



國立中山大學教育研究所

碩士論文

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Master Thesis

研發數學遊戲對低成就學生數感改變之個案研究

A Case Study on the Development of Math Games for Change

in Number Sense of Low Ability Students

研究生：何仁傑

Jen - Chieh Ho

指導教授：梁淑坤 博士

Dr. Shuk-Kwan S. Leung

中華民國 108 年 07 月

July 2019

國立中山大學研究生學位論文審定書

本校教育研究所碩士在職專班

研究生何仁傑（學號：N066150022）所提論文

研發數學遊戲對低成就學生數感改變之個案研究

A case study on the development of math games for change in number sense of low ability students

於中華民國108年6月20日經本委員會審查並舉行口試，符合  
碩士學位論文標準。

學位考試委員簽章：

召集人 左太政 左太政 委員 梁淑坤 梁淑坤

委員 陳利銘 陳利銘 委員 \_\_\_\_\_

委員 \_\_\_\_\_ 委員 \_\_\_\_\_

指導教授(梁淑坤) 梁淑坤 (簽名)

## 誌謝

在 106 年 3 月考上中山教育所那時，我告訴自己要用 3 年時間好好的學習並完成碩士課程，結果幸運地僅用兩年完成，包括修 26 個學分的課、發表論文計畫及論文口考，這要大大的感謝我的指導教授梁淑坤老師，使原本搭坐在莒光號的我如同轉乘高鐵的快速，在這段學術旅程裡，看到老師對於教學的嚴謹與堅持；寫論文時，不斷的鞭策與鼓勵。其次，也還要感謝口試委員高雄師範大數學系左太政教授和中山大學教育所陳利銘副教授，謝謝在百忙之中審閱我的論文，在學位考試時，給予我十分中肯的建議與指導，讓論文能更加的完善。

感謝梁門眾師兄姐們璿文、家煌、璧鴻、科亦、玉雪及炳宏在求學路上的幫忙、鼓勵與陪伴；此外要感謝 106 級碩專同學秀鈴、堯慈、素坪與 107 級博士班祈良在我寫論文這段期間的加油打氣與課業協助。也要謝謝每一位指導過我的師長及協助過我的行政同仁，因為您們，讓我的研究生活十分地充實，有機會重新審視自己的不足，修正自己再出發。

最後，由衷地感謝幕後推手我的太太癸吟與支持我讀書的女兒旻潔，因為有你們的支持、體諒與陪伴，讓我陸續地完成大學以及研究所的學業夢想。

何仁傑 謹誌於

國立中山大學教育研究所

2019 年 8 月

# 研發數學遊戲對低成就學生數感改變 之個案研究

## 摘要

本研究以國中八年級兩位低成就學生為研究對象，選八年級數學科第四冊第一章等差數列與等差級數的單元為教材去設計遊戲，經過試教及修訂後，將遊戲正式融入於數學課程來探討數學遊戲對低成就學生培養數感的可行性、觀察學生的數感改變情形與學生對數學遊戲教學的接受度。

研究結果顯示，數學遊戲對低成就學生培養數感是可行的，學生在不同數學學習情境之下數感會有所改變，最後具有趣味、挑戰…等多種特性的數學遊戲性學生接受度是高的。

最後研究者提出幾項建議，在研究上：將本研究的四個遊戲推及於全班教學以及研究用別的班別的數學課題以遊戲融入教學。在教學上：在遊戲時間的掌控、遊戲內容需調整及遊戲數位化之建議，作為往後的研究方向及數學遊戲融入教學時的參考。

關鍵字：數學遊戲、低成就學生、數感

# **A Case Study on the Development of Math Games for Change in Number Sense of Low Ability Students**

## **Abstract**

The participants of this case study are two eighth graders in junior high school. The math game is designed to assist in teaching volume four, chapter one of grade eight math textbook—arithmetic series and progression. The game is employed in math class after pre-test and modification to examine the feasibility of utilizing the game to cultivate the number sense in low-achievement students. This study also observes students' acceptance of math game and the changes in students' number sense.

The result shows that it is feasible to develop number sense in low-achievement students through math games. Students' number sense alters under different math-learning environment. Fun, challenging as well as characteristics raise students' acceptability for math games drastically.

This study also put forth several suggestions. In regard to research, it is worth developing the four games designed in this research to teach math in a classroom setting. The designing of different games for the purpose of teaching other math lessons is also of great value. Regarding teaching, teachers should distribute time for game and lecture wisely. In addition, the content of games should be modified constantly, and the games can also be digitalized. These can be the references for further research and for bringing math games into teaching.

Keywords: math game, low-achievement student, number sense



# 目 錄

論文審定書 .....	i
誌謝 .....	ii
中文摘要 .....	iii
英文摘要 .....	iv
第壹章 緒論 .....	1
第一節 研究動機 .....	1
第二節 研究目的 .....	3
第三節 解釋名詞 .....	3
第四節 研究限制 .....	4
第貳章 文獻探討 .....	7
第一節 數感 .....	7
第二節 學習障礙與數學低成就 .....	10
第三節 遊戲融入數學教學 .....	19
第四節 數學遊戲教學目標 .....	28
第參章 研究方法 .....	31
第一節 研究流程 .....	31
第二節 研究現場與對象 .....	33
第三節 數學遊戲 .....	34
第四節 資料蒐集及分析 .....	41
第五節 試教結果 .....	42
第肆章 研究結果與分析 .....	47

第一節	研發的4款數學遊戲融入在低成就學生數學科教學 的可行性 .....	47
第二節	實施數學遊戲教學後，學生的數感改變情形 .....	63
第三節	數學遊戲融入教學後，學生對數學遊戲教學的接受度 .....	89
第五章	結論與建議 .....	95
第一節	結論 .....	95
第二節	建議 .....	97
參考文獻	.....	99
中文文獻	.....	99
英文文獻	.....	103
附錄	.....	106
附錄一	遊戲教學過程記錄表 .....	106
附錄二	「撲克大老三」數學遊戲學習單 .....	107
附錄三	「叫我第一名」數學遊戲學習單 .....	108
附錄四	「找出好朋友」數學遊戲學習單 .....	109
附錄五	「快樂列車」數學遊戲學習單 .....	110
附錄六	「○○○○○」數學遊戲回饋單 .....	111
附錄七	訪談紀錄 .....	112
附錄八	教師札記 .....	113
附錄九	家長同意書 .....	114
附錄十	訪談錄音、活動錄影及攝影之同意書 .....	115
附錄十一	「找出好朋友」-遊戲計算紙書 .....	116

## 圖 次

圖 2-1 數感主要元素的連結情形 .....	7
圖 3-1 研究流程圖 .....	32
圖 3-2 「撲克大老三」遊戲說明圖之 1 .....	35
圖 3-3 「撲克大老三」遊戲說明圖之 2 .....	36
圖 3-4 「叫我第一名」數列位置圖 .....	36
圖 3-5 「快樂列車」列車圖 .....	40
圖 4-1 「叫我第一名」移除與堆疊的動作解說圖.....	50
圖 4-2 小 <u>陳</u> 的「找出好朋友」-遊戲計算紙 .....	57
圖 4-3 小 <u>李</u> 的「找出好朋友」-遊戲計算紙.....	58
圖 4-4 「撲克大老三」學習單的第三題（小 <u>陳</u> ）.....	64、88
圖 4-5 「撲克大老三」學習單的第三題（小 <u>李</u> ）.....	65、88
圖 4-6 「撲克大老三」學習單的第一題和第四題（小 <u>陳</u> ） .....	66
圖 4-7 「撲克大老三」學習單的第一題和第四題（小 <u>李</u> ）.....	66
圖 4-8 「撲克大老三」學習單的第二題（小 <u>陳</u> ） .....	67
圖 4-9 「撲克大老三」學習單的第二題（小 <u>李</u> ） .....	67
圖 4-10 「撲克大老三」學習單的第五題（小 <u>陳</u> ） .....	68
圖 4-11 「撲克大老三」學習單的第五題（小 <u>李</u> ） .....	68
圖 4-12 「撲克大老三」學習單的第六題（小 <u>陳</u> ） .....	69
圖 4-13 「撲克大老三」學習單的第六題（小 <u>李</u> ） .....	69
圖 4-14 「叫我第一名」學習單的第一題（小 <u>陳</u> ） .....	71
圖 4-15 「叫我第一名」學習單的第一題（小 <u>李</u> ） .....	72
圖 4-16 「叫我第一名」學習單的第二題和第三題（小 <u>陳</u> ） .....	73
圖 4-17 「叫我第一名」學習單的第二題和第三題（小 <u>李</u> ） .....	73

圖 4-18	「叫我第一名」學習單的第四題 (小 <u>陳</u> )	74
圖 4-19	「叫我第一名」學習單的第四題 (小 <u>李</u> )	74
圖 4-20	「叫我第一名」學習單的第五題和第六題 (小 <u>陳</u> )	75
圖 4-21	「叫我第一名」學習單的第五題和第六題 (小 <u>李</u> )	75
圖 4-22	「找出好朋友」學習單的第一題 (小 <u>陳</u> )	76
圖 4-23	「找出好朋友」學習單的第一題 (小 <u>李</u> )	76
圖 4-24	「找出好朋友」學習單的第二題和第三題 (小 <u>李</u> )	78
圖 4-25	「找出好朋友」學習單的第二題和第三題 (小 <u>陳</u> )	79
圖 4-26	「找出好朋友」學習單文字題第一題 (小 <u>陳</u> )	80
圖 4-27	「找出好朋友」學習單文字題第一題 (小 <u>李</u> )	80
圖 4-28	「找出好朋友」學習單文字題第二題 (小 <u>陳</u> )	81
圖 4-29	「找出好朋友」學習單文字題第二題 (小 <u>李</u> )	81
圖 4-30	「找出好朋友」學習單文字題第三題 (小 <u>陳</u> )	82
圖 4-31	「找出好朋友」學習單文字題第三題 (小 <u>李</u> )	82
圖 4-32	「快樂列車」學習單第一題和第四題 (小 <u>陳</u> )	83
圖 4-33	「快樂列車」學習單第二題 (小 <u>陳</u> )	83
圖 4-34	「快樂列車」學習單第一題和第四題 (小 <u>李</u> )	84
圖 4-35	「快樂列車」學習單第二題 (小 <u>李</u> )	84
圖 4-36	「快樂列車」學習單第三題、第五題和第六題 (小 <u>陳</u> )	86
圖 4-37	「快樂列車」學習單第三題、第五題和第六題 (小 <u>李</u> )	86
圖 4-38	「快樂列車」學習單第三題 (小 <u>陳</u> )	88
圖 4-39	「快樂列車」學習單第三題 (小 <u>李</u> )	88
圖 4-40	回饋單-小 <u>陳</u>	92

圖 4-41 回饋單-小李 .....92

## 表 次

表 2-1 整理學者提出遊戲有其特徵、要素與特性之相關資料相關 資料一覽表 .....	20
表 2-2 數學科八年級分年細目 .....	28
表 2-3 康軒版國民中學數學科八年級下學期第四冊第一章單元名稱 、節數、能力指標與學習目標一覽表 .....	29
表 3-1 「撲克大老三」數列表 .....	35
表 3-2 「找出好朋友」等差數列題目表 .....	38
表 3-3 「找出好朋友」等差數列題目圖（修訂版） .....	45
表 4-1 「叫我第一名」遊戲紀錄 .....	51
表 4-2 「找出好朋友」題目分配表 .....	55
表 4-3 小陳與小李在遊戲前、中與後的表現一覽表 .....	93

# 第壹章 緒論

## 第一節 研究動機

研究者在就讀國中小時，常在音樂課及英文課聽到老師們在強調「音感」和「語感」，然而這種視覺、嗅覺及觸覺無法感受到的「感覺」確實存在，這種「感覺」是能夠幫助我們學會音樂和語文。在研究者自己學習數學以及教學的經驗中，確實有觀察到這種「數感」的存在，例如能判斷  $7/9$  差不多是  $2/3$ ，但比  $2/3$  略大一些（對數字大小的敏銳度），再例如能看出 256 其實是 16 的平方（對數字之間關係的敏銳度），從此以上的兩個例子中，能看出「數感」是一種用簡單明瞭的方法去解決數學問題，並去判斷出合理性的答案或是否能深入理解問題所在並想出解決問題的策略與方式等等。根據國外學者研究也顯示，運用數感解題是能夠使學生提升在數學學上的自信，引發學童對數學課程的期待(Howden, 1989; Trafton & Hartman, 1997)，因為運用數感解題，其過程能對題目有種透徹了解的能力，而非單純重複式的運算結果。但很可惜的是，目前坊間的教材中仍多以精算及熟練操作為主，學生多數以寫過題型的經驗來解題，使用數感解題的經驗非常少，所以碰到沒有見過的題型便自動進入“我不會”的思考模式，並沒有真正的去深入瞭解題目的意義。教師即使認知到數感的重要性，也不知道該如何將數感融入數學教學課程之中。在國內外文獻中，對於數感的研究多半集中在國小階段，相對於在國中階段的相關研究非常少，尤其是對低成就的學生就更少，且對於國中生的研究幾乎都是著重在調查數感能力那方面，數感遊戲教學的部分幾乎沒有提到，身為一個數學教授者也是研究者的我來說，產生一些想法，學生是否能夠透過數學教學課程培養出「數感」嗎？研究者想要將安靜聽講的情

形轉變成有笑聲與同學間、師生間的討論聲，來培養「數感」，所以這就是研究者以「遊戲」來做教學活動的起因。想起自己就讀國小時，每天最快樂的時間，便是每節下課與同學一起「玩遊戲」的時候，那短短的 10 分鐘，可使人心情放鬆及感覺到快樂。心理學家 Zillmann (1988) 有一篇與情緒管理相關的理論中有提及到，當人們在進行快樂且有趣活動的時候，人們的情緒是會變得愉快的，不好的情緒也會在這樣子的氛圍下使心情變好，因為「玩遊戲」是一種通過實踐來認識周圍事物，需要自己親身經歷，就像當我們在遊戲中解決難關時，心裡所產生的那種愉悅快樂情緒。遊戲要「好玩」需要三種成分，1. 遊戲類型、2. 參與者與 3. 指導者；也就是說，要有開心歡樂的遊戲體驗，參與者得先選到自己喜歡的遊戲類型，再經指導者清楚明確的說明遊戲過程，其他參與者也是自己認識也喜歡的人。首先遊戲是必須讓人感興趣，玩的過程是快樂，一但沒有了這些因素，這遊戲可能就會暫停或終止，所以研究者覺得一個大家鍾意的遊戲，是要能帶給參與者快樂，這部分是整個遊戲活動過程中最為重要，當參與者去理解與體驗到玩遊戲時所帶來的快樂感覺，參與者因而會主動的去學習與探索。

然而這些看法始終是研究者的個人觀點，因此希望透過研究，去瞭解學者們所定義的「數感」，以及如何將「數感」融入數學遊戲教學之中。研究者跳脫傳統教學的方式，以自行研發的數學遊戲活動來進行教學，並觀察遊戲教學的可行性、適用性、學生的接收度與觀察學生「數感」的改變情形。

## 第二節 研究目的

### 一、研究目的

基於上述的研究動機，本研究以探討八年級低成就學生為對象，選取「等差數列與等差級數」的單元來進行數學遊戲教學，藉由收集課室觀察、晤談、學習單及教師反思紀錄等資料，來探討學生在數感上之改變，將其目的分三方面探討：

- (一) 研發的 4 款數學遊戲融入在低成就學生數學科教學的可行性。
- (二) 實施數學遊戲教學後，低成就學生的數感改變情形。
- (三) 數學遊戲融入教學後，低成就學生對數學遊戲教學的接受度。

## 第三節 解釋名詞

### 一、數學遊戲

數學遊戲是一種結合「玩樂」與「學習」的一種活動，具寓教於樂的價值，適用於訓練創造力跟提升問題解決能力的有關課程和教學活動。本研究研發了 4 款數學遊戲分別是「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」與「快樂列車」。這 4 款遊戲依據九年一貫課程綱要（教育部，2008 發布）中八年級分年細目 8-n-04、8-n-05、8-n-06 的內容為教學目標，並加入挑戰性、競賽性與合作性、機遇性與趣味性與教育性（饒見維, 1996）設計出的教學活動。

### 二、低成就學生

對「低成就學生」的解釋，目前有兩種較常見說法，第一種是學生的在校學習成就在其能力之下，也就是根據智力或性向等測驗結果可以猜測預料其成就水準，但實際上卻不如預期，就如 Franzis，

Heinz & Miriam(2006)提及「低成就」是指能力和預期表現之間的差異；第二種是泛指不考慮學習者本身的潛在能力水準，在學業成就上的表現，明顯的與同儕間是較低弱的（盧富美，1976），這類的學生常介於普通和特殊教育兩系統之間。以上兩中說法的「低成就」是本研究中所指的低成就學生。

### 三、數感

本研究以九年一貫課程綱要（教育部，2008 發布）中八年級分年細目 8-n-04、8-n-05、8-n-06 的內容為教學目標，實施數學遊戲教學後，兩位低成就學生在「數感」上有下列敘述的改變：1. 能使用已學習過的數學知識，去探討不同情境下的數字運算，以及數字間的相互關係；2. 能夠處理日常生活中以及任何情境之下所遭遇的數字和運算之問題；3. 能夠選擇適當的算法去解決問題並可以對結果作出適當的解釋。

## 第四節 研究限制

### 一、研究範圍的限制

本研究所選取的教學單元為八年級下學期的第一單元「數列與級數」，故研究者所研擬的遊戲活動，無法使用在其他單元如「幾何」、「代數」、「二次函數」等。

## 二、 研究結果的限制

本研究多以質性方式陳述研究者所研發的四款數學遊戲，對低成就學生的可行性與適用性，少有量化的資料分析，所以在研究結果內容會有所限制。



## 第貳章 文獻探討

根據本研究之目的，研究者將本章文獻探討分為：（一）數感、（二）學習障礙與數學低成就、（三）遊戲融入數學教學、（四）數學遊戲教學目標，共四個部分。

### 第一節 數感

#### 一、數感的意義

數感就是當我們面對數字或運算等相關問題時，長時間累積在腦中的數學知識，在需要它的時候，可自由隨心的拿取出使用（楊德清，2002），他也認為數感是一種多能力的組合，包括基準點運用的能力、比較數字大小的能力、心算的能力、估算的能力及對運算結果是否合理的判斷能力等。NCTM 在 1989 年的「數學課程與評量標準」中提出，要有好的數感，學童需具備以下 5 種基本能力：(1)能理解數的基本意義；(2)會探索數字間的多重關係；(3)能瞭解數字的相對大小關係；(4)能瞭解運算對數字的影響；(5)能發展參考物來測量一般的物體等，並能運用於日常生活中。NCTM 也說到數感就是對數的一種無需長時間的考量，可以快速直接將感覺說出或將想法與策略立刻去執行。

McIntosh 等人(1992)也指出，一個學生具有良好的數感時，應該能夠在相異的情境下，自由靈活地應用運算的性質來解決問題；亦或在連結不同運算間的關係做連結，發展出多樣化的思考與解題方法。圖 2-1 則在說明「數」、「運算」及兩者交互作用產生的「情境」這三個元素的連結情形。

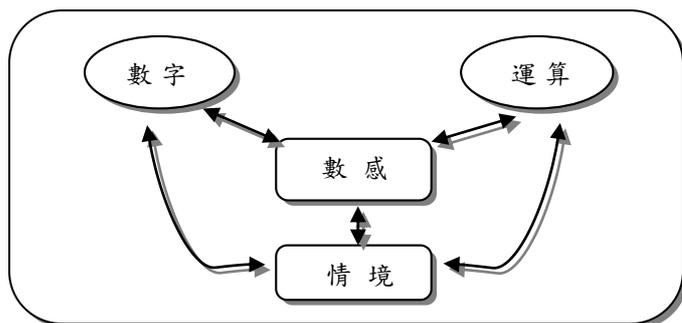


圖 2-1：  
數感主要元素的連結情形  
(McIntosh et al.,1992)

## 二、數感的相關研究

對於數感，許多學者們彼此之間的看法是有一定程度的共識存在。研究者就中外學者對於數感的相關研究中所提出的定義以及描述，將他們整理出三個部份分別是：（一）強調數字間的關係與意義；（二）重視彈性與生活連結；以及（三）具備後設認知並且能夠將結果做出合理性的判斷，分別說明如下：

### （一） 強調數字間的關係與意義

數感是指數字和數字之間的關係有著良好直覺（Howden, 1989；陳霈頡，楊德清 2006），而劉琪玲，謝哲仁(2003)則認為具有良好數感的學生能使用已學習過的數學知識，去探討多種情境下數字運算，以及數字間的相互關係，Reys 等人(1999)看到的則不只是數字及運算之間的關係，認為數感牽涉到數種數學概念，數學事實，數學技能間的關係。

NCTM (1991)認為學習者建構數學概念時，賦予意義(sense-making)是最重的原則，而數感被認為是在數學情境下對其賦予意義的渴望。Hope (1989) 也認為多考慮數字和關係而非書上的規則是數感的觀點。；同樣地，Sowder 和 Schappelle (1994) 認為，數感最重要的元素就是對數字的理解。楊德清與徐俊仁 (2000)則指出數字常識，是對於數字意義進行瞭解內化的過程，而這種數字與運算符號之意義的理解已存放在於腦中的記憶區內，所以它是一種思考的方式，在需要它

的時候，可以自由隨心的拿取出使用（楊德清，2002），至於擁有數感的學生，會將數字視為有意義的整體，並期待數字計算的結果是有意義的(Reys et al, 1999)。

## （二）重視彈性與生活連結

Greeno (1991) 彈性的心算、劉琪玲，謝哲仁(2003) 彈性的思考與許清陽(2006) 彈性地發展解題技巧及策略等等，許多學者認為擁有彈性是數感的一個重要特徵。同樣的，Reys 等人(1999) 則認為數感是指對數字以及運算的普遍了解，並彈性地使用這種理解來做出數學判斷的一種能力，許清陽與楊德清 (2001)的觀點是數感包括能在不同的情境下以符合當下的方式使用和說明數字，能根據對於數字的多重意義作判斷，這樣的觀點亦出現於 Resnick 等人(1989) 的觀點，即數字常識經常產生多樣化的作答方法，而不會是單單一種的作答方法（引自楊德清，徐俊仁，2000）。

Case (1998)認為具有良好數感的學生能夠在現實世界的量和數學世界的數之間自在的遊走（引自林怡靜，2006），是建立數學和成功經驗世界間的連結(Kastner, 1989)，可以處理在日常生活中以及任何情境下所遭遇的數字和運算之問題（許清陽，2006）。林素微(2002)的研究中，則將數感定義為：與生活經驗息息相關及隱約含有數量的非按照慣例數學情境之下（如讀閱書籍或報章雜誌等非正式數學的環境），個體對於情境中數量的查覺、感知與推理」。類似觀點亦出現於其他學者的研究當中，認為數字的大小概念應與自然界中的參考相比較(McIntosh, Reys & Reys, 1992)。

## （三）具備後設認知並且能夠將結果做出合理性的判斷

陳霈頤以及楊德清(2006)認為，數感具備後設認知的性質，能夠

監控整個過程，一個擁有良好數感的人，面對數學相關問題時，能夠思考以及反映數字、運算和所產生的結果，在題目作答的歷程裡，會依據題目意思而先預設合理答案的可能類型與數目，並且將不合理的答案排除（Dougherty & Crites, 1989; Hope, 1989; NCTM, 1991 ; 劉琪玲、謝哲仁, 2003）。Dougherty Crites(1989)的觀點是，數感在確定答案的數量大小和數字類型及選擇適當的計算方式等方面都十分有用。數感估計與心算上的使用，也可以使得到不合理答案的機會減少，而使用這樣的方法來處理數字的人，會去分析裁定那數字結果的合理性，當數字的結果與本身的認知期待相互抵觸時，他們會以不同的出發點去省思問題，試著去將這衝突解決(Sowder et al, 1999)，他們在判斷答案的合理性時是兼具能力與自信的(Kastner, 1989)。

## 第二節 學習障礙與數學低成就

### 一、學習障礙

在民國 50 與 60 年代，那時的教育知識與水準還不是非常普及，家中若有就學孩童在學習上產生困難，例如：班上同學已經可以使用心算做出個位數加減法的題目，但是有些學童卻還需要藉著雙手指頭來輔助計算；或者是對圖像的學習和反應，比起其他同學（如文字、空間問題的解決等）來得慢，進而影響到閱讀上的理解能力，在學習學科的時候會感到十分吃力，相對地學童在學習成就上就明顯的低弱，這類的學童在低年級時還會被安慰說是「長的較大隻的雞會比較晚出啼聲」，甚至會被套上「壞學生」的名號在身上，當時不知道這樣的學童可能在學習上是有障礙的，而在那年代所謂有障礙的孩子都是指肢體障礙，對這學習障礙這類型的孩子所知不多。

「學習障礙」這一個名詞，最早是在民國 66 年的「特殊教育推行辦法」修訂法中出現這一個名詞，在這之前的特殊教育服務的對象並無學習障礙者，修法也是為了讓學習障礙者也可以成為服務對象之一。經過了 14 年，在民國 80 年，國內第一個學習障礙的定義才在全國第二次特殊兒童普查工作執行小組中所提出，在民國 81 年教育部正式公布了學習障礙定義：「學習障礙，指在聽、說、讀、寫、算等能力的習得與應用上顯著的困難者。學習障礙可能伴隨其他的障礙，如感覺障礙、智能不足、情緒困擾；或由環境因素所引起，如文化刺激不足、教學不當所引起的障礙，但不是由前述狀況所直接引起的結果。學習障礙通常包括發展性的學習障礙與學業性的學習障礙，前者如注意力缺陷、知覺缺陷、視動協調能力缺陷和記憶力缺陷等；後者如閱讀能力障礙、書寫能力障礙和數學能力障礙等。」這是我國第一個法定的定義。到了民國 87 年教育部再進一步將學習障礙的定義做了的修訂，並公布在『身心障礙及資賦優異學生鑑定原則鑑定基準』中。而在民國 91 年教育部公布了『身心障礙及資賦優異學生鑑標準』取代原有的『身心障礙及資賦優異學生鑑定原則鑑定基準』，到了民國 95 年，再次修訂『身心障礙及資賦優異學生鑑定標準』，但有關學習障礙的定義在這兩次的公布內容中，未做任何的修訂。

特殊教育法第三條第二項第八款所稱學習障礙係指因神經心理功能異常而顯現出注意、記憶、理解、推理、表達、知覺或知覺動作協調等能力有顯著問題，以致在聽、說、讀、寫、算等學習上有顯著困難者；其障礙並非因感官、智能、情緒等障礙因素或文化刺激不足、教學不當等環境因素所直接造成之結果（教育部，1998）。然而從各相關學習障礙的文獻資料中對其特徵的說明，整理出常見的以下 10

種（周台傑，2000）：活動過多、知覺缺陷、情緒不穩定、一般協調能力缺陷、注意力缺陷、衝動現象、記憶缺陷、特殊的學業問題、空間方向與時間管理及事物關係等能力不佳、不會使用適當的學習策略。

美國精神疾病診斷與統計手冊第四版 (DSM-IV-TR,2000) 對學習障礙所下的定義是針對學業性學習為主，將其學業性學習障礙分為閱讀、數學和書寫及非語文學習等四種類型障礙，研究者將上述的四種學習障礙分成兩類（一）語言學習障礙與（二）其他類別障礙，敘述如下：

### （一）語言學習障礙

#### 1. 閱讀障礙

閱讀障礙是指智力正常或正常以上，沒有視、聽、語言文化剝奪等現象，但在閱讀能力與智力指標間呈現明顯差異（智力高但學業成就明顯落後）。

閱讀障礙屬於特定的學習障礙其中一種，Lerner (1993) 指出學習障礙學生中有 80% 會出現閱讀障礙。Olson (1989) 則認為這類型的學習障礙學童在語音解碼方面有特別的發展性缺陷，也就是他們無法將看到的文字轉換成語音。要使閱讀產生其效益，閱讀者必需將在平面上的靜態文字訊息，轉換成為動態的聽覺形式，這樣人類腦中那記憶的區塊，就會去處理轉換後的訊息。Kirk(1993) 等學者綜合其成因，認為閱讀障礙者聽覺理解能力差、聽或視知覺速度太慢、無法知覺文字符號、缺乏閱讀所需的知識、無法注意到重要關鍵字句或段落、及無法了解書寫文字的單位。

當閱讀障礙學童從事跟閱讀無關的學習或表現時，可能與常人無異或甚至表現得更加優秀，但當閱讀作為媒介進入學習狀態中，其表

現則完全無法跟上同儕或遠低於預期。

## 2. 書寫障礙

在學習障礙學生中，會有一部分是屬於書寫障礙類別的學生，這類型的學生在學習不一定會有理解方面上的問題，但是要他們以書寫作為表達方式是有困難的。楊坤堂(2003)曾針對書寫障礙學生的學習特徵進行整理如下：同時聽寫困難且容易混淆、字形常常顛倒、過目即忘、左右不分、注意力不集中、動作表達能力欠佳。在美國精神疾病診斷與統計手冊第四版(DSM-IV-TR,2000)中有指出單純為書寫障礙則很少，而多數的書寫障礙會與其他學習障礙類型有相關聯。

在學校裡，教學者要觀察學生在課堂上的學習行為和找出其感興趣的事物來做教學規劃，如此方式更能貼切學生需求，提升學生學習成效。

### (二) 其他類別障礙

#### 1. 非語文學習障礙

Johnson 和 Myklebust 兩位學者在 1967 年，觀察一群兒童時發現，這些孩童在語文學習上並沒有出現問題，但是在人際社交上與學校環境適應上有困難，之後 Rourke 與他的同事發現這類的學童還伴隨其他的學習困難，如：視覺空間、觸覺動作技巧及數學等特徵而提出“非語文學習障礙”(NLD)一詞(引自 Semrud-Clikeman et al., 2010)，但“非語文學習障礙”(NLD)一詞是由 Myklebust 在 1975 年他自己的文章中正式提出與介紹。Lerner (2003) 也認為此類型障礙是因為人的腦中有神經上缺陷，進而導致在人際互動及溝通信息傳遞、非語文情境的適應、非語文符號和線索的辨識上是困難的。目前台灣並未有一套很好的篩選量表是針對非語文學習障礙學生，並且在操作定義上

也不明確，尤其容易與數學學習障礙混淆；再加上非語文學習障礙、亞斯伯格症與注意力缺陷過動症這三種障礙類別有共病症（胡永崇，黃秋霞，吳兆惠，胡斯淳，顏玉華，2006；Semrud-Clikeman, Walkowiak, Wilkinson, & Minne, 2010），因此非常容易被人忽略，而無法針對其學習上優劣勢與特質及早進行教學介入，以致於在學習上遭遇到許多挫折，並影響到日後生活技能的應用。

## 2. 數學學習障礙

數學學習障礙，意指個體智力正常，且排除其他障礙，但學習者對於數學符號，以及概念的理解、運算能力的學習上有明顯困難，致使數學能力低下，無法經由一般教育的學習輔導獲得學習成效。所以數學障礙並不是因感官缺陷或是在教育上的不足或是文化不利所造成的影響，它是一種先天性的障礙，美國精神疾病診斷與統計手冊第四版 (DSM-IV-TR, 2000) 提出數學障礙學生可能的缺陷如下列敘述：

1. 在語文能力上（無法對於數學名詞的瞭解或表達、理解運算過程或概念以及將應用題的題意轉為符號與數字呈現的算式）。
2. 在知覺能力上（無法分辨及讀出數字或數學符號及不會依特徵將物品進行分類）。
3. 在注意力上（無法正確寫出數字或符號，計算時不會進位與退位以及正確看出運算符號）。
4. 在數學能力上（計算時不會遵循著步驟、學會計數以及背誦出九九乘法表）。

數學學習障礙的表現形態具有個別性的差異，影響數學學習障礙學童的學習形態和學習策略發展有許多因素，包括障礙生自己、家庭

及老師教學等因素，彼此都會交互影響。許多研究也指出，教導數學學習障礙的學童時，使用相關策略，例如：自我教導策略、後設認知解題策略、融入電腦圖示策略等，能提升學生的數學學習成效。

## 二、數學低成就

本節根據低成就的定義與類型、成因、學習特徵進行探討。

### (一) 定義與類型

低成就的定義有不同的界定。多數教師贊同低成就即學習困難的說法，此觀點係就學習成就水準而言（陳東陞，1993）。但是「低成就」、「學習困難」、「學習障礙」等名詞到底有何差異？然而這些名詞在國內經常被混為一談，多用來描述學習表現不佳的學生（洪儷瑜，1995）。「低成就」的意義有兩種說法（洪儷瑜，1995；楊坤堂，1997），第一種是「成就低落」(low achievement)即學生的成就表現顯著低於其年齡或同年級常模者；而另一種則是「低成就」(under achievement)，也就是學生的成就表現顯著低於其心智能力或潛能者。此說法和楊坤堂(1997)的分類方式十分相似。楊坤堂將低成就分為社會性或現實性低成就兩類型，即學生的成就表現顯著低於其年齡或同年級常模者，是和其他同儕比較；教育性或真實性低成就則是學生的成就表現顯著低於自己的心智能力或潛能者，是和自己比較。由於低成就的指標是差距程度，係指學生的心智能力與與當下真實的表現或潛在能力與成效之間顯著差距的現象。因此，教師宜採用教育性或真實性低成就的觀點看待學生，進而提供適性教育。

各學者對低成就有不一樣的定義，例如林美和(1987)指出，一些智力正常的低成就學生，原則上在應該會有不錯的學業成就，實際上

，他們的形成潛在學習能力與實際學習效果的有著極大差距。郭生玉(1973)說明低成就學生係指成就在其能力之下，亦即依據智力或性向預測其應有某種程度成就，但是實際成就卻顯著低下許多。黃瑞煥、詹馨(1982)定義所謂的低成就學是指學業成就與學習能力相互比較下，其學習能力所應達到的水準在學業成績上並未展現出來，甚至有很大的差距。郭為藩(1993)認為低成就者係指個人潛在學習能力或智力與學業成就有顯著的落差。張景媛(1994)稱智力發展無礙，學習表現卻欠佳的學生為「學業低成就生」。許永熹(1994)認為低成就一般是指一個人學業成績與成就表現，明顯低於其智力或能力所推估的水準。楊坤堂(1995)則提出低成就學生在學校遭遇學習問題，導致在學習過程中無法做有效率的學習，並造成學習成效明顯的低於其實際能力。

低成就學生在學校遭遇的主要困難是學習問題，楊坤堂(1995)依據學習問題的性質，將低成就學生分為五種類型：1. 學習能力不足或缺的學習問題學生，屬於「能不能學習」的問題。2. 學習意願(或動機)低落或缺的學習問題學生，屬於「願不願意學習」的問題。3. 學習策略欠缺或不足的學習問題學生，屬於「會不會學習」的問題。4. 學習機會欠缺或不足的學習問題學生，屬於「有沒有學習」或「不足的學習」的問題。5. 教學不當的學習問題學生，屬於「學習正誤」或「錯誤的學習」的問題。也有學者依據學科數量將低成就學生分為普通型低成就，是指多數的學科皆未達到與其能力相符合的水準；特殊型低成就，是指只有某些特殊學科成績低劣，而其他學科的成績卻與其能力相符合(黃瑞煥，1982;Goldenson,1970)。若根據低成就出現時間的長短來看，長期型低成就兒童是指其剛出現低成就現象時

，由於特徵不明顯，未能及時獲得適當的輔導，日積月累，情況越趨嚴重，其成就始終處於能力水準之下，而其形成原因較為複雜，不易發現。暫時型低成就兒童的低成就表現則只是一種短暫現象，造成此現象的原因可能為困擾經驗所致，例如家庭發生變故。不過，暫時型低成就兒童的表現容易覺察，並且原因明顯，經由一段時間輔導後，學生的學業表現大多能恢復正常(郭生玉，1973;黃瑞煥，1981)。

## (二) 成因

造成學業低成就的因素很多，各家學者也針對其成因提出看法(劉瓊玩，1983;楊銀興，1988;楊坤堂，1992;陳東陞，1993)，綜觀各家理論發現，低成就的成因不外乎是環境因素和個人因素，並受時間因素的影響(Mandel & Marcus, 1988)。

在環境因素方面，可從學校、家庭、社會三個層面來探討。在學校層面，像是學校行政、教學設備、教育目標、教學活動、師生關係和同儕互動、教師態度、班級的氣氛不佳也會導致學生的低成就。或是因為學習環境的不良，如光線、溫度、溼度、場所是否安靜等因素，皆會影響學生的學習效果。還有，如果教材的學習時間短促，當學生無法熟練內容時，也會導致學習效果不佳。在家庭層面，例如父母管教不當、家庭社經地位低落、環境問題、家庭氣氛不和諧的因素也會影響學生成就。或者是問題家庭、處於危險環境中的兒童和經濟不利，無效率學習者均說明家庭因素在文化、經濟或環境不利對兒童學業的影響。此外，家長對子女教育的關懷程度不夠、家庭環境不良也會有所影響。在社會層面的因素，則包括政治、經濟、教育、文化、科技等，也就是說社會的意識形態、價值體系、教育政策等皆會影響兒童的學業成就。

在個人因素方面，就兒童自己本身有例如智能障礙、聽覺障礙、情緒障礙、缺乏學習動機、學習策略不足及特定學習障礙等因素，有可能造成低成就。陳東陞(1993)認為，生理機能與學習效果間有密切的關係，生理障礙是造成低成就的因素之一。一般而言，視障、聽障的學生均較普通學生容易出現學習困難。再者，情緒的不穩定常會影響學習效果，學生在學習過程中，可能因為不安定、過動、無法集中注意力，而降低學習效果。學生也可能因為學習方法與教材的不適合，像是學習方法的不當，會浪費時間且成效不彰。若學習教材難度過高或太過簡單，學生都有可能逃避學習。低成就學生常常因為不知道如何組織學習內容，較難形成概念，缺乏知識體，無法把握要點，而造成低成就現象。或者因缺乏學習動機與興趣，導致學習效率低，當然學科成就評量的結果大多為低下。

Mandel 和 Marcus (1988)依據時間因素，將低成就的成因分成四個類型：1. 受到外在暫時性因素影響而導致低成就，例如父母生病、教師請假等。2. 受到外在永久性因素的影響而導致低成就，例如轉學、家庭破碎或家人死亡等。3. 受到內在暫時性因素影響而導致低成就，例如學生自身營養失衡或生病等。4. 受到內在永久性因素影響而導致低成就，例如學生學習能力不足、生理障礙或人格問題等。

### (三) 學習特徵

劉瓊玩(1983)認為低成就學生的學習特徵有：學業成績低下、自卑、不滿意現實狀況、個人目標不明確、無法接受他人的批評與指教、親子關係不佳、常自怨自哀且情緒低落、會有游離性的焦慮及缺乏洞察自己及他人的能力。李咏吟(1987)從心理諮商的臨床經驗中觀察，低成就學生顯現與學習相關的困擾，經常沒有花足夠的時間讀書、

被強迫念不喜歡科目、粗心、健忘、懶惰、不準時做功課、對某些科目不感興趣、無法記住所讀的內容、不喜歡讀書、缺乏熱心和高自我期許、對自己想要什麼感到混淆。李乙明(1993)則認為低成就學生在口頭和書面表現的品質差距很大，對於自己愛好的科目或課程，在理解力及記憶力上皆有不錯表現，並有固著的傾向，不過容易分心，專注力不夠，學習態度不佳，欠缺學習動機，做事無法持久，經常找理由不繳交作業或是延遲繳交，屬於好玩者。在心理方面，低成就學生容易出現自尊心低落，自我概念不佳，人際關係不良，缺乏溝通及表達能力，傾向於不切實際的自我期許等特徵。常將個人成敗歸因於外在因素，逃避自我要求及負責，有時會有退縮或攻擊行為出現。

### 第三節 遊戲融入數學教學

#### 一、遊戲

遊戲可以說是伴隨著我們長大最佳玩伴，在遊戲中沒有人會去在乎他的目的是工作或是學習，在這之中我們的心態是自在無束，享受在遊戲之中所來的歡樂。而遊戲的特性 Froebel (1887)認為遊戲為人類生活的縮影，它帶給學童們歡樂與自由，Froebel (1887)在書中也有說到，遊戲是一個可以將自己內心的需求與衝動的一種自我表徵的活動。Piaget(1951)發現學童要認識自身的周圍環境是可以透過遊戲來進行，進而對空間進行複製、想像並創造。Maslow (1970)的需求層次論中有說到，兒童在遊戲中也是有在學習的。心理分析學派 Freud (1928 [1927])認為遊戲可以使學童暫時離開真實生活，從被動與較差經驗的角色中移轉，有調整學童的情緒和治療心理的功能，可以偵悉對學童

來說遊戲其重要性。過去學者提出遊戲有其特徵、要素與特性，整理如表 2-1：

表 2-1 整理學者提出遊戲有其特徵、要素與特性之相關資料一覽表

<p>Caillois (1958)</p>	<p>遊戲具有的特徵 (1)自由的活動；(2)分隔的活動；(3)不確定的活動； (4)無生產性的活動；(5)受到規則的約束； (6)假裝的活動（引自黃怡芳，2005）</p>
<p>鄭肇楨 (1991)</p>	<p>遊戲具備的要素 (1)身體的直接與間接觸兩種；(2)官能活動； (3)認知技巧；(4)時機的把握；(5)適者生存</p>
<p>Johnson et al., (1994)</p>	<p>遊戲具備的特性 (1)是歡笑，愉悅和歡樂的；(2)對參與者有正面意義； (3)沒有外在目標；(4)是出自內在的動機； (5)參加者都主動投入，參與遊戲； (6)不是單一，獨立的行為，它和其他方面有密切關係。（引自吳幸玲、郭靜晃譯，2003）。</p>
<p>潘慧玲 (1991)</p>	<p>遊戲具備的特性 (1)非實際性 (nonliterallity)：遊戲的時空可透過想像自成一個系統，特定的人，事，物在特殊的定義或關係下，形成一種暫時性的組合。 (2)內在動機 (intrinsic motivation)：遊戲中的緊張成分可能帶來焦慮、不安、挫折或無奈的負面情緒，參與者為完成目標，雖然過程艱辛，但心情卻很愉悅。 (3)過程勝於結果 (process over product)：很多遊戲的本質是簡單的，但過程中所獲得的經驗遠勝過結果的勝負。 (4)自由選擇 (free choice)：遊戲是自願、非強迫性的，個人擁有非常充分的自主權，隨時可加入或退出。 (5)正面性的情緒 (positive affect)：遊戲的魅力在於能讓人沉湎於想像國度中，有欲罷不能且一玩再玩的衝動。</p>

在遊戲具備的特性中，潘慧玲與 Johnson 兩位學者有幾個相同處，敘述如下：

1. 動機皆出於自己本身，遊戲的過程對參與者充滿了無限想像，結果是歡愉的。
2. 對參與者都有正向的情緒與意義。
3. 參與遊戲的人皆自願而非強迫。
4. 對於參與者，遊戲的結果不是那麼的重要，重要的是與其他參與者在過程中的互動與學習。
5. 遊戲是一個暫時性且非個人的組合。

我們綜合上述對特徵、要素與特性可以看出，學童試著利用模仿成年人的各種行為，來進行各項事物探尋與摸索，更在遊戲之中對於其學童本身外在行為的選擇與問題解決的能力都有所增進。換言之，學童是自願性且在一個無壓力、無限制又開放的環境當中，經由遊戲得來的經驗不斷演練、探索與創造，並發展自我解決問題方式，驗證其社會化也對滿足內在心理動機的互動行為，稱為「遊戲」。

## 二、遊戲的理論

遊戲理論分為第一次世界大戰前所發展出來的「古典理論」及 1920 年代以後的「現代理論」（吳幸玲，郭靜晃，2003）。

### （一）古典理論

古典理論，多以哲學思想為基礎論點，較不注重實證研究。可將古典理論分為四種：能量過剩論、休閒放鬆論、重演論和練習論。現將這四種論點依能量和本能對遊戲的定位及論述略分二：(1)、能量過

剩論與休養鬆弛論將遊戲看做為一種能量之調整行為；(2)、重演論與練習論是將遊戲解釋為人的本能（郭靜晃譯，1992；詹志禹，1997；廖素霞，1992）。以下是四種古典理論分述：

#### 1. 能量過剩論：

能量過剩論最早是由哲學家 Friedrich Schiller 提出的。Schiller 他認為遊戲是能量的發洩方式，成年人受到生理基本需求要進行工作來維持需求，這時的活動會消耗精力，而孩童因不需要進行工作這樣的活動，所以能量會過盛（簡楚瑛 1993）。因此，藉由遊戲消耗或釋放過盛的能量，以免累積過多而形成壓力（吳幸玲，郭靜晃，2003）。

#### 2. 休閒放鬆論：

休閒放鬆論是德國的哲學家 Moritz Lazarus 所倡導的，他認為成人在工作中會因能量的耗損進而造成身體疲勞，而遊戲是能量不足下所產生的活動，是為了將消耗能量補充回來的方式。林風南 (1993)，需要藉由遊戲及休閒擺脫工作壓力，使能量恢復。所以，學生因課業壓力所消耗的能量可以藉由遊戲幫助來恢復。

#### 3. 重演論：

Hall 和 Gulick 等認為孩童的遊戲是遵循人類的歷史演進而來的，就像嬰兒發展至成人與人猿進化演變到現代人的過程是相同。所以遊戲是為了讓我們除去不該在現實生活中出現的原始本能。例如：飼養小動物反映畜牧時期的活動，學校的團體遊戲則反映部落時期的活動（馬秀蘭等人，2012）。

#### 4. 練習論：

Groos 在 1898 年提倡的，他認為遊戲是本能的需求所衍生的活動並具有適應目的，本能藉著一種安全遊戲活動，來練習獲得生活所需

的基本技能（簡楚瑛，1993），兒童會藉由扮家家酒的角色扮演遊戲去體驗成人世界的社會性互動模式，學習如何在未來實踐理想，做為適應未來生活及社會的踏板（高鵬家，陳渝苓，2011）。因此，研究者認為學童可以藉由遊戲來獲得數學的基本技能，以因應在未來生活上所需。

## （二）現代理論

現代理論是發展於 1920 年代之後，此理論對人為什麼要遊戲做了解釋，而且試著去定義遊戲在兒童發展中的功能為何（Ellis, 1973），現代理論包含四種理論：1. 心理分析論、2. 認知論、3. 貝蒂生理論和 4. 覺醒調節論。

### 1. 心理分析論：

Freud (1961) 認為遊戲可以滿足個人願望，也可讓孩子的情緒在遊戲中被調節。Erikson 延伸 Freud 的心理分析，認為遊戲發展是有助於兒童自我發展的功能，在參與遊戲活動的與人產生互動時，進而模仿遊戲情境在現實生活中處理事物（吳幸玲、郭靜晃，2003；馬秀蘭等人，2012）。

### 2. 認知理論：

認知理論包括有 Piaget、Vygotsky、Bruner、和 Singer。Piaget (1962) 認為認知發展對在遊戲中的兒童，所展現出的行為是有其影響，兒童可以藉由遊戲去學習並鞏固最新的技巧進而使其程度達到熟練。Vygotsky (1976) 認為促進孩子的認知發展可以使用遊戲這自我幫助的工具，在遊戲過程中也可以促進兒童的創造力以及變通力。Bruner (1972) 則認為結果比遊戲的方法及過程都來得重要，因為在遊戲當中孩子可以嘗試新的行為及方法，以便應用到實際的生活情境，以解決

生活上的問題要（吳志衍，楊裕富，李傳房，2004）。Singer (1973) 認為想像遊戲對兒童發展有其實質及正面的意義，可幫助兒童在發展中的表徵的能力（吳幸玲，郭靜晃，2003）。

### 3. 貝蒂生理論：

Bateson(1955)認為遊戲是相互衝突的，也就是說在遊戲中的行為不一定等於現實生活中的行為。因遊戲和現實生活中的活動並不相同，所以當兒童在遊戲過程中，他們要能夠同時操弄遊戲與現實生活的意義等兩個不同的層面（吳志衍等人，2004）。

### 4. 覺醒調節論：

此理論是由 Berlyne 發展出來，Berlyne (1960) 他認為當刺激不夠時，為尋找刺激的所產生的行為就是遊戲（吳志衍等人，2004）。Ellis (1973) 也認為遊戲是一種尋求刺激的活動，其遊戲方式要不斷的求新求變來增加刺激度（吳幸玲，郭靜晃，2003）

## 三、數學遊戲

### （一）教學融入遊戲

要將本身具許多的功能和作用的遊戲導入於數學課程中，是否也可以發揮一樣的功效呢？接下來就對有關數學遊戲融入教學的主題進行討論。Dienes (1981)（引自黃毅英，1997）在「數學的營造」一書中，根據 Piaget 學習心理學，建立以六個步驟逐一完成的數學概念的遊戲方式如下：

1. 自由玩耍 (free play)：讓學習者在一個已經設計過的情境中自由玩耍一段時間。
2. 規律遊戲 (games)：設計者可以嘗試在學習者受到環境刺激後，對

具有數學結構的事物有做出反應，再以遊戲方式，讓學習者進行分類活動漸漸發覺這些事物的規律性。

3. 尋找共同結構 (searching for communality)：讓學習者重覆的運用各種分類活動，從過程中結合推展知道所有的可能性。
4. 敘述和圖示 (representation)：學習者可以使用圖示或是文字敘述在活動中的分類策略。
5. 符號化 (symbolization)：接著開始會以符號作出上述的描述。
6. 形式化 (formalization)：這時可以向學習者導入正式的符號，讓學習者構成數學的概念。

Dienes 這以引導學習者在活動中發現規律的遊戲教學模式，黃毅英 (1997) 則認為對學習者本身已知的某些數學概念澄清是有一定的效果，但是對某些的似乎作用不大，例如新概念學習或抽象的事物。

Krulik 和 Rudnick (1983) 認為當一個遊戲結束後，應該緊接著讓學生有機會檢視彼此勝負的原因與討論雙方相互攻守的策略，然而這正是遊戲可以遷移到一般問題解決的關鍵所在。綜合上述，老師在遊戲教學活動中或結束後，應該多鼓勵學生去分析檢討在活動中的一切行動，藉以探究在遊戲中所隱含的數學知識。

提及遊戲運用於教學時，饒見維 (1996) 於著作「國小數學遊戲教學法」中提到，數學遊戲必須具以下四種特性：

1. 適度的挑戰性：

教師會依課程教學目標去設計數學遊戲活動，並設定某種思考任務或目標在遊戲活動中，學生則運用既有的數學知識與能力來達成任務或目標。遊戲規則限制條件越多，其挑戰性越大；反之，其挑戰性就較底，學生較易達成，所以教師設計遊戲時，考量適當的挑戰難度

是非常重要的，難度高學生有挫折感，難度低學生覺得乏味，皆會抹煞學童參與遊戲的樂趣。適度的挑戰性才能讓學生學習持續。

## 2. 競賽性與合作性：

遊戲中活動的加入競賽成分可增加活動的趣味性，並可提升學童參與率與學習動機。藉由於活動過程中，可採取具有合作性的團體模式，各組為爭取的較優成績，學童間必須分工合作。

## 3. 機遇性與趣味性：

有些遊戲會使參與者每次都有所期待，因此一回又一回地玩下去，主要是過程中有某種機遇的因素而增加其活動的趣味性，例如擲骰子比大小或撲克牌撿紅點。

## 4. 教育性：

一個良好的數學教學遊戲必須具備達成數學教學目的的特性，從遊戲中學習並養成各項數學能力例如計算、邏輯推理、獨立與策略性思考及解決問題等等。學童能夠將學習過的數學知識與能力，運用在現實生活中去解決所面臨的問題。

《科學美國人》雜誌在 1957 年撰寫數學遊戲的專欄，後續更出版了一系列有關數學遊戲的論著，例如數學遊戲和娛樂，數學故事等，中文將它翻譯在「啊哈！靈機一動」一書中，書中將數學遊戲分為 1. 代數遊戲、2. 算術遊戲、3. 幾何遊戲、4. 組合遊戲、5. 數論遊戲、6. 圖論遊戲、7. 概率遊戲、8. 分割遊戲和 9. 博奕遊戲等九類，此外，還有許多如邏輯推理等智力遊戲。

## (二) 遊戲的評鑑規則

除了國內學者饒見維所提出的教師在設計數學遊戲時要注意的四個要點外，國外學者 Bell (1978) 也提出十二項評鑑遊戲的準則（黃毅英，1997），這十二項準則可以作為教師進行遊戲教學時的參考：

1. 由於學生太過於投入遊戲進而忽略學習的目的嗎？
2. 數學學習這部分，在整個遊戲過程中是否會被突顯出來嗎？
3. 學生能否經由遊戲達成所設定的數學教學目標？
4. 經過遊戲後，學生的數學表現有無提升？
5. 遊戲難度太高是否會使原設定的遊戲時間變長？
6. 遊戲設計是否太過容易？
7. 教師所設計出的遊戲，學生接受度高嗎？
8. 遊戲前，學生是否清楚遊戲規則嗎？
9. 學生學習遊戲規則，需要使用大量的時間嗎？
10. 在課程中實施遊戲教學，是否會引起學生的秩序混亂？
11. 每個學生參與遊戲的機會是否均等？
12. 每個學生都能夠參與整個遊戲的過程嗎？

以上十二個評鑑準則主要是以學生的學習為主，遊戲教學若要達成預期的學習成效，在設計過程要考慮學生的起點行為，是否與課程學習目標符合，遊戲的相關流程規畫是否恰當，清楚講解遊戲規則和引導學生進行遊戲，這才能真正的透過遊戲達到有效的教學與學習。Sutton-Smith (1983) 也認為遊戲的過程及方法比結果來得更加重要。

#### 第四節 數學遊戲教學目標

教學目標是指教學活動的主體在具體教學活動中所要達到的預期結果、標準。教學目標。要根據課程標準和教材、學生學習的特點以及發展來確定，可以從知識與技能、過程與方法、情感態度價值觀等三方面來進行整體設計，建立目標體系。

本研究研發的遊戲，其教學內容設計主要是以九年一貫課程綱要(教育部，2008 發布)，數學科八年級分年細目表(表 2-2)「8-n-04」、「8-n-05」與「8-n-06」為教學目標，教學內容選定八年級下學期數學課程第一章：數列與級數為主軸，使用康軒版國民中學八年級下學期數學為版本，以下是課程的單元名稱、節數、能力指標與學習目標之整理如表(表 2-3)：

表 2-2 數學科八年級分年細目表

數與量		
分年細目		對照指標
8-n-04	能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。	N-4-13
8-n-05	能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。	N-4-13 N-4-14
8-n-06	能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。	N-4-13 N-4-14

表 2-3 康軒版國民中學數學科八年級下學期第四冊第一章

單元名稱、節數、能力指標與學習目標數學一覽表

對應能力指標 之單元名稱	節 數	能力指標	單元學習目標
1-1 數列 (6)	6	N-4-13 N-4-14	1-1-1 培養學生觀察有次序的數列，並察覺規律性。 1-1-2 能由代數符號描述數列項。 1-1-3 能寫出等差數列的一般項公式。 1-1-4 能利用首項、公差（或其中某兩項的值）計算出等差數列的每一項。
1-2 等差級數(2)	10	N-4-13 N-4-14	1-2-1 能理解級數的意義，及數列與級數的區別。 1-2-2 能推演導出等差級數的公式。 1-2-3 能應用等差級數公式，活用於日常生活中。

備註；前四項主題的能力指標以三碼編排，其中第一碼表示主題，分別以字母 N、S、A、D 表示「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」四個主題；第二碼表示階段，分別以 1、2、3、4 表示第一、二、三、四階段；第三碼則是能力指標的流水號，表示該細項下指標的序號。



## 第參章 研究方法

本研究的研究方法主要是在數學教學中以遊戲活動的方式呈現，研究者先研擬規畫單元遊戲，經過前導階段的試教及反覆修正後，再於正式階段開始進行施測，並將數學遊戲融入於課程教學中，之後研究者透過遊戲教學過程紀錄表、數學遊戲學習單、數學遊戲回饋單、訪談記錄表與教師札記等資料的蒐集與分析，進一步來探討本研究中研究對象數感改變情況。本章共分成五節，第一節為研究流程，第二節為研究現場與對象，第三節數學遊戲，第四節為資料蒐集及分析，第五節為試教結果。以下分述來說明。

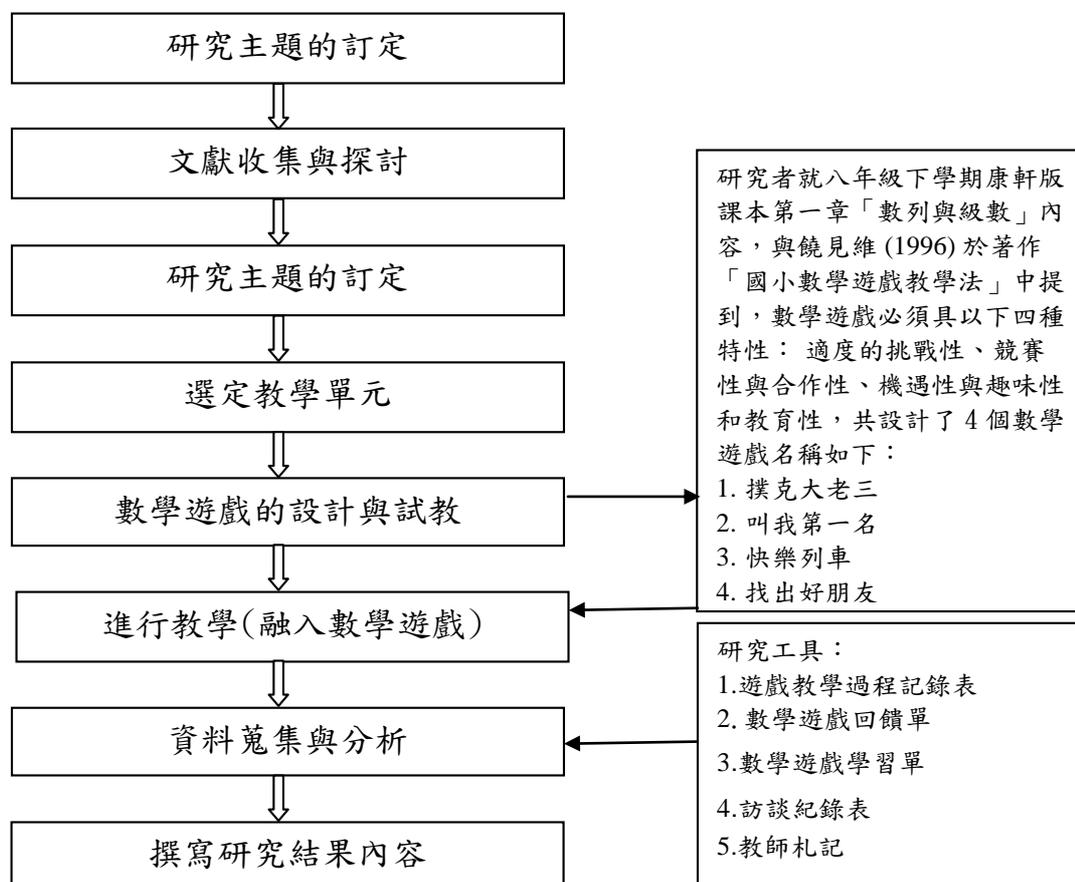
### 第一節 研究流程

在遊戲研擬的過程中，研究者為了使遊戲具有適切性及可行性，隨時要修正數學遊戲流程與內容，基於上述之理念，將這研究流程列於下圖（圖 3-1）。研究者利用半年的時間蒐集相關文獻，與指導教授多次討論訂定研究主題以及參考由康軒出版社所編製的教材，於 107 年 11 月 23 日將「等差數列與等差級數」之學習單題目與數學遊戲設計初略編製完成，初步研擬出六個數學遊戲：107 年 11 月 10 日至 107 年 11 月 15 日研擬各項資料蒐集工具，如遊戲教學過程記錄表、數學遊戲回饋單、數學遊戲學習單、訪談紀錄表、教師札記及遊戲教具的製作；計畫於 107 年 12 月 26 日與 108 年 1 月 5 日這兩天進行遊戲試教，試教結束後則進行遊戲內容與規則的修正。108 年 1 月 11 日將遊戲學習單上的題目由三位有數學相關背景的數學老師與教育所

數學組研究員進行專家效度，108年1月12日進行遊戲學習單上的題目修正；108年1月23日回收家長同意書；計畫於108年02月23日、108年03月2日、108年03月9日及108年03月16日進行正式數學遊戲教學，搭配著遊戲教學過程記錄表、數學遊戲回饋單、數學遊戲學習單，訪談紀錄表與教師札記之資料蒐集與分析；最後進行分析並完成報告之撰寫。

本研究原本設計6個數學遊戲教學活動，在遊戲試教中發現「超級比一比」與「撲克大老三」的相似度頗高，「歡樂大富翁」則是對低成就學生來說難度太高，經與指導教授討論，取消「超級比一比」及「歡樂大富翁」2個遊戲，最後決定在遊戲中挑選了「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」及「快樂列車」這4個遊戲。

圖 3-1 研究流程圖



## 第二節 研究現場與對象

研究者擔任國中數學的家教老師，以下所描述的是教學現場以及研究對象：

### 一、教學現場概況

現場是高雄市左營區某數學家教中心，開業已有 8 年，位於捷運站出口附近，教師共有 2 位。家教中心共開設 9 班( 4 至 12 年級各一班)，每班人數限制 4 人，班平均人數為 3 員；由於家教中心沒有入班能力檢測的規定，所以同年級的學生程度有些差距，為了使教學現場執行教學時能夠順暢，限制班級人數不得超過 4 人。家教中心的學生家長為中產階級居多，對於學生的課業成績非常重視；中心內的教授科目以數學和英文為主，星期一至星期六皆有上課。現階段在家教中心數學科所使用的數學教材，為建弘出版社出版的「活用國中教學講義數學」，而研究對象則是使用該數學講義的第 3 冊，國中八年級教學活動時間安排於每週五下午 18:30-20:30 進行作業檢討與平時小考及每周六上午的 09:00-12:00 是進行教學活動。

### 二、研究對象

研究者在 2017 年 7 月研究者所任職的家教中心，有新進的兩位國一新生，第一位是小陳(化名)，在小港區就讀某國中資源班，學生本身有學習障礙，注意力不集中容易分心，學習記憶短淺，第二位是是小李(化名)，在左營區就讀學某國中需參與數學補救教學，為常模的學生，由於父母忙於工作較少有時間在孩子的學業上進行教導，所以學習狀況比同年齡的學童有明顯的落差。小陳和小李這兩位學生在生活與學習心態上欠缺主動性，行動上不夠積極，在學業成績上也不

盡理想。而上述的這兩位學生是本研究的研究對象，為研究者任教的國中八年級班級的學生，兩位學生對數學科的接受度不高，對於難度較高的教材會排斥，小陳和小李兩人在運算常出錯，因此常感到挫折，對老師講解或自行解題時，聽不懂且無法理解時或不解題目的題意時，兩位學生皆不會主動提問。

### 第三節 數學遊戲

由於小陳及小李二人的學習特徵相近，例如，二人均無法記住所讀的內容以及對讀書不感興趣。二人同樣被人常說為：粗心、健忘、學習態度不佳、缺乏動機……等，所以研究者採用相同的教法，使用數學遊戲處理二人在數感的學習困難。

#### 一、數學遊戲活動設計

在本研究中，研究者就八年級下學期康軒版課本第一章「等差數列與等差級數」內容，總共設計了4個數學遊戲來融入選定的教學單元中，在此將4個數學遊戲活動的內容分別簡述如下：

(一)遊戲名稱：撲克大老三

教學單元：1-1-1 數列

學習目標：8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。

教學使用教具：

1. 撲克牌取四種花色的1(A)~12(Q)，共48張。
2. 「+」與「-」運算符號卡，各20張，共40張。
3. 數列卡共30張。(表3-1)

表 3-1 「撲克大老三」數列表

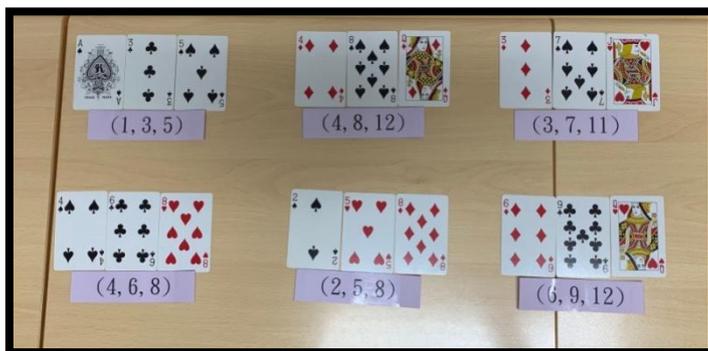
(1,2,3)	(1,3,5)	(1,4,7)	(1,5,9)	(1,6,11)
(2,3,4)	(2,4,6)	(2,5,8)	(2,6,10)	(2,7,12)
(3,4,5)	(3,5,7)	(3,6,9)	(3,7,11)	(4,5,6)
(4,6,8)	(4,7,10)	(4,8,12)	(5,6,7)	(5,7,9)
(5,8,11)	(6,7,8)	(6,8,10)	(6,9,12)	(7,8,9)
(7,9,11)	(8,9,10)	(8,10,12)	(9,10,11)	(10,11,12)

備註：此數列表在遊戲時，會被切割成 30 張數列卡，隨意張貼在黑板上。

遊戲方法：

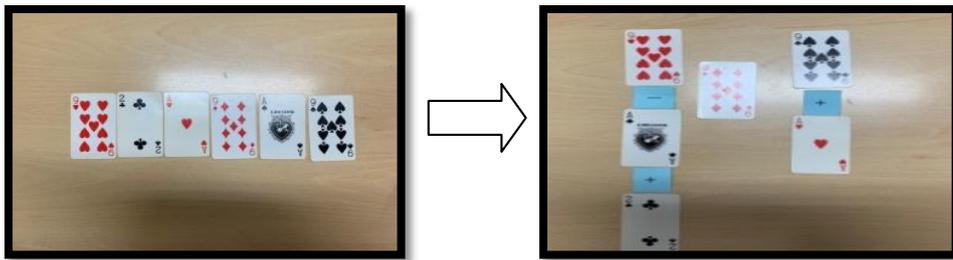
1. 兩人一對一的比賽。
2. 撲克牌先洗牌，然後將牌全數發完，每人拿到 24 張撲克牌。
3. 每人發給「+」與「-」的運算符號卡各 10 張，共 20 張。
4. 研究者將 30 張數列卡隨意貼在黑板上，以便參考。
5. 每人將手上的牌找出與數列卡相同的數列（如圖 3-2）。

圖 3-2 「撲克大老三」遊戲說明圖之 1



6. 剩下的牌可利用加減法湊成與數列卡相同的數列，例如有人的牌剩下 9、2、1、9、1、2 等六張牌，運用「+」與「-」的運算符號卡，湊成  $9+1-2$ 、 $9$ 、 $9+1$  一組等差數列(如圖 3-3)。

圖 3-3 「撲克大老三」遊戲說明圖之 2



7. 最後玩家手中所剩下的牌數最少為贏家，可得獎勵章 10 個。

遊戲特性：具有挑戰性、機遇與趣味性、競賽性以及教育性。

(二) 遊戲名稱：叫我第一名

教學單元：1-1-2 等差數列

教學目標：8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。

8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。

教學使用教具：

1. 撲克牌一副
2. 數列位置圖一張(如圖 3-4)
3. 骰子一顆

圖 3-4 「叫我第一名」數列位置圖



遊戲玩法：

1. 兩人一對一的比賽。
2. 研究者將撲克牌中的 1~10 的數字卡各取出 2 張，共 20 張（若三人對戰準，則 1~10 的數字卡各取出 3 張，共 3 張，依此類推）。
3. 每人會拿到 1~10 的數字卡各一張，共 10 張，接著研究者會在數列位置圖上放上一組 3 張數字卡的等差數列（如：2、3、4）。
4. 首先兩人先擲骰子比數字大小，決定出牌順序，擲出數字最大者先出牌。
5. 出牌的方式有兩種，分別是「移除」和「堆疊」，說明如下：  
移除：學生先將數列位置圖的「3」移除，再把手中數字卡「6」放入，仍維持一組 3 個數字其公差為 2 的等差數列「2」、「4」、「6」，每人每次出牌限一張。  
堆疊：學生可以在任一張數字卡疊上另一張數字卡，例如在「2」、「4」、「6」數字卡的「4」疊上手中數字卡的「6」，使公差改為 4 的等差數列變「2」、「6」、「10」。「叫我第一名」這遊戲不使用任何的運算符號卡，數字卡相疊視同卡上的數字相加，數字相加的和等同一個數列上的數字。每人每次出牌限一張。
6. 原已經放在等差數列位置圖上的數字卡，在每一張數字上只能疊上另一張數字卡，也就是說每個位置最多放 2 張，而且不能抽換其中任何 1 張牌。
7. 若有人無法出牌則喊出 pass，直到雙方都無法出牌，遊戲就結束，此時持牌數最少者為贏家，可得獎勵章 10 個!!

遊戲特性：具有挑戰性、趣味性、競賽性以及教育性。

(三) 遊戲名稱：找出好朋友

教學單元：1-1-3 等差數列的第  $n$  項、1-1-4 等差中項

教學目標：8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差  
計算出等差數列的一般項。

教學使用教具：

1. 1 ~ 100 數字卡，每個數字各 2 張，共 200 張、
2. 鉛筆 2 枝與答題計算紙 2 張及籤筒一個。
3. 卡號由 A~L 的等差數列題目卡各 1 張，共 12 張（如表 3-2）。
4. A~L 英文字母卡各一張，共 12 張。

表 3-2 「找出好朋友」等差數列題目表

卡號	等差數列題目卡				
A	12		24		
B	41		65		
C	80		87		
D	3				67
E	4				48
F	17				61
G		29		47	
H		88		96	
I				34	43
J			66	72	
K	46			55	
L		63			81

遊戲玩法：

1. 每一位參賽者會拿到，1 ~ 100 數字卡，每個數字各 1 張，共 100 張、鉛筆 1 枝與答題計算紙 1 張（附錄十一）。
2. 每人隨機抽取 6 張英文字母卡，依抽到的英文字母卡號，向研究者領取等差數列題目卡。
3. 學生拿到等差數列卡後便可拿起筆和答題計算紙開始計算出空格的答案。作答時，學生在答題計算紙上作答時須寫上姓名和等差數列題目卡的卡號。
4. 算出的答案後，再從 1 ~ 100 的數字卡中找出與答案相同的數字，黏貼在等差數列題目卡上的空格中。
5. 每張等差數列題目卡皆有 3 個空格，所以每張卡都需將那三個空格處的數字算出後並貼上數字，經研究者檢查完全正確才算是完成一張等差數列卡。
6. 先完成的參賽者者，為遊戲的優勝者，可贏得 10 點。

遊戲特性：具有挑戰性、機遇與趣味性、競賽性以及教育性。

(四)遊戲名稱：快樂列車

教學單元：1-1-2 等差數列、1-2-1 等差級數

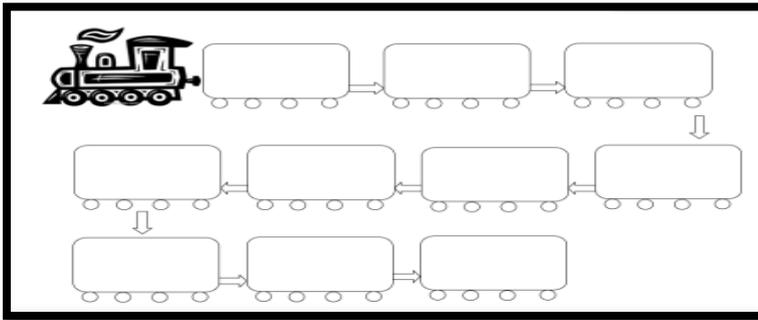
教學目標：8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。

教學使用教具：

1. 1~10 數字卡，每個數字各 6 張總共 60 張、
2. 空白的運算符號卡共 60 張
3. 簽字筆 2 枝

4. 快樂列車圖 2 張（如圖 3-5，每列列車都裝有 10 節車廂）
5. 骰子兩顆

圖 3-5 「快樂列車」列車圖



遊戲玩法：

1. 每人向研究者領取 1~10 數字卡，每個數字各 3 張總共 30 張、空白的運算符號卡共 30 張、簽字筆 1 枝及快樂列車圖 1 張。
2. 學生自行協商，由協商出的學生來擲出 2 顆骰子，其面朝上的數字相加的和，既為本遊戲所需排出數列的公差。
3. 每人可使用空白的運算符號卡所填寫的運算符號及兩張（以上）數字卡，在桌面上排出算式並算出答案，所要的數字後，將答案填寫在車廂上，讓連結車廂上的數字由左至右成一等差數列。每一節車廂上的答案既為該車廂的所乘載的人數。
4. 每人最少要在四節以上的車廂上填寫出數字。
5. 各節車廂的人數加起來，總人數多者為 優生者，若人數相同以車廂數最多的為優勝者，可得獎勵章 10 個。
6. 倘若上述兩個皆一樣則平手，每人可得獎勵章 10 個。

遊戲特性：具有挑戰性、機遇與趣味性、競賽性以及教育性。

## 第四節 資料蒐集及分析

### 一、資料蒐集及分析

本研究會將數學遊戲教學的過程進行拍照及錄影，會將遊戲教學過程紀錄表、數學遊戲學習單、數學遊戲回饋單、學生訪談紀錄、教師反省札記等共五種，來進行多方面的資料蒐集，分述如下：

#### (一) 遊戲教學過程記錄表〔錄〕(附錄一)

此記錄表是將遊戲活動內容做記錄。主要是記錄學生在遊戲過程中的對話內容(包括學生對學生及老師對學生)、任務完成的歷程、……等。用來探討遊戲融入數學教學過程後，學生在數感上的表現。

#### (二) 數學遊戲學習單〔單〕(附錄二至附錄五)

研究者除了設計了數學遊戲的活動教學方案，另外為配合每項數學遊戲，另外製作了遊戲學習單，希望學生可以藉由遊戲學習單，來複習在遊戲中學的數學知識，並運用在題目中，以期能達到單元學習的目標。

#### (三) 數學遊戲回饋單〔饋〕(附錄六)

本遊戲教學回饋單改編自『張嘉玲(2007)學生對於遊戲融入數教學後感後訪談題綱』中的題目，共一式4份，回饋單上的題目內容主要是去探討學生對數學遊戲教學的感受與接受度，藉由參與的兩名學生(小陳和小李)在回饋單上書寫的內容，數學遊戲活動的情意目標是否達成，更可以了解學習活動是否適合學習者之需求與適切性。

#### (四) 訪談紀錄表〔訪〕(附錄七)

訪談紀錄使用在每一個遊戲學習單實施完畢後，再與正式階段研究樣本兩名學生(小陳和小李)來進行訪談。研究者依據兩名學生(小陳和小李)在遊戲學習單上所寫的解題方式來進行訪談，訪談過程經全程錄音後再來進行記錄，訪談紀錄的內容主要用來幫助研究者瞭解遊戲融入數學教學後，分析探討學生透過數學遊戲活動所學習到的相關數學知識以及學生的數學學習情形等。將在第四章以新細明體字體呈現說明。

#### (五) 教師札記〔札〕(附錄八)

研究者利用教學手札，記錄遊戲在課堂實施後的反思，包括遊戲的流暢度與合適性，學生的學習表現，遊戲融入教學後所遭遇的困難，學生的特殊表現，以及個人教學心得…等等。將在第四節以微軟正黑體字體呈現說明。

備註：在進行正式教學活動前，研究者先致電給小陳與小李兩位家長，告至本研究的内容與目的後，請求同意讓小陳與小李能夠與這研究計畫，徵得兩位學生家長的同意，請學生帶回「家長同意書」(附錄九)與「訪談錄音、活動錄影及攝影之同意書」(附錄十)請家長與學生簽名。

### 第五節 試教結果

本研究四款遊戲「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」與「快樂列車」，先經由研究者的指導教授、研究者本人及一位在職的數學老師經三方驗證，確認其遊戲實施的可行後，由研究者服務的家教中心兩位七年級學生，按照原定計畫於107年12月26日與108年1月5日這兩天進行試教。

## 一、「撲克大老三」遊戲教學試教結果

研究者先將 48 張撲克牌洗完後發給兩位學生後，學生便開始利用手上的牌找出貼在黑板上的數列卡內的數列，利用撲克牌將答案排在桌上；在遊戲過程中學生可以使用了運數符號卡，算出數字，再與其他數字排出一組等差數列與數列卡中的數列完全相同，遊戲最後是以手上剩下牌數最少者為贏家。試教過程中，學生為使手中的牌數能全數脫手獲取勝利，將其中已排好的一組數列 (1, 5, 9) 打散，並與手上剩下 5 張牌 (2, 4, 4, 7, 10) 與運算符號卡重新組合，排出相異二組 (1+2, 5, 7) 與 (4+4, 9, 10) 等差數列並與數列卡中的二組相同，令人驚喜是學生排出的數列 (9, 12, 7+8) 是數列卡裏沒有的數列。

「撲克大老三」這遊戲在試教後，經觀察學生是有數列的概念，但在遊戲過程中兩人相互模仿彼此所排出的數列，使排出的數列相同的組數太多，缺乏遊戲的競爭性而且挑戰性也略顯不足。因此研究者為了加強「撲克大老三」這遊戲的挑戰性、競爭性與教育性，決定修改這遊戲方法的第 5 點：參與遊戲的學生誰先將黑板上的數列卡(表 3-1)中的數列排出，需將與排出相同數字的那張數列卡取下放置排出的數列旁，使遊戲過程不會排出重複的數列；增加第 8 點：在數學遊戲過程中的排出的數列卡(表 3-1)中所沒有的數列，其個人單獨獲得獎勵章 5 個。遊戲修正之後，研究者再進行一次試教，結束後，研究者跟兩位學生晤談得知，遊戲經修改後，其挑戰性與趣味性都有提升。

## 二、「叫我第一名」遊戲教學試教結果

在遊戲試教中研究者觀察到，兩位參與試教的學生要使手上的牌全數脫手贏得優勝，非常認真地排出等差數列，趣味性與競賽性十

足，但是參與學生所排出的等差數列其公差幾乎都是為 1，使遊戲在其挑戰性及教育性就顯得的較為不足。

研究者為了加強「叫我第一名」這遊戲的挑戰性，修改了遊戲方法的第六點，修改條文如下：若有人無法出牌則喊出 pass，直到雙方都無法出牌，該場遊戲就此結束，學生開始結算手中的卡數，最少者則為該場遊戲的優勝者，本遊戲採 3 戰 2 勝制，誰先贏得兩場誰就獲勝，優勝者可得獎勵點數 10 點!! 在教育性這方面，就遊戲方法的第四點增加一項規定，規定如下：參賽者不論是用使用方式一或方式二排出等差數列及公差，是不能與已經放置在數列位置圖上的等差數列和公差是相同的，例如：現在數列位置圖上排了「1」、「2」、「3」，而出牌學生手上恰有「1」和「4」這兩張牌，這位學生不能抽「1」換「1」，因與原本的數列相同；亦不能抽「1」換「4」，因與原本的公差相同。遊戲方法的第五點原每個位置堆疊的張數只限一張，且不能抽換。為使遊戲教育性兼具挑戰性將他修改成每個位置堆疊的張數不限，而且可以抽換。

### 三、「找出好朋友」遊戲教學試教結果

本遊戲分成兩組進行試教，第一組的試教對像是研究者的指導教授與三位教育所的學長，另一組試教對象是研究者所任職家教中心的兩位七年級學生；指導教授她們是針對題目卡的題目類型與數量，例如籤號 A、B、C 題目類型是相同的，題目是給定首項與第五項的數字求第二、三、四項的數分別是多少，共有 3 題，籤號 J 題目是給定第三項與第四項的數字求第一、二、五項的數分別是多少，此題目類型只有 1 題…諸如此類。另一組試教的兩位七年級學生則要求遊戲的「公平性」，其原因是輸的那位學生她個人認為，她無法獲勝是因為

贏的那位學生所抽到的題目比較簡單，自己抽到的題目較為困難，研究者為使遊戲有公平的競爭性，於是修改了題目卡的題目(如表 3-3)，將題目分成 A~F 6 種不同的題型，每種題型各 2 題，共 12 題；抽題目方式也作了更動，先猜拳比輸贏，贏的學生優先選題，分別依順序從 A、B、C、D、E 與 F 這六區各抽一題，剩下題目則是另一位學生的，每位學生有 6 張不同題型的題目卡。其他遊戲方法不做變動。

表 3-3 「找出好朋友」等差數列題目表 (修訂版)

籤號		等差數列題目卡				
A	A1	12		24		
	A2	41		65		
B	B1	3				67
	B2	4				48
C	C1		29		47	
	C2		88		96	
D	D1			39		61
	D2			87		93
E	E1		16			43
	E2		60			78
F	F1	46			55	
	F2	57			75	

#### 四、「快樂列車」遊戲教學試教結果

「快樂列車」這遊戲教學在試教後，參與試教的兩位學生表示，此遊戲的挑戰性、機遇與趣味性、競賽性以及教育性十足，所以無需做太大的修正。倒是因兩位學生好勝心強，一位是讓首項的數字過大，提高要排出接續的數字的困難度；另一位是想盡辦法要使手上的數字卡能夠用盡，所以遊戲教學使用的時間約 55 分鐘，因此需在遊戲方法增訂第七點：遊戲時間 35 分鐘，時間一到參賽者須停止所有遊戲相關動作，開始計算列車總人數。為縮短遊戲時間也再提高挑戰性，將空白運算卡改成已有印製好的運算符號卡，每位參賽者拿到的張數也有數量上的限制，每位參賽者能拿到「+」12 張、「-」10 張、「×」8 張和「÷」5 張。

## 第肆章 研究結果與分析

本研究之研擬範圍在八年級下學期數學科第一單元「等差數列與等差級數」，藉由遊戲教學使二位低成就學生小陳和小李的數感有所改變，經實際的教學後，透過相關資料的收集進行分析與探究二位低成就學生在「等差數列與等差級數」的數感表現與對數學學習的態度。研究結果依三個部分來討論分別是：(一)研發的四款數學遊戲融入在低成就學生數學科教學的可行性；(二)實施數學遊戲教學後，學生的數感改變情形；以及(三)數學遊戲融入教學後，學生對數學遊戲教學的接受度。以下分三個部分來呈現研究結果。

### 第一節 研發的 4 款數學遊戲融入在低成就學生數學科教學的可行性

研究者從「遊戲教學內容設計與特性」、「數學遊戲歷程」這兩個方面來做分析與探討這四個數學遊戲「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」與「快樂列車」對低成就學生進行教學活動的可行性，所以依上述遊戲順序分四次來說明。第一方面的分析是參考饒見維 (1996) 的數學遊戲特性，計有：1. 適度的挑戰性；2. 競賽性與合作性；3. 機遇性與趣味性；及 4. 教育性。而第二方面是，用數學遊戲過程紀錄表的內容來分析「數學遊戲歷程」。

#### 一、撲克大老三

##### (一) 遊戲教學內容設計與特性

在「撲克大老三」的遊戲教學內容設計主要是以九年一貫課程綱要(教育部，2008 發布)，數學科八年級分年細目表「8-n-04 能在日

常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性」為教學目標，遊戲教學內容設計選自康軒版數學科八年級下學期第一章「等差數列與等差級數」1-1-1 等差數列的課本內容，使學生可以學習觀察數列是否為等差數列並算出公差，並融入饒見維 (1996) 提出的數學遊戲必須具備的多種特性計有：1.適度的挑戰性；2.競賽性與合作性；3. 機遇性與趣味性；及 4. 教育性。

「撲克大老三」遊戲已具「教育性」，另外，研究者為了吸引學生的注意力及刺激學生參與動機，遊戲內容也增添了「機遇性」、「挑戰性」與「競賽性」三項特性；在「機遇性」方面，遊戲一開始學生雙方先將撲克牌各洗一次後，擲骰子比大小，由點數大者決定數字卡發放的順序，接著發給小陳與小李每人 24 張撲克牌，研究者會另給小陳與小李「+」與「-」的運算符號卡各 10 張。在「挑戰性」與「競賽性」方面，小陳與小李先將手中的撲克牌上的數字找出與數列卡上相同的數列後，走至黑板取下數列卡回到座位與排出的數列進行配對，配對成功則將數列卡留下，配對失敗則需將數列卡放回黑板；過程中數字卡可與運算符號卡一併使用，配對成功且組數最多或最快將手中數字卡全數用盡者為優勝者，給予 10 個獎勵章。

## (二) 數學遊戲歷程

研究者先把數字卡隨意粘貼在黑板上後，小陳和小李馬上觀察手中的數字卡有那些可以排出與數列卡相同的數列，接著小李和小陳分別各自排出一組數列後，小李與小陳先後到黑板取下一張數列卡回座位進行配對，兩人配對的結果都是正確的；在遊戲過程的第 18 分鐘時，研究者發現小陳排出的其中一組數列其公差是錯誤，其實是某一個數字計算錯誤，導致取下的數列卡與排出的數列不符，小陳在進

行配對的當下並沒有發現錯誤，還很高興的對小李說：「我快脫手了」，小李聽到之後，馬上去觀察小陳桌上已配對好的數列，幫忙檢查正誤，檢查後小李開口笑說：「老師，他這組是(4+3, 8, 10)錯的，你來看看。」，研究者對著小李說：「他那裏錯了？」，小李說：「這個數字他加錯了」(手指著從左邊數來的第一個數  $4+3$ ，8, 10)，緊接著小李對著小陳說：「是我要脫手了」，小李為了將所有的數字卡全數用盡，小李拆了2組已配對好的數列(2, 3, 4)、(3, 7, 11)，在與手中剩餘的4張牌(1, 1, 7, 8)和運算符號卡「+」與「-」重新組合，但未成功，於是將原先拆掉的數列(2, 3, 4)、(3, 7, 11)排好，小李站在自己的桌前，仔細觀察每一組已經配對好的數列，開始沙盤推演，最後小李拆掉另外2組(2, 3, 4)、(2, 6, 10)重新組合了3組數列(2, 4, 7-1)、(1, 2, 3)、(6, 8, 10)，成功的脫手，完成7組數列贏得10個獎勵章。那時候的小陳，手中還剩下3張數字卡。之後研究者為「撲克大老三」增加合作性，於是請小李去協助小陳，試試讓小陳也能脫手，在這過程中小陳和小李兩人不斷的討論數字卡與「+」與「-」運算符號卡要如何使用及擺放，兩人一共合作了近20分鐘，在數列卡與數字卡數量有限的雙重限制之下，小陳最後完成6組數列，手中的數字卡剩下1張，小陳取得5個獎勵章。

## 二、叫我第一名

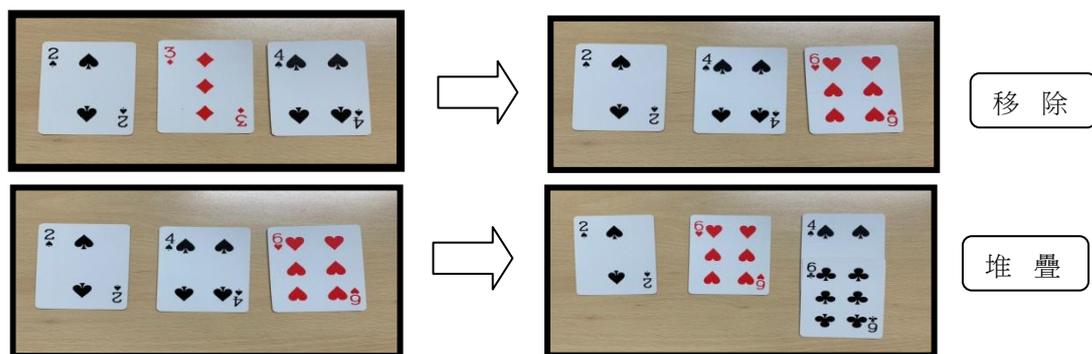
### (一) 遊戲教學內容設計與特性

「叫我第一名」的遊戲教學內容設計主要是以九年一貫課程綱要(教育部，2008發布)，數學科八年級分年細目表「8-n-04能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性」和「8-n-05能觀察出

等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項」中的為教學目標，遊戲教學內容設計選自康軒版數學科八年級下學期第一章「等差數列與等差級數」1-1-1等差數列的課本內容，使學生學習會利用公差找出首項、第 $n$ 項與末項，並觀察出等差中項的算式，並融入饒見維(1996)提出的數學遊戲必須具備的多種特性計有：1.適度的挑戰性；2.競賽性與合作性；3.機遇性與趣味性；及4.教育性。

「叫我第一名」遊戲已具「教育性」，遊戲內容也增添了「挑戰性」、「趣味性」、以及「競賽性」等特性。在「挑戰性」方面，在遊戲內容設計上，是先讓學生觀察桌面上的原等差數列，然後利用公差找出首項、第 $n$ 項與末項，並觀察出等差中項的算式，經思考與計算後，決定如何運用手上現有撲克數字卡，做出一個新公差的等差數列，這也同時要激化學生對數的感覺和觀察力，例如研究者在桌面上先排出一組3個數字的等差數列例如(2, 3, 4)，學生可使用手上1-10的撲克牌，做出「移除」和「堆疊」的動作(說明如下圖4-1)，形成一個與桌面上公差不同的等差數列。在「趣味性」與「競賽性」方面，雙方要想辦法製造出讓對手不易出牌的局面，又可以使自己手中的數字卡能夠全數脫手，遊戲最後是以手中的剩餘數字卡數最少或數字卡全數脫手的學生為本場遊戲的勝利者，獲得10個獎勵章。

圖 4-1 「叫我第一名」移除與堆疊的動作解說圖



## (二) 數學遊戲歷程

研究者向著小陳和小李兩位學生說明「叫我第一名」這遊戲的規則與方式，接著發給小陳和小李每人各一張 1-10 的數字卡，並在桌上一組(1、2、3)的等差數列後，遊戲就此展開。首先小陳和小李擲骰子比大小，由擲到點數大的決定出排順序，結果是小李擲到的點數最大，她決定由小陳先出牌。小陳和小李的出牌順序、結果和對話過程，呈現在表 4-1：

表 4-1 「叫我第一名」遊戲紀錄表

(1、2、3)	
順序 學生	排出的等差數列及過程對話
1 小陳	(1、2、3)移除 2 放 5 → (1、3、5) 小陳：老師一次只能移個地方嗎？ 研究者：是的。 小李：老師那堆疊一次只能疊一個地方嗎？也是一張？ 研究者：堆疊一次只能疊一個地方，但不限張數。
2 小李	(1、3、5)移除 3 放 9 → (1、5、9) 研究者：小陳現在公差是多少？ 研究者：提醒你們移除的牌不用放進你手中的牌裏，直接將 放桌上。 小陳：4
3 小陳	(1、5、9) 在「1」疊上「6」→ (5、1+6、9)

4 小李	(5、1+6、9)移除 5 放 8 → (1+6、8、9)
5 小陳	(小陳看手中的牌約 2 分鐘，開口說) 小陳：我要 pass。 研究者：什麼？你在仔細的看清楚，不可能沒有牌可出。 (小陳思考了約 40 秒後，出手) (1+6、8、9) 移除 1+6 放 10 → (8、9、10)
6 小李	(8、9、10) 在「8」疊上「3」→ (9、10、8+3) (研究者早已發現公差重複了，因小陳在前一段想太久了，研究者一時心軟放水) 研究者：公差重複了，你們忘記了嗎？我在說明遊戲規則時就講了，你們排出的等差數列的公差不能與現在桌面上的公差一樣。 (小李與小陳同時點頭) 小陳：我上次公差是 2。 小李：對，是 2。(研究者心想：睜眼說瞎話，好吧！既然放一次水，就在放一次，這次導正回來)
7 小陳	(9、10、8+3) 在「8」疊上「3」→ (9、8+3、10+3)
8 小李	小李用了 1 分 40 秒思考如何出牌，最後說出：我 pass
9 小陳	小陳直接喊 pass 小李開口問：老師，你是不是有說過一次可以疊很多張。 研究者：是的。
8 小李	(9、8+3、10+3) 在「9」疊上「2」和「1」 → (8+3、9+2+1、10+3)

9 小陳	(8+3、9+2+1、10+3) 移除 9+2+1 放 9 → (9、8+3、10+3)
10 小李	小李又陷入思考狀態，嘴巴碎念著說(同時手指也在動，看似在計算)：放這張，公差不對…。等了近一分鐘， (9、8+3、10+3) 移除 10+3 放 10 → (9、10、8+3)
11 小陳	(9、10、8+3) 移除 10 放 2 → (2、9、8+3) 研究者問小陳：請你看看這數列 (2、9、8+3) 公差是多少？ 小陳：7 研究者：請看仔細點，是 7 嗎？小陳驚覺自己的錯誤，馬上將 2 抽調，換上 7 → (7、9、8+3)
12 小李	小李喊 pass
13 小陳	(7、9、8+3) 在「7」疊上「2」和「1」 → (9、7+2+1、8+3) 研究者：小陳你好棒棒呦！
14 小李	研究者：小李 Go! Go! Go! 小李馬上出牌 (9、7+2+1、8+3) 移除 7+2+1 放 7 → (7、9、8+3)
15 小陳	小陳手中只剩「4」和「8」，他一一的組合，皆無法成等差數列 小陳：看你能不能救我
16 小李	小李手中剩「4」、「5」、「6」三張牌 (7、9、8+3) 在「9」疊上「6」 → (7、8+3、9+6)

17 小陳	小陳再次組合，他自行宣布：我結束了，我剩兩張牌
18 小李	小李說：我也是剩兩張牌
研究者：遊戲結束，兩人平手。	

「叫我第一名」這遊戲在試教時，一場遊戲時間約 15 分鐘。但在正式施測時卻使用了近 30 分鐘，超過原預定的時間，研究者決定取消原訂定先贏得兩場的學生為優勝者的遊戲規則，改為只比賽一場，贏得該場即為優勝者。

### 三、 找出好朋友

#### (一) 遊戲教學內容設計與特性

「找出好朋友」的遊戲教學內容設計主要是以九年一貫課程綱要（教育部，2008 發布），數學科八年級分年細目表「8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項」為教學目標，遊戲教學內容設計選自康軒版數學科八年級下學期第一章「等差數列與等差級數」1-1-1 等差數列的課本內容，使學生學習利用首項、第  $n$  項及公差等條件，算出公差、首項、末項和第  $n$  項，並融入饒見維 (1996) 提出的數學遊戲必須具備的多種特性計有：1. 適度的挑戰性；2. 競賽性與合作性；3. 機遇性與趣味性；及 4. 教育性。

「叫我第一名」遊戲已具「教育性」，遊戲內容也增添了「挑戰性」、「機遇與趣味性」、以及「競賽性」等特性。在「挑戰性」方面，則是學生拿到題目後，需思考出每一道題目的解題的方式，是使

用等差數列單元中的公式，先算出首項與公差後再算出其他項的數字或是運用已有的數學知識，算出兩數中間的數…等，並將解題過程寫在遊戲計算紙上；在「競賽性」方面，兩位學生需在最短的時間作答完畢，答案也要正確無誤，爭取最後的優勝，贏得 10 個獎勵章；在「機遇與趣味性」方面，兩位學生先猜拳比輸贏，贏的學生優先在 A、B、C、D、E 與 F 這六區選題，這六區的每一區都有兩道題目，分別依順序從中各抽一題，剩下題目則是另一位學生的，每位學生會有 6 張不同題型的題目卡。

## (二) 數學遊戲歷程

小陳與小李擲骰子比大小，點數大者先選題目，本遊戲是小李先選題，兩人選得題目如下表(表 4-2)：

表 4-2 「找出好朋友」題目分配表

學生	卡號	等差數列題目卡				
小李	A1	12		24		
小陳	A2	41		65		
小陳	B1	3				67
小李	B2	4				48
小陳	C1		29		47	
小李	C2		88		96	
小李	D1			39		61
小陳	D2			87		93
小李	E1		16			43
小陳	E2		60			78
小李	F1	46			55	
小陳	F2	57			75	

小陳與小李拿到題目卡與「找出好朋友」-遊戲計算紙（圖 4-2，圖 4-3）後便開始作答，作答完畢後，要找出那格的數字卡撕下雙面膠黏在卡上，先完成動作答案也正確者為優勝。

圖 4-2 小陳的「找出好朋友」-遊戲計算紙

**「找出好朋友」--遊戲計算紙**

$65 = a + 2d$ $a = 41$  $2d = 24$ $d = 12$	$\begin{array}{r} 65 \\ -21 \\ \hline 24 \end{array}$	$4 + 2 = 53$ $65 + 2 = 77$ $65 + 24 = 89$
$67 = a + 4d$ $3 = a$  $4d = 64$ $d = 26$		$3 + 26 = 29$ $29 + 26 = 45$ $45 + 26 = 71$
$29 = a + d$ $47 = a + 3d$ $0 = 0$ $2d = 18$ $d = 9$	$\begin{array}{r} 29 \\ +2d \\ \hline 47 \end{array}$	$29 - 9 = 20$ $29 + 9 = 38$ $47 + 9 = 56$
$87 = a + 2d$ $93 = a + 4d$ $2d = 6$ $d = 3$	$\begin{array}{r} 87 \\ -2d \\ \hline 93 \end{array}$	$87 + 3 = 90$ $87 - 3 = 84$ $87 - 6 = 81$
$60 = a + d$ $78 = a + 4d$ $3d = 18$ $d = 6$		$60 - 6 = 54$ $60 + 6 = 66$ $78 - 6 = 72$
$3b = 45 - 57$ $3b = 18$ $b = 6$	$\begin{array}{r} 45 \\ -57 \\ \hline 18 \end{array}$	$57 + 6 = 63$ $57 + 12 = 69$ $75 + 6 = 81$

圖 4-3 小李的「找出好朋友」-遊戲計算紙

**「找出好朋友」-遊戲計算紙**

$\frac{(24+12)}{2} = 18$ $18 - 12 = 6$ $d = 6$	$12, 18, 24, 30, 36,$ $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$
$\frac{(4+48)}{2} = 26$ $\frac{(26+4)}{2} = 15$ $15 - 4 = 11$ $d = 11$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ $4, 15, 26, 37, 48$
$\frac{(88+96)}{2} = \frac{184}{2} = 92$ $92 - 88 = 4$ $d = 4$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ $84, 88, 92, 96, 100$
$\frac{(39+61)}{2} = 40$ $40 - 50 = 10$ $d = 10$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ $17, 28, 39, 50, 61$
$43 - 16 = 27$ $27 \div 3 = 9$ $d = 9$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ $9, 16, 25, 34, 43$
$55 - 46 = 9$ $9 \div 3 = 3$ $d = 3$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ $46, 49, 52, 55, 58$

從完成遊戲計算紙及從 1-100 的數字卡中找出各題目卡中空格的數字，可以發現小陳與小李在解決問題的策略與方式都完全不同，在小陳與小李的計算紙上都有算式及答案，但是小李為了方便進行答案配對，在計算紙上將題目卡的數字與答案依照順序寫出，小陳只寫出空格上所需的答案；1-100 的數字卡的處理方式也截然不同，小陳並無分類，要找答案時一張一張的翻找，小李則是分成 10 堆（1-9、10-19、20-29...90-100），所以小李在 13 分鐘就完成此遊戲，小陳則花了近 26 分鐘。解決問題的方式因人而異，沒有所謂的對錯，是需要經驗的累積。

#### 四、快樂列車

##### （一）遊戲教學內容設計與特性

「快樂列車」的遊戲教學內容設計主要是以九年一貫課程綱要(教育部，2008 發布)，數學科八年級分年細目表「8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並且能利用首項和公差計算出等差數列的一般項」和「8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。」為教學目標，遊戲教學內容設計選自康軒版數學科八年級下學期第一章「等差數列與等差級數」1-1-1 等差數列和 1-1-2 等差級數的課本內容，使學生學習利用首項和公差計算出等差數列的一般項與算出等差級數的和，並融入饒見維(1996)提出的數學遊戲必須具備的多種特性計有：1.適度的挑戰性；2.競賽性與合作性；3.機遇性與趣味性；及 4.教育性。

「快樂列車」遊戲已具「教育性」，遊戲內容也增添了「機遇與趣味性」、「挑戰性」以及「競賽性」等特性。在「機遇與趣味性」

方面，則是兩位學生自行協商，由協商後所決定出的學生來擲骰子，擲出 2 顆骰子，其面朝上的數字相加的和，既為本遊戲所需排出數列的公差。在「挑戰性」方面，首先每人利用運算符號卡與數字卡，在桌面上排出算式並算出答案後，決定首項的數字，將答案填寫在車廂上，依相同方式算出其它車廂上的數字，務使填寫在連結車廂上的數字由左至右排列成一等差數列，每一節車廂上的答案既為該車廂的所乘載的人數，每人最少要在四節以上的車廂上填寫出數字。在「競賽性」方面，各節車廂的人數加起來，總人數最多為優生者，若人數相同，則以車廂數最多的為優勝者，優勝者可得獎勵章 10 個。倘若人數與車廂數都一樣，則兩人平手，每人皆可得獎勵章 10 個。

## (二) 數學遊戲歷程

研究者講解完遊戲規則與方式，接著發放教具給小陳與小李兩位同學，小陳與小李兩位同學自行協商後，決定由小李擲那兩顆骰子，擲出的點數和作為「快樂列車」這遊戲的公差，以下是小陳與小李兩位同學使用數字卡與運算卡算出每節車廂的數字與遊戲過程的對話：

小陳的桌面  $\Rightarrow 5 \times 6$ 、 $5 \times 7$

研究者看見小陳所排列的算式對著他說：不要學小品的貪心，一開始數字就那麼大。小陳聽了之後笑了一下。

小李的桌面  $\Rightarrow 6$ 、 $10+1$ 、 $9+7$ 、 $4$ 、 $8+1$

研究者對著小李說：6、11、16、4、9 你好像沒聽懂我的解說，圖上的列車的車廂是連續的，共有 10 節，也表示你最多會找出共有 10 項的等差數列。而且你算式結果會不會太小。

小陳：老師「+」的運算卡有限制嗎？

研究者：沒有。發給你的這些數量用完就沒有了。

小李的桌面  $\Rightarrow 6、10+1、9+7$

研究者：你要不要衝一下，首項改  $6 \times 10$

小李： $6 \times 10$ ？

小陳的桌面  $\Rightarrow 5 \times 6、5 \times 7、5 \times 8$

小李用手指指在  $9+7$  ( $16$ ) 的位置說：要接下去嗎？

研究者：要，這是個等差數列所以要接著下去。你看小陳前兩個算式結果的和都比你那三個加起來的大。

**小李聽完後將所有已經排好的算式全部拆散〔札〕**

小陳的桌面  $\Rightarrow 5 \times 6、5 \times 7、4 \times 10$

小李的桌面  $\Rightarrow 7 \times 5、5 \times 7$

小陳的桌面  $\Rightarrow 5 \times 6、5 \times 7、4 \times 10、5 \times 9、8 \times 6+2$

小李的桌面  $\Rightarrow 7 \times 6、5 \times 7$

研究者：你得首項是  $42$ ，你擲出來的公差是  $5$ ，所以你的第二項對嗎？應該是多少？

小李： $47$ 。研究者點點頭，小李看到後，立刻把  $5 \times 7$  這算式收起來

〔札〕

小李的桌面  $\Rightarrow 7 \times 6、10 \times 4+7$

**小李這時火力全開〔札〕**

小李的桌面  $\Rightarrow 7 \times 6、10 \times 4+7、6 \times 10-8、9 \times 6+3$

**思考許久的小陳看到小李後來居上，也補上 1 個算式〔札〕**

小陳的桌面  $\Rightarrow 5 \times 6、5 \times 7、4 \times 10、5 \times 9、8 \times 6+2、9 \times 6+1$

**小李隨後跟進 1 個算式〔札〕**

小李的桌面  $\Rightarrow 7 \times 6、10 \times 4 + 7、6 \times 10 - 8、9 \times 6 + 3、8 \times 7 + 1 + 5$

研究者：你們真的很厲害，繼續加油，若你們當中有人將 10 節車廂的等差數列寫出來，老師請喝飲料。

此時小陳桌面有變化〔札〕

小陳的桌面  $\Rightarrow 5 \times 6、5 \times 7、4 \times 10、5 \times 9、8 \times 6 + 2、9 \times 6 + 1、8 \times 7 + 4$

不甘示弱的小李改了 1 個算式並補上 2 個〔札〕

小李的桌面  $\Rightarrow 7 \times 6、10 \times 4 + 3 + 4、6 \times 10 - 8、9 \times 6 + 3、8 \times 7 + 1 + 5、10 \times 7 - 3、8 \times 9$

小陳對著小李說：你怎麼可以贏我

小李此時得意地搖起屁股〔札〕

小李的桌面  $\Rightarrow 7 \times 6、10 \times 4 + 3 + 4、6 \times 10 - 8、9 \times 6 + 3、8 \times 7 + 6、8 \times 7 + 10 + 1、8 \times 9$

小陳的桌面  $\Rightarrow 6 + 4 + 9 + 1 + 7 + 3、5 \times 7、4 \times 10、5 \times 9、8 \times 6 + 2、9 \times 6 + 1、8 \times 7 + 4$

研究者笑著對著小陳：不管這等差級數和大小，你就是抱著就是要將數字卡用盡的概念嗎？

小陳點說：是。

小陳的桌面  $\Rightarrow 6 + 4 + 9 + 1 + 7 + 3、5 \times 7、4 \times 10、5 \times 9、8 \times 6 + 2、9 \times 6 + 1、8 \times 7 + 4、6 \times 10 + 5$

研究者對著小陳：你拚到 66 了。

研究者對著小陳和小李說：時間到了，請把算式的答案寫在車廂上並算出總和。小李找出 7 個算式完成七節車廂的數字，總和是 399；小陳找出 8 個算式完成八節車廂的數字，總和是 380。「快樂列

車」的優勝者是小李。

綜觀以上論述，「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」及「快樂列車」這四項數學遊戲的皆具有教育性、挑戰性、趣味性、競賽性與機遇性等多項特性，數學遊戲也激發了他們對數字和數字之間的直覺反應；遊戲過程中發現，小陳和小李兩位學生能夠處理不同情境況下所遇到的數字和運算之問題，並在解題過程中，會根據當時的情境或狀況預設合理答案的可能類型與可能數目，並排除不合理的答案。為了爭奪最後的勝利取得贏家頭銜，不停在動腦思考下，小陳和小李兩位學生利用已知的數學知識，來探究當時情境之下數字運算，所以研究者個人認為「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」及「快樂列車」這是可行的。若這四項數學遊戲要在學校的課堂上執行，遊戲方式可修改成淘汰制，可分成4或8組，兩兩一組競賽，輸的那組淘汰，贏的那組晉級，最後勝出那組為贏家。

## 第二節 實施數學遊戲教學後，學生的數感改變情形

研究者使用學習單的書寫表現、討論會議紀錄表及札記來探討學生的數感改變情形性。各學習單(如附錄二、三、四和五)的題目已經過專家效度的檢驗；學習單上不會記錄遊戲的得分，也不會在學習單寫上答對題數，作為學生在各活動中數學程度高底上的比較。學習單作答完畢，研究者會針對解題方式與學生進行討論，此討論會寫在討論會議紀錄表上。本小節研究者依「撲克大老三」、「叫我第一名」、「快樂列車」和「找出好朋友」順序分別陳述學習單上的解題表現與討論紀錄探討學生的數感改變情形。以下是小陳和小李兩位學生在「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」及「快樂

列車」遊戲學習單作答情形，討論記錄表內容及札記。字型是新細明體為研究者與小陳和小李的討論記錄內容（紀錄表），至於字型是微軟正黑體是研究者的札記內容。

### 一、撲克大老三

「撲克大老三」學習單是依照遊戲教學內容所設計，能使學生可以從學習單上的題目觀察數列是否為等差數列，並利用已知的數學知識找出公差與第  $n$  項。

小陳和小李兩位學生在作答時，研究者發現兩位學生在第 3 題與第 6 題圖形題目在作答所花費的時間比其他四題來的長。學習單中的第三題（圖 4-4，圖 4-5），小陳和小李兩位學生在的作答方式完全不同。

圖 4-4 「撲克大老三」學習單的第三題（小陳）

三、下圖是用藍色棋子排出來的實心正方形，觀察圖形的規律並回答問題：

第 1 個 第 2 個 第 3 個 第 4 個

如果要排出第 5 個圖形，請算算看供需要幾個藍色棋子？  $6 \times 6 = 36$  《答案》：  
A 36 個 畫圖

小陳在第三題的四個圖形分別標示每一邊的個數，可猜測小陳是用正方形面積公式，以下是研究者與兩位學生檢討學習單的對話：  
研究者向小陳詢問：「為何會寫出  $6 \times 6 = 36$ ？」（記錄表）  
小陳：「我覺得他們很像正方形，所以就算了一下。」

研究者：「數在哪裡？」

小陳拿著筆指著第三個圖他畫直線的部分(此時他的筆尖在拿直線上下移動)說：「這邊還有那邊，我就寫出來了」。

圖 4-5 「撲克大老三」學習單的第三題 (小李)

三、下圖是用藍色棋子排出來的實心正方形，觀察圖形的規律並回答問題：

第1個 第2個 第3個 第4個

如果要排出第5個圖形，請算算看供需要幾個藍色棋子？  $6^2=36$  計算 《答案》：36

研究者問小李：「你為何用平方數來作答？」，

小李：「……寫這樣子比較快。」，

研究者：「你們知道這算式可以求甚麼嗎？」，

小李：「正方形」，研究者：「再說清一點」，

小李：「面積」，研究者：「你們看哪四個圖形，每一個圖形的邊長都一樣，所以可以使用正方形的面積公式來解題。」

小陳與小李兩人都有觀察出正方形，兩人皆

使用正方形面積來求出正確答案，但是對

「正方形面積」有種不知如何說出口的感覺〔札〕

圖 4-6 「撲克大老三」學習單的第一題和第四題(小陳)

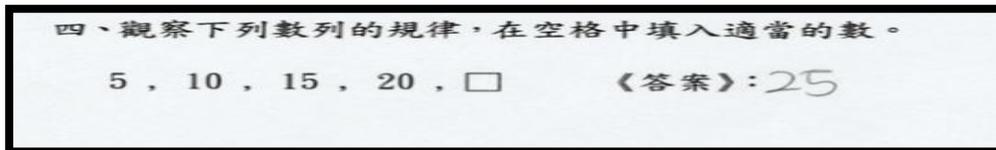
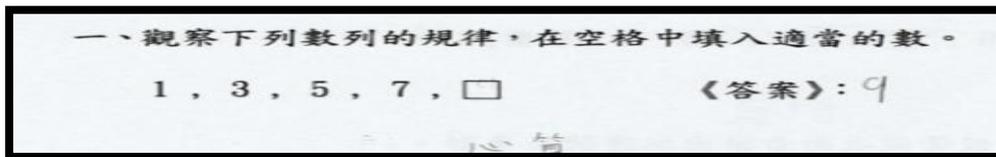
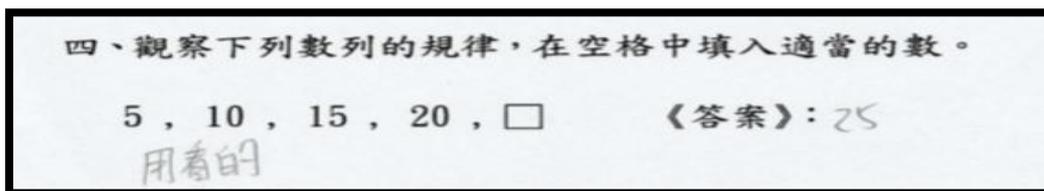
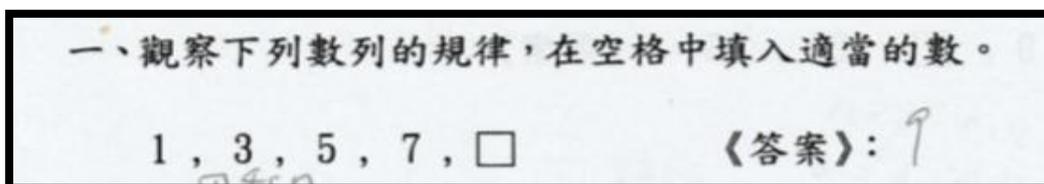


圖 4-7 「撲克大老三」學習單的第一題和第四題(小李)



第一題和第四題兩位學生都表示觀察數列後，馬上就知道答案是什麼（圖 4-6，圖 4-7）。

研究者問小陳：「你可以告訴老師，第一題和第四題你觀察到什麼？」，

小陳：「... 2 和 5」，小李接著說：「等差數列，一和四」，

研究者：「沒錯，是等差數列。小陳可以說說 2 和 5 是什麼嗎？」，

**小陳沉默了約 1 分鐘〔札〕**

小李開口說：「就那個減那個」，

研究者：「是那個減那個，要說清楚。」，

小李拿起他的筆指著 1 和 3、3 和 5 及 5 和 7〔札〕

小李嘴巴同時說：「就是這兩個、這兩個、這兩個相減嘛！」，

研究者：「小陳，第一題公差是多少？小李，第四題公差是多  
少？」，

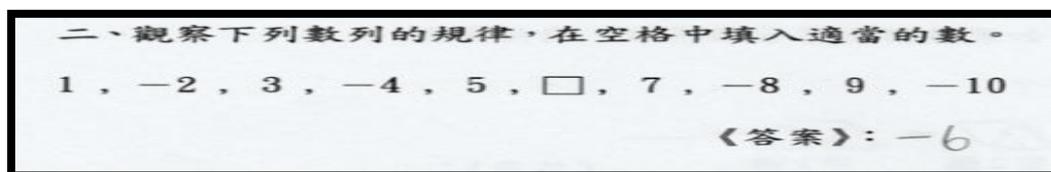
小陳：「2」、小李：「5」。

研究者：「你們很棒，都有看到重點，第一題和第四題題目中的數  
列，相鄰兩個數字，後面的數字減去前面的數字其差都一樣，我們稱  
這些相同的結果為這一行數列的公差。」

他們在寫這兩題時，心想如果誰寫錯答案，

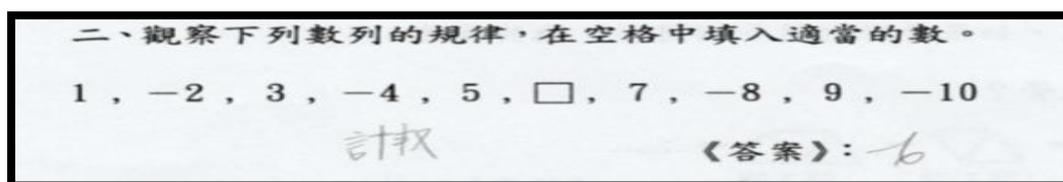
叫請他去陽台唱首歌。〔札〕

圖 4-8 「撲克大老三」學習單的第二題(小陳)



小陳在第二題的解題方式（圖 4-8）則是將第二題題目的數列由  
一變為二，其分法是將基數位的數字為一列和偶數位的數字為一列，  
所以找出正確答案。

圖 4-9 「撲克大老三」學習單的第二題(小李)



小李在第二題的解題方式（圖 4-9）則是觀察題目中的數列，看似

是 1 至 10 的連續數字，但在偶數位的數字皆為負數，所以找出正確答案。

圖 4-10 「撲克大老三」學習單的第五題（小陳）

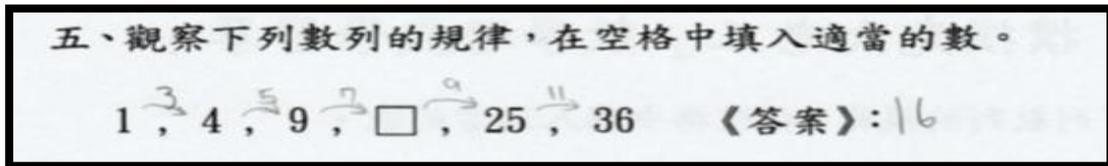
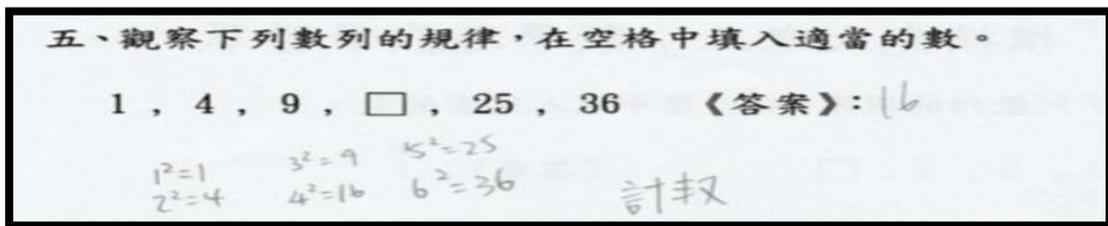


圖 4-11 「撲克大老三」學習單的第五題（小李）



小陳和小李兩人在第五題的解題方式不同（圖 4-10，圖 4-11），小陳在題目「1, 4, 9, □, 25, 36」這數列中算出「1, 4」的差為 3、「4, 9」的差為 5 及「25, 36」的差為 11，所以斷定前後數字的差是個公差為 2 的「3, 5, 7, 9, 11」等差數列，所以算出□的答案。

研究者：「小陳你是如何想出這樣方式的？」（記錄表）

小陳：「嗯……，就這樣先算這個，然後再算這個」，

研究者開玩笑的跟小陳說：「所以 7 跟 9 是猜出來的齁！」，

小陳傻笑的說：「不是啦，我看這兩個數字（手指 3 和 5）差 2………」，

研究者：「所以你就帶入 7 和 9 試試對嗎？」，

小陳：「是啊」。

研究者：「小李你為什麼用平方數作答？」，

小李：「學校老師有叫我們背過啊！」，

研究者：「是一年級的指數率那個單元嗎？」，

小李聳肩說：「好像吧！」。

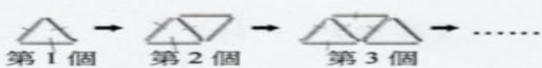
小李第五題的解題方式，是憑著已知的數學知識所算出的答案。

第二題與第五題的解題模式本以為兩人會一樣(同小李)，

但是出乎我依料之外，值得灑花。〔札〕

圖 4-12 「撲克大老三」學習單的第六題 (小陳)

六、用等長的吸管依次向右排出相連的三角形，如下圖。如果要排出第 5 個圖形，總共需要幾根吸管？



第 1 個      第 2 個      第 3 個      .....      《答案》：

$$\begin{aligned} & 3 + (4 \times 2) \\ & = 3 + 8 \\ & = 11 \end{aligned}$$

圖 4-13 「撲克大老三」學習單的第六題 (小李)

六、用等長的吸管依次向右排出相連的三角形，如下圖。如果要排出第 5 個圖形，總共需要幾根吸管？



第 1 個      第 2 個      第 3 個      .....      《答案》： 11

$$\begin{aligned} a_5 &= 3 + (5 - 1) \cdot 2 \\ a_5 &= 3 + 8 = 11 \end{aligned}$$

計算

由上面兩張圖可以看出、小陳和小李兩人在第六題 (圖 4-12，圖 4-13) 皆使用一般項  $a_n = 3 + (n - 1) \cdot 2$  來解題。

研究者問小陳和小李：「你們兩人有看過這 $a_n = 3 + (n - 1) \cdot 2$ 算式嗎？」

兩人異口同聲：「沒有。」，

小李：「國小有教過。」，

小陳：「我是自己算的。」，

研究者：「你們兩個好棒棒，一個還記得國小老師所教的內容，一個是自己看圖想出來的。」。

研究者藉由此題介紹了首項與末項，並再說明了公差。

**看到這第六題小陳和小李的解題方式有讓我驚豔一下，**

**學習的長期記憶對小陳來說著實不易，**

**小陳能夠利用觀察與現有數學能力算出答案是值得嘉許。〔札〕**

小陳與小李兩位學生在「撲克大老三」學習單上，都展現出兩位學生數感的改變，他們倆對數字和數字之間的關係產生了良好直覺的數感（Howden, 1989; 陳霽韻，楊德清 2006），而且能使用已學習過的數學知識，去探討多種情境下數字運算，以及數字間的相互關係（劉琪玲，謝哲仁，2003）。

## 二、叫我第一名

「叫我第一名」學習單是依照其遊戲教學內容所設計，讓學生會利用在遊戲中學習到的數學知識，運用在學習單上，會找出公差、首項、第  $n$  項與末項，並觀察出等差中項的算式。

小陳和小李兩人用了近四分鐘完成完成「叫我第一名」學習單，研究者照著學習單上的題目順序與小陳和小李針對他們的解題方式來

進行討論。

研究者看著第一題（圖 4-14）對著小陳說：「9 上面畫了一個箭頭到 14，那（箭頭）是什麼？」

小陳：「嗯……，我在想公差。」

研究者：「所以在心算囉？是嗎？」，小陳：「嗯……，是。」

研究者：「你在第二小題 7 和 5 下方有寫上公差，為何第一小題沒有在箭頭旁邊標註上公差？」

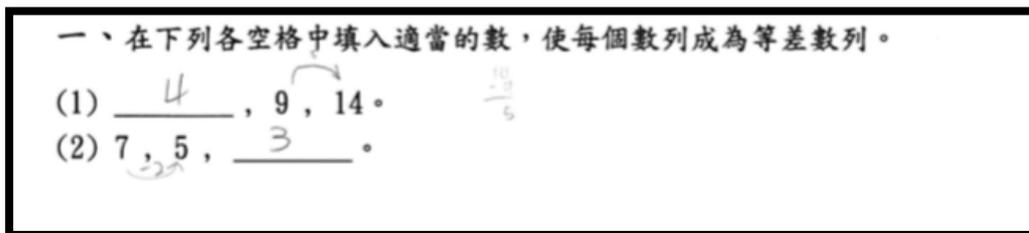
小陳：「嗯……(低頭了 30 秒)。」

研究者接著說：「你自己有沒有發現你有寫上公差的那一小題作答速度較快。」

小陳：「沒感覺。」，研究者：「是歐。」

**這小子用心算，手指頭沒有拿出來幫忙，不錯呦！〔札〕**

圖 4-14 「叫我第一名」學習單的第一題（小陳）



研究者：「小李你第一題（圖 4-15）是怎麼算出答案的呢？上頭（指的是第一題題目）乾乾淨淨的。」

小李：「(手指指著地一小題的 9 和 14)我算這兩個數字，再算前面的數字。」

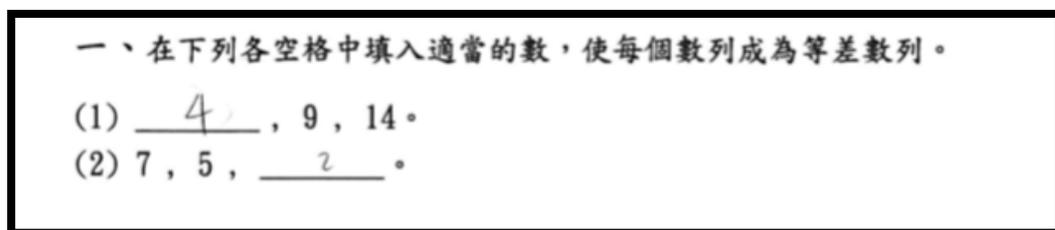
研究者：「那第二小題做法也一樣嗎？」，小李：「嗯」

研究者：「嗯是什麼意思？」，小李：「我是說“是的”」

研究者：「所以跟小陳一樣有使用心算是嗎？」

小李點頭說：「嗯」，接著說：「是的。」

圖 4-15 「叫我第一名」學習單的第一題（小李）



研究者：「我們來看第二題和第三題（圖 4-16，圖 4-17）。」

研究者：「這第兩題你們兩位也是用眼看心在算的方式解出答案的嗎？」

小陳：「是的。」，小李點頭說：「嗯」，研究者接著小李後面說：「嗯？」

小李才改口說：「是的。」

### 說話的方式很難改嗎？

#### 多說幾個字有很難嗎？真搞不懂現在孩子在想什麼〔札〕

研究者：「陳先生（小陳），請你看看第二題的第 1 小題和第三題的第 2 小題。」（註：當時研究者並未在小陳學習單上的二題的第 1 小題和第三題的第 2 小題作答地方畫上記號，此記號是在小陳訂正修改後畫上去的。）

研究者：「小李，老師（指的是研究者本人）提醒你，第二題要寫答案，就跟平時在寫應用題的方式一樣，列完算式後要寫答案，不然會有人看不懂你在表達什麼。」

研究者對著小陳說：「有發現什麼嗎？」

小陳說：「我題目沒看清楚（手指著二題的第 1 小題）。」

研究者：「還有呢？」

小陳說：「我計算錯誤。（指的是第三題的第 2 小題）」

研究者：「那 12 要改多少？」，小陳說：「11」

研究者：「計算時要仔細，你可以用你習慣的計算方法來計算，來避免錯誤。」

圖 4-16 「叫我第一名」學習單的第二題和第三題（小陳）

二、判斷下列何者是等差數列。如果是等差數列，寫出它的公差。

(1) 1, 4, 7, 10, 14

(2) 2, 1, 0, -1, -2

A: 否, -1

答案已經由小陳訂正修改

三、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 15, 11, 7, 3。

(2) 2, 5, 8, 11。

答案已經由小陳訂正修改

圖 4-17 「叫我第一名」學習單的第二題和第三題（小李）

二、判斷下列何者是等差數列。如果是等差數列，寫出它的公差。

(1) 1, 4, 7, 10, 14 x

(2) 2, 1, 0, -1, -2 (-1)

三、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 15, 11, 7, 3。

(2) 2, 5, 8, 11。

研究者：「你們寫這題（指的是第四題）（圖 4-18，圖 4-19）的第一

小題竟然沒有上當，兩人寫的答案都正確，你們好棒棒。」研究者接著說：「就老師（指的是研究者）教過的學生寫這一小題（第四題），其中有些學生認為  $-1, -1, -1, -1, -1, -1$  這個數列不是等差數列，因為公差不會有 0；所以老師才把這一小題放進學習單內。」

研究者向著小陳說：「我發現你不是看錯題目，你是沒有將題目完整的看過一遍就直接作答，對嗎？」（針對第四題的第二小題）

小陳點頭說：「對」

研究者：「小李同學，老師（指的是研究者）再次提醒你，下次遇到這種題型的題目最好要寫答。」

圖 4-18 「叫我第一名」學習單的第四題（小陳）

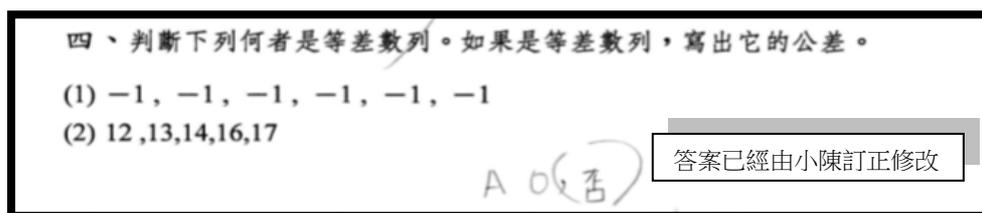
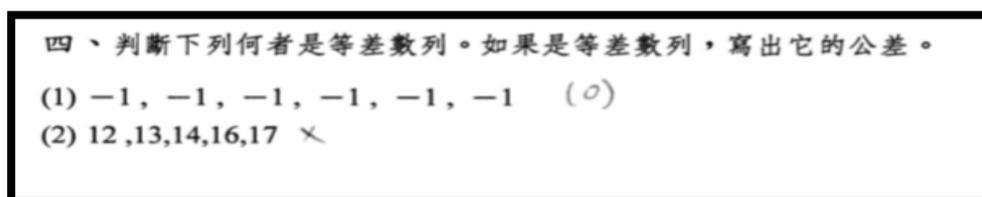


圖 4-19 「叫我第一名」學習單的第四題（小李）



研究者：「老師（指的是研究者）看了你們第五題和第六題（圖 4-20，圖 4-21），你們的解題方式跟第一題和第二題一樣，所以我幫你們檢查答案是否有錯誤，有錯誤就來訂正，沒有，就把學習單交給我，我們就下課了。」

平時上課惜字如金的他們，為了老師的論文研究

你們願意開口與我做這樣的對談與討論，謝謝你們。〔札〕

圖 4-20 「叫我第一名」學習單的第五題和第六題（小陳）

五、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 6, 8, 10。

(2) -1, 2, 5。

六、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 18, 13, 8, 3。

(2) -2, 6, 14, 22。

*Handwritten notes for problem 6(2):*  
An arrow points from 6 to 14 with the number 8 written below it.  
A vertical line is drawn under 14 with the number 3 written below it.  
A vertical line is drawn under 22 with the number 14 written above it and 8 written below it.

圖 4-21 「叫我第一名」學習單的第五題和第六題（小李）

五、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 6, 8, 10。

(2) -1, 2, 5。

六、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 18, 13, 8, 3。

(2) -2, 6, 14, 22。

小陳與小李兩位學生在「叫我第一名」學習單上所寫出來的解題過程及研究者與他們兩人的談話內容都可以呈現出，兩位學生在數學遊戲活動後，有著數感最重要的元素就是對數字的理解(Sowder, Schappelle1994)，及可以自由隨心的拿取出使用已存放在腦中的記憶區內，對數字與運算符號之意義的理解思考方式（楊德清，徐俊仁，2000）。

### 三、找出好朋友

「找出好朋友」的學習單是參照其遊戲教學內容設計，使學生再次練習如何利用首項、第  $n$  項及公差等條件，算出公差、首項、末項和第  $n$  項。然而「找出好朋友」這份學習單不再是可以直覺判斷或用已知的數學知識直接解題作答，書寫時須使用多點時間去思考如何解題，所以作答時間就較長一點，平均近 6 分鐘。

研究者由第一題（圖 4-22，圖 4-23）開始與小陳和小李進行討論，討論的情形如下：

圖 4-22 「找出好朋友」學習單的第一題（小陳）

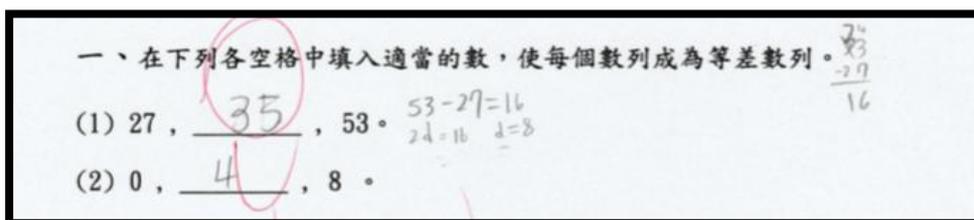
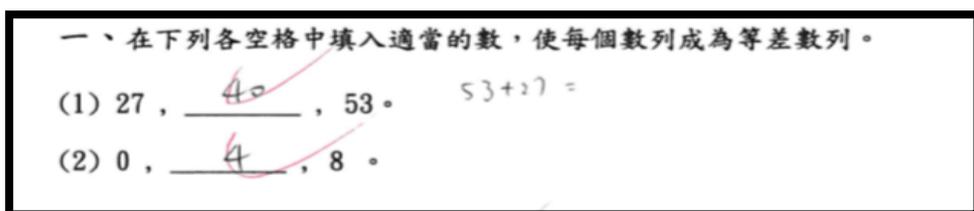


圖 4-23 「找出好朋友」學習單的第一題（小李）



研究者：「你們兩位很不錯，還記得上次上課（遊戲結束後），我（指的是研究者）用你們所排出的等差數列 1、5、9 這三個數字，引導你們如何算出公差、首項、末項及等差中項，還有 1、5、9、13、17 這 5 個數的等差數列，老師（指的是研究者）把 13 遮住帶你們算出這數字，你們說說看可以用什麼方法算出 13？」

小李說：「9 和 17 相加再除以 2」

研究者說：「很棒，用等差中項（加重音）。」

研究者繼續問說：「還記得另一方法嗎？小陳你來說說看。」

小陳：「嗯……」

研究者開玩笑說：「哇，教室飛來一隻大蚊子。」

研究者說：「用公差、首項和項數就可以把 13 給算出來。小陳到黑板這邊試著把算式寫出來。……動作快，試試看，我會幫著你。」

後來小陳在黑板上寫  $1 + (4 - 1) \times 4$

研究者說：「很好，那小李你來解釋那兩個 4 是甚麼？」

這次換小李：「嗯……」

研究者說：「那你告訴老師（指的是研究者）那一個 4 是公差，由左屬過來第一個還是第二個？」

**我知道他們倆能夠把數學公式背起來已經很棒了，**

**但是還是希望他們能夠知道其原由。〔札〕**

小李：「嗯…，第二個」，研究者說：「那第一個呢？小陳。」

研究者說：「公差、首項和項數這三個選項，公差被小李用掉了，剩下兩個，你選哪一個。」

小陳：「那…項數。」，研究者問說：「為什麼你選項數？」

小陳：「1 是首項。」

為了使他們對於第 n 項的公式能夠更清楚明瞭，於是研究者於課堂上再說明一次。

研究者對著小陳說：「你看你這題（圖 4-22）的第一小題，你知道為什麼會錯？」

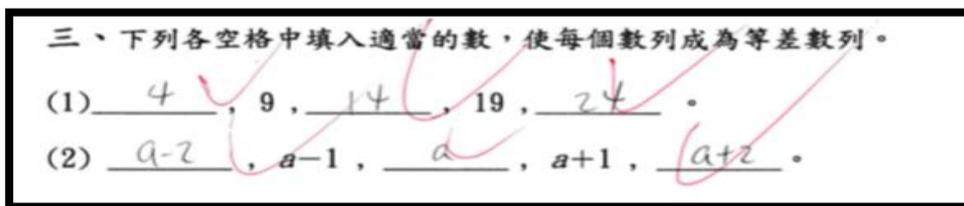
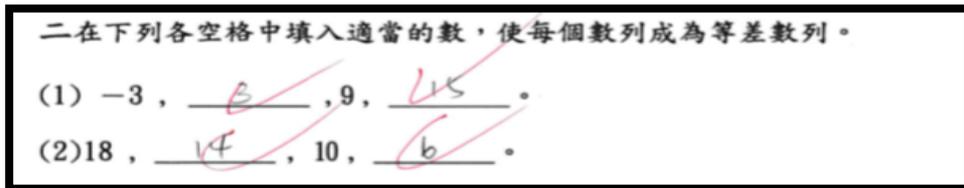
小陳說：「計算錯誤……26。」

研究者問說：「那公差應該是多少？答案要改為？」

小陳說：「公差 13，答案是 50。」，研究者瞪大眼睛說：「50？」

小陳說：「是 40」

圖 4-24 「找出好朋友」學習單的第二題和第三題（小李）



研究者對著小李說：「檢討學習單前，我們複習了兩個招式，第一招是等差中項，第二招是第  $n$  項，老師想知道這二題和第三題（圖 4-24，圖 4-25），你用了哪些招式？」

小李：「我都用等差中項。」，研究者：「為什麼？」

小李：「因為那個（指的是第  $n$  項）好麻煩，這個（指的是等差中項）比較快。」

研究者：「你沒有試著用第  $n$  項的公式來求解嗎？」

小李：「第二題原本要用，橡皮擦剛好在這（9 和 10 後面的空格遮住了）」

研究者：「看起來像第一題，所以你就用等差中項的公式，是嗎？」

小李點頭說：「對」

研究者：「9 和 10 後面那一格末項你如何算出來的？」

小李想很久……小李：「就上面分子寫  $3 + \square$ 、下面寫 2 就等於 9」

研究者：「你還記得算式填充題，我怎麼沒看到你寫的算式過程？」

小李：「我寫在背面，擦掉了。」

### 頓時腦袋上空一群烏鴉飛過……〔札〕

研究者：「好吧，老師（指的是研究者）建議你，寫過的算式盡量留著，這在你檢查答案是否有誤或訂正作業時非常好用。」

研究者：「小陳先生不好意思，讓你等我，我剛剛跟小李講的話你有聽到齣。」

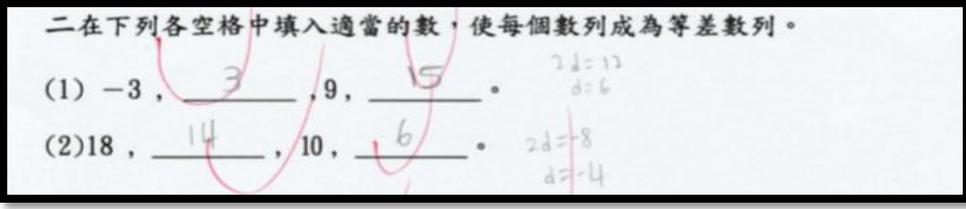
小陳點頭說：「有」

研究者：「你填充題第二題和第三題的解題方式跟小李完全相反，你都是用第  $n$  項的公式，我講解等差中項時，你沒有專心聽，是嗎？」

這時小陳露出尷尬的笑容

研究者：「等一會老師（指的是研究者）再講一次等差中項的公式給你聽。」

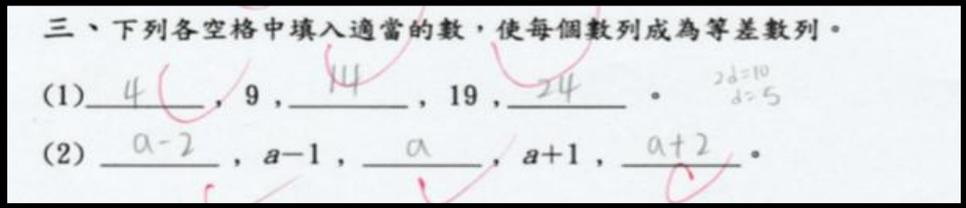
圖 4-25 「找出好朋友」學習單的第二題和第三題（小陳）



二在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1)  $-3, \underline{3}, 9, \underline{15}$  .  $2d=12$   
 $d=6$

(2)  $18, \underline{14}, 10, \underline{6}$  .  $2d=-8$   
 $d=-4$



三、下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

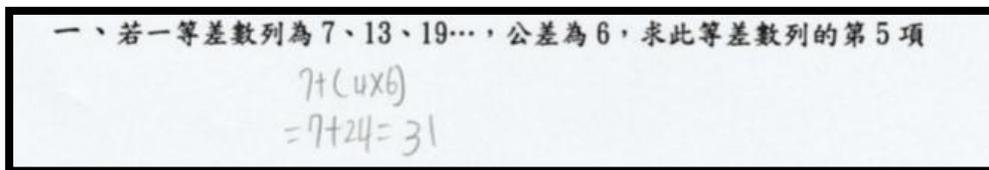
(1)  $\underline{4}, 9, \underline{14}, 19, \underline{24}$  .  $2d=10$   
 $d=5$

(2)  $\underline{a-2}, a-1, \underline{a}, a+1, \underline{a+2}$  .

研究者：「你們兩位在文字題第一題（圖 4-26，圖 4-27）的解題方式都很一致，在解題書寫過程上有些小小差別。」

研究者：「小陳沒有在第一行的算式最前面寫上“ $a_5=$ ”，寫上“ $a_n=$ ”，如同在告訴閱讀者你的算式結果是“ $a_n$ ”的答案，你沒有寫上它，閱讀者可以和亂猜測。」

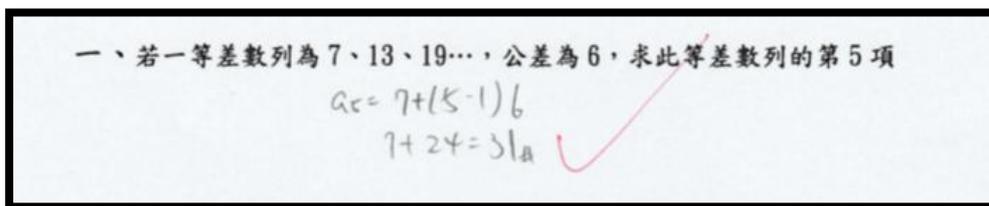
圖 4-26 「找出好朋友」學習單文字題第一題（小陳）



一、若一等差數列為 7、13、19...，公差為 6，求此等差數列的第 5 項

$$7 + (4 \times 6)$$
$$= 7 + 24 = 31$$

圖 4-27 「找出好朋友」學習單文字題第一題（小李）



一、若一等差數列為 7、13、19...，公差為 6，求此等差數列的第 5 項

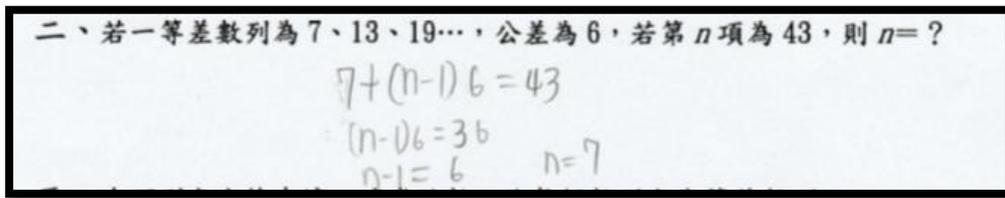
$$a_5 = 7 + (5-1)6$$
$$7 + 24 = 31$$

研究者：「小李沒有在第二行的算式最前面寫上“ $=$ ”，有可能會讓閱卷者的誤解。」

研究者：「是因為老師（指的是研究者）知道你們粗枝大葉的個性，所以你們現在拿起筆來補上去，都知道自己要補寫的地方嗎？」

小李、小陳都說：「知道。」

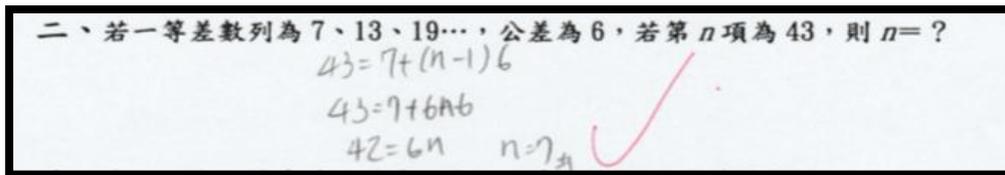
圖 4-28 「找出好朋友」學習單文字題第二題（小陳）



二、若一等差數列為 7、13、19...，公差為 6，若第  $n$  項為 43，則  $n = ?$

$$7 + (n-1)6 = 43$$
$$(n-1)6 = 36$$
$$n-1 = 6 \quad n = 7$$

圖 4-29 「找出好朋友」學習單文字題第二題（小李）



二、若一等差數列為 7、13、19...，公差為 6，若第  $n$  項為 43，則  $n = ?$

$$43 = 7 + (n-1)6$$
$$43 = 7 + 6n - 6$$
$$42 = 6n \quad n = 7$$

研究者：「在文字題第二題（圖 4-28·圖 4-29），你們兩位在解題的書寫過程上還是有些小小差別。」

研究者將小陳與小李的算式寫在黑板上

研究者：「來！請你們看黑板上對方的算式，看看跟你自己的有什麼不一樣？小李你先說。」

小李：「嗯，我的拿個有乘進去，他的沒有。」

研究者接著說：「你說的是將  $(n-1) \cdot 6$  展開嗎？」

小李：「嗯...是。」

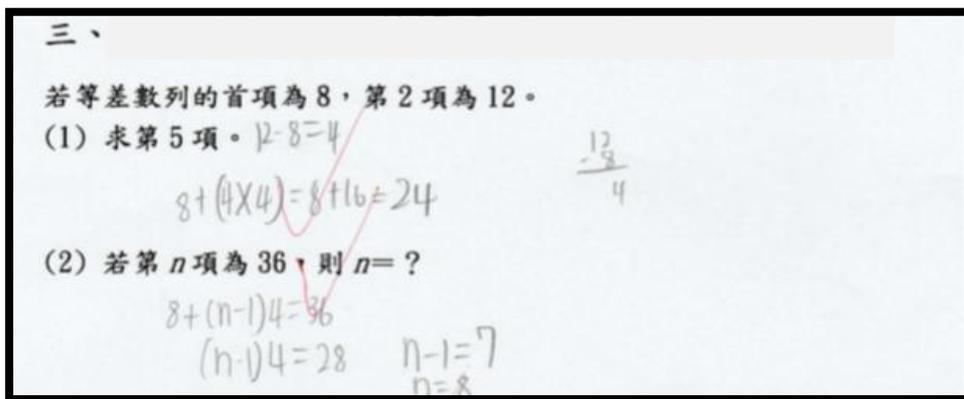
研究者接著問小李說：「還有不同的地方嗎？」

小李：「他的看起來比較簡單。」

研究者說：「解決問題的方法很多種，方法沒有好壞之分，只要能把問題解決就是好方法。」

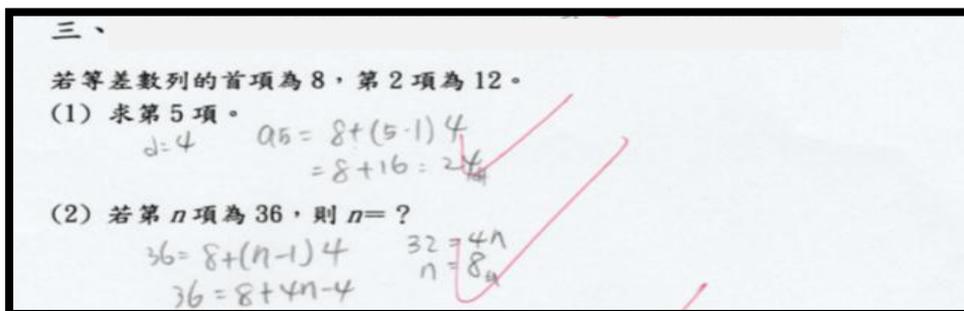
研究者說：「小陳是用等量公理，他依序使用了等量減法、等量除法及等量加法，小李是先化簡算式，最後用等量除法求得答案。」

圖 4-30 「找出好朋友」學習單文字題第三題（小陳）



三、  
若等差數列的首項為 8，第 2 項為 12。  
(1) 求第 5 項。 $12-8=4$   
 $8+(4 \times 4)=8+16=24$   
(2) 若第  $n$  項為 36，則  $n=?$   
 $8+(n-1)4=36$   
 $(n-1)4=28$   $n-1=7$   
 $n=8$

圖 4-31 「找出好朋友」學習單文字題第三題（小李）



三、  
若等差數列的首項為 8，第 2 項為 12。  
(1) 求第 5 項。  
 $d=4$   $a_5 = 8+(5-1)4$   
 $= 8+16 = 24$   
(2) 若第  $n$  項為 36，則  $n=?$   
 $36 = 8+(n-1)4$   $32 = 4n$   
 $36 = 8+4n-4$   $n = 8$

研究者說：「兩位在文字題第三題（圖 4-30，圖 4-31）寫的都很好，提醒你們寫出來的算式要閱卷者看的懂。」

研究者說：「我沒有教  $n$  怎麼算，你們兩個為甚麼寫得出來。」

### 內心正在拍手鼓掌〔札〕

小陳低頭微笑不語

小李說：「你以前有教過一個蘿蔔一個坑，我就試試看」

研究者說：「是齣！寫數學不要怕寫錯，有寫有機會。」

從小陳與小李在「找出好朋友」學習單上所寫出的解題過程，以及兩人與研究者的談話內容，研究者觀察發現，兩人在數學遊戲活動後比遊戲教學前呈現出較佳的數感，像似可以在現實世界的量和數學

世界的數之間自在的遊走 (Case, 1998, 引自林怡靜, 2006), 而且可以將成功經驗和數學世界間做連結 (Kastner, 1989)。

#### 四、快樂列車

「快樂列車」學習單是依照遊戲教學內容所設計, 學生可以從學習單上的題目再次學習如何利用首項和公差計算出等差數列的一般項與算出等差級數的和。

小陳和小李兩位學生在作答時, 研究者發現小陳在第一題與第四題 (圖 4-32) 知道要求出求  $n$  (項數) 才能算出級數的和, 但算式過程有錯誤, 因此答案也發生錯誤。第二題 (圖 4-33) 的錯誤也與  $n$  (項數) 有關。小李 (圖 4-34, 圖 4-35) 按部就班的作答方式, 使他在這學習單上沒太大的問題。研究者照著下列所陳述之順序與小陳和小李針對他們的解題方式來進行討論。

圖 4-32 「快樂列車」學習單第一題和第四題 (小陳)

一、求等差級數  $7+15+23+\dots+79$  的和。

$$15-7=8$$

$$79-7=72$$

$$72\div 8=8$$

$$\frac{(79+7) \times 8}{2} = \frac{86 \times 8}{2} = \frac{208}{2} = 104$$

四、求等差級數  $9+12+15+\dots+36$  的和。

$$12-9=3$$

$$36-9=27$$

$$27\div 3=9$$

$$\frac{(9+36) \times 9}{2} = \frac{45 \times 9}{2} = \frac{405}{2}$$

圖 4-33 「快樂列車」學習單第二題 (小陳)

二、若等差級數共有 9 項, 其首項為 40, 公差為 -4, 求:

(1) 末項。 (2) 總和。

$$40-36=4$$

$$\frac{(40+4) \times 9}{2} = \frac{44 \times 9}{2} = \frac{396}{2} = 198$$

研究者問小陳：「你還記得如何求第  $n$  項的值嗎？就是第  $n$  項那個數要怎麼算嗎？」，研究者：「知道就把他給說出來。」

小陳：「第  $n$  項 =  $a_1 + (n-1) \cdot d$ 」

研究者：「你自己檢查第一題、第二題及第四題的算式過程那裏出了問題。」

研究者對著小李說：「你在旁邊一起檢查，看小陳的算式過程是哪裡出錯？」

時間已過 5 分鐘

圖 4-34 「快樂列車」學習單第一題和第四題 (小李)

一、求等差級數  $7+15+23+\dots+79$  的和。

$d=8$        $80=8n$        $\frac{(0+79)10}{2} = \frac{860}{2} = 430$

$79=7+(n-1)8$        $n=10$

$79=7+8n-8$

---

四、求等差級數  $9+12+15+\dots+36$  的和。

$d=3$        $3n=30$        $\frac{(9+36)10}{2} = \frac{450}{2} = 225$

$36=9+(n-1)3$        $n=10$

$36=9+3n-3$

圖 4-35 「快樂列車」學習單第二題 (小李)

二、若等差級數共有 9 項，其首項為 40，公差為 -4，求：

(1) 末項。 (2) 總和。

(1)  $99 = 40 + (9-1)(-4)$       (2)  $\frac{(40+8)9}{2} = \frac{48 \times 9}{2} = \frac{432}{2} = 216$

$40 - 32$

$= 8$

研究者：「小陳你有找出來嗎？小李你呢？」

小陳用無辜的表情輕聲地說：「沒有」

小李說：「老師（指的是研究者）是不是哪個項數要減 1？」

研究者：「厲害，被你發現了。小李說的沒錯就是  $(n-1)$ ，你們兩個看小陳的學習單上第一題、第二題及第四題的算式，接著再來看小李第一題、第二題及第四題的算式過程，小陳的解題策略沒錯，但是在書寫過程細緻度不足，導致有三題答案是錯誤的。」

研究者：「小陳，老師（指的是研究者）還是要再次叮嚀你，計算要仔細，你的第一題中有寫一行算式是  $72 \div 8 = 8$ ，你認為算式答案對嗎？要小心，知道嗎？」

小陳：「知道。」

研究者：「小陳的解題策略很棒，但請按部就班的寫算式，你在上一個學習單上文字題第三題的第二小題就寫的很棒，加油！」

研究者：「你們寫這一張學習單，最讓老師（指的是研究者）擔心的不是你們考幾分，或是花很長的時間寫這學習單，不怕你們寫錯或算錯，這些部分還可以從算式過程中發現原因，找出對應的方法。但是最擔心的是你們寫不出半行算式，空白在那邊，我就無從判斷你們在學習這單元，是在哪個環節出狀況，既然不知道哪裡出問題，那也就無對應的方法。」

研究者：「剩下的三題（圖 4-36，圖 4-37），你們都寫得很好，請將這學習感覺帶在身上。」

圖 4-36 「快樂列車」學習單第三題、第五題和第六題 (小陳)

三、在阿寶玩疊積木，下面一層的積木都比上面一層的積木多 3 個，第一層 2 個積木，最後層有 23 個積木，若共疊了 8 層，則共用掉幾個積木？

$$\frac{(2+23) \times 8}{2} = \frac{25 \times 8}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

A100

---

五、若等差級數共有 8 項，其首項為 15，公差為 2，求：

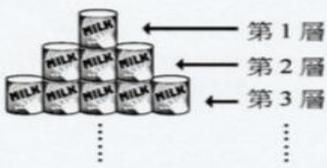
(1) 末項。 (2) 總和。

$$15 + (7 \times 2) = 15 + 14 = 29$$

$$\frac{(29+15) \times 8}{2} = \frac{44 \times 8}{2} = \frac{352}{2} = 176$$


---

六、大賣場的奶粉罐堆疊如右圖，已知最上層有 1 罐奶粉，最後一層有 19 罐奶粉，共疊 10 層，請問全部共有幾罐奶粉？



$$\frac{(1+19) \times 10}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

A100 罐

圖 4-37 「快樂列車」學習單第三題、第五題和第六題 (小李)

三、在阿寶玩疊積木，下面一層的積木都比上面一層的積木多 3 個，第一層 2 個積木，最後層有 23 個積木，若共疊了 8 層，則共用掉幾個積木？

$$\frac{(2+23) \times 8}{2} = \frac{25 \times 8}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ 個}$$


---

五、若等差級數共有 8 項，其首項為 15，公差為 2，求：

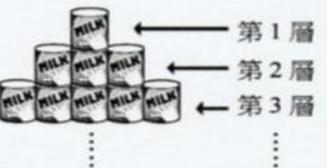
(1) 末項。 (2) 總和。

$$(1) \quad a_8 = 15 + (8-1) \times 2 = 15 + 14 = 29$$

$$(2) \quad \frac{(15+29) \times 8}{2} = \frac{44 \times 8}{2} = \frac{352}{2} = 176$$


---

六、大賣場的奶粉罐堆疊如右圖，已知最上層有 1 罐奶粉，最後一層有 19 罐奶粉，共疊 10 層，請問全部共有幾罐奶粉？



$$a_1 = 1$$

$$a_{10} = 19$$

$$\frac{(1+19) \times 10}{2} = 100 \text{ 罐}$$

小陳與小李在「快樂列車」學習單上所寫出的解題過程及兩人與研究者的談話內容，可以呈現出兩位學生在數學遊戲活動後，能處理日常生活中以及任何情境之下所遭遇的數字和運算之問題（許清陽，2006）及能夠思考及反映數字、運算和所產生的結果，在題目作答的歷程裡，會依據題目意思而先預設合理答案的可能類型與數目，並將不合理的答案排除（劉琪玲、謝哲仁，2003）。

研究者以「動態」的遊戲歷程與「靜態」的學習單活動，來討論兩位學生數感改變的情形。在「動態」的遊戲歷程中，兩位學生展現的情形如下：「撲克大老三」，在數字和數字之間的關係有著好直覺；「叫我第一名」，在競賽的情境下發展解題技巧及策略；「找出好朋友」，能夠處理日常生活中以及任何情境之下所遭遇的數字和運算之問題；「快樂列車」，能夠思考及反映數字，運算和所產生的結果，在解題過程中，會根據題意而預設合理答案的可能類型與數目。

在「靜態」的學習單活動中，研究者從「撲克大老三」學習單上的第三題（圖 4-4，圖 4-5）與「快樂列車」學習單上第六題（圖 4-38，圖 4-39）的解題過程與討論紀錄的內容觀察到，小陳與小李能夠實際且具體的情境下掌握數的相對大小的關係並選擇適當的算法去解決問題，這兩題的解題過程是他們兩位數感改變最好的說明。「動態」的遊戲歷程與「靜態」的學習單活動，兩個學生會因不同的情境或不同的題型去調整解決問題的策略與方式，相對的學生的數感也會跟著變化。

圖 4-4 「撲克大老三」學習單第三題(小陳)

三、下圖是用藍色棋子排出來的實心正方形，觀察圖形的規律並回答問題：



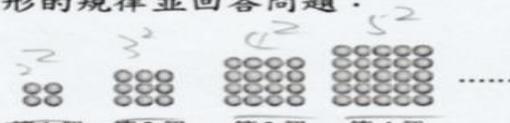
第1個 第2個 第3個 第4個

如果要排出第5個圖形，請算算看供需要幾個藍色棋子？  $6 \times 6 = 36$  《答案》：

A 36個 畫圖

圖 4-5 「撲克大老三」學習單第三題(小李)

三、下圖是用藍色棋子排出來的實心正方形，觀察圖形的規律並回答問題：



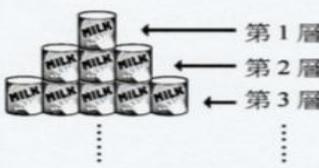
第1個 第2個 第3個 第4個

如果要排出第5個圖形，請算算看供需要幾個藍色棋子？  $6^2 = 36$  《答案》：36

計算

圖 4-38 「快樂列車」學習單第三題(小陳)

六、大賣場的奶粉罐堆疊如右圖，已知最上層有1罐奶粉，最後一層有19罐奶粉，共疊10層，請問全部共有幾罐奶粉？



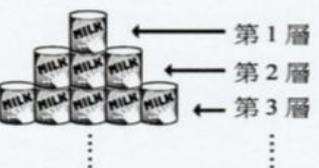
第1層  
第2層  
第3層  
⋮

$$\frac{(1+19) \cdot 10}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

A 100罐

圖 4-39 「快樂列車」學習單第三題(小李)

六、大賣場的奶粉罐堆疊如右圖，已知最上層有1罐奶粉，最後一層有19罐奶粉，共疊10層，請問全部共有幾罐奶粉？



第1層  
第2層  
第3層  
⋮

$$\frac{(1+19) \cdot 10}{2} = 100 \text{ 罐}$$

A 100罐

在實施數學遊戲教學之後，兩位低成就學生在「數感」上有下列敘述的改變：1.能夠使用已存放在記憶區的數學知識，去發現學習各種情境下數字運算，以及數字間的相互關係；2.能夠處理日常生活中以及任何情境之下所遭遇的數字和運算之問題；3.能夠選擇適當的算法去解決問題並可以對結果作出適當的解釋。

### 第三節 數學遊戲融入教學後，學生對數學遊戲教學的接受度

#### 一、學生在遊戲前的表現

二位參與學生平時在學習的表現情形不甚理想，研究者於此逐一說明。小陳：一位是資源班的學生，本身有學習障礙，注意力不集中而且容易分心，學習記憶短淺需要不斷的反覆練習，語文能力需加強，由於家中長輩過於溺愛以至於在學習心態上也欠缺主動性和積極性。小李：是一位常模的學生，在他學齡前至國小6年級這階段，由於父母忙於工作，只能花少許時間教導孩子的學業，導致她跟同年齡的學童相比，在數學和語文的學習成效明顯的偏低，在學習動機與學習心態上也欠缺主動性，所以行動上也不會有積極的表現，所以這兩位學生到班時，數學領域的表現低落。

兩位學生在家教中心的課堂表現十分一致，上課時都惜字如金，例如老師提問題請他們回答，常常閉口不做任何回應，或是低聲細語聽不清楚說什麼，不常主動與老師互動，在課堂上也鮮少有交流；在作業上，小陳常說他很忙沒時間寫，小李會寫作業，但是錯誤率很高，家教中心的平時小考也不是很理想，分數都在50-65之間徘徊（考卷是使用康軒和南一出版社的考卷，難度為中下）；研究者有與家長電話聯絡詢問在家的生活情形以及學校的學習狀況，小陳的媽媽說：「他在家不寫功課，只會打電動，叫他寫功課他會請阿公來救他，換

我跟他爸被罵，跟表哥表妹玩的時候聲音很大，在學校的情形，我在親師座談會時問過老師，老師說他只要上課就會安靜的坐在位置上，不會主動與老師或是同學互動，下課會跟幾位較要好的同學聊天。」小李的媽媽說：「在家會因搶電視與弟弟吵架，從學校一回到家，也不會主動拿書起來看，學校老師的評語是上課安靜，常常發呆，乖巧聽話。」

## 二、學生在遊戲中的表現

「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」和「快樂列車」這四個數學遊戲活動，讓兩位學生呈現與平常講授式上課時不同的樣貌，互動內容敘述如下：

### 1. 師生與同儕互動：

在「撲克大老三」的遊戲歷程中，小李開口說：「老師（指的是研究者），他這組是錯的，你來看看。」；小陳和小李兩人不斷的討論數字卡與「+」與「-」運算符號卡要如何擺放，才能使小陳手中的牌全數脫手。在「叫我第一名」遊戲中，研究者問小陳：「你看看這個數列（2、9、8+3）的公差是多少？」，小陳：「7」；在進行「快樂列車」遊戲時，看到小陳積極投入的一面，他做了一件平時不會做的事，就是對著小李說：「你怎麼可以贏我（小李此時得意地搖起屁股）」，研究者笑著對著小陳：「不管這等差級數和的大小，你就是抱著要將數字卡用完的想法嗎？」，小陳點著頭說：「是。」

### 2. 自我能力展現：

在「叫我第一名」遊戲快要分出勝負時，小陳高興地大聲喊出：「我結束了，我剩兩張牌」，小李也不服輸地緊接著說：「我也是剩兩張牌」；在「找出好朋友」這遊戲中，小李展現出在短時間內想出

解決問題的策略與方法，她先在計算紙上算出正確答案，再把 1-100 的數字卡分成 10 堆 ( 1-9、10-19、20-29、…、90-100 )，便能快速地找出需要的數字卡，並放入題目空格中，順利完成所有題目。

### 3. 主動極積參與：

「撲克大老三」、「叫我第一名」、「找出好朋友」以及「快樂列車」這四個數學遊戲活動，能夠讓兩位學生主動極積參與的原因，是這些遊戲都充滿了挑戰性、機遇性、競賽性、趣味性與教育性。教學活動不像過去講和抄的傳統學習方式，而是在遊戲的歡樂氣氛中快樂地學習相關的數學知識。

從學生在遊戲中的互動與以往課堂上的表現相互對照，平時安靜聽講的情形轉變成有笑聲與同學間、師生間的討論聲，可以發現兩位學生在數學遊戲融入教學後，對數學遊戲教學的接受度有顯著的正向改變。

### 三、學生在遊戲後的表現

從兩位學生在遊戲中互動的展現，為了爭取優勝竭盡所能，為了榮譽和被認可而主動積極參與，也可以從遊戲學習單中觀察出與以往的差異，兩位學生在回饋單上 ( 圖 4-40，圖 4-41 ) 都給予正面的回應，他們是接受以數學遊戲活動來教學的。

圖 4-40 回饋單-小陳

1.在這遊戲裡，你（妳）最喜歡的地方是哪裡？為什麼？ 1. 遊戲很刺激 2.好玩又很燒腦
2.在這遊戲裡，你（妳）覺得最困難的地方是哪裡？為什麼？ 1.要不一樣的等差 2.因為一樣的等差就沒有挑戰性
3.在整個數學遊戲過程中，你（妳）有什麼發現與收穫？ 發現：等差有時要大有時要小不一定 收穫：等差都不一定要看數列
4.你（妳）覺得使用這個數學遊戲設計，有那些地方可以再改進或修正？請舉例？ 小陳：沒有要修改
5.對於老師透過此數學遊戲來上課，你的感覺或看法是？ 小陳：很好
6.你喜歡今天玩的這個數學遊戲嗎？如果要用1~5來表示喜歡的程度，你會給幾分，請在□中打勾？□1 □2 □3 □4 <input checked="" type="checkbox"/> 5
資料取自小陳的「叫我第一名」數學遊戲回饋單

圖 4-41 回饋單-小李

一、在這遊戲裡，你（妳）最喜歡的地方是哪裡？為什麼？ 1.我最喜歡的就是可以一邊玩一邊學習 2.因為遊戲很好玩又可以學到數學知識
二、在這遊戲裡，你（妳）覺得最困難的地方是哪裡？為什麼？ 1. 要一直想怎麼配對，還要想這樣配對會不會影響其他的牌 2. 要把牌用完，而牌不能重複
三、在整個數學遊戲過程中，你（妳）有什麼發現與收穫？ 發現：每一組都是等差數列，每一組的公差幾乎不太一樣 收穫：我學習到了如何判斷等差數列還有找公差
四、你（妳）覺得使用這個數學遊戲設計，有那些地方可以再改進或修正？請舉例？ 小李：沒有，因為很好玩
五、對於老師透過此數學遊戲來上課，你的感覺或看法是？ 小李：我覺得可以一邊玩遊戲一學習到，還蠻有趣的
六、你喜歡今天玩的這個數學遊戲嗎？如果要用1~5來表示喜歡的程度，你會給幾分，請在□中打勾？□1 □2 □3 □4 <input checked="" type="checkbox"/> 5
資料取自小李的「撲克大老三」數學遊戲回饋單

二人在遊戲前、中與後的表現整理如下表（表 4-3）：

表 4-3 小陳與小李在遊戲前、中與後的表現一覽表

	表現情形
前	注意力不集中而且容易分心。
	學習動機不足與學習心態不佳。
	上課期間不會主動與老師或同學互動。
中	會與老師或同學互動。
	主動展現自我能力。
	主動極積參與教學活動。
	在學習單上皆能表現出學習成效。
後	對數學遊戲教學的接受度高，喜歡用遊戲活動來上課。



## 第五章 結論與建議

本研究旨在探討研發數學遊戲對協助低成就學生教學的可行性，以及來觀察低成就學生數感的改變情形及接受度，研究者因應 4 個數學遊戲來融入教學，以下藉由培養個別學生數感的可行性、學生的數感改變情形與學生對數學遊戲教學的接受度之研究結果與討論，提出結論與建議。

### 第一節 結論

#### 一、數學遊戲對培養個別學生數感是可行的

本研究以「等差數列與等差級數」的教案代表「數感」，在教具的選擇上，以學童在日常生活中能夠容易取得的撲克牌和骰子，這兩項用品較容易引起學生們的回應，學生們透過對教具的熟悉感與遊戲活動進行所帶來愉悅心情，會使數學學習與遊戲活動相互融合，讓學生可以學習到遊戲中所設定的教學目標。

在遊戲活動上，為了使學童的學習力從遊戲開始到結束都能持續著，研究者在遊戲的特性上，加強了挑戰性與競賽性，學生這在遊戲過程中隨時要改解決問題策略與方式及隨時注意對手的進度是否超前自己，這也同時提高遊戲本身的趣味性，增加學童對遊戲的黏著度。另外四個遊戲中，所使用到的計算都是簡單基本運算，這樣的設計是要與日常生活連接。所以培養個別學生數感的可行性是有的。

#### 二、實施數學遊戲教學後學生數感有正向改變

本研究設計的四個遊戲學習單是依據九年一貫課程綱要(教育部，

2008發布)，數學科八年級分年細目表（表2-2）「8-n-04」、「8-n-05」與「8-n-06」為主要內容。學習單是在數學遊戲教學活動完畢後進行，其目的是為了瞭解學童在經由學遊戲較學後，是否有達成教學目標，也可藉以明瞭教與學的成效。

學生完成學習單後，研究者會針對所寫的內容與學生進行討論，（討論過程會進行錄音，課後將對話內容以記錄表呈現），藉由討論讓學生陳述自己在學習單上所寫的內容與想法，同時，研究者在過程中再次強化「等差數列與等差級數」的重點觀念，使他們對該單元的數學概念更為清楚。經由學習單的內容與討論時的互動，可以發覺小陳與小李經由數學遊戲教學，在學業表現有正向的改變，如同「暫時型低成就

」兒童的表現容易覺察，且原因明顯，經由一段時間輔導後，學生的學業表現大多能恢復正常（郭生玉，1973；黃瑞煥，1981）。

小陳與小李在「撲克大老三」學習單上的第三題（圖 4-4，圖 4-5）與「快樂列車」學習單上第六題（圖 4-38，圖 4-39）的解題過程與討論紀錄的內容觀察到，他們能在實際且具體的情境下，掌握數的相對大小的關係，並選擇適當的算法解決問題，這兩題的解題過程是小陳與小李數感改變最好的說明。

### 三、數學遊戲融入教學後學生對數學遊戲教學接受度高

數學遊戲融入教學後，學生在人際互動、自我能力展現與主動積極參與上都有所改變。在人際互動上，老師與學生之間或學生學生之間的互動的頻率有增加；在自我能力展現與主動積極參與上，較願意在課堂上針對題目的問題，說出自己的想法，遇到疑問會主動發問。

在回饋單上的第六題問：「你喜歡今天玩的這個數學遊戲嗎？如果要用 1~5 來表示喜歡的程度，你會給幾分？」兩位學生都給 5 分。第一題問：「在這些遊戲裡，你（妳）最喜歡的地方是哪裡？為什麼？」兩位學生給的回應(舉其中一例)：1. 這個遊戲我最喜愛的就是可以一邊玩一邊學習。2. 遊戲很刺激也燒腦。綜觀以上的敘述，兩人對數學遊戲教學有不錯的接受度。

## 第二節 建議

研究者在研究過程中，透過多次的試教，對遊戲規則與玩法不斷進行評估與修正，使本研究的四個數學遊戲都規則明確、客觀公正，讓學生能夠在數學遊戲教學中學習到數學知識。從數學遊戲正式進行施測的過程裡，經由學生在遊戲過程中的反應、研究者觀察遊戲過程的流暢性與自我省思去評估遊戲的適切性及可行性。有以下幾點建議：

### 一、 研究建議

#### (一) 可以將本研究四個遊戲推及於全班教學

本研究四個遊戲是先設定教學目標與遊戲特性去設計遊戲內容，遊戲以 1 對 1 的方式去進行，而且遊戲是每個人從小喜愛的形式，其中有競爭、有合作、有規則、有認可，可研擬將這四個遊戲內容做些調整，推及至全班學生參與的研究。

#### (二) 可以用別的班別的數學課題以遊戲融入教學

教學方式以遊戲的方式來進行，可以使教學活動變得有趣且教室氣氛也會充滿活力，學生的專注力、自信心與學習態度也會提升，未來可進一步探討，數學遊戲方式融入數理資優班的適切性與可行性。

## 二、教學建議

### (一) 遊戲時間的掌控

本研究所設計的四個數學遊戲教學活動，為了讓兩位學生多表達想法，在遊戲時沒有限定時間，因此遊戲從開始到完整的結束（遊戲活動、學習單、學習單內容的討論與回饋單的填寫）最長者近 2 個半小時。若未來將此教學活動融入學校課程中，建議調整進行遊戲活動時間為 35 分鐘，學習單 10 分鐘，學習單內容討論 35 分鐘，回饋單填寫 10 分鐘，使時間的運用更加靈活順暢。

### (二) 遊戲內容需調整

「找出好朋友」這遊戲活動在正式施測時，發現其趣味性不夠，相對的人與人之間的互動就減少，建議將那 12 張的等差數列題目卡集合在一張全開的紙上，也就是一張全開的紙上有那 12 道題目，1 對 1 的競賽方式，調整為兩人或小組合作，在 10 分鐘內完成所有題目，不只提高趣味性，也增加了合作性。

### (三) 遊戲數位化

將遊戲數位化之後，除了可以在教學電子白板上使用，也可以與電腦對戰，增加了便利性與即時性的優點，色彩與聲音的效果，也能提高學生的學習興趣和內在動機，並使學童會為獲得成就感，在面臨困難挑戰時，能願意不斷的嘗試。

## 參考文獻

### 一、中文文獻

- 李乙明 (1993)。關注低成就資優學生。 *特教園丁*，27-31。
- 李咏吟 (1987)。認知行為的學習策略對國中生學業成績的影響。  
*教育學院輔導學報*，10，299-321。
- 周台傑 (2006)。學習障礙。載於許天威、徐享良、張勝成（主編），  
*新特殊教育通論*（71-106 頁）。臺北市：五南。
- 林怡靜 (2006)。 *國小教師的數感相關知識與其教學觀點之探討*。  
台北市立教育大學數學資訊教育研究所碩士論文，台北市。
- 林風南 (1993)。 *幼兒體能與遊戲*。台北：五南圖書出版公司。
- 林美和 (1987)。數學障礙兒童學習問題之研究。 *國立台灣師範大學  
社會教育學刊*。16，43-76。
- 林素微 (2002)。 *國小高年級學童數感特徵暨數感動態評量發展之  
探討*。國立台灣師範大學教育心理與輔導研究所博士論文，  
未出版，台北市。
- 洪儷瑜 (1995)。 *學習障礙者教育*。台北：心理。
- 胡永崇、黃秋霞、吳兆惠、胡斯淳、顏玉華（譯） (2006)。  
William N. Bender（著）。 *學習障礙*。台北：心理。
- 馬秀蘭等人 (2012)。以團康遊戲融入假分數化為帶分數的教學實  
驗。 *科學教育研究與發展季刊*，65，75-98。

- 許清陽 (2006)。國小學童數感理論模式建構與電腦化數感診斷測驗系統之研究。國立高雄師範大學教育學系，博士論文，未出版。
- 許清陽、楊德清(2001)。數字常識在國小數學科教學的重要性。教育資料與研究，41，42-49。
- 高鵬家、陳渝苓(2011)。遊戲與兒童發展之關係論述—理論與實際。大專體育，113，15-21。
- 郭生玉 (1973)。國中低成就學生心理特質之分析研究。國立臺灣師範大學教育研究所集刊，015(000)，r451 - r53。
- 郭為藩 (1993)。特殊兒童心理與教育(三版)，台北：文景。
- 教育部 (1998)。特殊教育法施行細則。臺北市，教育部。
- 教育部 (2008)國民中小學九年一貫課程綱要：教學學習領域。台北：教育部。
- 張景媛 (1994)。學文字題概念分析及學生建構數學概念的研究。國立台灣師範大學教育心理與輔導學系教育心理學報。27，175~200。
- 張維忠 (2006)。論數學遊戲。數學傳播，30(4)，83-94。
- 陳東陞 (1993)。數學科學習困難學生補救教學之實施(上)。心理輔導，4，26-28。
- 陳霈頡，楊德清 (2006)。從解題中探究數常識的重要性。國立編譯館館刊，34 (2)，83-94。

- 郭靜晃 譯(1992) James E. Johnson 著。《兒童遊戲:遊戲發展的理論與實務》。
- 黃怡芳 (2005)。《國小學童二位數加減運算學習之數學遊戲設計研究》。國立中山大學教育研究所碩士論文，未出版，高雄市。
- 黃瑞煥 (1982)：《國小低成就學生抱負水準之實驗研究》。高雄，復文圖書出版社。
- 黃瑞煥、詹馨 (1982)。《低成就學生的診斷與輔導》。台灣省教育廳。
- 黃毅英 (1997)。《邁向大眾數學的數學教育》。台北市：九章出版社。
- 楊坤堂 (1992)。《學習障礙兒童—臨床診斷與教學》。台北市，台北市立師範學院特殊教育中心。
- 楊坤堂 (1995)。《學習障礙兒童》。台北：五南。
- 楊坤堂 (1997)。《低成就學生的學習輔導策略》。《教育實習輔導》，3 (2)，53-60。
- 楊坤堂 (2003)。《學習障礙導論》。台北：五南。
- 楊銀興 (1988)。《國民小學低成就學生之輔導》。《測驗與輔導》，(90)，1761-1762。
- 楊德清，徐俊仁 (2000)。《從數成的觀點探討九年一貫數學學習領域「數與計算」的能力指標》。《科技教育研究與發展季刊》，21，56-68。
- 楊德清 (2002)。《從教學活動中幫助國小六年級學生發展數字常識之研究》。《科學教育學刊》，10 (3)，233-259。
- 詹志禹 (1997)。《行萬里路讀萬卷書---談建構主義式的參觀》。《現代教育論壇》，3，105-107。

劉素幸 (1994)。寓教學為遊戲-談遊戲教學的價值。學校體育雙月刊，46，40-41。

劉琪玲，謝哲仁 (2003)。融入動態評量之數感教學效益研究。科學教育與研究發展，32-55-80。

劉瓊玩 (1983)。學業低成就學生的認識與輔導。測驗與輔導，(61)，1060-1063。

劉琪玲，謝哲仁 (2003)：融入動態評量之數感教學效益研究。科學教育與研究發展，第三十二期。

鄭肇禎 (1981)：智慧遊戲 (又名：數學遊戲)。香港：商務印書館。

潘慧玲 (1991)。兒童遊戲之研究。行政院國科會專題研究計畫成果報，台北市：行政院國家科學委員會。NS C79-H003-07

盧富美 (1976)。國民小學低成就兒童家庭背景之分析研究。省立嘉義師專學報，7期，206~233頁。

簡楚瑛 (1993)。「遊戲」之定義、理論與發展的文獻探討。新竹師院學報，6，105-133。

饒見維 (1996)，教師專業發展—理論與實務 (二版)。台北市：五南。

## 二、英文文獻

- Bateson, G. (1955). A theory of play and fantasy. *Psychiatric Research Reports*, 2, 39-51.
- Bell, F. H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics in Secondary Schools*. Wm. C. Brown Company.
- Berlyne, D. (1960). *Conflict, arousal and curiosity*. New York: McGraw-Hill.
- Burns, M. (2003). Using Games in Your Math Teaching. *Connect Magazine*, 17(2), 1-4
- Caillois, R.(1958).*Man, play and games*. Urbana and Chicago: University of Illinois Press.
- Case,R.(1998).*A psychological model of number sense and its development*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. San Diego.
- Dienes, Z.P. (1981). *Building Up Mathematics*. Hutchinson Educational Ltd.
- Dougherty, B. J., & Crites, T.(1989). Applying number sense to problem solving , *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 22-25
- Ellis, M. (1973) *Why people play Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall*
- Fengfeng, K. & Grabowski, B. (2007). Game playing for maths learning : cooperative or not? *British Journal of Educational Technology*, 38(2), 249-259.
- Franzis , Heinz & Miriam(2006).Academic underachievement: Relationship with cognitive motivation, achievement motivation, and conscientiousness, *Psychology in the Schools* 43 (3), 401-411.
- Froebel (1887) · *The education of man* · New York : D · Appleton and Company ·
- Freud, A. (1928[1927]). *The theory of child analysis*. Writings 1: 162-175.
- Goldenson, R.M. (Ed.) (1970). *The encyclopedia of human behavior* (vol.1). New York: Doubleday.
- Greeno, J. (1991), Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22,179-218
- Hope, J. (1989) Prompting number sense in school. *Arithmetic Teacher* 36 (6), 12-16

- Howden, H. (1989) . Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 6-11.
- J. E. Johnson , J. F. Christie , T. D. Yawkey (1994). *Play and early childhood development*.
- Kastner ,B.(1989) . Number sense the role of measurement application. *The Arithmetic Teacher*, 36 (6), 40-46.
- Kirk, S. A., Gallagher, J. J., & Anastasiow, N. J. (1993). *Educating exceptional children* (7th ed.). Boston: Houghton Mifflin.
- Krulik, S. & Rudnick, J. A. (1983). Strategy game and problem solving-an instructional pair whose time has cone! *Arithmetic Teacher*, 83(12), 26-28.
- Lerner, J.W. (1993) . Learning Disabilities : *Theories, Diagnosis, and Teaching Strategies* ( 6th ed. ). Boston : Houghton Mifflin Company.
- Lerner, J.W. (2003). Learning Disabilities : *Theories, Diagnosis, and Teaching Strategies* (8th ed.). Boston : Houghton Mifflin Company.
- Mandel, H. P. & Marcus, S. I. (1988). The psychology of underachievement: Differential diagnosis & differential treatment. New York: John Wiley & Sons.
- Maslow, A. (1970). *Motivation and personality* (2nd ed.). New York: Harper & Row.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examing basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12, 2-8.
- McIntosh, A.,& Reys, B. J.,& Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining Basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12, 2-8
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Olson, R. (1989). Specific deficits in component reading and language skills:genetic and environmental influences. *Journal of Learning Disability*, 22,339-348.
- Piaget, J. (1951). *Play, dreams and imitation in childhood*. New York: W. W. Norton.

- Resnick, L.B., Nesher, P, Leonard, F., Magone, M, Omanson, S, & Peled, I (1989)  
 Con-ceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions, *Journal For Research in Mathematics Education*, 20, 8-27
- Semrud-Clikeman M., Walkowiak J., Wilkinson A., & Minne E. P. (2010). Direct and Indirect Measures of Social Perception, Behavior, and Emotional Functioning in Children with Asperger's Disorder, Nonverbal Learning Disability, or ADHD. *Journal Abnormal Child Psychology*, 38, 509-519.
- Singer, J. L. (1973). *The child's world of make-believe: experimental studies of imaginative play*. New York: Academic Press.
- Sowder, Reys, R., & Reys, B., McIntosh, A. Emanuelsson G, & Johansson, B, and Der, C (1999). Assessing number sense of students in Ausralia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics* , 99(2), 61-70
- Sowder, J. & Schappelle, B. (1994), Number sensed-making, *Arithmetic Teacher*, 41(6), 342-245.
- Sutton-Smith, B. (1983). One hundred of change in play research. *TAASP Newsletter*, 9 (2), p13-17.
- Trafton, P. R., & Hartman, C. L., (1997). Developing number sense and computational strategies in problemcentered classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4 (4), 230-233.
- Zillmann, D. (1988). Mood management through communication choices. *American Behavioral Scientist*, 31(3), 327-340.



## 附錄二 「撲克大老三」數學遊戲學習單

### 「撲克大老三」數學遊戲學習單

一、觀察下列數列的規律，在空格中填入適當的數。

1, 3, 5, 7, □ 《答案》:

二、觀察下列數列的規律，在空格中填入適當的數。

1, -2, 3, -4, 5, □, 7, -8, 9, -10

《答案》:

三、下圖是用藍色棋子排出來的實心正方形，觀察圖形

的規律並回答問題：

《答案》:



如果要排出第5個圖形，請算算看供需要幾個藍色棋子？

四、觀察下列數列的規律，在空格中填入適當的數。

5, 10, 15, 20, □ 《答案》:

五、觀察下列數列的規律，在空格中填入適當的數。

1, 4, 9, □, 25, 36 《答案》:

六、用等長的吸管依次向右排出相連的三角形，如下圖。

如果要排出第5個圖形，總共需要幾根吸管？



《答案》:

## 附錄三 「叫我第一名」數學遊戲學習單

### 「叫我第一名」數學遊戲學習單

一、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) \_\_\_\_\_, 9, 14。

(2) 7, 5, \_\_\_\_\_。

二、判斷下列何者是等差數列。如果是等差數列，寫出它的公差。

(1) 1, 4, 7, 10, 14      《答案》：

(2) 2, 1, 0, -1, -2      《答案》：

三、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) \_\_\_\_\_, 11, 7, \_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, 5, 8, \_\_\_\_\_。

四、判斷下列何者是等差數列。如果是等差數列，寫出它的公差。

(1) -1, -1, -1, -1, -1, -1      《答案》：

(2) 12, 13, 14, 16, 17      《答案》：

五、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 6, 8, \_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, 2, 5。

六、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) \_\_\_\_\_, 13, 8, \_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, 6, 14, \_\_\_\_\_。

## 附錄四 「找出好朋友」數學遊戲學習單

### 「找出好朋友」數學遊戲學習單

填充題：

一、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) 27, \_\_\_\_\_, 53。

(2) 0, \_\_\_\_\_, 8。

二、在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) -3, \_\_\_\_\_, 9, \_\_\_\_\_。

(2) 18, \_\_\_\_\_, 10, \_\_\_\_\_。

三、下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列。

(1) \_\_\_\_\_, 9, \_\_\_\_\_, 19, \_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_,  $a-1$ , \_\_\_\_\_,  $a+1$ , \_\_\_\_\_。

文字題：

一、若一等差數列為 7、13、19...，公差為 6，求此等差數列的第 5 項

二、若一等差數列為 7、13、19...，公差為 6，若第  $n$  項為 43，則  $n=?$

三、

若等差數列的首項為 8，第 2 項為 12。

(1) 求第 5 項。

(2) 若第  $n$  項為 36，則  $n=?$

## 附錄五 「快樂列車」數學遊戲學習單

### 「快樂列車」數學遊戲學習單

一. 求等差級數  $7+15+23+\cdots+79$  的和

二. 若等差級數共有9項，其首項為40，公差為-4，求：

(1) 末項。

(2) 總和。

三. 阿寶玩疊積木，下面一層的積木都比上面一層的積木多3個，第一層2個積木，最後層有23個積木，若共疊了8層，則共用掉幾個積木？

四. 求等差級數  $9+12+15+\cdots+36$  的和

五. 若等差級數共有8項，其首項為15，公差為2，求：

(1) 末項。

(2) 總和。

六. 大賣場的奶粉罐堆疊如右圖，已知最上層有1罐奶粉，最後一層有19罐奶粉，共疊10層，請問全部共有幾罐奶粉？



## 附錄六 「○○○○○」數學遊戲回饋單

親愛的同學，請你（妳）就今天玩過這遊戲後，依自己的感覺與想法回答以下的問題：

(1) 在這遊戲裡，你（妳）最喜歡的地方是哪裡？為什麼？

(2) 在這遊戲裡，你（妳）覺得最困難的地方是哪裡？為什麼？

(3) 在整個數學遊戲過程中，你（妳）有什麼發現與收穫？  
發現：

收穫：

(4) 你（妳）覺得使用這個數學遊戲設計，有那些地方可以再改進或修正？請舉例？

(5) 對於老師透過此數學遊戲來上課，你的感覺或看法是？

(6) 你喜歡今天玩的這個數學遊戲嗎？如果要用 1~5 來表示喜歡的程度，你會給幾幾分，請在□中打勾？

1 2 3 4 5





## 附錄九 家長同意書

親愛的家長，您好：

我是中山大學教育研究所的研究生仁傑，目前正在進行「研發數學遊戲對低成就學生數感改變之個案研究」的碩士論文計畫，我將會用遊戲的方式來幫助學生發展數感能力，希望用學生喜歡的學習方法來教他們學數學，引發學生對數學的學習動機，讓學生愛上數學。

我將會在 108 年 2 月 23 日開始進行以數學遊戲活動來幫學生上課，希望家長可以同意讓您的孩子參與本研究，讓我可以幫助孩子學好數學。

在這裡也謝謝您給我這個機會讓我與學生共同成長，我很期待未來的研究時光，希望大家合作愉快！

何仁傑 敬上

若家長同意讓您的孩子參與本研究，請與下方空白處簽名，謝謝您的協助。

家長簽名處：

## 附錄十 訪談錄音、活動錄影及攝影之同意書

親愛的家長與同學，您好：

我是中山大學教育研究所的研究生仁傑，目前正在進行「研發數學遊戲對低成就學生數感改變之個案研究」的碩士論文計畫，我將會用遊戲的方式來幫助學生發展數感能力，希望用學生喜歡的學習方法來教他們學數學，引發學生對數學的學習動機，讓學生愛上數學。爲了讓遊戲活動設計內容具有適用性，因此在教學活動過程中會進行錄影與攝影。

數學遊戲活動結束後有學習單的活動並針對學習單上的題目作答方式進行訪談，這是希望能透過訪談來瞭解學生數學對數感的改變情形。

希望家長與同學可以同意接受我的訪談錄音、活動錄影及攝影，以供後續相關分析。所有相關影音資料與訪談內容皆不會對外公開與散佈，僅供本研究者何仁傑做此研究所使用。我很期待未來的研究時光，希望大家合作愉快！

若家長與同學願意接受訪談錄音、活動錄影及攝影，請於下方於空白處簽名，很謝謝您的協助。

若家長與同學同意在本研究中可以進行訪談錄音、活動錄影及攝影，請與下方空白處簽名，謝謝您的協助。

家長簽名處：

學生簽名處：

# 附錄十一 「找出好朋友」-遊戲計算紙
