伸出學生與家長僅重視結果論的原因(宋慶璋，2017)。近年來由「國中教育會考」新增了

非選擇題才慢慢重視到解題的過程。從解題過程中，可以了解一個學生的數學理解程度與想法，也可以讓題目得解法更多元。因此命題取向偏向「一題多解」較少出現僅考同一觀念的題目。而培養數學多解能力，學校教師常常以多做題目為基礎，希望學生能夠藉此獲得各種題目的變化，來達到更多的解題技巧。

在面對學生的解題時，有部分題目可能需要較特殊的思維方法或是跳脫題目框架的思考模式，這些雖然能夠培養學生的解題技巧。若在學生在創造思考能力高的狀況下，在解決數學題目時，利用的是創造思考方向解題，而不是僅用數學知識作答，因此想到這些特殊方法或是思維模式是否與學生在「創造思考能力」有著相關的影響。本研究由此為出發點，探討創造思考能力是否和數學的多解題能力有關。

第二節、研究目的

延續上一節，本研究欲探討高中高三學生數學一題多解能力，因此將自行開發一個數學多解能力知識題測驗，試題由四道題目作為測驗依據。本測驗使用簡易型題目，不需要過高的數學層次理解，避免高中數學有學習上無法精進之能力，而選用簡易的題型進行操作，並且與創造思考能力的量表分析比對。

根據上述的研究關係，分為主要的三大研究目的如下：

- 一、探討高中學生數學一題多解能力。
- 二、探討高中生創造思考能力。
- 三、探討一題多解能力與創造思考能力的相關。
 - (一)、全體總分的一題多解能力與創造思考能力的相關
 - (二)、高分組間的一題多解能力與創造思考能力的相關
 - (三)、低分組間的一題多解能力與創造思考能力的相關

第三節、研究問題

由上節之研究目的將研究問題分為以下：

- 一、高中生對於一題多解能力與創造思考能力是否有相關？
- 二、高中生高分組的一題多解能力與創造思考能力是否有相關？
- 三、高中生低分組的一題多解能力與創造思考能力是否有相關？

第四節、名詞解釋

一、數學解題歷程

解題的解釋最早由 Polya (1945)出版的書籍 *How to solve it* 中提到，為了達到目標的過程中，在沒有被告知方法且步驟，經由自己克服困難達到最終結果的過程，被稱之為「解題」。Polya (1945)並提出解題過程分為四個階段依序為：瞭解問題(Understanding the Problem)、擬定策略(Devising a plan)、執行策略(Carrying out the plan)、驗證解答(Looking back)。

二、數學一題多解能力

由 Levav-Waynberg 與 Leikin 的數學多解能力分析，將其分類為四個要素進行解讀(Levav-Waynberg & Leikin, 2009；Leikin & Levav-Waynberg, 2009)，分別是使用不相同的數學概念、使用不同的性質、使用不同的數學工具和使用不同的輔助結構的差異，在使用不同的分類下歸類出不同種類的解題方法。

本研究的一題多解能力為自編測驗的分數，經由四道數學解題上不同領域的部分進行命題。在一題多解上的流暢性計分為回答的一個做法可獲得 1 分，答題越多越高分；變通性計分方式依照不同的歸類方法進行給分，使用一種解題方法得 1 分，使用越多方法得越高分；獨創性則依照解題的方法數進行總平均，方法數在全部解法的 10%以下獲得 2 分，在 10~20%獲得 1 分，其餘不給分。

三、創造思考能力

由美國心理學家基爾福特(Guilford, 1977)，所提出創造力的五大指標：流暢力(flucency)、變通力(flexibility)、精進力(elaboration)、敏覺力(sensitivity)、獨創力(originality)。依序解釋如下：

(一)、流暢力(flucency)：在一段時間內可連續思考，產生構想的數量多寡。

(二)、變通力(flexibility)：從不同思考方法間轉變，以新思維看待問題。

(三)、精進力(elaboration)：補充概念或在原來的思考模式中加上新的概念，增加其細節。

(四)、敏覺力(sensitivity)：察覺能力，發現不尋常、缺漏等能快速發現。

(五)、獨創力(originality)：想法獨特與他人思維模式不相同。

威廉斯(Williams)承襲基爾福特(Guilford)將創造行為分為：流暢性(Fluency)、開放性(Open-ended)、變通性(Flexibility)、獨創性(Originality)、精密性(Elaboration)與抽象性描述能力(Titles)。本研究的創造思考能力的評分表準是採用威廉斯創造力測驗修訂版(于曉平、林幸台，2019)，此測驗可測得流暢性、開放性、變通性、獨創性、精密性及抽象性描述能力描述能力的六個向度的成績，但因研究目的的相關性研究，僅採納流暢性、變通性與獨創性這三個分數。

四、相關性

相關性研究(Correlation Research)意旨探討兩個或兩個以上變項之間的關係。相關性統計用以決定研究變項之間的關係。

將相關性加以分析，相關係數越大者表示兩組資料間的相關程度越高，反之相關係數越小者表示兩組資料間的相關程度越低。其中相關係數的大小必定介於+1 到-1 之間。

完全相關(Perfect correlated)：相關係數的絕對值為 1。

高度相關(Highly correlated)：相關係數的絕對值介於 0.7~0.99 之間。

中度相關(Moderately correlated)：相關係數的絕對值介於 0.4~0.69 之間。

低度相關(Modestly correlated)：相關係數的絕對值介於 0.1~0.39 之間。

接近無相關(Weakly correlated)：相關係數的絕對值介於 0.01~0.09 之間。

無相關(Uncorrelated)：相關係數的值為 0。

第五節、研究限制

此研究僅探討高雄市某所高級中學三年級學生為研究對象，且進行數學題目施測，數學題目不僅限於高中數學範圍，因此對於學生程度的落差可能會引響其施測結果。但試題內容均已簡單易懂方式進行測驗。冀望結果能夠提供未來教師欲進行學生創造探索的課程有所幫助。

第貳章、文獻探討

本章將分成三個小節，分別為「數學解題歷程」、「創造思考能力」及「一題多解策略研究」，將逐一探討及分析文獻。

第一節、數學解題歷程

為探討學生對於數學題目的多解情況分析，我們從解題歷程開始了解，解題者在面臨一道數學題目時，往往會有不同樣的想法或是做法，而從產生這些想法的過程中，就是發展解題歷程的最首要開始。

一、Polya(1945)解題歷程

解題策略的學者始於 Polya(1945)所出版的書籍「如何解題」(How to solve it)，做了詳盡的分析，且將解題的過程分成四個階段：

- (一)、瞭解問題(Understanding the Problem)；
- (二)、擬定策略(Devising strategy)；
- (三)、執行策略(Carrying out strategy)；
- (四)、驗證解答(Looking back)。

以下將繼續說明四階段的解題歷程：

(一)、瞭解問題

解題者從讀題開始，所面臨的問題必須先瞭解到問題的關鍵點，並從題目中找到適當的條件，分析條件是否充足，亦或是缺少條件。瞭解題目後能否在題目中寫出適當的條件進行策略。

(二)、擬定策略

解題者從原有題目所看到的內容，進行思考從過去以往學習經驗內，是否有相關性的題目或是類似題型卻用不同的表達題目方式進行聯想。而解題者從過往經驗中擬定方法與計畫，將所思考到的方法進行統合分析，綜合激發初步一樣的解題過程與想法。

(三)、執行策略

接續上個階段，從擬定的策略當中將計畫完整寫下。解題者在執行策略過程運用有邏輯的思考模式，將其步驟清出敘述，並且證明每個步驟間的邏輯正確性。而解題者必須將所有想法與不同想法均寫下，瞭解解題者在解題的多元與廣度思考性。

(四)、驗證解答

解題者從不同的邏輯思考模式中運算，所得到的最終答案是否有一致性的成果和在解題歷程中運用到的不同觀念是否有相關的聯想。而從這些過程中，瞭解、擬定、執行階段的方法，分析能夠在類似的題目中獲得相同的驗證。

因此學生在進行數學解題時，歷經了不同的解題歷程。學生在進行一題多解時看到題目必須先瞭解問題，緊接著擬訂計畫，在擬訂計畫過程中，學生將在腦中思考此題擁有何種解題方法或是技巧，在不同的解題模式中最終是否能達到預想結果，因此執行預想方法進行答題與驗證解答。例如，參與者面臨數球題目會在看到題目先瞭解問題所想要的答案，接著思考該如何數出答案，在頭腦中擬定解題策略，再執行策略與驗證解答。以上過程反映在 Polya 的解題歷程上，但學生會頻繁在擬定策略上來回思考，就可能產生出另一個新的解法，因此一題多解中所經歷歷程與 Polya 的解題歷程相符。

二、Schoenfeld (1985)解題歷程

Schoenfeld 於 1985 年所著作的書籍「數學解題」(Mathematical Problem Solving)，所提及影響數學解題的因素分成四個變項如下說明，作為依據：

(一)、資源(resources)

意旨解題者具有的數學解題相關知識，包含數學定義、程序與技巧。

(二)、捷思(heuristics)

意旨解題者的思考策略，例如簡化題意或將題意圖式表格化等。

(三)、控制(control)

意旨解題者在解題過程中，如何決定計畫、選擇解題目標與評估結果等面向。

(四)、數學看法(belief system)

意旨解題者對於題目的數學觀點為何，對於一道題目的數學知識了解或者難易度評分。

然而如何運用資源並採取適當的捷思策略，是由控制因素所引響。因此，Schoenfeld 認為在解題歷程中，以控制因素的觀點修改了 Polya(1945)的解題策略，並將解題歷程分為六個個階段，依序為：讀題(reading)、分析(analysis)、探索(exploration)、計劃－執行(planning - implementation)、驗證(verification)與轉移(transition)，說明及相關問題如下。(翻譯自 Schoenfeld, 1985, P.297-301)

(一)、讀題

R1：解題者注意到問題所有條件嗎？條件是明顯或是模糊的？

R2：解題者正確瞭解目標狀態嗎？目標狀態是明顯或是模糊的？

R3：是否評估解題者現有知識與問題表現的關係？

(二)、分析

A1：解題者選擇的觀點為何？選擇是明顯或是不明顯的。

A2：解題者選擇問題條件會採取行動嗎？

A3：解題者根據問題目標會採取行動嗎？

A4：解題者所選擇的條件和目標有何關聯性。

A5：解題者的行動(A1-A4)的合理性。

(三)、探索

E1：本階段是由問題條件所引起的還是目標引起的？

E2：解題者所採取什麼行動，有方向、重點或是行動有目的嗎？

E3：解題者有無監視行為？監視的行為有無影響解答的結果。

E4：解題者所採取的行為的合理性。

(四)、計劃—執行

PI1：解題者是否有計畫行為？

PI2：解題者計畫與解題有相關嗎？是否適當與有良好架構？

PI3：解題者是否評估計畫的相關性、適當性及結構性？

PI4：解題者的執行是否依照計畫有系統的進行。

PI5：解題者是否在局部或整體層次進行評估執行。

PI6：解題者的評估有無對結果的影響。

(五)、驗證(verification)

V1：解題者是否重新檢查解答？

V2：解題者有無驗算解答，如果有進行，期進行方式為何？

V3：解題者有無歷程及解答的評估，並對結果的信心有多少？

(六)、轉移(transition)

T1：對解題的當前狀態有無評估？解題者若放棄一種解題路徑，是否企圖利用其中有用的部份。

T2：解題者有無評估先前放棄的解題途徑，對於解答產生的局部或是整體影響為何？並採取行動的適當性。

T3：解題者是否評估採取新方法的影響？或是直接使用新的方法？

T4：解題者採用新方法後有無評估或採取行動是否有適當性。

從 Schoenfeld 的解題歷程分析來觀察，與 Polya 的解題歷程部分相似，學生面臨題目時依序產生讀題、分析、探索、計畫—執行、驗證及轉移。而在轉移部份也會是學生發想一題多解的過程，學生在解題完成後評估整個過程是否有其他種解決方法、在解題過程中，在計畫—執行階段所放棄的解法是否能夠完整答題，亦或是評估是否有更快的方法能夠答題。欲探討一題多解的可能性，學生在解題時必經過所有的解題歷程，因此在學生在轉移階段時會產生對於答題的不同種看法，產生一題多解。

第二節、創造思考能力

一、陶倫斯創造思考測驗(Torrance Test of Creative Thinking, TTCT)

創造思考能力探討，由美國心理學家基爾福特(Guilford, 1967)，所提出的「智力結構論」(Structure of Intellect Theory)，在認知層面涵蓋了「擴散性思考」(Divergent Thinking)，意旨在面臨問題時能夠有數種解決的方法。而美國陶倫斯(E.P. Torrance)所編製的陶倫斯創造思考測驗(Torrance Test of Creative Thinking, TTCT)於 1974 年出版。

其測驗的主要目的為測量參與者對題目關係的發現和對題目解決方法的思考能力。測驗題採用開放式問題，各題沒有標準答案，用來測量參與者的擴散性思考，藉由測驗的結果來了解其創造思考的過程，其測驗從四個變量為創造力的評量指標，為流暢性(Fluency)、變通性(Flexibility)、獨創性(Originality)、精密性(Elaboration)。

(一)、流暢性

能夠產生大量想法的能力。若參與者在一定的時間內，思索出的想法數量越多則表示其流暢力越高。

(二)、變通性

思考反應變化的程度。參與者在一定的時間內，思索出的想法種類越多則表示其變通力越高。

(三)、獨創性

能想出與他人不同或很少人可以想到的點子的能力。參與者在一定的時間內思索出的新穎想法越多則表示其高獨創力越高。

(四)、精密性

參與者的思考仔細與周到或精緻化之程度，在一定的時間內，思索出的想法細節敘述越多則表示精密性越高。

二、威廉斯(Williams)創造思考能力

威廉斯(Williams)承襲基爾福特(Guilford)的「智力結構論」(Structure of Intellect Theory)，認為創造力須包含認知及情感兩方面(曹志隆，2004)。其中認知創造行為包括：流暢性(Fluency)、開放性(Open-ended)、變通性(Flexibility)、獨創性(Originality)、精密性(Elaboration)與抽象性描述能力(Titles)特質。在前述四種的認知創造行為與基爾福特和威廉斯所解釋的創造力評量指標均相同，抽象性描述能力意指對於一個圖畫的聯想與設立抽象性描述能力的能力(李偉清，2012)。

由創造思考層面來分析，學生在受到不同刺激，基爾福特與威廉斯在創造思考能力的分析上均有共同分類為流暢性、變通性、獨創性與精密性，在威廉斯創造思考能力上則多了抽象性描述能力。在流暢性、變通性與獨創性的定義上與本研究在數學一題多解上可做相對應知運用，如流暢性在多解上的總數可計算；變通性在數學多解上可進行重新編碼分類，最多種不同解題方法的變通性分數高；獨創性在多解上則是比較與其他參與者的解題過程比較，解法較特殊不一樣的獨創性愈高。

第三節、一題多解策略研究

一題多解的簡易測驗根據日本小學生的解題方式進行編碼(Nagasaki & Yoshikawa, 1989)，並與後續研究(Silver, Leung, & Cai, 1995)進行分析比照。研究主題為數彈珠之簡易數學題目，題目敘述如圖 1 所示。此目的並非研究學生對於困難數學題目的解題方式，目的為找出學生常用的解題模式，而解題過程將個別做分類討論，分類方式依照解題策略(Solution strategies)如下：

請問下圖中有多少個彈珠？盡可能用多種方式找到答案，並寫下你找到的過程與結果。

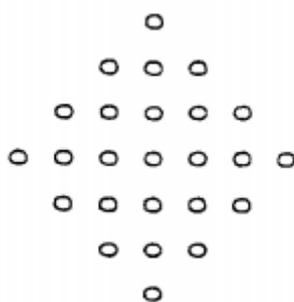


圖 2-3-1、簡易數數的彈珠題目

一、直接計數(Enumeration)

使用點選（圈選）或是畫線方式計數數量，一個一個數或有規則方向性的計數彈珠，未指使用較特殊計數之方法。例如：使用畫計方式將所有彈珠個別點出計數，總共 25 個彈珠。

二、分組計數(Grouping)

將彈珠有系統性的進行分類產生小組計數(subset)。例如：使用幾個一數圈選後進行分類，或是使用直線、橫線和對角線之關係構成的小組分類計數。

三、重新排列(Restructuring)

打破原題目之框架，改變題目原給定樣式進行重排或增減後進行計數。例如：將部分彈珠平移後產生規律性矩形再使用邊常關係數出彈珠數量。

除分析解題策略模式外，也依據參與者的答題模式進行細部討論，而討論的範疇由較大的分類文字(Verbal)或是數學(Mathematical)，再細分方法是直接計數(Counting)、加法計算(Addition)或乘法計算(Multiplication)。歸類說明如下表示：

一、文字敘述上的直接計算 (Verbal Counting)

參與者直接使用文字上的敘述說明計數彈珠的過程。例如：一個一個數，總共有 25 個彈珠。

二、文字敘述上的加法計算(Verbal Addition)

參與者使用文字上的加法敘述，將計數過程敘述出來，並未使用數學上的算式計算。例如：第一列有 1 個彈珠，第二列有 3 個彈珠，第三列有 5 個彈珠，第四列有 7 個彈珠，第五列有 5 個彈珠，第六列有 3 個彈珠，第七列有 1 個彈珠。故總計以上有 25 個彈珠。

三、文字敘述上的乘法計算(Verbal Multiplication)

參與者運用文字上的說明乘法計算過程，並未使用數學上的算式計算。例如：第一、三、五、七斜排彈珠數量都是 4 個，所以 4 乘以 4，再加上第二、四、六斜排彈珠數量都是 3，所以 3 乘以 3，總共 25 個彈珠。

四、數學描述上的加法計算(Mathematical Addition)

參與者使用數學算式的加法過程說明計數彈珠的過程。例如：由上下往下看，其彈珠數量為 $1+3+5+7+5+3+1=25$ ，所以總共有 25 個彈珠。

五、數學描述上的乘法計算(Mathematical Multiplication)

參與者使用數學算式的乘法計算過程，計數彈珠的總共數量。例如：先將彈珠平移後得到一個每邊皆為 5 個彈珠的正方形（如圖 2-3-2 所示），所以總共有 $5 \times 5 = 25$ 個彈珠。

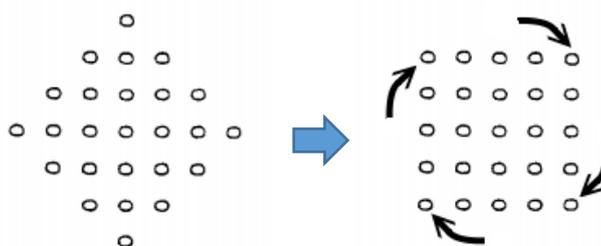


圖 2-3-2、彈珠經由重新排列後使用數學上的乘法運算

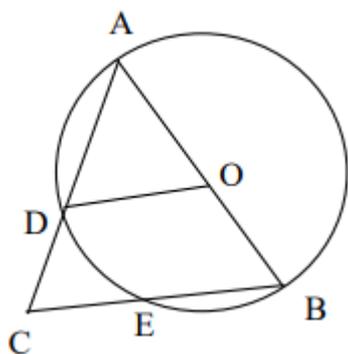
從數學以上的模組化分析，可將參與者對於解題的歷程研究。把參與者在的過程分類，分類依據上述的分類方式，即可進入敘述統計(Descriptive Statistics)將男女學生與各類變相進行分析研究。本研究採用與 Analysis of Japanese Results on Marble Arrangement in Common Survey 的研究方法相似，為測得參與者在解不同的題型時所採用的方法進行測驗分析。試題題目之第一題設計參考此篇研究，採用簡單數學題目—數彈珠形式改為計數球的數量。

在一題多解上 Levav-Waynberg & Leikin 在 2009 年所提出的研究 Multiple Solutions For A Problem : A Tool For Evaluation Of Mathematical Thinking In Geometry 中，將一個幾何證明題目給 3 組 10 年級學生總共 52 人，其中這些學生都是屬於在幾何圖形上擁有是比較高的數學能力。研究者給學生施測兩道題目，

為測驗學生的一題多解能力，而將不同的多解能力的差異定義為以下四個分類，分別為(1)使用不相同的數學概念、(2)使用不同的性質、(3)使用不同的數學工具和(4)使用不同的輔助結構的差異。

其中以該文章中一個試題為例：

如圖， A 、 B 是一個圓上兩點且 \overline{AB} 為過圓心 O 的直徑。其中點 D 和點 E 也在同一圓上的相異兩點，且 \overline{DO} 平行 \overline{EB} 。若點 C 為 \overline{AD} 和 \overline{BE} 的延伸線的交點，試證明 $\overline{CB} = \overline{AB}$ ，且運用多種方法去證明之。



範例解答

解法一：

$$\overline{DO} = \frac{1}{2}\overline{AB} \quad (\text{圓的半徑皆相同})$$

$\Rightarrow \overline{DO}$ 為三角形 ABC 的中線 (平行 \overline{BC} 且交於 \overline{AB} 之中點)

$$\Rightarrow \overline{DO} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{BC} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}$$

解法二：

\overline{DO} 平行 $\overline{EB} \Rightarrow \angle AOD = \angle ABC$ (平行直線同位角相同)

$\Rightarrow \angle A = \angle A$ (共用角) $\Rightarrow \triangle AOD \sim \triangle ABC$ (AA 相似)

$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}$ (等腰三角形相似後依然是等腰三角形)

解法三：

$\overline{DO} = \overline{AO}$ (相同的半徑) $\Rightarrow \angle ADO = \angle A$ (等腰三角形兩底角相同)

$\angle ADO = \angle ACB$ (平行直線同位角相同), $\angle ACB = \angle ADO = \angle A$

$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}$ (由等腰三角形可知兩邊相等)

解法四：

輔助結構：延長 \overline{DO} 直到 F 點，使 \overline{DF} 為直徑。繪製線 \overline{FB} (如圖所示)。

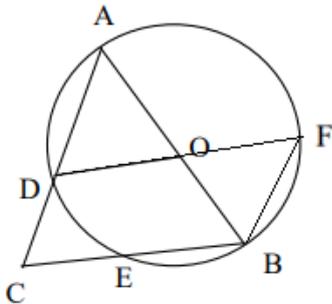
$\overline{DO} = \overline{AO}$ (相同的半徑) $\Rightarrow \angle ADO = \angle A$ (等腰三角形兩底角相同)

$\angle F = \angle A$ (所對應的弧相同)

$\Rightarrow \angle F = \angle ADO \Rightarrow \overline{CD} \parallel \overline{BF}$ (內錯角相同)

$\Rightarrow DFBC$ 為一平行四邊形 (兩對邊互相平行)

$\Rightarrow \overline{DF} = \overline{CB}$ (平行四邊形對邊相等) 且 $\overline{DF} = \overline{AB}$ (直徑) $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}$



由上範例的一題多解總共舉出四種不同種方法，這四種不同方法中，歸納成如下表 2-3-1，全部均使用不同的數學概念。而解法一、解法二、解法三使用了等腰三角形的性質；解法二、三、四跳脫三角形的已知工具使用平行線，因此在工具的表現上也不相同。其中以解法四方法最特殊，運用了輔助結構，就是做了輔助線進行解題，方法較具有創意性。此篇文章研究內容之創造性分數表格，在創造力(Creativity)分數上具有較高的分數評分，除運用較高層次的思考外，也是獨創性的解題方法。

表 2-3-1、數學多解概念、性質、工具及輔助結構分析

	解法一	解法二	解法三	解法四
數學概念	等腰三角形	等腰三角形、 平行	等腰三角形、 平行	平行、 平行四邊形
數學性質	兩邊相等	同位角相同、 相似三角形	同位角相同	內錯角相同、 對邊相等
數學工具	三角形	平行線	平行線	平行線
輔助結構	無	無	無	輔助線

由於此篇方法採用的參與者均為擁有高數學知識的學生，因此在學生的回答方面會有較特殊的方法。但本研究採取常態編班之班級進行施測，學生程度並非高擁有高數學知識學生，因此所設計之題目均為較容易之題型，避免過困難的題目導致學生在時間內無法有多元作答。

此篇研究將數學多解分為使用不同的概念、性質、工具或輔助結構，進行參與者在解題的歷程分析。本研究將不探討數學工具一類，將數學解題做不同的分析，並呼應前述創造思考的分類流暢性、開放性、變通性、獨創性、精密性與標題，但用於分析參與者數學解題僅分析其流暢性、變通性與獨創性。

不採用創造思考的開放性、精密性及標題，主要在解題過程中並無如創造思考中的量表中能夠在想法中加入有意義線條、將想法分門別類或為自己的做法進行命名。因此本研究中將只採納數學解題與創造思考能夠測出的共同特性分別為流暢性、變通性和獨創性。

第參章、研究方法與設計

本章將分成四個小節，分別為「研究對象」、「研究工具」、「研究流程」及「資料收集與分析」，將逐探討各細項研究與說明。

第一節、研究對象

本研究採用某所高中生三年級學生，為減少樣本的教師上課方式所造成的差異，施測班級均以同樣的數學授課教師，讓組內的差異性降至最低。

一、預試對象：

高雄市某所高級中學，高二自然組學生，學生人數 31 人，為常態編班個一個班級。

二、正式施測對象：

高雄市某所高級中學，與預式學校相同，高三自然組學生，兩個班級 56 名學生，而選用自然組學生為數學能力具有較好的數學基礎能力，採常態編班制，且兩班的學生數學能力相近，亦為同一位數學老師所授課。

第二節、研究工具

一、數學一題多解試題設計

測量數學一題多解能力的研究工具由四道試題，分別為簡易數學題目「數球」（N：數量）、已知三頂點計算三角型面積（S：空間）、純數字計算（A：代數）和基礎排列組合問題（D：機率統計）進行施測。此工具僅用於量測學生的數學一題多解能力。

數球的一題多解方式為過去的研究(Silver, Leung, & Cai, 1995)的解題模式類似，藉由類似題行進行，第一題為簡易的數球的方式量測學生對於解析題意與解釋作法知識分析；第二道題目為給定三個相異且不共線的點座標，由三個點座標可以為出一個三角形，求此三個點座標所為出的三角形面積；第三道題目為給定一純數字計算題，運用不同方式求得其答案，此題試題由(Krutetskii, 1976)書中所提及一題多解代數測驗(Algebra test)題；第四道題目為一基礎排列組合之問題，可由簡易的計數方試求出答案，亦可使用高中課程所學的內容進行答題。

這四道題目依據「十二年國教綱要數學學習領域」所分的數學能力指標為數與量、幾何、代數、統計與機率與連結等五大主題。前述四項主題的能力指標以分別以英文字母 N、S、A、D 標示成「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」四個主題。

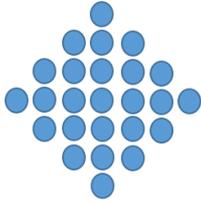
設計出的四道題目的第一道題「數球」符合十二年國教綱要數學學習領域的數學能力指標 N，第二道題「三頂點計算三角型面積」符合十二年國教綱要數學學習領域的數學能力指標 S，第三道題純數字計算符合十二年國教綱要數學學習領域的數學能力指標 A 及第四道題「排列組合」符合十二年國教綱要數學學習領域的數學能力指標 D。藉由四個不一樣的能力指標，設計出四個可以運用多種運算方法的題目，範圍從國小到高中的數學題目，可以讓參與者完整測出對於一題多解能力的分析，不會僅著墨於特殊題型才會有多種解法。

設計出的四道題目符合表面效度 (Face Validity)，在試寫者與本研究者欲研究的主题相互契合。且經由論文指導教授、在職高中教師、在職補習班高中教師、數學領域專長之教師與有教學經驗的三位教師共同審核，且經過學生的試寫過後，使得四道題形式之工具亦符合內容效度 (Content Validity) 的專家效度鑑定。

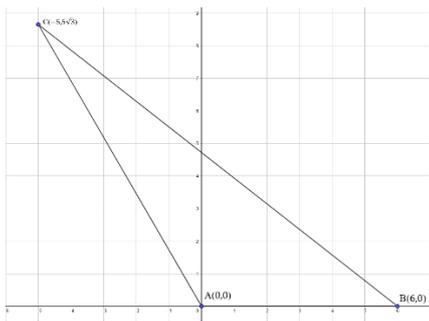
四道試題如下說明：

同學您好，現在我們要進行一題多解，同學知道答案後，請盡可能做出多種作法。同學在格子內編號「1.」寫入第一種作法，其他做法請依序填入下一格（例如：作法二填入編號「2.」的格子，作法三填入編號「3.」的格子，以此類推）。請同學分配好時間（20分鐘）完成全卷4個題目，若方法多種，而給予格子數目不夠，請同學自行在空白處加入往後編號繼續作答。

試題一、(數球題) 請算出如下圖的球數量。



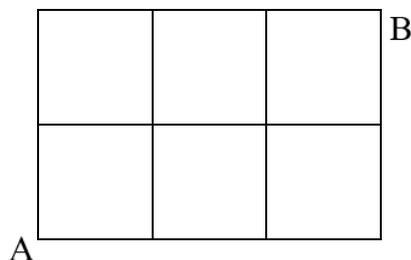
試題二、(面積題) 已知座標平面上三點 $A(0,0)$ 、 $B(6,0)$ 和 $C(-5,5\sqrt{3})$ ，試求 ΔABC 面積。



試題三、(代數題) 請計算出 $113^2 - 112^2$ 的答案

試題四、(排組題) 由 A 點沿著格線走到 B 點，只能向上或向右行走，請找出行走方法。

[找出多種計算方法，直接畫圖僅算一種，答案亦不可為一個數字 n 種]



上述的每一個試題下均有提供充分的作答空間共 9 格，且已標上題號，可讓研究者分析時了解呈現順序，探討學生一題多解能力，詳細試題見附件一。

二、創造思考量表

本研究探討創造思考能力的方法為使用「威廉斯創造力測驗 (Creativity Assessment Packet, 簡稱 CAP)」，此量表同時具有認知和情意的創造力的評量，分別以威廉斯創造性思考活動 (CAP Test of Divergent Thinking) 評量認知創造力、威廉斯創造性傾向量表 (CAP Test of Test of Divergent Feeling) 評量情意創造力與威廉斯創造思考和傾向量評定量表。在本次研究中，為研究參與者的流暢性、變通性和獨創性，僅需要使用到威廉斯創造性思考活動，而沒有使用到威廉斯創造性傾向量表。因此以下僅說明創造思考活動的測驗量表。

威廉斯創造性思考活動 (CAP Test of Divergent Thinking)

根據研究模式威廉斯創造力測驗修訂版。(于曉平、林幸台，2019)，本測驗背景變項將原有的線條，並將其完成為有意義的圖畫，總計 12 題，參與者要在規定的 20 分鐘內，依序完成圖畫，並將運用創意幫自己完成的圖畫取名字。

此測驗可測得流暢性(Fluency)、開放性(Open-ended)、變通性(Flexibility)、獨創性(Originality)、精密性(Elaboration)及抽象性描述能力(Titles)描述能力的六個向度的成績，以上六種成績相加即得總分。

計分方式：總共 12 個圖，6 項計分方式。

(一)、流暢性：

每完成一個圖即可獲得 1 分，最高 12 分。

(二)、開放性：

將參與者所畫的圖形依照是否將給予線條封閉並在刺激圖畫上進行描寫或是加上有意義線條進行計分。

(三)、變通性：

將參與者所畫的圖形依照分類標準的類別，分別歸類，將內聯想到的圖形類別相關性越低，則得分就越高，最高可得 12 分。

(四)、獨創性：

參與者在圖形那一部位進行作畫來記分，按照比例計算出其給分標準，但因若干圖形實際的人數不同，所以在各圖形間的比例計算會有些許誤差。若在圖形次數出現過 5% 以上獲得 0 分，圖形出現次數在 2~4.99% 獲得 1 分，圖形出現次數在 2% 以下獲得 2 分，若在表格中查無的反應則獲得 3 分。最高可得 36 分。

(五)、精密性：

參與者所畫的圖形對稱效果來判別，是否具有對稱性來記分，若圖形之內外部皆對稱得 0 分，外部不對稱得 1 分，內部不對稱得 2 分，內外皆不對稱給 3 分，最高得 36 分。

(六)、抽象性描述能力：

參與者所使用詞語之長度與抽象度、複雜度來記分，若沒有命名得 0 分，只單純的命名得 1 分，有略加修辭得 2 分，具有抽象、想像性、有完整意義者得 3 分，最高可得 36 分。

以上對於不同學者在不同年代所指的創造性整理重點，威廉斯創造性傾向量表與威廉斯創造思考和傾向量評定量表，此兩份量表在本次研究中沒有採用，本研究僅探討創造思考能力的流暢性、變通性與獨創性，不採納開放性、精密性與抽象性描述能力，此三者能力分析在研究一題多解的分析上，並無直接的創造思考對應關係，因此未納入此次研究的評分項目，亦無給予參與者進行回答，主要以創造性思考 (Divergent Thinking) 分析一題多解與思考性相關。

第三節、研究流程

本研究將採用量化資料的統計分析，分別收集高三自然組學生的創造思考能力與數學一題多解能力的測驗結果。其中創造思考能力的測驗可分別測得創造性思考與創造性傾向，創造性思考的測驗結果可細分為創造之流暢性、創造之變通性與創造之獨創性；創造性傾向的測驗結果可細分為創造之想像力與創造之挑戰度。數學一題多解能力的測驗可測得參與者的數學解題的流暢性、數學解題的變通性與數學解題的獨創性。

藉由測驗結果，分析創造思考能力之流暢性、變通性與獨創性和數學一題多解之流暢性、變通性與獨創性，在各個能力之間是否有存在顯著相關，並探究數學一題多解的解題特性，將整個分析流程如下圖 3-3-1 顯示，虛線表示探討兩個變數間的相關程度。

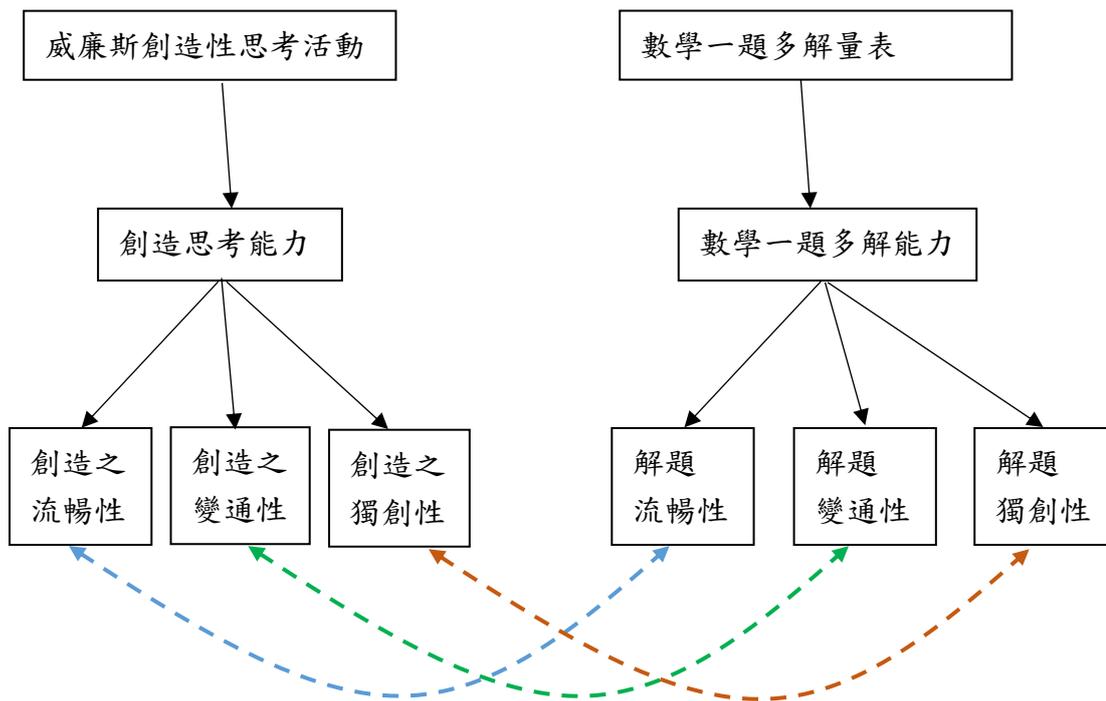


圖 3-3-1、研究架構

第四節、預試及資料分析

一、多解能力

本研究將參與者在完成各個試題的做法進行分析與歸類，並且由匿名編碼以維護學生的個資權益。將分析的結果進行統計結論。

數學一題多解計分方式如下：

流暢性：參與者所回答的一個做法可獲得 1 分，最低得 0 分，最高可得 9 分。

變通性：將參與者所回答的解題方法依照不同解題方式進行歸類，使用一種解題方法得 1 分，使用兩種解題方法得 2 分，以此類推。最低得 0 分，最高得 9 分。

獨創性：統計所有參與者的答題方法，全部 31 份試題中使用了異於其他參與者的方法數而得分，使用多了 2 種方法即獲得 1 分，使用多了 2 種方法即獲得 2 分，以此類推。最低得 0 分，最高得 9 分。

(一)、數球題

此題參考之前的研究題型(Silver, Leung, & Cai, 1995)為數量題，雖原研究的施測對象為低年級小學生，但經過預試的測驗後，學生在解題過程中並無遇到任何特殊問題，施測結果符合預期的分析與分類。

如下圖 3-4-1 參與者學生 A 的答題方法，可以看出該生在答題時使用了直接計數（答題編號 1）、分組（答題編號 2、3、4、5、6、7、8）及重新建構圖形（答題編號 9）。從此題參與者的答題狀況來分析，在數學一題多解的流暢性獲得了 9 分；變通性獲得 3 分（使用了直接計數、分組和重新建構圖形）；獨創性則獲得 0 分，因為總攬所有參與者在此題多解方法中，學生 A 答題的狀況均無異於其他參與者的解題方法，所有分類均有共同的相同的解題方法。

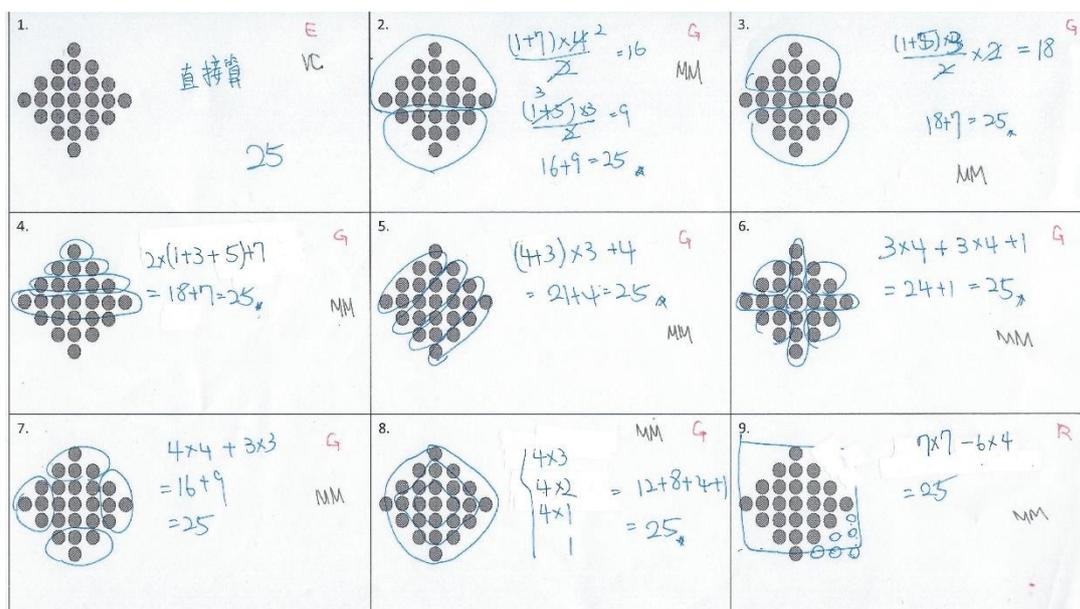


圖 3-4-1、學生 A 答題結果

(二)、面積題

本題面積題為幾何題運算，可運用多種高中所學的方式，從最基礎的等，但是因為預試年級為高中二年級上學期，仍未教到向量，所以在學生的答題過程中，少了一種可能性可以答題，不過不影響本次預試施測結果。

如下圖 3-4-2 的參與者學生 B 解題方法，運用了一般三角形面積底乘以高除以二（答題編號 1）、海龍公式（答題編號 2）、三角函數（答題編號 4）與面積切割（答題編號 3、5）方法答題，此學生 B 能在短時間內答出不同的想法。此份解題的流暢性獲得 5 分；變通性獲得 4 分，因為使用了三角形面積底乘以高除以二、面積切割、海龍公式和三角函數面積計算；獨創性則獲得 0 分，這些解題方法其他參與者也有想到，因此不計獨創性分數。

試題一、已知座標平面上三點 A(0,0)、B(6,0)和 C(-5,5√3)，試求△ABC 面積。

<p>1.</p> $\frac{6 \times 5\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$	<p>2.</p> $\sqrt{15 \times 1 \times 5 \times 9} = 15\sqrt{3}$	<p>3.</p> $55\sqrt{3} - \frac{25\sqrt{3} + 55\sqrt{3}}{2} = 55\sqrt{3} - 40\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$
<p>4.</p> $\frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \sin 120^\circ \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 15\sqrt{3}$	<p>5.</p> $\frac{10 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{5 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = \frac{6 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$	
<p>7.</p>	<p>8.</p>	<p>9.</p>

圖 3-4-2、學生 B 答題結果

另一位參與者學生 C 答題結果如下圖 3-4-3，在解題的流暢性獲得 3 分（答題編號 2 與答題編號 4 解法相同，兩者計分算 1 分，答題編號 5 解法未完成因此不計分）；變通性獲得 3 分，因為使用了三角形面積底乘以高除以二、面積切割與行列式；獨創性在此題獲得 1 分，此參與者與提他參與者相比，多出行列式（答題編號 3）計算方法，因此獲得分數。

試題一、已知座標平面上三點 A(0,0)、B(6,0)和 C(-5,5√3)，試求△ABC 面積。

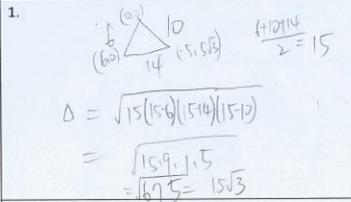
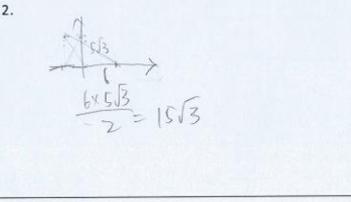
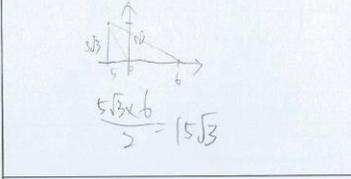
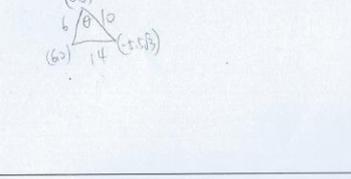
1. 	2. 	3. $\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 5\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ $\Delta = \frac{1}{2} 30\sqrt{3} - 0 $ $\Delta = 15\sqrt{3}$
4. 	5. 	6.
7.	8.	9.

圖 3-4-3、學生 C 答題結果

(三)、代數題

本題兩數之差為代數運算，試題由(Krutetskii，1976)書中所提及一題多解代數測驗題，可運用直接運算亦或是使用可直接觀察出的平方差公式運算，更進階的想法也可由面積或是因數題出等方法。

參與者學生 D 的解題方法如下圖 3-4-4，有使用平方差（答題編號 1）、直接運算（答題編號 2）、及拆數字進行運算（答題編號 3）等。較特殊的是學生 D 將數字使用代數代替（答題編號 1、4、5），創造出更多種帶數變換的計算方法。因此此份在解題的流暢性獲得 5 分；變通性獲得 4 分，因為使用平方差、直接運

算、拆數字與代數運算；獨創性在此題獲得 1 分，此參與者**學生 D** 與提他參與者相比，多出代數運算，因此獲得分數。

試題二、請計算出 $113^2 - 112^2$ 的答案		
1. $113^2 - 112^2$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $(113+112) \times (113-112)$ $= 225 \times 1$ $= 225$	2. $113^2 - 112^2$ $\begin{array}{r} 113 \\ \times 113 \\ \hline 113 \\ 1130 \\ \hline 12669 \end{array}$ $\begin{array}{r} 112 \\ \times 112 \\ \hline 224 \\ 1120 \\ \hline 12544 \end{array}$ $\begin{array}{r} 12669 \\ - 12544 \\ \hline 225 \end{array}$	3. $113^2 - 112^2$ $(100+13)^2 - (100+12)^2$ $(10000 + 2600 + 169) - (10000 + 2400 + 144)$ $= 12699 - 12544$ $= 225$
4. $113^2 - 112^2$ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ $a^2 - b^2 = (a+b)^2 - 2ab - 2b^2$ $= (225)^2 - 2 \times 113 \times 112 - (112)^2 \times 2$ $= 225$	5. $113^2 - 112^2$ $a^2 - b^2 = (a-b)^2 + 2ab - 2b^2$ $= (1)^2 + 2 \times 113 \times 112 - (112)^2 \times 2$ $= 225$	6. $113^2 - 112^2 =$
7. $113^2 - 112^2$	8. $113^2 - 112^2$	9. $113^2 - 112^2 =$

圖 3-4-4、學生 D 答題結果

由另一位參與者**學生 E** 所解題的方法如下圖 3-4-5，從此份在解題的流暢性獲得 4 分；變通性獲得 4 分，因為使用平方差（答題編號 2）、直接運算（答題編號 1）、提出公因數（答題編號 4）及圖解（答題編號 3）；獨創性在此題獲得 1 分，此參與者與提他參與者相比，多出圖解運算，因此獲得分數。

試題二、請計算出 $113^2 - 112^2$ 的答案

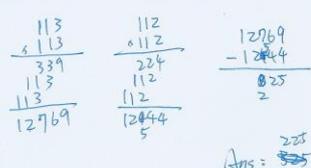
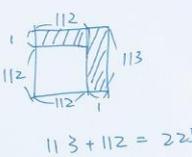
<p>1. $113^2 - 112^2$</p>  <p>Ans: 225 225</p>	<p>2. $113^2 - 112^2$</p> $= (113 + 112)(113 - 112)$ $= 225 \times 1$ $= 225$	<p>3. $113^2 - 112^2$</p>  <p>$113 + 112 = 225$</p>
<p>4. $113^2 - 112^2$</p> $= 113 \times 113 - 112 \times 112$ $= 112 \times 113 + 113 - 112 \times 112$ $= (113 - 112)112 + 113$ $= 1 \times 112 + 113$ $= 225$	<p>5. $113^2 - 112^2$</p>	<p>6. $113^2 - 112^2$</p>
<p>7. $113^2 - 112^2$</p>	<p>8. $113^2 - 112^2$</p>	<p>9. $113^2 - 112^2 =$</p>

圖 3-4-5、學生 E 答題結果

(四)、排組問題

本題為高中課程排列組合常見的試題，捷徑問題，屬於統計題。大部分參與者均使用如下圖 3-4-6 學生 F，解題方法方法將結果畫出來，雖然不算學生計算錯誤，但未達到一題多解測驗的目的，因此將修改題目敘述，讓學生能夠更明白的作答。在預試的參與者解題的流暢性獲得 2 分；變通性獲得 2 分（圖解法答題方法為編號 1~9 與角註累積加法答題方法為題目上）；獨創性在此題獲得 0 分。

試題三、如下圖，由 A 點沿著格線走到 B 點，只能向上或向右行走，請問總共有幾種不同方法。

圖 3-4-6、學生 F 答題結果

分析此題做法有直接一條一條計數（答題編號 1~9）、使用有討論性的「角註累積加法」（題目上）、不盡相異物排列方法（如圖 10、答題編號 1）與路徑選取的組合性解法（如圖 3-4-7、答題編號 2）等。但是可能題目敘述不夠明確，導致學生做法均變成一條一條畫出來，而總共把 10 條方法畫出來的結果。

圖 3-4-7、預想其他的解題結果

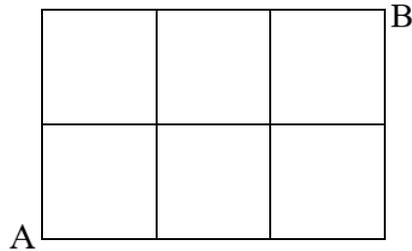
二、多解能力與創造思考能力分析

(一)、數學一題多解預試解法結果

試 題	研究者預想解法	預試結果
1. 數球題	直接計數	✓
	分組分堆	✓
	重新建構	✓
2. 面積題	底乘以高除以二	✓
	面積切割	✓
	海龍公式	✓
	三角函數面積計算	✓
	向量	✓
3. 代數題	平方差	✓
	直接運算	✓
	拆數字	✓
	代數運算	✓
	圖解運算	✓
4. 排組題	圖解法	✓
	角註累加	✓
	重複排列	✗
	路徑選取	✗

在試題四（排組題）未達到預期所要測試的 4 個結果，因此將試題修正為以下：

（捷徑問題）由 A 點沿著格線走到 B 點，只能向上或向右行走，請找出行走方法。**[找出多種計算方法，直接畫圖僅算一種，答案亦不可為一個數字 n 種]**



修改後的原題意均無做任何更改，但新增加註語，見上述中括號的粗體文字，避免學生再次產生全部僅運用畫圖的一種方法進行解題。

從一題多解能力，可將學生的解題結果進行歸類分析，瞭解出學生在數學上使用的數學觀點總共有幾種。而在參與者中，依照同樣時間的回答數測出學稱在數學上多解的流暢性(Fluency)；觀察解題技巧中運用了聯想關係而找出新的方法的變通性(Flexibility)；在數學上的解題技巧中使用與其他參與者不同的方法為數學多解上的獨創性(Originality)。

在數學一題多解的計分上，經由另一位研究者閱讀本數學一題多解的計分方法，隨機抽取 6 份進行計分。除了研究者本人，兩人計分過程未經過任何討論且為分開計分，所得結果對照後與研究者所計分分數相符，符合評分者間信度 (Scorer Reliability)。詳細記份結果在附錄一與附錄二。

(二)、威廉斯創造思考能力分析

從同樣參與者中，分析同一位參與者在創造思考能力測驗中的流暢性、變通性與獨創性，與在數學上的流暢性、變通性與獨創性在不同面相所獲得的分數進

行敘述統計分析，了解兩者間的相關程度。再與創造性傾向比較參與者在想像力和挑戰度之間的相關程度，可推得數學一題多解能力是否與創造思考能力具有相關性。

本研究對於威廉斯創造思考量表的計分方法先由研究者進行計分，且經由指導教授進行抽樣 12 個題目計分，初步得到有一些的計分方法出入。與指導教授共同檢視計分結果差異，討論過後將彼此間的計分誤差更正後均得到相同的計分結果，隨後本研究的創造思考量表分數由研究者進行計分。此一過程在計分上達到評分者間信度（Scorer Reliability）。詳細計分結果在附錄三與附錄四。

以上信度檢核的部分，可參閱附錄一及附錄三的灰色底部分，表示為同一位同學編號的檢測結果。

第肆章、研究結果及討論

本章節分成「數學一題多解分析」、「創造力分析」、「多解能力及創造思考能力綜合相關分析」及「高低分組分析」。

威廉斯創造思考量表（于曉平、林幸台，2019）上的計分方法如下：

1. 流暢性(Fluency)：每完成一個圖即可獲得 1 分，最高 12 分。
2. 變通性(Flexibility)：將參與者所畫的圖形依照分類標準的 18 個種類，例如 A.動物、B.動物器官、C.服裝首飾、D.建築物、E.建築材料、F.食物...等分別歸類，將聯想到的圖形類別彼此相關性越低，則得分就越高，最高可得 12 分。
3. 獨創性(Originality)：參與者在圖形那一部位進行作畫來記分，按照比例計算出其給分標準，但因圖形實際的人數均不同，所以在各圖形間的比例計算會有些許誤差。在圖形次數出現過 5%以上獲得 0 分，圖形出現次數在 2~4.99%獲得 1 分，圖形出現次數在 2%以下獲得 2 分，若在給定表格中查無的答題反應則獲得 3 分。最高可得 36 分。

第一節、數學一題多解分析

本研究總共收集 56 位普通高中三年級自然組學生的回答進行分析，來自兩個班級共 56 位學生均是同一位數學教師所教課，因此並非有不同數學教師授課影響學生作答能力之疑慮。

在此份數學一題多解測驗，可測得數學解題的流暢性、數學解題的變通性及數學解題的獨創性。計分方式如下所敘：

1. 數學解題的流暢性：

參與者所回答的一個做法可獲得 1 分，最低得 0 分，最高可得 9 分。

2. 數學解題的變通性：

將參與者所回答的解題方法依照不同解題方式進行歸類，使用一種解題方法得 1 分，使用兩種解題方法得 2 分，以此類推。最低得 0 分，最高得 9 分。

3. 數學解題的獨創性：

統計參與者的答題方法，佔全部 56 份試題中使用了全部的方法中的 10%~20% 獲得 1 分，使用了全部的方法中的 10% 以下獲得 2 分，其餘零分計算。若同一個參與者使用多次的 10% 以下的方法與 10%~20% 的方法數，則獨創性分數將往上加總，因此最低得 0 分，最高得 18 分。

一、數球題

將 56 份之數球題的回答進行分析，分析如下表：

表 4-1-1、數球題的創造力分析

編號	性別	數學解題 流暢性	數學解題 變通性	數學解題 獨創性
1	B	9	2	0
2	B	2	2	0
3	B	5	2	4
4	B	4	2	0
5	B	7	3	2
6	B	6	2	0
7	B	2	1	0
8	B	4	2	0
9	B	6	3	4
10	G	5	2	0
11	G	6	2	0

12	G	7	3	2
13	G	3	2	0
14	G	8	2	0
15	G	5	2	0
16	G	4	2	0
17	G	6	2	0
18	G	4	2	0
19	G	7	2	0
20	G	4	2	0
21	G	4	2	0
22	G	2	2	0
23	G	5	2	0
24	G	5	3	2
25	G	6	2	0
26	G	9	2	0
27	B	1	1	0
28	B	4	2	0
29	B	3	2	0
30	B	4	2	0
31	B	7	2	0
32	B	5	2	0
33	B	3	3	2
34	B	9	2	0
35	B	6	3	2
36	B	3	2	0
37	B	7	2	0
38	B	2	2	0
39	B	6	3	2
40	B	4	2	0
41	B	7	1	0
42	B	1	1	0
43	B	9	2	0
44	B	1	1	0
45	B	5	1	0
46	B	2	2	0
47	G	6	2	0
48	G	7	3	2
49	G	2	1	0

50	G	3	2	0
51	G	1	1	0
52	G	6	2	0
53	B	6	2	0
54	B	6	2	2
55	B	7	2	0
56	G	3	2	0

在數球題的變通性分析中，總共出現了三種不同的解題方法，分別為「直接計數」、「分組分堆」及「重新建構」，解題模式由下圖 4-1-1 所示，因此在此題中變通性最高為 3 分，最低為 0 分。在獨創性上以直接計數的方法在全體參與者總共出現 64 次，分組分堆的方法在全體參與者總共出現 194 次，重新建構的方法在全體參與者總共出現 12 次。依序使用總次數的百分比的計算，各占了全部答案的 23.70%、71.85%與 4.44%，因此使用「重新建構」的回答方式，在數學解題獨創性中可獲得 2 分，其餘因為重複性過高，沒有獲得獨創性分數，若同一個參與者使用了兩次的重新建構方式回答，則獨創性分數獲得兩分，以此類推。此題在獨創性分數上沒有獲得 1 分的成績，所使用的方法數最低為 4.44%，在上方的計分方式為獲得 2 分。並無解題方法次數百分比落在 10%~20%區間。

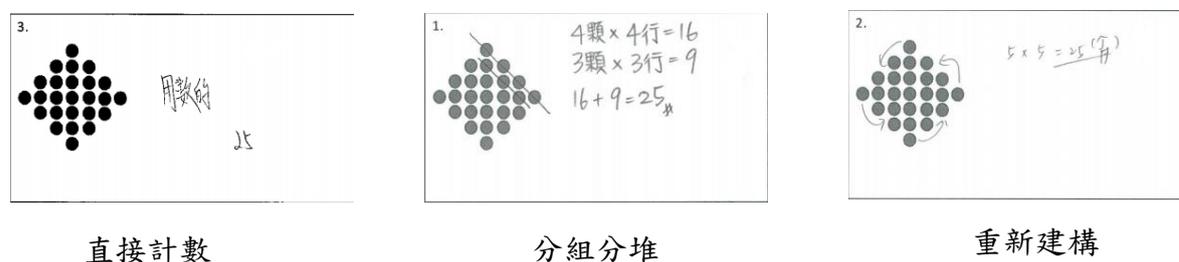


圖 4-1-1、數球題解題模式範例

數球題	數學解題 流暢性	數學解題 變通性	數學解題 獨創性
全體平均	4.84	2.00	0.43
男生平均	4.78	1.97	0.56
女生平均	4.92	2.04	0.25

在數球題上，全體的數學解題流暢性平均 4.84 分、全體的數學解題變通性 2.00 分與全體的數學解題獨創性 0.43 分。個別計算男女生的數學解題流暢性平均分別為 4.78 分和 4.92 分，男女生的數學解題變通性平均分別為 1.97 分和 2.04 分，男女生的數學解題獨創性平均分別為 0.56 分和 0.25 分。

二、面積題

將 56 份之面積題的回答進行分析，分析表如下：

表 4-1-2、面積題的創造力分析

編號	性別	數學解題 流暢性	數學解題 變通性	數學解題 獨創性
1	B	4	4	3
2	B	4	4	3
3	B	1	1	0
4	B	2	2	1
5	B	2	2	1
6	B	5	4	4
7	B	0	0	0
8	B	3	2	2
9	B	1	1	1
10	G	0	0	0
11	G	1	1	1
12	G	1	1	1
13	G	0	0	0
14	G	0	0	0
15	G	2	2	1
16	G	2	2	2

17	G	3	3	2
18	G	0	0	0
19	G	0	0	0
20	G	3	3	2
21	G	4	4	3
22	G	1	1	0
23	G	2	2	2
24	G	0	0	0
25	G	2	2	1
26	G	1	1	0
27	B	0	0	0
28	B	0	0	0
29	B	0	0	0
30	B	1	1	0
31	B	1	1	1
32	B	4	4	3
33	B	0	0	0
34	B	0	0	0
35	B	2	2	2
36	B	0	0	0
37	B	2	2	1
38	B	1	1	1
39	B	4	4	3
40	B	0	0	0
41	B	0	0	0
42	B	0	0	0
43	B	2	2	2
44	B	0	0	0
45	B	0	0	0
46	B	0	0	0
47	G	1	1	1
48	G	2	2	1
49	G	1	1	0
50	G	0	0	0
51	G	1	1	0
52	G	0	0	0
53	B	0	0	0
54	B	1	1	0

55	B	0	0	0
56	G	1	1	1

在面積題的變通性分析中，總共出現了五種不同的解題方法，分別為「底成以高除以二」、「面積切割」、「海龍公式」、「三角函數面積計算」及「向量」，解題模式由下圖 4-1-2 所示。因此在此題中變通性最高為 5 分，最低為 0 分。在獨創性上以底成以高除以二的方法在全體參與者總共出現 22 次；面積切割的方法在全體參與者總共出現 13 次；海龍公式的方法在全體參與者總共出現 10 次；三角函數面積計算的方法在全體參與者總共出現 11 次；向量的方法在全體參與者總共出現 12 次。各占了全部答案的 32.35%、19.12%、14.71%、16.18%與 17.65%，因此使用「面積切割」、「海龍公式」、「三角函數面積計算」及「向量」的回答方式，在數學解題獨創性中可獲得 1 分，其餘因為重複性過高，沒有低於 10% 以下的回答方式，因此沒有 2 分的獨創性分數。

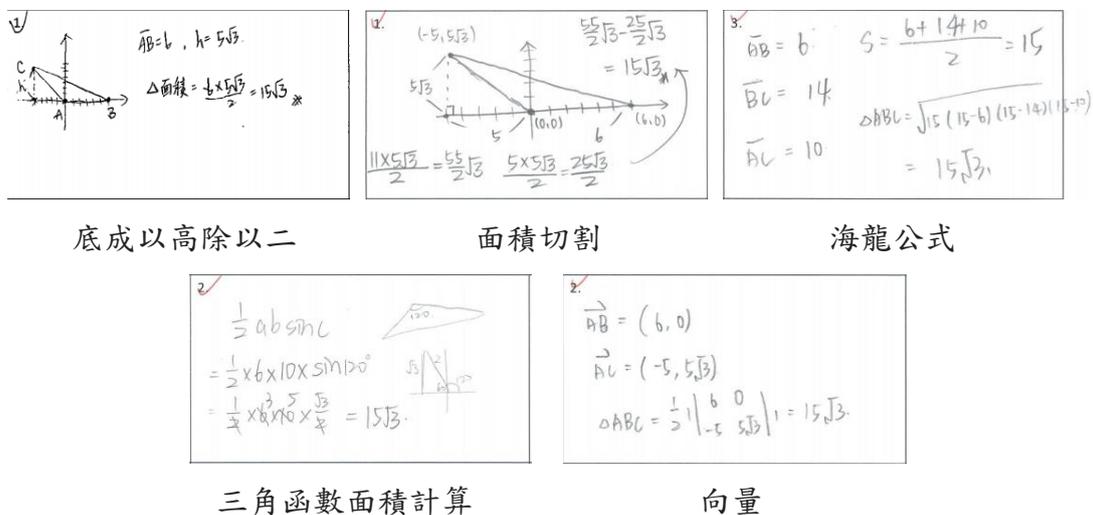


圖 4-1-2、面積題解題模式範例

面積題	數學解題 流暢性	數學解題 變通性	數學解題 獨創性
全體平均	1.21	1.18	0.82
男生平均	1.25	1.19	0.88
女生平均	1.17	1.17	0.75

在面積題上，全體的數學解題流暢性平均 1.21 分、全體的數學解題變通性 1.18 分與全體的數學解題獨創性 0.82 分。個別計算男女生的數學解題流暢性平均分別為 1.25 分和 1.17 分，男女生的數學解題變通性平均分別為 1.19 分和 1.17 分，男女生的數學解題獨創性平均分別為 0.88 分和 0.75 分。

三、代數題

將 56 份之代數題的回答進行分析，分析表如下：

表 4-1-3、代數題的創造力分析

編號	性別	數學解題 流暢性	數學解題 變通性	數學解題 獨創性
1	B	5	3	0
2	B	3	3	0
3	B	2	2	0
4	B	2	2	2
5	B	3	3	0
6	B	2	2	0
7	B	1	1	0
8	B	3	3	0
9	B	3	3	0
10	G	4	2	0
11	G	2	2	0
12	G	3	2	0
13	G	3	3	0
14	G	2	2	0
15	G	3	3	0
16	G	4	2	0

17	G	2	2	0
18	G	3	2	0
19	G	0	0	0
20	G	6	3	0
21	G	3	3	0
22	G	1	1	0
23	G	4	3	0
24	G	3	3	0
25	G	0	0	0
26	G	1	1	0
27	B	1	1	0
28	B	1	1	0
29	B	3	3	2
30	B	1	1	0
31	B	2	2	0
32	B	3	3	0
33	B	2	2	0
34	B	6	3	0
35	B	3	3	2
36	B	3	3	0
37	B	1	1	0
38	B	3	3	0
39	B	3	3	0
40	B	1	1	0
41	B	2	2	0
42	B	1	1	0
43	B	4	2	0
44	B	0	0	0
45	B	0	0	0
46	B	1	1	0
47	G	2	2	0
48	G	2	2	0
49	G	3	3	0
50	G	2	2	0
51	G	2	2	0
52	G	3	2	0
53	B	1	1	0
54	B	4	3	0

55	B	2	2	0
56	G	1	1	0

在代數題的變通性分析中，總共出現了五種不同的解題方法，分別為「平方差」、「直接運算」、「拆數字」、「代數運算」及「圖解運算」，解題模式由下圖 4-1-3 所示。因此在此題中變通性最高為 5 分，最低為 0 分。在獨創性上以平方差的方法在全體參與者總共出現 34 次；直接運算的方法在全體參與者總共出現 48 次；拆數字的方法在全體參與者總共出現 48 次；代數運算的方法在全體參與者總共出現 1 次；圖解運算的方法在全體參與者總共出現 2 次。各占了全部答案的 25.56%、36.09%、36.09%、0.75%與 1.50%，因此使用「代數運算」及「圖解運算」的回答方式，在數學解題獨創性中可獲得 2 分，又無解題方法次數百分比落在 10%~20%區間，因此不會有獨創性分數獲得 1 分。其餘因為重複性過高，沒有獲得獨創性分數

<p>1. $113^2 - 112^2$</p> $= (113+112)(113-112)$ $= 225 \times 1$ $= 225$	<p>1. $113^2 - 112^2$</p> $113 \quad 12769 - 12544$ $\frac{113}{339} \quad \frac{112}{224} = 225$ $\frac{113}{113} \quad \frac{112}{112}$ $\frac{113}{2769} \quad \frac{112}{224}$ $\frac{113}{2769} \quad \frac{112}{224}$	<p>2. $113^2 - 112^2$</p> $(112+1)^2 - 112^2$ $= 112^2 + 224 + 1 - 112^2$ $= 225$
平方差	直接運算	拆數字
<p>③ $113^2 - 112^2$</p> $\frac{x+1}{x}$ $(x+1)^2 - x^2$ $= x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$ $= 225$	<p>2. $113^2 - 112^2$</p>	
代數運算	圖解運算	

圖 4-1-3、代數題解題模式範例

代數題	數學解題 流暢性	數學解題 變通性	數學解題 獨創性
全體平均	2.34	2.00	0.11
男生平均	2.25	2.00	0.19
女生平均	2.46	2.00	0.00

在代數題上，全體的數學解題流暢性平均 2.34 分、全體的數學解題變通性 2.00 分與全體的數學解題獨創性 0.11 分。個別計算男女生的數學解題流暢性平均分別為 2.25 分和 2.46 分，男女生的數學解題變通性平均分別為 2.00 分和 2.00 分，男女生的數學解題獨創性平均分別為 0.19 分和 0.00 分。

四、排組題

表 4-1-4、排組題的創造力分析

編號	性別	數學解題 流暢性	數學解題 變通性	數學解題 獨創性
1	B	1	1	0
2	B	2	2	1
3	B	0	0	0
4	B	0	0	0
5	B	2	2	0
6	B	2	2	1
7	B	1	1	0
8	B	3	3	3
9	B	0	0	0
10	G	1	1	0
11	G	2	2	0
12	G	1	1	0
13	G	1	1	0
14	G	2	2	0
15	G	2	2	0
16	G	1	1	0
17	G	1	1	0

18	G	2	2	0
19	G	3	3	1
20	G	1	1	0
21	G	2	2	1
22	G	1	1	0
23	G	2	2	1
24	G	2	2	1
25	G	2	2	0
26	G	1	1	0
27	B	0	0	0
28	B	1	1	0
29	B	0	0	0
30	B	1	1	0
31	B	2	2	0
32	B	0	0	0
33	B	1	1	0
34	B	0	0	0
35	B	3	3	2
36	B	1	1	0
37	B	0	0	0
38	B	2	2	1
39	B	2	2	0
40	B	2	2	0
41	B	1	1	0
42	B	1	1	0
43	B	1	1	0
44	B	1	1	0
45	B	0	0	0
46	B	1	1	0
47	G	1	1	0
48	G	2	2	0
49	G	2	2	0
50	G	1	1	0
51	G	2	2	0
52	G	3	3	1
53	B	1	1	0
54	B	1	1	0
55	B	1	1	0

在排組題的變通性分析中，總共出現了四種不同的解題方法，分別為「圖解法」、「角註累加」、「重複排列」及「路徑選取」，解題模式由下圖 4-1-4 所示。因此在此題中變通性最高為 4 分，最低為 0 分。在獨創性上以圖解法的方法在全體參與者總共出現 42 次；角註累加的方法在全體參與者總共出現 20 次；重複排列的方法在全體參與者總共出現 9 次；路徑選取的方法在全體參與者總共出現 2 次。各占了全部答案的 57.53%、27.40%、12.33%與 2.74%，因此使用「重複排列」的回答方式，在數學解題獨創性中可獲得 1 分，若使用「路徑選取」的回答方式，在數學解題獨創性中可獲得 2 分，其餘因為重複性過高，沒有獲得獨創性分數。

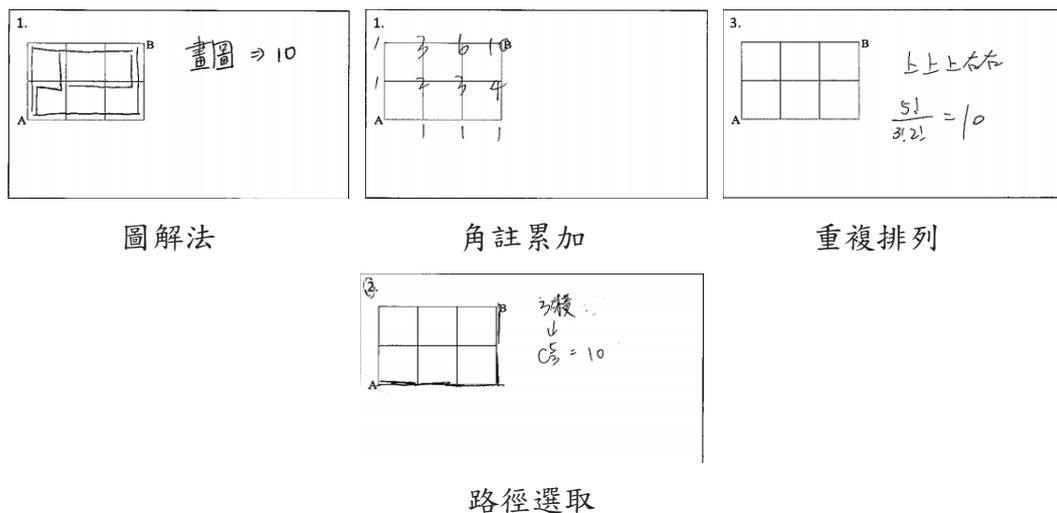


圖 4-1-4、排組題解題模式範例

排組題	數學解題	數學解題	數學解題
	流暢性	變通性	獨創性
全體平均	1.30	1.30	0.23
男生平均	1.06	1.06	0.25
女生平均	1.63	1.63	0.21

在排組題上，全體的數學解題流暢性平均 1.30 分、全體的數學解題變通性 1.30 分與全體的數學解題獨創性 0.23 分。個別計算男女生的數學解題流暢性平均分別為 1.06 分和 1.63 分，男女生的數學解題變通性平均分別為 1.06 分和 1.63 分，男女生的數學解題獨創性平均分別為 0.25 分和 0.21 分。

綜合預試與正式分析結果，在修正排組題的題目過後，已達到所有預期的解法，運用方法如下表所示：

試題	研究者預想解法	預試結果	正式結果
1. 數球題	直接計數	✓	✓
	分組分堆	✓	✓
	重新建構	✓	✓
2. 面積題	底乘以高除以二	✓	✓
	面積切割	✓	✓
	海龍公式	✓	✓
	三角函數面積計算	✓	✓
	向量	✓	✓

試題	研究者預想解法	預試結果	正式結果
3. 代數題	平方差	✓	✓
	直接運算	✓	✓
	拆數字	✓	✓
	代數運算	✓	✓
	圖解運算	✓	✓
4. 排組題	圖解法	✓	✓
	角註累加	✓	✓
	重複排列	✗	✓
	路徑選取	✗	✓

第二節、創造思考能力分析

本研究創造力分析總共蒐集同樣的普通高中三年級自然組學生的回答，由威廉斯創造力量表（于曉平、林幸台，2019）作分析。此分創造力量表已經有完整的信效度測試分析。分析結果如下：

表 4-2-1、威廉斯創造力分析

編號	性別	流暢性	變通性	獨創性
1	B	10	8	13
2	B	12	10	14
3	B	12	8	21
4	B	12	7	18
5	B	12	10	10
6	B	12	7	12
7	B	12	9	8
8	B	12	9	9
9	B	12	10	20
10	G	12	8	13
11	G	12	8	15

12	G	12	9	14
13	G	12	9	7
14	G	10	6	14
15	G	11	6	8
16	G	12	10	10
17	G	12	7	11
18	G	12	6	7
19	G	12	8	12
20	G	12	9	3
21	G	12	7	4
22	G	7	7	10
23	G	8	7	6
24	G	12	7	18
25	G	12	8	10
26	G	12	8	9
27	B	5	4	1
28	B	8	7	12
29	B	12	6	16
30	B	12	10	13
31	B	9	8	14
32	B	12	9	12
33	B	12	9	19
34	B	12	8	17
35	B	10	8	6
36	B	9	7	12
37	B	12	9	8
38	B	10	6	14
39	B	11	7	11
40	B	12	8	15
41	B	12	8	16
42	B	12	6	12
43	B	12	8	10
44	B	9	6	11
45	B	9	6	12
46	B	12	6	20
47	G	12	8	4
48	G	12	7	8
49	G	12	7	16

50	G	12	7	18
51	G	12	8	14
52	G	10	6	18
53	B	12	7	18
54	B	12	8	16
55	B	10	6	10
56	G	12	9	10

在分析後結果可觀察得到，此 56 為參與者的流暢性平均為 11.18 分，變通性為 7.63 分，獨創性為 12.13 分。個別男女計算來觀察，男生的流暢性分數為 11 分，女生為 11.42 分；男生的變通性分數為 7.66 分，女生為 7.58 分；獨創性分數男生為 13.13 分，女生為 10.79 分。

從總體的分數分析，女生在流暢性分數優於男生的分數，變通性及獨創性則男生優於女生。

第三節、多解能力及創造思考能力綜合相關分析

一、流暢性分析

從兩份試卷的答題分數進行相關性分析可得以下結果：

表 4-3-1、一題多解的流暢性與威廉斯流暢性相關分析

	一題多解流暢性	威廉斯流暢性
一題多解流暢性	1.00	
威廉斯流暢性	0.24	1.00

經計算後結果在流暢性上，一題多解與威廉斯的流暢性分數的相關係數為 0.24。表示兩者間的相關性為低度正相關。雖無明顯的差異，但仍有些許的正相關性。

二、變通性分析

從兩份試卷的答題方分數進行相關性分析可得以下結果：

表 4-3-2、一題多解的變通性與威廉斯變通性相關分析

	一題多解變通性	威廉斯變通性
一題多解變通性	1.00	
威廉斯變通性	0.29	1.00

經計算後結果在變通性上，一題多解與威廉斯的變通性分數的相關係數為 0.29。

表示兩者間的相關性為低度正相關。雖無明顯的差異，但仍有些許的正相關性。

三、獨創性分析

從兩份試卷的答題方分數進行相關性分析可得以下結果：

表 4-3-3、一題多解的獨創性與威廉斯獨創性相關分析

	一題多解獨創性	威廉斯獨創性
一題多解獨創性	1.00	
威廉斯獨創性	-0.05	1.00

經計算後結果在變通性上，一題多解與威廉斯的獨創性分數的相關係數為-0.05。

表示兩者間的相關性幾乎無相關，甚只有產生負相關的走向。

四、全體分數分析

將一題多解的流暢性分數、變通性分數與獨創性分數進行相加，也將威廉斯創造

力的分數進行相加後，再予以分析，結果如下表顯示：

表 4-3-4、一題多解與威廉斯創力相關分析

	一題多解	威廉斯創造力
一題多解	1.00	
威廉斯創造力	0.03	1.00

從兩者間的總分進行分析，一題多解與威廉斯創造力的相關係數為 0.03 得到結果發現兩者間幾乎無相關性。

第四節、高低分組分析

將所有參與者的數學一題多解分數進行高低排序，定義由分數高分排序到低分前 25% 的名次為「高分組」；由分數低分排序到高分前 25% 的名次為「低分組」。高低分組的參與者均為 14 人。將其高低分組的一題多解能力與威廉斯創造力分數依序進行相關分析。比較高低分組在一題多解的流暢性與威廉斯創造力流暢性關係；高低分組在一題多解的變通與威廉斯創造力變通性關係；高低分組在一題多解的獨創性與威廉斯創造力獨創性關係及高低分組在一題多解的總分與威廉斯創造力總分關係。如下表呈現：

表 4-4-1、一題多解**高分組**的流暢性與威廉斯流暢性相關分析

	一題多解高分組流暢性	威廉斯流暢性
一題多解高分組流暢性	1.00	
威廉斯流暢性	-0.05	1.00

表 4-4-2、一題多解**高分組**的變通性與威廉斯變通性相關分析

	一題多解高分組變通性	威廉斯變通性
一題多解高分組變通性	1.00	
威廉斯變通性	0.16	1.00

表 4-4-3、一題多解**高分組**的獨創性與威廉斯獨創性相關分析

	一題多解高分組獨創性	威廉斯獨創性
一題多解高分組獨創性	1.00	
威廉斯獨創性	-0.29	1.00

表 4-4-4、一題多解**高分組**總分與威廉斯創造力相關分析

	一題多解高分組	威廉斯獨創性
一題多解高分組	1.00	
威廉斯獨創性	-0.32	1.00

從高分組的一題多解能力與威廉斯創造思考能力分析結果，均無明顯顯著關係。且在流暢性與獨創性相關還呈現了「負相關」。並且由總分的高分組成績與威廉斯創造力結果分析得知在高分一題多解能力下，所對應到的威廉斯創造力能力反而是降低的，相關係數呈現-0.32 為低度負相關。

表 4-4-5、一題多解**低分組**的流暢性與威廉斯流暢性相關分析

	一題多解低分組流暢性	威廉斯流暢性
一題多解低分組流暢性	1.00	
威廉斯流暢性	0.46	1.00

表 4-4-6、一題多解**低分組**的變通性與威廉斯變通性相關分析

	一題多解低分組變通性	威廉斯變通性
一題多解低分組變通性	1.00	
威廉斯變通性	0.55	1.00

表 4-4-7、一題多解**低分組**的獨創性與威廉斯獨創性相關分析

	一題多解低分組獨創性	威廉斯獨創性
一題多解低分組獨創性	1.00	
威廉斯獨創性	無法分析*	1.00

*無法分析原因：低分組在一題多解的獨創性均為 0 分，因此無法分析相關性。

表 4-4-8、一題多解低分組總分與威廉斯創造力相關分析

	一題多解低分組	威廉斯獨創性
一題多解低分組	1.00	
威廉斯獨創性	0.66	1.00

從低分組的一題多解能力與威廉斯創造思考能力分析結果，在流暢性與變通性分數上均有達到中度正相關，表示著在兩者間有著分數相對應的結果。但是一題多解的獨創性上沒有辦法獲得分析，低分組在獨創性分數完全沒有拿到分數，因此無法對此作結果。整體分數來綜觀，一題多解的低分組與威廉斯獨創性分析有著相關係數 0.66 的中度正相關，具有明顯的相關性。

第五章、結論與建議

第一節、結論

本次研究為研究高中學生在數學一題多解能力與創造思考能力分析，經過自創性高中一題多解能力試題，並經過現職高中老師、現職大學數學教育教授及同為具有高中數學教師資格的教師的信度確認，和預試的結果分析，是一份具有信度與效度的一份試題。創造思考能力分析採用 2019 年修訂版的威廉斯創造力測驗，本測驗也據信效度測試，因此在所有是測試卷中均具有信效度的確定。

一、數學一題多解

在本研究結果的 56 位參與者，程度並非是頂尖優秀的學生，而是在地區性的普通高中生。在一題多解的答題狀況下，均有達到能夠運用不同種方法去解出同一道試題。在各試題內均有參與者將研究者預想的結果均用上，雖無在看到其他更創新作法，但也表示在試題的設計上，並無太困難使得參與者沒辦法作答。若同樣的一份測驗給擁有高數學知識的學生，必定會有更多元的解題方法，因此研究者認為此四道題目的設計良好，可以在未來教學上運用類似方法，進行與學生的互動，激發學生更多的一題多解能力。

二、創造思考能力

56 位的參與者中，在創造思考能力表現平均為普通，參與者也不是屬於高創造思考能力的學生。對於此份威廉斯創造思考力量表(于曉平、林幸台,2019)上的量測，參與者均能夠展現出自己對於自己思考能力的延伸與聯想，並將參與者的思考能力與聯想力量量化成數值。

三、一題多解能力與創造思考能力

(一)、全體相關

經過分析後綜括來觀察在總體成績，數學一題多解能力的流暢性與創造力思考的流暢性相關性為 0.24；數學一題多解能力的變通性與創造力思考的變通性相關性為 0.29；數學一題多解能力的獨創性與創造力思考的獨創性相關性為-0.05；數學一題多解能力的總分與創造力思考的總分相關性為 0.03。總結以上測試結果，在全體上的關係並無顯著相關性。

(二)、高分組相關

依照解題能力的高分組能力進行分析，高分組數學一題多解能力的流暢性與創造力思考的流暢性相關性為-0.05；高分組數學一題多解能力的變通性與創造力思考的變通性相關性為 0.16；高分組數學一題多解能力的獨創性與創造力思考的獨創性相關性為-0.29；高分組數學一題多解能力的總分與創造力思考的總分相關性為-0.32。從高分組上所得的相關性結果均無明顯相關，甚只有產生負相關的結果，推論高分組的數學知識較高，對於創造思考能力並無直接的關係，才分析出這樣的結果。

(三)、低分組相關

依照解題能力的低分組能力進行分析，低分組數學一題多解能力的流暢性與創造力思考的流暢性相關性為 0.46；低分組數學一題多解能力的變通性與創造力思考的變通性相關性為 0.55；低分組數學一題多解能力無法分析，因為在低分組上均無獲得獨創性分數。低分組數學一題多解能力的總分與創造力思考的總分相關性為 0.66。低分組的一題多解能力與創造思考能力則有中度相關，且總成績的低分組多解能力與創造力亦有中度相關。推估是低分組的一題多解能力為數學知識較為不足的學生，使用多解的方法跟創造力同為相關性。

整體研究結果在一題多解能力與創造思考能力並無最直接的相關，建議在兩者能力均需要強調，教師要同樣重視學生此兩方面訓練，以利學生得到完整的學習歷程。另現今實行的 108 課綱講求素養題型，對於數學科上並不再要求單一性的答題方法，而希望是學生經由閱讀去發想數學的解題方式，在學校教書的教師亦可以讓學生自由發想，讓解題不只是單一題目運用單一解法去完成。運用多解多面向的方式，增進學生對於數學的觀念結合與創造的思考，突破傳統的填鴨式教學，進而達到更佳的數學學習模式，不讓學習只是背題目、背做法。

第二節、建議

本次研究選用學生為高雄市同所高中的兩個自然組班級，人數為 56 人。在地區上僅限用於同所高中的結果，但在不同學校亦或是其他學區與縣市人數等均會影響此次結果。若為求完整測驗結果，可將人數增加、地區選用更廣，則可以降低因為是學校教受原因與各個學校的學習風氣不同影響了泛用結論的可能。

現行 108 課綱的實行內容，強調素養的考題與科目間的融合，因此在設計一題多解的題目時，每個試題的解題方法，不再受限於一個章節或者一個觀念。所以研究者認為，若在後續的發展，可以與十二年國教數學的五大主題，數與量(N)、幾何(S)、代數(A)、統計與機率(D)與連結(C)，的「連結」進行著墨。也呼應在 108 課綱的素養題型。教師在教學上，也可以多利用每個觀念的連接性，做到教學上培養學生的多解能力，達到數學解題的活用，讓數學不再是死背題目與做法的科目。

除了以上教學上的建議，研究者在本研究的結果與結論，對未來研究上的建議，目前 108 課綱領域的四個核心（N、S、A、D）各只有一題試題，未來研究者可以將這四個核心領域題目深入發展，把四個核心的題型再做延伸與出題。也可以再研發能引導學生一題多解的數學試題，或加入解題訪談，了解學生在解題過程中如何發想到其他做法的策略與方式。

參考資料

中文文獻

- 于曉平、林幸台(2019)。威廉斯創造力測驗修訂版。臺北市:心理出版社。
- 李偉清 (2012)。「國小資優生創造傾向量表」之編製研究。《特殊教育研究學刊》，37 (1)，79-102。
- 宋慶瑋(民 106 年 4 月 09 日)。校長談教育亂象：升學非要考所有學科嗎？。TVBS。民 106 年 4 月 12 日，取自：
<https://news.tvbs.com.tw/ttalk/detail/topic/6280>
- 林幸台 (1984)。創造力的評量與研究。《創造思考教育》，創刊號，15-16。
- 林幸台、王木榮 (1994)。威廉斯創造力測驗指導手冊。台北市：心理出版社。
- 曹志隆 (2004)。以科學創意遊戲教學訓練方案激發國小資優班學生創造力之研究。國立嘉義大學特殊教育碩士論文，未出版，嘉義。

英文文獻

- Levav-Waynberg, A & Leikin, R (2009). Multiple Solutions For A Problem : A Tool For Evaluation Of Mathematical Thinking In Geometry. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 776-785
- Leikin, R & Levav-Waynberg, A (2009). Development of Teachers' Conceptions Through Learning and Teaching: The Meaning and Potential of Multiple-Solution Tasks. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. 203-223

- Nagasaki, E., and S. Yoshikawa (1989). Analysis of Japanese Results on Marble Arrangement in Common Survey. *National Institute for Educational Research, Tokyo*.
- Polya, G (1945). *How to solve it?* Princeton University Press.
- Silver, E. A., Leung, S. S., & Cai, J. (1995). Generating multiple solutions for a problem: A comparison of the responses of U.S. and Japanese students. *Educational Studies in Mathematics*, 28, 35–54
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (P.334-370). New York: MacMillan..
- Schoenfeld, A. H. (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. (2009). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. *Colección Digital Eudoxus*, (7).
- Williams, F. E. (1980). *Creativity assessment packet (CAP): Manual*. Buffalo, NY: D.O.K Publishers.
- Williams, F. E. (1993). *Creativity assessment packet (CAP): Examiner's manual*. Austin, TX: Pro-ed.

附錄

附錄一、研究者在數學一題多解的分析編碼

數球題				面積題			
編號	流暢性	變通性	獨創性	編號	流暢性	變通性	獨創性
1	9	2	0	1	4	4	3
2	2	2	0	2	4	4	3
3	5	2	4	3	1	1	0
4	4	2	0	4	2	2	1
5	7	3	2	5	2	2	1
6	6	2	0	6	5	4	4
7	2	1	0	7	0	0	0
8	4	2	0	8	3	2	2
9	6	3	4	9	1	1	1
10	5	2	0	10	0	0	0
11	6	2	0	11	1	1	1
12	7	3	2	12	1	1	1
13	3	2	0	13	0	0	0
14	8	2	0	14	0	0	0
15	5	2	0	15	2	2	1
16	4	2	0	16	2	2	2
17	6	2	0	17	3	3	2
18	4	2	0	18	0	0	0
19	7	2	0	19	0	0	0
20	4	2	0	20	3	3	2
21	4	2	0	21	4	4	3
22	2	2	0	22	1	1	0
23	5	2	0	23	2	2	2
24	5	3	2	24	0	0	0
25	6	2	0	25	2	2	1
26	9	2	0	26	1	1	0
27	1	1	0	27	0	0	0
28	4	2	0	28	0	0	0
29	3	2	0	29	0	0	0
30	4	2	0	30	1	1	0

31	7	2	0	31	1	1	1
32	5	2	0	32	4	4	3
33	3	3	2	33	0	0	0
34	9	2	0	34	0	0	0
35	6	3	2	35	2	2	2
36	3	2	0	36	0	0	0
37	7	2	0	37	2	2	1
38	2	2	0	38	1	1	1
39	6	3	2	39	4	4	3
40	4	2	0	40	0	0	0
41	7	1	0	41	0	0	0
42	1	1	0	42	0	0	0
43	9	2	0	43	2	2	2
44	1	1	0	44	0	0	0
45	5	1	0	45	0	0	0
46	2	2	0	46	0	0	0
47	6	2	0	47	1	1	1
48	7	3	2	48	2	2	1
49	2	1	0	49	1	1	0
50	3	2	0	50	0	0	0
51	1	1	0	51	1	1	0
52	6	2	0	52	0	0	0
53	6	2	0	53	0	0	0
54	6	2	2	54	1	1	0
55	7	2	0	55	0	0	0
56	3	2	0	56	1	1	1

代數題				排組題			
編號	流暢性	變通性	獨創性	編號	流暢性	變通性	獨創性
1	5	3	0	1	1	1	0
2	3	3	0	2	2	2	1
3	2	2	0	3	0	0	0
4	2	2	2	4	0	0	0
5	3	3	0	5	2	2	0
6	2	2	0	6	2	2	1
7	1	1	0	7	1	1	0
8	3	3	0	8	3	3	3
9	3	3	0	9	0	0	0
10	4	2	0	10	1	1	0
11	2	2	0	11	2	2	0
12	3	2	0	12	1	1	0
13	3	3	0	13	1	1	0
14	2	2	0	14	2	2	0
15	3	3	0	15	2	2	0
16	4	2	0	16	1	1	0
17	2	2	0	17	1	1	0
18	3	2	0	18	2	2	0
19	0	0	0	19	3	3	1
20	6	3	0	20	1	1	0
21	3	3	0	21	2	2	1
22	1	1	0	22	1	1	0
23	4	3	0	23	2	2	1
24	3	3	0	24	2	2	1
25	0	0	0	25	2	2	0
26	1	1	0	26	1	1	0
27	1	1	0	27	0	0	0
28	1	1	0	28	1	1	0
29	3	3	2	29	0	0	0
30	1	1	0	30	1	1	0
31	2	2	0	31	2	2	0
32	3	3	0	32	0	0	0
33	2	2	0	33	1	1	0

34	6	3	0	34	0	0	0
35	3	3	2	35	3	3	2
36	3	3	0	36	1	1	0
37	1	1	0	37	0	0	0
38	3	3	0	38	2	2	1
39	3	3	0	39	2	2	0
40	1	1	0	40	2	2	0
41	2	2	0	41	1	1	0
42	1	1	0	42	1	1	0
43	4	2	0	43	1	1	0
44	0	0	0	44	1	1	0
45	0	0	0	45	0	0	0
46	1	1	0	46	1	1	0
47	2	2	0	47	1	1	0
48	2	2	0	48	2	2	0
49	3	3	0	49	2	2	0
50	2	2	0	50	1	1	0
51	2	2	0	51	2	2	0
52	3	2	0	52	3	3	1
53	1	1	0	53	1	1	0
54	4	3	0	54	1	1	0
55	2	2	0	55	1	1	0
56	1	1	0	56	1	1	0

*灰底表示與另一位研究者的信度檢核抽樣編號。

附錄二、另一位研究者在數學一題多解的信度檢核

數球題				面積題			
編號	流暢性	變通性	獨創性	編號	流暢性	變通性	獨創性
1	9	2	0	1	4	4	3
6	6	3	1	6	5	4	4
20	4	2	0	20	3	3	2
32	5	2	0	32	4	4	3
38	2	2	0	38	1	1	1
39	6	3	1	39	4	4	3
代數題				排組題			
編號	流暢性	變通性	獨創性	編號	流暢性	變通性	獨創性
1	7	2	0	1	1	1	0
6	2	2	0	6	2	2	1
20	5	2	0	20	1	1	0
32	3	2	0	32	0	0	0
38	3	2	0	38	2	2	1
39	3	2	2	39	2	2	0

附錄三、研究者在威廉斯創造思考量表分析

1				2			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		M	0	1		G	1
2		V	1	2		B	1
3		W	1	3		G	1
4		A	2	4		F	2
5		G	1	5		G	2
6		B	2	6		E	2
7		H	2	7		A	0
8		B	2	8		B	1
9		X	2	9		V	2
10		V	1	10		V	2
11		P	2	11		V	2
12		C	0	12		H	0
總分	12	10	13	總分	12	7	16

3				4			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		M	0	1		無	0
2		F	2	2		I	2
3		G	1	3		D	2
4		P	2	4		A	2
5		S	0	5		G	2
6		F	2	6		P	2
7		H	1	7		F	2
8		V	2	8		F	2
9		W	0	9		無	0
10		S	2	10		F	2
11		V	2	11		P	0
12		V	2	12		A	2
總分	12	8	16	總分	10	6	18

5				6			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		F	2	1		A	0
2		A	1	2		A	2
3		W	0	3		W	0
4		D	2	4		C	1
5		G	1	5		G	0
6		V	1	6		A	2
7		B	2	7		H	1
8		B	0	8		B	0
9		W	0	9		H	2
10		C	0	10		C	0
11		G	1	11		G	2
12		C	0	12		C	2
總分	12	9	10	總分	12	6	12

7				8			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		C	1	1		D	2
2		A	1	2		P	2
3		H	2	3	無	無	0
4		G	2	4		I	2
5		C	2	5	無	無	0
6		F	2	6		E	2
7		H	2	7		H	2
8		A	2	8		F	2
9		H	2	9		W	2
10		C	0	10		C	0
11		P	0	11		P	0
12		I	2	12	無	無	0
總分	12	7	18	總分	9	8	14

9				10			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		A	2	1		A	2
2		F	2	2		A	1
3		H	2	3		T	2
4		D	2	4		A	1
5		H	2	5		S	2
6	無	無	0	6		V	2
7		M	0	7		T	2
8		B	0	8		B	0
9	無	無	0	9		A	2
10	無	無	0	10		V	0
11		V	2	11		A	2
12	無	無	0	12		C	0
總分	8	7	12	總分	12	6	16

11				12			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		M	0	1		B	2
2		S	0	2	無	無	0
3		G	0	3		V	2
4		V	0	4		V	0
5		G	2	5		S	0
6		B	2	6		S	2
7		M	0	7		H	0
8		I	2	8		A	2
9		W	0	9	無	無	0
10		C	0	10		C	2
11		H	1	11		G	2
12		C	1	12	無	無	0
總分	12	9	8	總分	9	7	12

13				14			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		T	1	1		D	2
2		A	1	2		S	0
3		D	1	3		S	2
4		V	2	4		V	0
5		G	0	5		G	0
6		V	2	6		H	1
7		M	0	7		G	2
8	無	無	0	8		B	0
9		G	2	9		G	2
10	無	無	0	10		C	0
11		G	2	11		V	2
12	無	無	0	12	無	無	0
總分	9	6	11	總分	11	7	11

15				16			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		T	1	1		A	0
2		V	2	2		A	0
3		W	0	3		L	2
4		V	2	4		C	1
5		G	0	5		P	2
6		F	2	6		A	0
7		H	1	7		B	2
8		B	0	8		B	0
9		V	1	9		E	2
10		D	2	10	無	無	0
11		V	2	11	無	無	0
12		V	2	12		B	1
總分	12	8	15	總分	10	6	10

17				18			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		M	0	1		M	0
2		S	0	2		S	0
3	無	無	0	3		D	1
4		G	1	4		D	1
5		S	0	5		D	2
6	無	無	0	6		V	0
7		A	0	7		H	0
8	無	無	0	8		B	0
9	無	無	0	9		E	2
10	無	無	0	10		C	0
11	無	無	0	11		S	2
12	無	無	0	12		B	2
總分	5	4	1	總分	12	8	10

19				20			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		G	1	1		A	1
2		G	2	2		S	0
3		M	2	3		V	2
4		M	2	4		V	2
5		H	2	5		I	2
6		A	0	6		V	2
7		H	1	7		F	2
8		B	0	8		B	0
9		F	0	9		V	2
10		I	2	10		V	1
11		V	0	11		E	2
12		B	2	12		S	2
總分	12	8	14	總分	12	7	18

21				22			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		F	2	1		B	2
2		S	2	2		H	2
3		G	1	3		J	2
4		E	2	4		I	2
5		I	2	5		A	2
6		V	0	6		G	2
7		M	0	7		H	0
8		I	2	8		B	0
9		B	2	9		E	1
10		I	2	10		C	2
11		G	2	11		H	1
12		P	2	12		C	0
總分	12	9	19	總分	12	8	16

23				24			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		A	0	1		A	0
2		A	0	2		A	1
3		A	2	3		D	1
4		V	0	4		D	2
5		D	2	5		C	2
6		E	2	6		V	2
7		M	0	7		L	2
8		B	0	8		F	2
9		E	2	9		L	2
10		C	0	10		C	0
11		G	2	11	無	無	0
12		F	2	12	無	無	0
總分	12	9	12	總分	10	6	14

25				26			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		C	2	1		A	2
2		A	2	2		C	0
3		A	2	3		E	0
4		A	1	4		C	1
5		A	1	5		S	0
6		B	2	6		B	0
7		G	0	7		G	0
8		S	2	8		B	0
9		S	2	9		F	0
10		H	2	10		C	0
11		C	2	11		C	0
12		S	2	12		V	1
總分	12	6	20	總分	12	8	4

27				28			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		I	2	1		B	2
2		S	2	2		I	2
3		H	2	3		G	2
4		G	2	4		I	2
5		S	0	5		A	1
6	無	無	0	6		A	2
7	無	無	0	7		M	0
8		A	2	8		A	1
9	無	無	0	9		V	1
10		S	0	10		S	2
11		P	0	11		P	0
12		I	2	12		I	2
總分	9	6	12	總分	12	8	17

29				30			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1	無	無	0	1		B	2
2		F	2	2		H	0
3		W	0	3		G	0
4		S	2	4		D	2
5		S	0	5		M	2
6		D	0	6	無	無	0
7		H	0	7		H	2
8	無	無	0	8		B	0
9		G	2	9		W	0
10		C	0	10	無	無	0
11		P	0	11		C	0
12		C	0	12		C	0
總分	10	8	6	總分	12	7	8

31				32			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		A	0	1		A	0
2		S	0	2		G	2
3		D	1	3		G	0
4		P	2	4		A	1
5		G	0	5		G	0
6		V	0	6		V	1
7		A	0	7		M	0
8		P	0	8		B	0
9		F	0	9		F	0
10		C	0	10		C	0
11		P	0	11		V	0
12		G	0	12		C	0
總分	12	9	3	總分	12	7	4

33				34			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		A	0	1		F	0
2		P	2	2		S	0
3		W	0	3		V	2
4		A	2	4		S	2
5		G	0	5		G	0
6		A	2	6		G	2
7		H	0	7		H	1
8		P	0	8		B	0
9		P	2	9		S	1
10	無	無	0	10		G	2
11		P	0	11		B	1
12		C	0	12		C	0
總分	11	6	8	總分	12	7	11

35				36			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		F	2	1		M	0
2		I	1	2		A	2
3		G	0	3		D	2
4		B	0	4		B	2
5		G	0	5		S	0
6		L	2	6		W	1
7		M	0	7		G	2
8		C	2	8		H	2
9		V	1	9		E	1
10		C	0	10		C	0
11		P	0	11		B	2
12		C	0	12		C	0
總分	12	9	8	總分	12	10	14

37				38			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		A	0	1		I	2
2		A	2	2		A	2
3		P	2	3		T	2
4		V	0	4		F	2
5		G	0	5		A	2
6		H	2	6		H	2
7		L	2	7		X	2
8		F	2	8		B	0
9		F	0	9		E	2
10		A	2	10		B	0
11		G	1	11		P	2
12		C	0	12		G	2
總分	12	8	13	總分	12	10	20

39				40			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		G	1	1		H	2
2		F	2	2		S	0
3		W	0	3		G	0
4		D	2	4		D	2
5		S	0	5		C	2
6		V	0	6		V	2
7		I	2	7		A	0
8		B	0	8		B	0
9		V	1	9		F	0
10		V	0	10		C	0
11		L	2	11		G	1
12		C	0	12		C	0
總分	12	10	10	總分	12	9	9

41				42			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		G	2	1		L	2
2		C	0	2		F	2
3		G	2	3		W	0
4		D	2	4		A	1
5		G	0	5		G	0
6		E	2	6		G	2
7		H	2	7		G	2
8		B	0	8		B	1
9		E	2	9		E	1
10		C	2	10		C	0
11		M	2	11		A	2
12		G	2	12		V	1
總分	12	7	18	總分	12	9	14

43				44			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		M	0	1		P	2
2		S	0	2		H	0
3		V	1	3		G	0
4		G	2	4		B	0
5		D	2	5		E	2
6		V	1	6		V	1
7		M	0	7		M	2
8		B	0	8		B	0
9		F	0	9		E	1
10		C	0	10		V	2
11		G	1	11		G	2
12		B	2	12		C	0
總分	12	8	9	總分	12	8	12

45				46			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		I	2	1		M	2
2		A	2	2		T	2
3		A	2	3		I	2
4		V	2	4		A	1
5		G	2	5		T	2
6		B	0	6		H	1
7		M	0	7		A	2
8		F	1	8		B	0
9		E	2	9		A	2
10	無	無	0	10		V	1
11		V	0	11		V	0
12	無	無	0	12		C	0
總分	10	8	13	總分	12	8	15

47				48			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		A	0	1		P	2
2		F	2	2		X	2
3		W	0	3		W	0
4		G	2	4		V	0
5		G	0	5		S	0
6		E	2	6		B	0
7		F	2	7		A	0
8		G	2	8		V	2
9		W	0	9	無	無	0
10		V	0	10	無	無	0
11		V	2	11	無	無	0
12		C	0	12	無	無	0
總分	12	7	12	總分	8	7	6

49				50			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		G	1	1		P	2
2		A	1	2		M	2
3		W	0	3	無	無	0
4		A	1	4		I	1
5		S	0	5	無	無	0
6		V	0	6	無	無	0
7		H	0	7		H	1
8		B	0	8		A	2
9		E	1	9		E	2
10		A	2	10	無	無	0
11		A	1	11		C	0
12		C	0	12	無	無	0
總分	12	9	7	總分	7	7	10

51				52			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		F	0	1		I	2
2		C	0	2		H	0
3		G	1	3		X	2
4		F	2	4		E	2
5		A	1	5		S	0
6		G	2	6		V	2
7		M	0	7		T	2
8		B	0	8		P	0
9		F	0	9		W	0
10		C	0	10		C	0
11		G	1	11		C	0
12		C	0	12		C	0
總分	12	6	7	總分	12	10	10

53				54			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		G	2	1		A	2
2		P	2	2		G	2
3		M	2	3	無	無	0
4		A	2	4		A	1
5		I	2	5		C	2
6		V	2	6		E	2
7		H	2	7		H	0
8		A	2	8		A	1
9		H	2	9		H	2
10		G	2	10		C	2
11		A	0	11		C	0
12		B	1	12	無	無	0
總分	12	8	21	總分	10	6	14

55				56			
圖號	流暢性	變通性	獨創性	圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		A	0	1		V	2
2		S	0	2		X	2
3		E	2	3		E	2
4		V	0	4		D	2
5		C	2	5		D	2
6		A	0	6		V	1
7		H	0	7		B	2
8		B	0	8		B	1
9		H	2	9		E	2
10		C	0	10		B	0
11		I	2	11		G	2
12		C	2	12		C	0
總分	12	8	10	總分	12	7	18

*灰底表示與指導教授的信度檢核抽樣編號。

附錄四、指導教授在威廉斯創造思考能力的信度檢核

指導教授	1		
圖號	流暢性	變通性	獨創性
1		M	0
2		V	1
3		W	1
4		A	2
5		G	1
6		B	2
7		H	0
8		B	2
9		X	2
10		V	1
11		P	2
12		C	0
總分	12	10	14

附錄五、一題多解試題

同學您好，現在我們要進行一題多解，同學知道答案後，請盡可能做出多種作法。同學在格子內編號「1.」寫入第一種作法，其他做法請依序填入下一格（例如：作法二填入編號「2.」的格子，作法三填入編號「3.」的格子，以此類推）。請同學分配好時間（20分鐘）完成全卷4個題目，若方法多種，而給予格子數目不夠，請同學自行在空白處加入往後編號繼續作答。

試題一、請算出如下圖的球數量

1. 	2. 	3. 
4. 	5. 	6. 
7. 	8. 	9. 

試題二、已知座標平面上三點 $A(0,0)$ 、 $B(6,0)$ 和 $C(-5,5\sqrt{3})$ ，試求 $\triangle ABC$ 面積。

1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	9.

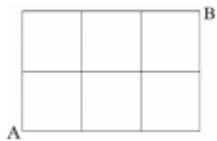
<<請接續背面題目>>

試題三、請計算出 $113^2 - 112^2$ 的答案

1. $113^2 - 112^2$	2. $113^2 - 112^2$	3. $113^2 - 112^2$
4. $113^2 - 112^2$	5. $113^2 - 112^2$	6. $113^2 - 112^2$
7. $113^2 - 112^2$	8. $113^2 - 112^2$	9. $113^2 - 112^2 =$

試題四、由A點沿著格線走到B點，只能向上或向右行走，請找出行走方法。

[找出多種計算方法，直接畫圖僅算一種，答案亦不可為一個數字n種]



1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	9.

<<試題結束>>