



國立中山大學教育研究所

博士論文

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Doctorate Dissertation

建構有效的國小六年級小數除法補救教學模式  
之行動研究

Constructing an Effective Model of Math Remedial Instruction  
of Decimal Division of Sixth Grade in Elementary School  
by Taking Action Research

研究生：鄭震文

Huan Wen Cheng

指導教授：梁淑坤博士

Dr. Shuk-kwan S. Leung

中華民國105年1月

January 2016



國立中山大學教育研究所

博士論文

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Doctorate Dissertation

建構有效的國小六年級小數除法補救教學模式

之行動研究

Constructing an Effective Model of Math Remedial Instruction  
of Decimal Division of Sixth Grade in Elementary School

by Taking Action Research

研究生：鄭震文

Huan Wen Cheng

指導教授：梁淑坤博士

Dr. Shuk-kwan S. Leung

中華民國105年1月

January 2016

國立中山大學研究生學位論文審定書

本校教育研究所博士班

研究生鄭寰文（學號：D976050009）所提論文

建構有效的國小六年級小數除法補救教學模式之行動研究

Constructing an Effective Model of Math Remedial Instruction of Decimal  
Division of Sixth Grade in Elementary School by Taking Action Research

於中華民國 104年 12月 04日經本委員會審查並舉行口試，符合博士學位

論文標準

學位考試委員簽章：

召集人 方德隆	<u>方德隆</u>	委員 梁淑坤	<u>梁淑坤</u>
委員 劉曼麗	<u>劉曼麗</u>	委員 楊德清	<u>楊德清</u>
委員 謝百淇	<u>謝百淇</u>	委員	_____

指導教授(梁淑坤) 梁淑坤 (簽名)

## 誌 謝

能完成這本論文，首先要感謝的是指導教授梁淑坤老師，她總是在我懈怠時鞭策我，督促我，有如暮鼓晨鐘般，在我遇到瓶頸時又能及時給我很好的建議，讓我能順利突破，繼續向前。其次要感謝的是我的太太徐巧縈和岳父、岳母，在我讀書的七年半期間，由於二個小孩陸續出生，而我由於讀書的關係，經常無法幫忙照顧小孩和打掃房子，幸好有他們的幫忙，所以特地感謝他們的辛勞。接著是要感謝五位口試委員梁淑坤教授、楊德清教授、方德隆教授、劉曼麗教授和謝百淇教授，從論文計畫到學位考試，都很仔細的閱讀我的論文，提出很多很好的建議，使這本論文更加完善。另外，在準備口試過程中，助理玫錚、學妹秀珍和淑芬，幫助我處理一些行政和瑣碎的事情，讓忙得焦頭爛額的我得以放寬心口試，我要特別感謝她們。最後，要感謝溫泉國小的學校同仁和台東縣數學輔導團團員，在我進行研究時給予我最大的支持和幫助，讓研究能順利進行。其他未能一一感謝的包括我的學生、2位誼友和學生家長等，在此一併致謝。

# 建構有效的國小六年級小數除法補救教學模式 之行動研究

鄭震文

## 摘要

本研究旨在透過行動研究解決國小六年級低成就學童在小數除法補救教學中產生的困境，企圖建構有效的小數除法補救教學模式。研究者為教學者，而學童共 8 位，經由兩週共 8 堂課，由行動者針對小數除法單元設計方案及進行補救教學。資料蒐集包括課堂學習單、課後臨床晤談記錄、一對一教學晤談記錄、教學現場錄影、學生的數學日記、誼友的觀課討論記錄以及專家諮詢紀錄等，資料分析方式為內容分析法。本研究的發現分成五個方面：

第一，在執行行動方案方面，從整個行動的結果來看，教師在教學中出現 4 個困境(小數除以整數、餘數問題、小數點移動規則、小數干擾題意理解)，學生則產生 12 個問題，經過行動研究循環後，有 9 個對應的教學策略，也顯現出行動研究循環適合應用在數學補救教學。從學童的表現來看，在小數除法學習單的表現上有 3 個面向(計算、移位和餘數)的正確解法類型和 4 個面向(計算、被除數、商和餘數)的錯誤解法類型，在教師一對一的教學中，配合同儕輔導既可縮短教學時間也能解決問題，並提昇算則的學習效果，此外，放聲思考既可增進學童思考也減少計算錯誤。

第二，在行動研究對教師方面的轉變，教學者在行動研究一次又一次的教學循環過程中，在 Ball, Thames 和 Phelps (2008)的四個教學的數學知識方面(特殊內容知識、內容和學生知識、內容和教學知識及內容和課程知識)有所增長。

第三，在行動研究對學童方面的轉變，可分成認知和情意兩個向度說明。在認知上，學童在南一版後測卷和劉氏小數題庫二種評量工具的後測和延後測表現均不錯，更在教育部補救教學線上測驗全數通過。

第四，在建構補救教學模式方面，研究者整合文獻中 Borich (1994, 2004)的有效教學行為可融入在小數除法的補救教學中，並建構出有效的小數除法補救教學

介入模式及一般數學教學模式。

第五，與過去文獻比較方面，分成兩點。第一，本研究之補救教學進行方式與前者不同，乃是在課後於原班級進行由原任教數學之教師，提供額外的教學指導，並實施個別或小組教學，採小數除法教材於建構的有效教學方式。第二，本研究結果之小數除法補救教學問題與解決過程統整表在功能上補充劉、侯氏小數除法教學錦囊表，不僅針對一般小數除法教學，更可應用在小數除法的補救教學上。

最後，研究者因應以上發現提出對未來研究及補救教學現場的教師參考。

**關鍵詞：**建構有效的教學模式、小數除法、補救教學、行動研究循環

# **Constructing an Effective Model of Math Remedial Instruction of Decimal Division of Sixth Grade in Elementary School by Taking Action Research**

Huan Wen Cheng

## **Abstract**

The aim of this research is to conduct math remedial instruction on decimals division (RIDD) for sixth grade and solve teaching problems through action research. The investigator himself was the math teacher and students in RIDD program were 8 sixth grader in the teacher's classroom. The investigator and students went through 2 weeks (a total 8 after-school lessons); materials developed by investigators. Data source included: work sheets, after-school clinical interview records, one-to-one teaching interview records, teaching videos, students' math diary, peers' observation notes, and experts consultation journals; and were analyzed by content analysis. Results are five:

1. The teacher walked through 4 different sets of action research cycles, attending to four corresponding difficulties adding to 12 teaching problems; he invented 9 strategies when seeking for solutions. Students' correct paths (3) and incorrect paths (4) to problems on decimal divisions were collected. It was found that one-to-one instructions, peer coaching, and think-aloud are promising strategies for low-ability students.
2. After RIDD, the teacher exhibited growth in 4 types of Math Knowledge for Teaching (Ball, Thames and Phelps, 2008).
3. After RIDD, students' overall scores in post-tests and delayed post-tests of two written tests improved: Test by Nani Textbook Company, LiuHou Decimal Test. In addition, all passed the on-line exam for sixth grade (Ministry of Education, 2015)
4. A Model for RIDD (Based on Borich, 1994, 2004) was constructed and revised for ordinary students and low-ability students.
5. This study adds to existing research base on remedial teaching; with the original math teacher teaching students using intact class environment. It also add literature to decimal fraction research; with results focus on not only ordinary students but also remedial teaching.

Finally, the investigators referred to results and included recommendation for future research and practice.

Keyword:

Constructing an Effective Teaching Model, Decimal Division, Math Remedial Instruction, Action Research and Cycles.

# 目 錄

<b>第一章 緒論</b> .....	<b>1</b>
第一節 研究動機 .....	1
第二節 研究目的與待答問題 .....	3
第三節 名詞釋義 .....	4
第四節 研究限制 .....	5
<b>第二章 文獻探討</b> .....	<b>7</b>
第一節 有效教學的定義和策略 .....	7
第二節 補救教學 .....	17
第三節 小數教材及其迷思概念之相關研究 .....	27
第四節 教師的知識及行動研究 .....	36
<b>第三章 研究方法</b> .....	<b>45</b>
第一節 進行前導研究以發展補救教學方案 .....	45
第二節 研究場域及參與者 .....	64
第三節 研究工具 .....	69
第四節 小數除法補救教學行動流程 .....	70
第五節 資料蒐集與分析 .....	72
第六節 行動研究流程 .....	77
第七節 研究效度與研究倫理 .....	78
<b>第四章 研究結果與分析</b> .....	<b>85</b>
第一節 八隻小麻雀的小數除法解題正誤分析 .....	85
第二節 阿正老師採取的行動 .....	97
第三節 補救教學行動方案實施後學童之轉變 .....	133
第四節 補救教學行動方案實施後教師之轉變 .....	141
第五節 小數除法補救教學介入模式 .....	144
<b>第五章 結論與建議</b> .....	<b>155</b>
第一節 結論 .....	156
第二節 建議 .....	161
<b>參考文獻</b> .....	<b>163</b>
中文部分 .....	163
英文部分 .....	166

附錄一	家長同意書 .....	170
附錄二	數學補救教學相關研究.....	171
附錄三	補救教學前導性研究教案與學生反應...	175
附錄四	小數除法教學布題及診斷迷思概念與學習單 使用手冊 .....	180
附錄五	小數除法前後測、延後測試題.....	183
附錄六	六年甲班小數除法課堂學習單.....	184
附錄七	小數除法課堂教學 PPT .....	185
附錄八	六年甲班小數除法教學後測驗學習單...	187
附錄九	一對一晤談大綱 .....	188

## 表 次

表 2-1 有效教學原理比較表.....	13
表 2-2 小數和整數比較表.....	28
表 2-3 小數和分數比較表.....	28
表 2-4 小數迷思概念表.....	31
表 2-5 劉、侯氏小數除法教學錦囊表.....	34
表 3-1 課堂練習和課後測驗答題錯誤對照表.....	56
表 3-2 課堂練習和課後測驗迷思概念對照表.....	57
表 3-3 補救教學方案計畫表.....	64
表 3-4 資料編碼說明表.....	76
表 3-5 待答問題與引用資料來源對應表.....	77
表 4-1 學生在小數除法解題歷程中產生的問題與解決策略對照表.....	129
表 4-2 小數除法補救教學問題與解決過程統整表.....	132
表 4-3 南一版後測卷之前測、後測及延後測答對率對照表.....	133
表 4-4 劉氏小數題庫之前測、後測及延後測答對率對照表.....	134
表 4-5 八小麻雀在五、六年級的線上測驗結果.....	135
表 4-6 小麻雀對補救教學學習興趣表.....	137

## 圖 次

圖 2-1 數學的有效教學過程行為模式.....	8
圖 2-2 十個數學有效教學原理(Ten Principles of effective pedagogy of mathematics).....	9
圖 2-3 小數除法補救教學之有效教學行為(行動前).....	16
圖 2-4 小數主要概念發展圖 (劉曼麗, 2004) .....	30
圖 2-5 小數除法概念圖 .....	33
圖 2-6 教學的數學知識之範圍 .....	38
圖 3-1 教學現場配置圖 .....	69
圖 3-2 小數除法補救教學流程圖(行動前).....	71
圖 3-3 數學補救教學行動研究流程圖 .....	78
圖 3-4 研究效度建構過程圖 .....	79
圖 4-1 困境一行動研究循環圖 .....	98
圖 4-2 困境二行動研究循環圖 .....	108
圖 4-3 困境三行動研究循環圖 .....	111
圖 4-4 困境四行動研究循環圖 .....	125
圖 4-5 小數除法補救教學之有效教學行為(行動後).....	144
圖 4-6 小數除法補救教學流程與模式圖(行動後).....	146
圖 4-7 一般數學教學流程與模式圖 .....	153

# 第一章 緒論

每位有責任心、有教育愛的教師，都不希望自己班級中的學生學習落後，在教育部實施攜手計畫、補救教學計畫之前，教師已有想出對策，不論是在課堂中指導或是下課後的個別教學，都是教師發自內心、期望每個人都能學會的教學行為，而這就是一種補救教學。可是，一般教師的下課時間有限，僅能照顧到少數學習落後的學生，若班級中學習落後的學生較多，就無法在有限的時間予以補救。自 2006 年起，教育部提出「攜手計畫-課後扶助」及「教育優先區計畫-學習輔導」計畫，就是希望普遍性的實施補救教學，幫助弱勢家庭之低成就學生，使學業落差致不致加大。雖然有以上的支持，教師在執行此計畫時仍有許多教學上的問題未能解決。有鑑於此，本研究將以行動研究的方式探討執行補救教學計畫時的具體問題及解決方案。以下將依研究動機、研究目的與待答問題、名詞釋義、研究限制等四節加以說明。

## 第一節 研究動機

「有教無類」是中國的大教育家孔子的名言，意思是不管學生的資質優劣、社經地位高低、貧窮或富有，教育者都要盡力教導。因此，對於學業低成就的學童，教師亦不放棄，而教學方式則要「因材施教」，可見中國古代的教育家就已經很重視每個學童都有均等的學習機會。對此，美國在 2001 年公佈了一項法案，名為「No Child Left Behind Act of 2001」，其中第一篇就是為了改善學習不利地區學生的學業成就，也說明了對於美國對於改善學習弱勢學生學業成就的重視。而我國的教育部也自 2006 年起針對弱勢家庭學生實施課後的學業輔導措施，而學習弱勢學生往往也是低學業成就者（李玲惠，2004；洪儷瑜，2001；陳永發，1996）。由此可見，不論是古代中國的教育，或是現今國內外，都十分重視每位學生的教育，對於學業低成就的學生亦不能放棄，不但強調每位學生都能受到學校教育，而且希望每位學生能夠學會，因此對於學習落後者，實施補救教學。

從 2006 年起，我國教育部對於補救教學的措施，除了資源班之外，更有「攜手計畫-課後扶助」及「教育優先區計畫-學習輔導」兩個方案。後來，為因應十二年國民教育的實施，乃整合為「補救教學」方案，針對學習低成就學生，進行個別化的補救教學，並於 2013 年全面實施。雖然補救教學方案在目標上有很好的理想，但在實施上卻有不少實務上的問題產生。首先，在教師方面，補救教學上課的時間是在下班後實施，雖然教師都希望替自己班級學習落後的學生做補救教學，但有些教師由於個人、家庭等因素，無法再延長上班時間，所以學校只能聘請退休教師、儲備教師、大專生或有教師證的候用教師到校上課，但由於數學低成就的學生更需要有經驗及具有良好的學科教學知識(Pedagogical Content Knowledge; Shulman, 1986)，以及教學的數學知識(mathematics for teaching) (Ball, Thames & Phelps, 2008; Hill, Rowan & Ball, 2005; Izsák, 2008) 的教師引導，所以除了學校教師及退休教師外，其他人員要勝任數學補救教學工作，有相當的難度。第二，在家長方面，由於補救教學實施時間是在課餘時間，因此不能強迫學生留校上課，仍需經家長同意才能對學生進行補救教學，若學生無意願學習或家長不同意者，則無法強制實施補救教學(教育部，2011)。第三，在學生方面，研究者身為國小班級導師，也是擔任該班級補救教學的教師角色，深刻體會到在課後進行數學補救教學時，發現在平時課堂教學後，許多學生仍存有許多迷思概念。另外，在補救教學實施後，有些學生依然進步有限。基於上述目前補救教學實施產生的三個問題，讓研究者有強烈的慾望想要尋求一個有效的數學補救教學模式，讓參與數學補救教學的教師有一個可立即參考使用的教學模式，幫助學生提升數學能力，也幫助教師自我成長，也因此，研究者決定以行動研究的方式，探討數學補救教學可行的教學模式。

研究者為六年級導師，因此，本研究取材於六年級上學期數學教材中，目標設定在一個學生容易產生迷思概念的單元，作為本補救教學方案的教學主題。而過去研究提出學生不易懂的單元有「小數除法」，它是一個很必要的主題(劉曼麗，2001，2002；劉曼麗、侯淑芬，2008)。的確，研究者的教學經驗中，學生常被小數除法算則困擾，例如，在其「商與餘數小數點的處理原則」，只知其然而不知其所以然，此外研究者在擔任數學輔導員到校進行課室觀察時，亦發現許多現職教師教學時常忽略小數除法算則與小數除法的概念性知識的說明。基於上述原因，研究者選擇「小數除法」，作為本補救教學方案的主題。

除了以上選擇探究數學補救教學模式的原因外，本研究特點在於一般國小進行的補救教學行動研究，較少針對特定學科詳細探討，有些是英語科教學，有些是國語文教學，但數學科教學則不多，選擇「小數」作為研究主題的更少。再者，研究者以文化較為不利地區的台東縣，作為數學補救教學的行動研究場域，更有代表性的意義。此外，研究者本身為台東縣輔導團數學領域的輔導員，對於台東縣的數學補救教學，更有一份使命感，故預計在本研究結束後，以研究結果中的小數除法補救教學模式為基礎，在台東縣成立教師工作坊，開發出其他數學主題之補救教學模式，並加以推廣，以期能幫助台東縣數學低成就的學童，提升學童的數學基本學力。

## 第二節 研究目的與待答問題

### 壹、研究目的

本研究目的在透過行動研究，建構低成就學童小數除法補救教學模式，並檢驗補救教學模式實施成效。綜合目前補救教學實施產生的問題與以上研究動機，所提出目的如下：

- 一、補救教學歷程中低成就學童的小數除法解題正誤分析。
- 二、反思小數除法單元補救教學行動方案之歷程。
- 三、探討補救教學行動方案實施後學童和教師之轉變。
- 四、研擬適合低成就學童學習「小數除法」單元的補救教學介入模式。

### 貳、待答問題

根據上列研究目的，本研究之待答問題如下：

- 一、低成就學童的「小數除法」解題正誤情形為何？
- 二、如何設計與實施「小數除法」單元補救教學行動方案？
- 三、補救教學行動方案實施後學童的轉變為何？
- 四、補救教學行動方案實施後教師的轉變為何？
- 五、如何研擬出適合低成就學童學習「小數除法」單元的補救教學介入模式？

## 第三節 名詞釋義

### 壹、有效教學

有效教學的定義，在本研究中，係指一個操作性定義，概括指稱一切可讓學生有意願學習，以及能獲得優良學習效果的教學。

### 貳、補救教學

補救教學(remedial instruction)是一種診斷的教學(clinical teaching)，是教學者為了幫助班級中學習困難的學生，先「診斷」學習困難的原因，再針對原因「對症下藥」，設計一連串的教學活動幫助學生跨越困難，然後再次評量是否仍有學習困難之處。若有，則再重複此補救教學的教學活動，形成「評量－教學－再評量」的循環歷程（張新仁，2001）。

### 參、低學業成就

本研究的研究對象為低學業成就的學童，其定義是依據瑞文氏標準推理測驗（Raven's Standard Progressive Matrices, 簡稱 SPM）的檢測結果為智力正常，但學業成績低於標準化測驗百分之四十的學童。

### 肆、小數除法

本研究參考劉曼麗和侯淑芬（2008）的小數除法類型，定義小數除法包含「整數除以整數，商為小數」、「小數除以整數」、「整數除以小數」、「小數除以小數」。並在教此題材時，本研究的教師依照先純小數再帶小數的原則來布題。

## 第四節 研究限制

### 壹、研究參與者的限制

此研究參與的被研究者僅有 8 名接受補救教學的學生，樣本數少，並不具有代表性，因此得到的研究結果僅能提供教學情境類似於本研究情境之教學者參考，無法推論到所有補救教學情境。

### 貳、研究時間的限制

補救教學實施的時間為學童放學後一節課，故每次上課只有一節課，不能連續上二節課，因此教學的連續性受到一節課的限制，教學者必須控制好教學段落，避免教學中斷，影響學生的學習效果及研究結果。

### 參、研究內容的限制

由於在行動研究中，教師即是研究者，雖然已透過多種方式蒐集資料，從不同角度檢核資料的可信度，但研究結果的分析與發現仍難以避免研究者的主觀因素涉入。



## 第二章 文獻探討

### 第一節 有效教學的定義和策略

從教學性質來看，補救教學是課堂教學的一種類型，就數學的課堂教學來說，如何使教學有效，讓每位學童學會教師所教學的內容，達成教學目標，許多學者曾就不同的觀點，提出有效的數學教學所應具備條件之看法。Nickson (1988)認為教師在教室情境中的合作教學是有效的教學策略，而針對不同程度的學童，教師與學童能彼此分享自己的想法，會讓教學更有效，也就是說「合作」與「分享」是對有效的數學教學的建議策略。Cai, Perry, Wong 和 Wang (2009)從跨文化的觀點，探討對東方文化和西方文化的教師而言，什麼是有效的數學教學？第一點，中國、香港和澳洲的教師都同意數學能力是有效能教師的必要特徵。他們認為（尤其是中國教師）教師對課程和教科書的深度理解是一個有效能教師的關鍵，美國的教師則不同意這是重要的。第二點，中國和香港的教師，強調應提供學生課程內容的清楚資訊以及刺激學生思考的能力，但澳洲和美國的教師則強調傾聽學生的想法以及讓學生有興趣回應。總結來說，東方的教師比西方的教師，傾向有更多教師為主的教學觀點，西方的教師則是以學生為主的觀點較多，所有地區的教師都同意教師應該同時了解學生的需求，以及要能滿足這些需求。

從 Cai, Perry, Wong 和 Wang (2009)的研究可知，對東方文化來說，教師本身的學科內容知識、課程知識對有效教學來說是重要的；教學方面，將課程內容說明清楚、刺激學生思考、傾聽學生想法和鼓勵學生發表，是達成有效教學的重要做法。

Hoyle (1988)認為在有效的數學教學中，教師需將要完成的數學任務的特性具體說明，並將探究數學任務的過程結構化，教師要把焦點放在學習活動上，讓學生清楚知道活動中使用的教具的性質。同時，在學生解題過程中，教師要鼓勵學生去預測、反思和評估自己的解題，若學生心中可能產生矛盾觀念，教師也要幫助學生整合觀念。在佈題方面，教師要幫助學生從原本特定例題中特定情境的運算，改變為朝向一般化，並改變一些符號表徵的型式。對於這些宣稱，研究者

認為要幫助學生從特定情境的運算朝向一般化的作法，屬於高階的思考活動，而本研究的研究對象並不適合，其他的作法則提供本行動方案重要的參考。

Koehler 和 Grouws (1992)檢驗許多有關教師教學效能的研究，並將這些研究分成四個層次，其中第四層次指出了數學的有效教學在教室中應有的過程行為模式，如下圖所示：

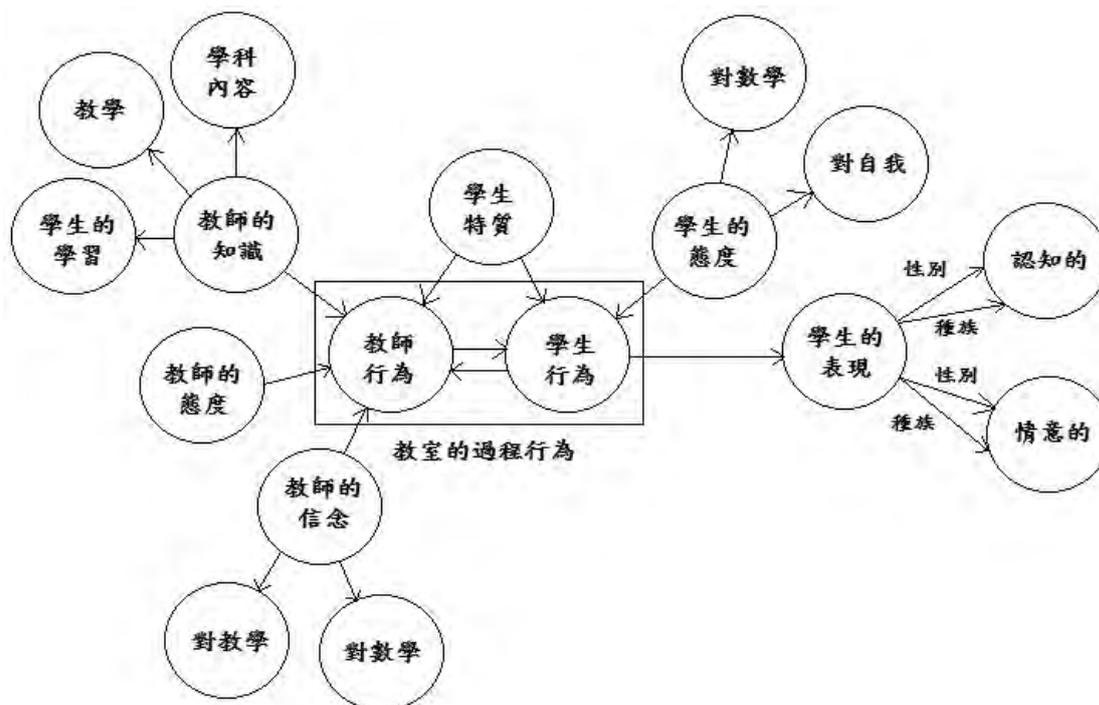


圖 2-1 數學的有效教學過程行為模式

就圖2-1來說明，數學的有效教學過程行為模式包含教師和學生部份的行為，教師的行為會受到教師對教學和數學的信念、教師的教學態度和教師的學科教學知識影響，而學生的特質則同時影響了教師和學生的行為，學生的行為則受到學生自己學習數學時的態度和信念影響，至於學生在認知和情意上的表現，則受到學生的行為影響。因此數學的有效教學需針對不同的學生特質，而有不同的教學設計。是故，此模型提供了本補救教學行動研究方案在設計和實施時一個參照和檢驗的標準。

Anthony 和 Walshaw (2009)以紐西蘭的學生為研究對象，提供 10 個數學的有效教學原理，這些原理整合了實踐的因素，這四個因素是：(1)教室共同體 (classroom community)、(2)教室中的對話、(3)強化學生思考的數學任務，以及(4)教師知識的角色，如下圖所示：

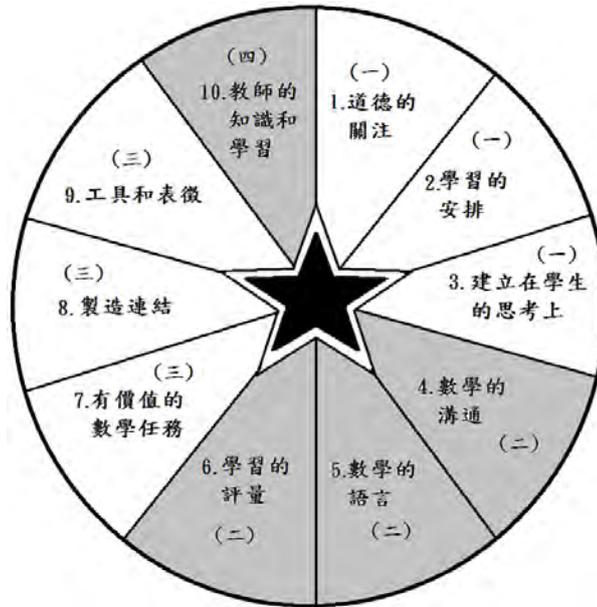


圖 2-2 十個數學有效教學原理(Ten Principles of effective pedagogy of mathematics)

從圖 2-2 來說明，以上的十個原理可將其分為教室共同體、教室中的對話、強化學生思考的數學任務，以及教師知識的角色四個大項來探討。

### 一、教室共同體(1-3)

**1. 道德的關注(ethic of care)：**關注教室共同體，焦點在數學目標需幫助發展學生的數學同一性 (mathematical identity) 和熟練度。

有效能的教師注重公平性，把注意力放在來自不同家庭環境、不同語言、不同能力和不同觀點的需求，能提升學生的正向態度，對自己的理解有信心，學生將更有意願思考教師呈現出的新想法，思考其他學生的想法，並評估其他方法的有效性，同時堅持面對數學的挑戰。

**2. 學習的安排(arranging for learning)：**有效能的教師提供學生機會去使自己的想法有意義，不論是獨立或是合作完成。

所有的學生都需要一些時間讓自己去思考和安靜的工作，避開其他學生的各種干擾，有時是有衝突的看法。在其他時間，同組中的夥伴能提供情境，讓他們可以分享想法和與其他人共同學習，如此，可增進學生參與，以及產生更高層次的思考。

**3. 建立在學生的思考上(Building on students' thinking)：**有效能的教師會計畫數學學習經驗，使學生能建立在自己已有的熟練性、興趣和經驗上。

在計畫學生的學習時，有效能的教師會將學生目前已有的知識和興趣，作為教學決策的中心。根據對學生評量的結果，包含語言、閱讀、聽力、處理複雜問題的能力和數學推理，教師會修正教學去符合學生學習的需要。

教師要幫助學生從他們的錯誤中學習，要求學生分享不同的想法或解題策略，能讓學生去比較和重新評估他們的想法。對低成就的學生來說，教師要找出簡化任務複雜度的方式，但不要變成作重複和忙碌的工作，也不要放棄對數學活動的整合。

## 二、教室中的對話(4-6)

**4. 數學的溝通(Mathematical Communication)：**有效能的教師使教室中的對話容易進行，也就是把焦點放在數學的討論。

教師要教導學生如何用口頭清楚表達數學的想法，以及如何修正他們的答案，同時鼓勵學生口頭表達、書寫和具體物表徵。有效能的教師將解釋的過程模式化，並且修正、引導學生進入數學規約中，並使用明示(explicit)的策略，例如告訴並期待學生如何去溝通。

教師也能對學生所說的話，使用複誦、重複、換句話說或是擴展等技巧。當學生的注意力從算則轉移到如何使數學有意義時，學生的專注例會從發現答案，轉移到更多在透過思考得到答案。

**5. 數學的語言(Mathematical Language)：**當教師將適合的項目建立模式，並且以學生能理解的方式溝通其意義，數學語言的使用就形成了。

如果學生要使數學的想法有意義，他們需要理解教室中使用的數學語言。教師的關鍵任務是促進學生使用數學語言、適當的數學詞彙的理解與表達。教師可將學生對自己使用的數學語言非正式的理解考量進去。例如將家中使用的語言「一半」，以數學語言「二分之一」代替，加強兩者的連結，能強化學生的理解，使學生掌握住數學語言與家中語言的特殊差別。

**6. 學習的評量(Assessment for learning)：**有效能的教師會實施特定範圍的評量，使學生的思考是可見的，並且幫助學生的學習。

數學教師使用範圍廣的正式的和非正式的評量，去監控學生的學習進展，診斷學習，以及決定要如何做才能改進學習。此外，有效能的教師會透過觀察學生個別工作或是小組合作的情形，與他們談話，監控學生的理解，注意到學生較喜歡的解題策略，以及他們所使用的語言。有些問題有許多不同的解題方法，或是超過一種解法，能夠幫助教師了解學生的數學思考和推理。

### 三、強化學生思考的數學任務(7-9)

**7. 有價值的數學任務(Worthwhile Tasks)：**有效能的教師了解選擇數學任務和範例，會影響學生如何看待、使用和讓數學有意義。

有效能的教師會小心去確認規定的任務是否能幫助所有的學生，在他們對特定範圍內累積的理解中有所進步，並且使他們從事高層次的數學思考。教師透過提出任務和學習經驗，使學生對重要的數學概念和關係，作最初的思考，這些任務應該包括不只是練習教過的算術，還要提供學生有機會對重要的數學概念問題進行解題。例如，學習周長和面積時，提供學生機會練習乘法和除法計算。當面對真實世界的複雜問題時，學生學習到做數學不只是只有產生正確答案而已，還要將數學應用到日常生活中，幫助學生學到數學在社會中的價值，以及數學對其他學科的貢獻。

**8. 製造連結(Making Connections)：**有效能的教師幫助學生在不同的解題方式、不同的數學主題之間以及數學和每天的生活經驗之間去創造連結。

有效能的教師會藉由提供學生有機會解決複雜的任務，以及期待他們解釋自己的想法和解題策略，並傾聽其他同學的思考等方式，支持學生去製造連結。教師能幫助學生小心的使用一連串的例子去製造連結，包括學生自己的解題策略的例子，去顯示關鍵的數學概念。例如，教師會用另一個策略"6加6"介紹"6的2倍"的概念。

教師也能幫助學生將數學與生活經驗連結。當學生發現能夠把數學做為工具，去解決日常生活的重要問題，他們會開始將數學視為有意義的和有趣的。

**9. 工具和表徵(Tools and Representations)**：有效能的教師會小心的選擇工具和表徵，提供學生思考的幫助。

有效能的教師會利用表徵和工具，幫助學習者的數學發展。工具是幫助和延伸數學推理及產生意義，它包含許多種形式，如數字系統、代數符號、圖、表、模型、方程式、概念、影像、類比、故事、教科書和科技等。

教師必須能決定何時以及如何使用科技去幫助學習。有效能的教師會花時間和學生分享如何用科技的方法做決定。他們需要學生監控自己是否太少或過度使用科技。由於教師的引導，科技能夠幫助學生獨立探究和分享知識的建構。

#### 四、教師知識的角色(10)

**10. 教師的知識(Teacher knowledge)**：有效能的教師會發展和使用聲音的知識去引發學習，並且回應所有學生的數學需求。

教師如何組織教學是非常重要的，聲音的內容知識使教師把表徵數學視為一個有連貫性和連結的系統。當他們的知識是穩固的，教師能夠評量學生目前數學理解的程度。他們使用自己的知識對數學任務、教室資源、對話，及投入和引起學習過程的行動，做出關鍵的決定。

教師除了須對如何建立學生對算則的熟練有清楚的想法外，教師需要知道如何延伸和挑戰學生的思考。要能夠成功的做這件事，教師需要豐富的教學的內容知識(PCK)，以及對學生有基本的了解，如此，教師才能夠察覺到學生可能的概念和迷思概念，並提出解決策略。

就上述各家學者對數學的有效教學原理整體來說，要應用在本補救教學行動中，可分成三方面。第一，是 Nickson(1988)的「合作」與「分享」可應用在**小數除法的教學介入**中。第二，是 Cai, Perry, Wong 和 Wang (2009)以及 Koehler 和 Grouws(1992)，還有 Anthony 和 Walshaw (2009)，都認為教師本身須具備學科內容知識、課程知識，則屬於教師本身須具備的**教學的數學知識**之範疇中。第三，則是對於其在教學方面的建議包含教師應將課程內容說明清楚、刺激學生思考、傾聽學生想法和鼓勵學生發表等作法，則可作為**小數除法補救教學模式**之參考；至於 Anthony 和 Walshaw (2009)提供的 10 個數學的有效教學原理，則可應用在**小數除法的教學介入**、**教師的教學的數學知識**和**小數除法補救教學模式**三者之中。

雖然上述有效的數學教學作法與原理已有清楚的描述與架構，但要應用在本研究中，研究者認為仍有疏漏之處，尚需參考「有效教學」的原理與內涵，方能統整出適合本研究之相應作法。但各家學者對何謂「有效教學」的看法不同（林進材，2000；陳玉蘭，1999；Dick & Reiser, 1989；Dunne & Wragg, 1994；Moneys, 1992；Borich, 1994, 2004），故要明確定義「有效教學」並非易事。若研究者對有效教學下一個簡單的定義，認為有效教學可概括指稱一切可讓學生有意願學習以及能獲得最良好學習效果的教學活動。

在前述各家學者對有效教學的看法中，研究者認為 Borich (1994, 2004)對有效教學提出的行為，不但包含了大部分有效的數學教學作法與原理，更可應用在整個小數除法補救教學行動中。研究者以 Borich (1994, 2004)的有效教學行為做為比較的標準，將前述四個數學的有效教學原理與做法來比較，比較如下表：

表 2-1 有效教學原理比較表

Borich (1994,2004) 的有效教學內涵與行為 數學的有效教學	任務取向	多樣化的教學	引導學生投入學習過程	確保學生成功率	授課清晰、明確	架構	教師的提問	教師鼓勵學生探索	使用學生意見	教師情感
Nickson(1988)			V				V	V	V	V
Cai, Perry, Wong & Wang (2009)			V		V	V	V	V	V	
Hoyles (1988)	V	V		V		V		V		
Anthony & Walshaw (2009)	V	V	V	V	V	V	V	V	V	

在表 2-1 中，研究者將數學的有效教學原理與做法與 Borich (1994, 2004)的有效教學行為符合者打 V，可看出 Borich (1994, 2004)的理論均包含了數學的有效教學原理與做法，因此研究者以 Borich (1994, 2004)對有效教學的理論，作為主要的理論依據，說明如下。

Borich (1994)提出有效教學必須符合五項指標((一)到(五))：

(一) 任務取向

指的是教師實質上的教學行為，投入多少課堂時間在所教授的學科上的一種關鍵行為。教師應針對教學目標，選擇最適合的教學模式，同時在所教授的主題

上花越多的時間教授切題的內容，學生在課堂上的表現會越好。並且，當教師和學生的互動集中在課程內容上，學生學習的機會較多，更有可能達到較佳的學習成就。

## （二）多樣化的教學

指的是教師在教授課程內容時，教學方式的多樣性及可伸縮性，而創造教學多樣性最有效的方法之一就是教師提問，包括發散性、聚合性問題等。另一方面，教師對學習材料、教學設備、展示方式及教室空間的運用，都可以幫助教學多樣化。

## （三）引導學生投入學習過程

學習過程中，學生學習某科目所願意投入的時間與學生學業表現相關。而教師教授某主題時所花的時間，與學生投入學習課程內容的時間，兩者是不相關的。即使教師進行任務取向教學，提供學生豐富、多樣化的課程內容，學生仍可能不積極思考、不專心上課或講話等未投入學習。因此，教師要使教學有效，需透過教學技巧，提升學生投入學習的程度(Emmer, Evertson, & Worsham, 2003)。

## （四）確保學生成功率

確保學生成功率，乃是有效教學行為之一。學生成功率指的是學生對教師教授的內容所能理解及正確完成習作的比率，而學生在主動學習、思考以及複習教師所教導的課程內容，所花時間越多，成功率就越高(Borich, 2004)。因此，教師若能將課程內容設計成學生容易理解的多個小單位教材，則學生學習的成功率就越高。

## （五）授課清晰、明確

指的是教材在課堂呈現時的清晰程度。教師若能使教學重點清楚呈現，易於讓學生理解，則學生在第一次就能正確回答教師的問題，教師會有更多的時間講課。在概念的教學上，要能清晰解釋，幫助學生依概念的邏輯順序，循序理解。

上述五項條件，乃是有效教學的必備條件，但要在教室中能成功實施此五項必備條件，尚需有下列五項輔助行為(Borich, 2004)：

### 1. 架構

架構是教師為了要組織預備要教授的內容，或是總結已經教授的內容，所作的統整。架構能幫助學生了解及使用所學的內容，透過教師的統整，能將學生所學內容和其他相關內容建立連結。

## 2. 教師的提問

提問是一項重要的教學輔助行為，提問的類型包含內容問題和過程問題。內容問題是指教師提出問題，學生直接處理所學的內容。例如教師提出的問題，答案會是課堂中教授過的，或是在課文中，這類問題題意明確，通常不需多加解釋，屬於記憶或事實的層次。過程問題是指教師的提問，會鼓勵學生作高層次的思考、解決問題、引導、激發好奇心、分析、綜合及判斷。例如教師的提出開放性的問題，需要學生思考、統整與描述。

## 3. 教師鼓勵學生探索

探索指的是教師鼓勵學生說出自己或描述其他同學的答案，教師則誘導學生澄清答案、探詢、導出及調整學生的答案。這種方式可提升討論的層次，使討論的內容轉換到更高層次的思考。

## 4. 使用學生意見

使用學生意見的方法包括有：認可、修改、應用、比較及總結學生回答，目的在提升課程目標和鼓勵學生參與。教師在教學中，可重複說出學生表達的詞語、學生的想法或是教師自己或其他學生的話，來表達概念。當學生發表完後，教師歸納學生的回答內容，整理出所教授的課程內容重點。

## 5. 教師情感

如果教師對教學內容有興趣，並且外顯於面部的表情、聲調的變化、手勢和整體動作，會讓學生容易察覺，也更能抓住學生的注意力。例如有效能的教師會讓學生知道，教師隨時願意幫忙，在言語上提供溫暖又鼓勵人的氣氛。

研究者參考 Borich (1994, 2004)對有效教學認定的必備與輔助行為，以及考量本研究「小數除法補救教學」的教學設計理念，認為本補救教學要符合有效教學的精神，必須包含的行為，以下圖表示：

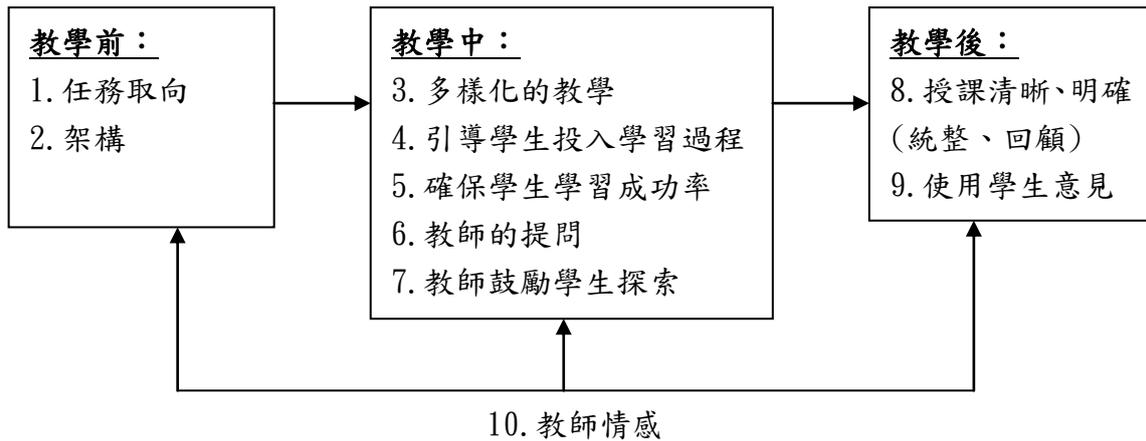


圖 2-3 小數除法補救教學之有效教學行為(行動前)

圖 2-3 為本研究「小數除法補救教學」實施時，為使補救教學符合有效教學的精神，在教學前、教學中和教學後，教師應遵守的有效教學行為。其具體做法為，教師在進行補救**教學前**，要能熟悉教材，組織預備要教學的內容，根據前測中學生答錯的問題，選擇適合診斷學生學習困難或迷思概念的教學方法。

在**教學中**，教師靈活運用教學方法，包括運用教學科技、教具、教室空間的運用等多樣化的教學，提高學生投入學習的意願。教師可透過內容問題或過程問題，請學生思考，教師則鼓勵學生回答問題，並澄清、調整學生的答案。最後，教師再布一些較簡單的練習題，必要時提供提示給學生，幫助學生有成功的機會，提升自信心。在經過後測後，對後測中學生的錯誤進行一對一教學時，教師針對學生的個別差異提出問題，並以和藹的態度回答學生的問題（例如對於學生錯誤的回答或解法，教師應微笑，並回應「沒關係，我們一起來討論問題出在哪裡？」），在師生問答中澄清迷思概念。

在**教學後**，教師修改、歸納學生回答的內容，依小數除法概念的邏輯順序，統整教學重點，完成整個小數除法補救教學流程。另外，在教學中和教學後，教師的態度要讓學生感受到教師隨時願意幫忙，並在言語上多鼓勵，使學生願意提出問題。因此，本小數除法補救教學進行時，若能合乎上述有效教學的原則，方能使補救教學成為一個符合有效教學精神的教學。

## 第二節 補救教學

補救教學(remedial instruction)最主要是希望「不讓任一個孩子落後(No Child Left Behind)」，意即不放棄每一個學習成就落後的學生。補救教學的定義從國內外相關研究來看，Baker、Young 和 Martin (1990)認為補救教學是透過教學方法，幫助學生在課業上趕上同儕。國內的研究則認為補救教學本質上是一種診斷的教學(clinical teaching)，首先事先選擇好接受補救教學的對象，了解學生的學習困難後，針對問題設計出一系列的課程與教學策略，幫助學生克服學習困難，以達成其補救教學的目的（杜正治，2001；張新仁，2001；林妙鞠、楊德清，2011）。從此定義來看，本研究的補救教學是教學者為了幫助班級中學習困難的學生，先「診斷」學習困難的原因，再針對原因「對症下藥」，設計一連串的教學活動幫助學生跨越困難，然後再次評量是否仍有學習困難之處，若有，則再重複此一教學活動，亦即「評量—教學—再評量」的循環歷程。

### 壹、攜手計畫、教育優先區計畫和補救教學計畫

教育部的補救教學方案的實施，主要是基於社會的公平正義原則，幫助弱勢家庭之低成就學生，使其與一般家庭學生之學業落差不至於加大，弱勢家庭的子女由於父母工作繁忙，本身能力不足以教導子女，也無暇教導課業，經濟能力通常不佳，無法提供子女去補習，故其學業落差乃加大。因此教育部於2006年起實施「攜手計畫-課後扶助」及「教育優先區計畫-學習輔導」，主要目的是要照顧弱勢之個人或地區，弭平弱勢家庭之低成就學生和一般家庭學生的學習落差。「攜手計畫-課後扶助」方案，為利用課餘時間提供弱勢且學習低成就的國中小學生免費且小班制、個別化的補救教學，師資來源則是運用現職教師、退休教師、經濟弱勢大專學生、大專志工等作為教學者。「教育優先區計畫-學習輔導」，則是對原住民比率偏高及離島地區等弱勢地區之國中小學生，進行免費的補救教學。

但若12年國民基本教育實施後，國中學生將得以免試進入高中(職)或五專就讀，不免讓人產生國中學生基本學力因無升學考試而下降的疑慮，因此教育部於2009年1月13日廢除「教育部補助辦理攜手計畫課後扶助要點」，於2011年

發布「國民小學及國民中學補救教學實施方案」，主要是針對學習低成就學生，進行個別化的補救教學，並於 2013 年全面實施，其方案目標為：

- (一) 制定各年級之基本學習內容，界定基本學力。
- (二) 有效篩選出學習低成就學生，管控學習進展。
- (三) 扶助每一位學習低成就學生，弭平學習落差。
- (四) 確保國中小學生之基本學力，提升學習品質。

其中，對學習低成就學生之定義為：1. 參加攜手計畫課後扶助篩選追蹤輔導轉銜試辦計畫學校，其學生經評量系統標準化測驗結果，百分等級未達百分之 35 者。2. 未參加攜手計畫課後扶助篩選追蹤輔導轉銜試辦計畫學校，都會地區以單一學科班級成績後百分之 25，非都會地區以單一學科班級成績後百分之 35 為指標；所稱都會地區指直轄市、省轄市及縣轄市（教育部，2010）。雖然如此，學習低成就學生之界定，將規劃朝向未習得各年級工具學科基本學習內容者即應進行補救教學，並依此調整。

另外，原先「攜手計畫-課後扶助」方案中，受輔學生之條件包括原住民學生、身心障礙人士子女與身心障礙學生、外籍配偶子女、低收入和中低收入戶學生及免納所得稅之農工漁民子弟，以及失親、單親及隔代教養家庭子女，加上其他經學校輔導會議認定學習成就低落之弱勢者（教育部，2010），未能將所有學習低成就學生納入，而整合後的國中小補救教學計畫則將所有學習成就低落之學生納為必須接受補救教學的對象（教育部，2011）。

教學人員方面，目前是以現職教師、退休教師、儲備教師、大專生等為主，其中以現職教師所占之比率最高約七成。由於目前補救教學是利用課餘時間進行小班制教學（原則上每班至少 6 人，最多不超過 12 人），故仍需經家長同意才能對學生進行補救教學，若學生無意願學習或家長不同意者，則無法強制實施補救教學（教育部，2011）。

由於本研究的進行乃是在教育部補救教學方案下實施，因此研究進行的時間乃是學校補救教學實施的時間，為每星期的課餘時間進行，經家長同意後實施，研究對象則為班級中補救教學線上測驗未通過者，且研究者即為教學者，亦是現職教師，凡此，均符合教育部補救教學實施方案之相關規定。

## 貳、補救教學相關研究

### 一、補救教學對象方面

補救教學的對象，通常都是低學業成就學生，有的人稱為「學習困難學生」，國外學者則常用「at-risk students」、「low achievement students」。目前國內外有關補救教學的研究，依研究對象特質的不同，可分為三種，第一種是針對智力正常，但學業成績低於標準化測驗百分之四十的學童，第二種是針對有學習障礙(learning disabilities)的學童，第三種是針對學業成績在全校平均數負一個標準差以下者，或成績在全班後百分之五者，須進入資源班補救教學的學童(張新仁，2001)，有些則是針對智能不足，需要接受特殊教育的學童。此外，低成就學童可依低成就科目的多寡，將其區分為「普遍性低成就」和「特定性低成就」。

張新仁、邱上真、李素慧(2000)綜合許多研究，歸納出這些低成就學生都具有某些類似的特徵，這些特徵在顯現在學業和日常行為表現上，包括：

- (1)在測驗的表現上，呈現低的基本作答技巧。
- (2)學業成績表現較差，有挫折感。
- (3)在閱讀或數學的程度比一般的學生來得低。
- (4)不喜歡學校及家庭作業，經常找藉口不交作業或遲交，或是抄同學的作業。
- (5)對於有興趣的科目或課程，有優異的理解力及記憶力，並有固著的傾向。
- (6)學習態度不佳，並缺乏動機和恆心，需要比其他同學更多的時間學習。
- (7)容易分心，不易專心及努力工作。
- (8)依賴性重，需要家長或教師的特別注意。
- (9)習慣性的遲緩以及較低的出席率。
- (10)在自我或社會性的控制適應部分，有些困難。
- (11)家庭提供較少的支持。

至於特定學科的數學低成就學生的特徵，則是低自尊、常認為自己學不會(自我概念不佳)、自我調整能力差、預期自己的學業不佳、認為同學不喜歡與自己交朋友(社交失敗)、容易在學校的課業學習上緊張並常與同學產生衝突(Lan, 1996)。

從上述研究中對低成就學生特徵的描述來看，本研究的研究對象是屬於數學科的特定性低成就學童，並符合教育部（2011）補救教學方案中，需接受補救教學學生的規定，即智力正常，但學業成績低於標準化測驗百分之四十的學童，而其個人特質包含了上述的部分特徵，如學業表現差，作業遲交、容易分心、學習態度不佳、家庭提供較少的支持等、低自尊、常認為自己學不會（自我概念不佳）、容易在學校的課業學習上緊張並常與同學產生衝突等。

## 二、補救教學課程設計方面

補救教學在課程設計上，要先考量由簡到繁、由易到難的學習原則，逐步讓學生建立信心，增加其學習動機。一般補救教學的課程設計，可分成學生方面、教材方面和課程目標三方面的原則（杜正治，1993）：

### （一）學生方面：分析基本能力、評量學科能力、評量學習動機

要進行補救教學，要先知道學生的起點行為，學生具備哪些能力，哪些能力仍然不足，這些能力，主要是指學生在學科的能力，而學科能力大都以成就測驗來評量，如國語文的識字與拼音能力、數學的除法計算等，再配合相關科目的教材教法與認知發展，才能事半功倍。另外，若學生基本能力強，但學習動機不佳，仍會影響學習的品質，進而影響學業成就，因此教師在進行補救教學前，需先了解學生學習動機的強弱，在教學時則針對學習動機較弱的學生，提供額外的增強。

至於學生的學習動機，根據李宜玫（2012）的研究，將數學低成就學生的學習動機分成四種，分別為樂在其中、隨性鬆散、習得無助和穩定謹慎。在此四種類型的學生中，「樂在其中」和「穩定謹慎」兩種學生都持有較正向且積極的學習態度與動機；「習得無助」的學生缺乏學習興趣、自制力中等、對自己的能力沒有信心、面對挫折常採逃避策略；「隨性鬆散」的學生學習興趣較低、不常採用逃避策略、面對挫折無法堅持、對學習的自制力最差。因此，「習得無助」和「隨性鬆散」類型的學生是屬於學習動機較弱的學生，教師可針對此兩種類型的學生提供更多的支持。

### （二）教材方面：選擇適合受試者能力的教材

有效的補救教學課程設計，需配合學生程度選擇合適的教材、有效的學習策略、教科書的簡化、自行編寫教材或選擇市面上已編寫好的教材等。

### （三）課程目標方面：擬定課程目標

教學前必先擬定課程目標，才能決定教學方法，而在擬定課程目標的同時，

要先了解學生的學習能力與需求。此外，課程目標的擬定需包含學習的對象、學習的內容、行為的標準，教學方法以及評量的方式。

在本研究中，數學補救教學是屬於分科的補救教學，其課程設計大致需遵循補救教學的課程設計原則，研究者認為，與上述補救教學課程設計原則相對應的做法依序分別為：實施前測、診斷學生的錯誤想法或迷思概念、課堂教學觀察、擬定課程目標和選擇教材。

### 三、補救教學進行方式方面

張新仁、邱上真、李素慧（2000）綜合國內許多研究，歸納出常見的補救教學五種進行方式有：資源教室、學習站、學習實驗室、套裝學習，以及電腦輔助教學。介紹如下：

#### （一）資源教室

資源教室(resource room)是一種輔助性的措施，透過不同於普通班級教室的教學空間與教材，提供資優學生進階的課程，或是提供學習困難的學生額外的教學指導與幫助，實施個別或小組教學，以彌補正規課堂學習之不足。

#### （二）學習站

學習站(learning stations)是利用教室的各個角落，規劃出一個或多個學習區。在進行補救教學時，每個學習站依學生的學習進度，放置適當的教材，實施個別化教學。教師可以扮演主導地位，要求學生模仿，或請程度較好的同學擔任同儕輔導(tutor)，協助低成就學生學習。

#### （三）學習實驗室

學習實驗室(learning lab)是需考慮情境因素的補救教學，也就是因應每個學生的不同需求，其相對應的學習方式、教學法、學習環境也就不同。也就是說，要為每個學生建立個人檔案，包含各科的學習情形，經由各科教師的診斷，訂定專屬個人的單元目標與行為目標。

#### （四）套裝學習材料

套裝學習材料(learning package)是一種能力本位與自我導向的學習方式，藉由循序漸進的方式，幫助學生學習到觀念或技巧。教師提供多樣的學習活動，為特定的能力或技巧設計學習材料，讓學生可依自己的進度學習，沒有特定場域的限制。

## (五) 電腦輔助教學

電腦輔助教學(computer-assisted instruction, CAI)起源於 Skinner 設計的編序教學法(programmed teaching)，是利用電腦呈現教材，並控制教學進度與環境的教學模式。低成就的學習者可自行決定進度，一步步進行，不會有跟不上大班教學的問題，也可立即獲得回饋，增強自信心。近年來，更因為電腦軟硬體之迅速發展，售價也日益平民化，因此不僅各級學校設有電腦教室，家庭電腦也日漸普及，使得 CAI 個別化教學應用於補救教學的門檻大幅降低。

除了上述五種補救教學進行方式之外(張新仁、邱上真、李素慧，2000)，近年來許多研究(林佳明，2012；林麗雲，2003；徐偉民、林潔慧，2010)更有採「教學模組」的方式，進行補救教學，即以某一主題為教學設計主軸，設計一系列的教學活動，每個教學活動都可獨立存在且與該主題相關，教學者可視教學需求自行採用並編排這些教學活動的順序，但不須把全部教學活動實施完。研究顯示，透過此教學模組的方式進行補救教學，也都有不錯的成效。

至於本研究所採用的補救教學類型，部分作法與資源教室的教學方式相同，提供學習困難的學生額外的教學指導與幫助，實施個別或小組教學，部分作法則不同，為課後在原班級進行的教學，是一種輔助性的措施，提供學習困難的學生額外的「小數除法」補救教學，採用不同的教材與教學方式，教導數學低成就的學生，希望能幫助其能跟上正規教學的學習內容。

## 參、數學補救教學相關研究

研究者蒐集國內外國小數學補救教學的相關研究，中文部分，以關鍵字「數學 補救教學」作搜尋，英文部分，則以關鍵字「math, at-risk students」、「math, low achievement students」或「struggling in math」作搜尋，並將兩者搜尋結果篩選出與國小低成就學童數學補救教學相關之論文，其餘與本研究主題、對象無關之論文，如研究對象為國中以上、學習障礙、智能不足等，均予以捨棄。蒐集完成後，分別由研究方法與研究問題、教學介入方式、教學成效及研究的結論與建議中，探究數學補救教學相關的做法，進行分析(詳見附錄二)。

綜合數學補救教學相關研究，依研究方法、研究問題、教學介入方式、學生在態度上的改變、學生在成績或能力上的改變及教學的建議，歸納分析如下：

## 一、研究方法方面

數學補救教學的研究方法包括行動研究法、實驗研究法、個案研究法、準實驗研究法、設計本位研究、單一受試研究法等，其中以行動研究法為最多（林佳明，2012；邱孟德，2010；洪素敏、楊德清、蔡鳳秋，2007；徐偉民、林潔慧，2010；許偉甄，2012；楊素琴，2013）、有些是實驗研究法（許家驊、邱上真、張新仁，2003；Elawar, 1992；Ketterlin-Geller, Chard, & Fien, 2008；Kroesbergen, Van Luit, & Maas, 2004）和準實驗研究法（楊招謨，2008），有些則是個案研究法（林妙鞠、楊德清，2011；林雅楓，2011；林麗雲，2003），設計本位研究法（藍翊綺，2012）和單一受試研究法（羅秋霞，2007），其餘則是研究報告(Baker, Gersten, & Lee, 2002; Doabler, & Fien, 2013)和手冊(Gersten, Beckmann, Clarke, Foegen, March, Star, & Witzel, 2009)。

## 二、研究問題方面

美國「國家教育進展評量委員會」(NAEP, The National Assessment of Educational Progress)提出三個評量學生數學能力架構的因素(NAGB, 2002)，包括概念理解(Conceptual Understanding)、程序性知識的執行(Procedural Knowledge)和問題解決(Problem Solving)三個因素。以下根據 NAEP 的詮釋，此三個數學能力的定義說明如下：

### (一) 概念理解

指學生能夠辨識及利用不同的表徵來表達某數學概念，並能將數學概念間相互連結與應用。就評量來說，若解題是不需要透過繁雜的計算就可以直接透過概念連結，想到答案的題目，一般都屬於概念理解。

### (二) 程序性知識的執行

指學生在解題過程中，能選擇適當的算則計算並正確解題。就評量來說，能執行算則(例如四則運算的操作、尺規作圖、圖表的製作)等，一般都屬於程序性知識。

### (三) 問題解決

指學生能從許多訊息或資料中辨識其中的數學元素，形成問題，並能應用相關知識和能力，擬定適合的解題策略，成功解題，甚至能更進一步驗證答案是否合理與正確。簡單來說，日常生活中需要利用數學原理解決的問題，一般都屬於問題解決。

依據上述評量學生數學能力架構的因素，本研究將數學補救教學相關研究分為概念理解、程序執行、問題解決三種類別。**概念理解**的研究（林佳明，2012；林雅楓，2011；林麗雲，2003；洪素敏、楊德清、蔡鳳秋，2007；Doabler, & Fien, 2013）著重在特定數學概念的理解；**程序執行**的研究（許偉甄，2012；Kroesbergen, Van Luit, & Maas, 2004）著重在算則的計算；**問題解決**的研究（林妙鞠、楊德清，2011；徐偉民、林潔慧，2010；許家驊、邱上真、張新仁，2003；楊招謨，2008；楊素琴，2013；羅秋霞，2007；Elawar, 1992）著重在文字題的解題能力。

### 三、教學介入方式方面

教學介入的方法包括故事融入法、教學模組法、概念構圖法、遊戲融入法、問題導向法、多重表徵法、合作學習法、多階段動態評量法、直接教學法、圖示表徵法、明示教學法(explicit instruction)、放聲思考法、後設認知法、建構教學法等。在**概念教學**方面，包含教學模組法（林佳明，2012；林雅楓，2011；林麗雲，2003；洪素敏、楊德清、蔡鳳秋，2007）和明示教學法（Doabler, & Fien, 2013）兩種教學介入方式；在**程序執行**教學方面，包含合作學習法（許偉甄，2012）、建構教學法和明示教學法（Kroesbergen, Van Luit, & Maas, 2004）；在**問題解決**教學方面，包含故事融入法（林妙鞠、楊德清，2011）、多重表徵法（徐偉民、林潔慧，2010）、多階段動態評量法（許家驊、邱上真、張新仁，2003）、教學模組法（楊招謨，2008）、問題導向法（楊素琴，2013）、圖示表徵法（羅秋霞，2007）、後設認知法（Elawar, 1992）。此外，其他不只一種教學類型的研究，其教學介入的方法包含問題導向法（邱孟德，2010）、遊戲融入法（藍翊綺，2012）明示教學法(Baker, Gersten, & Lee, 2002; Gersten, Beckmann, Clarke, Foegen, March, Star, & Witzel, 2009)、放聲思考法(Ketterlin-Geller, Chard, & Fien, 2008)和教學模組法(Ketterlin-Geller, Chard, & Fien, 2008)。

### 四、學生在態度上的改變方面

從教學介入的方法來看學生學習態度的改變，故事融入法（林妙鞠、楊德清，2011）、教學模組法（林雅楓，2011；林麗雲，2003）、問題導向法（邱孟德，2010；楊素琴，2013）、多重表徵法（徐偉民、林潔慧，2010）、遊戲融入法（藍翊綺，2012）和圖示表徵法（羅秋霞，2007），都能提升學生的學習興趣與動機、使學生的學習態度更為主動積極，甚至喜歡。

## 五、學生在成績或能力上的改變方面

從教學介入的方法來看學生在數學成績或數學能力上的改變，故事融入法(林妙鞠、楊德清，2011)、教學模組法(林雅楓，2011；洪素敏、楊德清、蔡鳳秋，2007；楊招謨，2008)、問題導向法(邱孟德，2010；楊素琴，2013)、多重表徵法(徐偉民、林潔慧，2010)、多階段動態評量法(許家驊、邱上真、張新仁，2003)、遊戲融入法(藍翊綺，2012)、圖示表徵法(羅秋霞，2007)、明示教學法(Baker, Gersten, & Lee, 2002; Doabler, & Fien, 2013; Kroesbergen, Van Luit, & Maas, 2004)和放聲思考法(Ketterlin-Geller, Chard, & Fien, 2008)，都能提升學生的解題能力以及數學概念的學習成效。

綜合上述學生在兩個向度的改變，能提升學生在學習態度和解題能力兩者的教學介入包括：故事融入法、教學模組法、問題導向法、多重表徵法、遊戲融入法、圖示表徵法。而學生在學習態度上的改變不明顯，但解題能力提升的教學介入則包括：多階段動態評量法、明示教學法、放聲思考法。在本研究的行動研究場域中，研究者考量數學的佈題方式及教導低成就學童時採用的多元表徵策略，採取故事融入法(佈題的題意說明)、多重表徵法、圖示表徵法、放聲思考法等，作為教學介入時應用的方法。

## 六、教學的建議方面

根據待答問題三，本研究主要探討教師的教學做法應如何才能幫助數學低成就的學生學習，故研究者將文獻中相關的教學做法與建議，分成教學方面、教師的態度方面、對家長方面，分別歸納如下：

**教學方面**，包括生活化的佈題情境(林佳明，2012；楊素琴，2013；羅秋霞，2007)；多使用具體物，讓學童實際操作(林麗雲，2003；洪素敏、楊德清、蔡鳳秋，2007；藍翊綺，2012；Gersten, Beckmann, Clarke, Foegen, March, Star, & Witzel, 2009)；可透過認知衝突或提問的方式教學(林麗雲，2003)；簡化題目或數字變小有助解題(徐偉民、林潔慧，2010)；教學應針對學生的個別差異，符合彈性和個別化原則(徐偉民、林潔慧，2010；楊招謨，2008)；應根據學生的反應與結果，不斷修正與調整教學策略(徐偉民、林潔慧，2010)；應採用具體和明確的解題步驟教學，再加上足夠的練習與複習(羅秋霞，2007)；用同儕當輔導教師或教學引導(Baker, Gersten, & Lee, 2002)；在教導數學概念和程序時使用明示教學法(Baker, et al., 2002; Doabler, & Fien, 2013; Gersten, Beckmann, Clarke, Foegen, March, Star,

& Witzel, 2009; Kroesbergen, Van Luit, & Maas, 2004); 當數學能力低的學生解題產生錯誤時, 需要有人能指出為什麼他們的答案不正確(Elawar, 1992); 低成就表現的學生在解題發生錯誤時, 需要班級有支持的氣氛, 以及正向的回饋(Elawar, 1992)等。

**教師的態度方面**, 包括言語和態度要柔和與包容(林雅楓, 2011); 教學過程應給弱勢學童鼓勵與協助(許偉甄, 2012; 楊素琴, 2013); 教師應儘量給予個體「精熟學習」(master learning)的機會(許家驊、邱上真、張新仁, 2003; 藍翊綺, 2012), 即多布練習題, 給予個體熟練數學的基本運算規則; 教導低成就者讓他們自己去思考是必要的(Elawar, 1992); 教師的焦點不應該在某些特殊學生身上(Elawar, 1992), 以避免學生認為自己被標籤化, 例如少數民族、家境清寒學生; 教師和學生之間需要大量的互動(Elawar, 1992)等。

**對家長方面**, 則包括對於學生在數學的成功, 提供父母清楚的、特殊的回饋(Baker, Gersten, & Lee, 2002)。

綜合上述數學補救教學相關研究的分析, 研究者考量本研究的研究目的及數學補救教學的特性, 參酌上述文獻探討中能提升學生在學習態度和解題能力兩者的教學介入方法, 本小數除法補救教學研究乃採取行動研究法。教學介入方面, 在相關研究中, Ketterlin-Geller 等人(2008)設計的 Extended Core 教學介入方案(詳見附錄二), 是對五年級的數學低成就學生進行教學介入, 提供額外的時間去教導核心課程的內容, 這些課程內容是與教室中每天教導的課程內容相同, 其研究架構與本研究相似, 而其研究發現認為有六項作法可讓低成就學生獲益, 其中故事融入法(佈題的題意說明)、圖形表徵、放聲思考、同儕輔導等作法, 符合圖 2-3 中, Borich (1994, 2004)的有效教學行為, 且研究者認為亦適合補救教學的班級情境, 可作為本補救教學介入之作法參考, 對本研究有相當的參考價值。

基於上述, 研究者以 Ketterlin-Geller 等人(2008)設計的 Extended Core 教學介入方案的架構為基礎, 同時參考 Baker 等人(2002)提出的教學介入方法(詳見附錄二), 融入在圖 2-3 中, 修改成適合本研究場域的數學補救教學教學的行動方案。

雖然數學補救教學的相關研究與作法可融入本研究的行動方案中, 但與本研究相關的小數除法補救教學的研究並不多, 故需探討小數除法教材及其迷思概念, 並應用在教學方案、晤談與結果分析中。

### 第三節 小數教材及其迷思概念之相關研究

由於本研究乃是探討國小六年級之小數補救教學模式，而數學低成就之學童其所具有之小數迷思概念，未必只存在於六年級小數除法之範圍，其小數概念甚至有可能從三年級開始學習小數時，便已產生，因此負責執行小數補救教學之教師對於小數概念之脈絡，必須相當熟稔，方能在教學時對學童所具有之小數概念予以診斷、澄清。Hiebert (1992)曾提出三個小數的重要定理，整理如下：

左右定理：每個小數中的數字，其位值是其右邊數字位值的十倍，是左邊數字位值的十分之一。

大小定理：小數中的每一個位置，其大小由其位值決定。例如 35.06 中，3 的位值是 10，故其數值為  $3 \times 10$ ；5 的位值是 1，故其數值為  $5 \times 1$ ；0 的位值是  $\frac{1}{10}$ ，

故其數值為  $0 \times \frac{1}{10}$ ；6 的位值是  $\frac{1}{100}$ ，故其數值為  $6 \times \frac{1}{100}$ 。

綜合定理：小數的數值是其每個數字所具有數值的總和。例如 35.06 的數值是

$$3 \times 10 + 5 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100}。$$

由上述三個定理可知，小數概念與整數、分數的關係十分密切，左右定理、大小定理中的位值關係與整數的位值關係相同，大小定理及綜合定理則與分數相關，因此小數與整數，以及小數與分數的關係，有進一步探討之必要。

#### 壹、小數與整數、分數的關係

在我國，小數教材的學習編排在整數和分數之後，其原因是由於小數的概念起源於整數的「位值概念」以及分數的「部分—全體」關係，故小數概念與整數和分數是十分相似的，但兩者卻都有相異之處，Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson 和 Peled (1989)曾將小數與整數、小數與分數相似和相異之處做比較，劉曼麗 (2003) 則將其修改，摘要於表 2-2 和表 2-3：

表 2-2 小數和整數比較表

小數	整數	+(類似) -(不同)
A. 各數字所在之位(column)	A. 各數字所在之位(column)	
1.從左而右，位值遞減	1.從左而右，位值遞減	+
2.每一位之值都是緊鄰其右邊的 10 倍	2.每一位之值都是緊鄰其右邊的 10 倍	+
3.0 可表示空位	3.0 可表示空位	+
4.一個數的最右邊增加 0 時，其值不變	4.一個數的最左邊增加 0 時，其值不變	-
5.離小數點越遠，其值越小	5.離小數點越遠，其值越大	-
B. 位名(column names)	B. 位名(column names)	
1.從十分位開始	1.從個位開始	-
2.位名順序是從左到右(十分位，百分位，...)；而讀的順序也從左到右(十分位，百分位，...)	2.位名順序是從右到左(個位，十位，百位，...)；而讀的順序卻從左到右(...，百位，十位，個位)	-
C. 讀的規則(reading rules)	C. 讀的規則(reading rules)	
簡讀(位名不需讀出)	正讀(位名需讀出)	-

從表 2-2 可知，若學生對小數概念的理解不足，則在學習小數的過程中，小數與整數不同之處就容易被不當的學習遷移，使學生建構出錯誤的小數概念，容易產生整數法則(忽略小數點，把小數看成整數，故小數點後的數字越多就越大)或將小數點後的數字讀成整數等的迷思概念。

表 2-3 小數和分數比較表

小數	分數	+(類似) -(不同)
A. 小數數值(decimal values)	A. 分數數值(fraction values)	
1.表示 0 與 1 之間的一個值	1.表示 0 與 1 之間的一個值	+
2.整體被分割成越多等分，每一分的數值就越小	2.整體被分割成越多等分，每一分的數值就越小	+
3.在 0 與 1 之間有無限多個小數存在	3.在 0 與 1 之間有無限多個分數存在	+
B. 小數符號(decimal notation)	B. 分數符號(fraction notation)	
1.一個單位被等分成多少等分是隱含在位數中	1.一個單位被等分成多少等分是由分母顯示	-
2.佔多少等分是由小數點後的部份顯示	2.佔多少等分是由分子顯示	-
3.整體被分成 10 的冪次方等分，才能以小數表示	3.整體被分成任何等分，都能用分數表示	-

從表 2-3 中可知，小數與分數不同之處會干擾學生建構小數概念，若學生對

小數概念的理解不足，則易使學生錯誤的將其間不同之處遷移到學生對小數的理解，就容易產生分數法則（忽略小數點，把小數看成分數，故小數點後的數字越多就越小）、小數點作為分子與分母的區隔（如 2.5 轉成分數是 $\frac{2}{5}$ ）等的迷思概念。

從表 2-2 和表 2-3 整體來說，雖然小數與整數、小數與分數的不同之處容易讓學生產生迷思概念，但其相同之處又會對學生學習小數有很大的幫助。例如小數中各個位數的數值關係可由整數類推，每個小數中的數字，其位值是其右邊數字位值的十倍，是左邊數字位值的十分之一。

## 貳、小數教材

由於本研究的小數補救教學是在教師平日的課堂教學後進行，因此先說明教學者平日使用的教科書相關內容。教學者所使用的數學教科書版本為南一版（南一，2013、2014），此版本在三、四、五、六年級的小數單元分別為：

三下：一位小數（一位小數的認識；小數數線；透過計數單位小數、定位板和數線比較大小；小數加減的直式計算）

四上：二位和三位小數（二位、三位小數的認識；利用定位板進行二位和三位小數換算、比大小；利用小數進行大、小單位間的單位換算）

四下：小數的加減和整數倍（二位、三位小數的加減直式計算；一位、二位、三位小數乘以二位整數以內的直式計算）

五上：估算（整數除以整數，對商取概數到小數第一、二、三位）

五下：小數加減（多位小數的加減、比較；對小數取概數，進行加減估算；一位小數數線的繪製）→小數乘法（整數乘以小數、小數乘以小數）

六上：小數除法（整數除以小數；小數除以小數；小數除以小數，有餘數；除數是小數，四捨五入法求商）

從教科書的教材內容可知，要到三下才認識一位小數，從三下到五上，都各僅有一個單元介紹小數概念，其中五上的估算單元，開始出現小數除法的部分主題，但除數和被除數都是整數，小數是在商的位置出現，並對商取概數。五下則涵蓋多位小數加減、估算、小數數線的繪製和乘法概念，除數或被除數為小數的小數除法直到六上才列入教材中。再從九年一貫數學課程綱要（教育部，2003）

來看，三、四、五、六年級與小數有關的分年細目如下：

3-n-10 能認識一位小數，並作比較與加減計算。

4-n-09 能認識二、三位小數與百分位、千分位的位名，並作比較。

4-n-10 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。

4-n-11 能用直式處理二、三位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。

5-n-08 能認識多位小數，並作比較與加、減的計算，以及解決生活中的問題。

5-n-09 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。

5-n-10 能用四捨五入的方法，對小數在指定位數取概數，並做加、減、乘、除之估算。

5-n-11 能將分數、小數標記在數線上。

6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題。

從課程綱要來看，南一版中、高年級數學教科書在小數部分的內容，確實涵蓋了課程綱要的內容。

### 參、小數的迷思概念

我國國小數學課程中，小數的教學分布在三到六年級，而小數概念的學習則是在整數和分數之後，至於小數概念和整數、分數之間的關係，劉曼麗（2004）將小數的主要概念之關聯性和發展順序，摘要如圖 2-4：

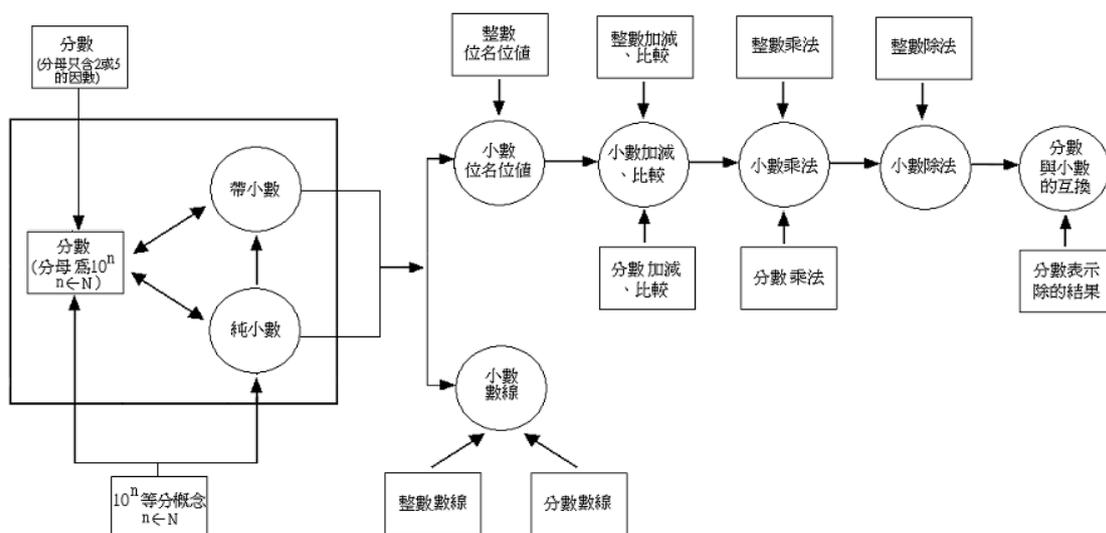


圖 2-4 小數主要概念發展圖（劉曼麗，2004）

從圖 2-4 中可見，六年級小數除法的教學是在小數加減和乘法之後，而學生對小數除法的前置經驗是從整數除法而來，並且小數除法已經是小數概念發展順序中的最後階段，因此其牽涉到的整數、分數和小數概念甚廣，若學生對先前的小數概念未能清楚掌握，就容易受到兩者的干擾而產生許多迷思概念（劉曼麗，2002a）。由是，學生在小數方面的迷思概念，從三年級學習小數開始就已經隨著學習內容的增加而陸續產生，而數學概念是延續性的，故在小數除法的補救教學進行之初，要能正確診斷出學生的病灶，從而對症下藥，進行補救，就必須對小數迷思概念有清楚的了解。對此，許多學者的研究已發現許多學生學習小數時容易產生之迷思概念，茲以下列小數迷思概念表列舉出（引自劉曼麗，2005）：

表 2-4 小數迷思概念表

小數知識	迷思概念	相關研究或文獻	
記數系統知識	寫法	<ul style="list-style-type: none"> <li>將 0.8、0.9 的下一位寫成 0.10</li> <li>將 0.08、0.09 的下一位寫成 0.010</li> <li>省略小數點後數字中的零</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>劉曼麗(2001; 2002a); Frobisher, Monaghan, A. Orton, J. Orton, Roper &amp; Therfall (2002)</li> </ul>
	讀法	<ul style="list-style-type: none"> <li>將小數點後面的數讀成整數</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>陳永峰(1998); 劉曼麗(2001, 2002); Frobisher, et al. (2002)</li> </ul>
	位值	<ul style="list-style-type: none"> <li>0.1 和 0.10 不一樣多</li> <li>0.8 和 8 一樣大</li> <li>受到整數位值的影響</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>杜建台(1996)</li> <li>Bell, Swan, &amp; Taylor (1981)</li> <li>劉曼麗(2002a)</li> </ul>
位名	<ul style="list-style-type: none"> <li>受到整數位名的影響</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>杜建台(1996); 吳昭容(1996); 陳文利(2001); 陳永峰(1998); 劉曼麗(2002a); Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist, &amp; Reys (1981)</li> </ul>	
化聚	<ul style="list-style-type: none"> <li>直接移動小數點來決定化聚結果，如：0.9 是 9 個 0.01、36 個 0.1 是 0.36</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>陳文利(2001); 郭孟儒(2002); 劉曼麗(2001, 2002a)</li> </ul>	
運算規則知識	小數與分數的互換 <ul style="list-style-type: none"> <li><math>0.a</math> 和 <math>\frac{1}{a}</math> 相等</li> <li><math>a.b</math> 和 <math>\frac{b}{a}</math> 或 <math>\frac{a}{b}</math> 相等</li> <li><math>\frac{1}{a} \frac{1}{a}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Irwin (2001); Resnick, et al. (1989); Markovits &amp; Sowder (1991); Moskal &amp; Magone (2000)</li> <li>梁惠珍(2003); 劉曼麗(2002a); D'Entremont (1991); Hiebert &amp; Wearne (1983); Markovits &amp; Sowder (1991); Resnick, et al. (1989)</li> <li>Resnick, et al. (1989)</li> </ul>	
比大小	<ul style="list-style-type: none"> <li>小數是比 0 還小的數</li> <li>整數法則（小數點後的位數愈多其值愈大，如 <math>3.21 &gt; 3.8</math>）</li> <li>分數法則（小數點後的位數愈多其值愈小，如 <math>3.45 &lt; 3.2</math>）</li> <li>忽略小數點，如 <math>12.7 &lt; 4.28</math>（認為 127 小於 428）</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>劉曼麗(2001)</li> <li>艾如昀(1994); 吳昭容(1996); Irwin (2001); Resnick, et al. (1989); Greer (1987); Moskal &amp; Magone (2000); Sackur-Grisvard &amp; Le'onard (1985); Steinle &amp; Stacey (1998)</li> <li>艾如昀(1994); 吳昭容(1996); Irwin (2001); Resnick, et al. (1989); Sackur-Grisvard &amp; Le'onard (1985); Steinle &amp; Stacey (1998)</li> <li>吳昭容(1996); Hiebert &amp; Wearne (1986); Irwin (2001); Sackur-Grisvard &amp; Le'onard (1985)</li> </ul>	

加減	<ul style="list-style-type: none"> <li>將兩數向右對齊後計算，如</li> </ul> $\begin{array}{r} 0.38 \\ + 12 \\ \hline 0.50 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10.73 \\ - 05 \\ \hline 10.68 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>簡茂發等(1993);艾如昀(1994);周筱亭(1990);陳文利(2001);郭孟儒(2002);劉曼麗(2002a);Hiebert &amp; Wearne (1986)</li> </ul>
數量	<ul style="list-style-type: none"> <li>將被十等分的單位視為 1</li> <li>將單位小數的內容物個數皆視為 1</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>梁惠珍(2003);劉曼麗(2002a)</li> <li>梁惠珍(2003);劉曼麗(2002a)</li> </ul>
表示知識	<ul style="list-style-type: none"> <li>將小數點做為大單位與小單位的區隔，如 5.9 公斤是 5 公斤 9 公克、2 公尺 7 公分是 2.7 公尺</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>陳永峰(1998);郭孟儒(2002);劉曼麗(2002a);戴政吉(1999)</li> </ul>

表 2-4 的迷思概念表並不包含小數除法，但小數除法的教學卻是六年級教師教學時最頭痛的主題之一，其原因是教師的學科教學知識不足，根據研究者擔任台東縣數學科輔導員多年觀課的心得，以及與各校教師座談的結果，發現許多教師雖然在教學時按照教學指引上課，但仍然對小數除法運算規則背後的小數除法的概念性知識，一知半解，例如直式計算「 $0.85 \div 0.5$ 」時，只會教導學生把除數的小數點去掉，被除數也要去掉一位，再進行計算，至於為什麼可以去掉小數點，卻是不懂。實際上，「去掉小數點」的規則，就是大單位換成小單位。又如小數除法中的餘數問題，許多教師只知道教導學生：真正的餘數，就是「把原來被除數中的小數點對齊後放下來，空位再補 0」，同樣也是不清楚其原由。

雖然國內外對於小數的研究有很多（如上表 2-4），國內的研究除了以上的迷思概念研究外，還有小數教學研究（吳金聰、劉曼麗，2000；劉曼麗，2002b；劉曼麗，2005；劉曼麗、侯淑芬；2005）、小數知識研究（劉曼麗，2001）、小數概念研究（劉曼麗，2003，2005）、小數乘法的學與教（劉曼麗、侯淑芬，2007）和小數數線概念研究（劉曼麗、楊明樺，2009）等，但對於小數除法概念的教學則很少，由於劉曼麗和侯淑芬（2008）對小數除法的概念、迷思概念和教學方面均有著墨，因此研究者以之為主要參考，將其中小數除法步驟加以修改，並把小數除法步驟詳細寫出，每個步驟背後的小數除法概念詳細說明，成為小數除法概念圖，如下圖所示：

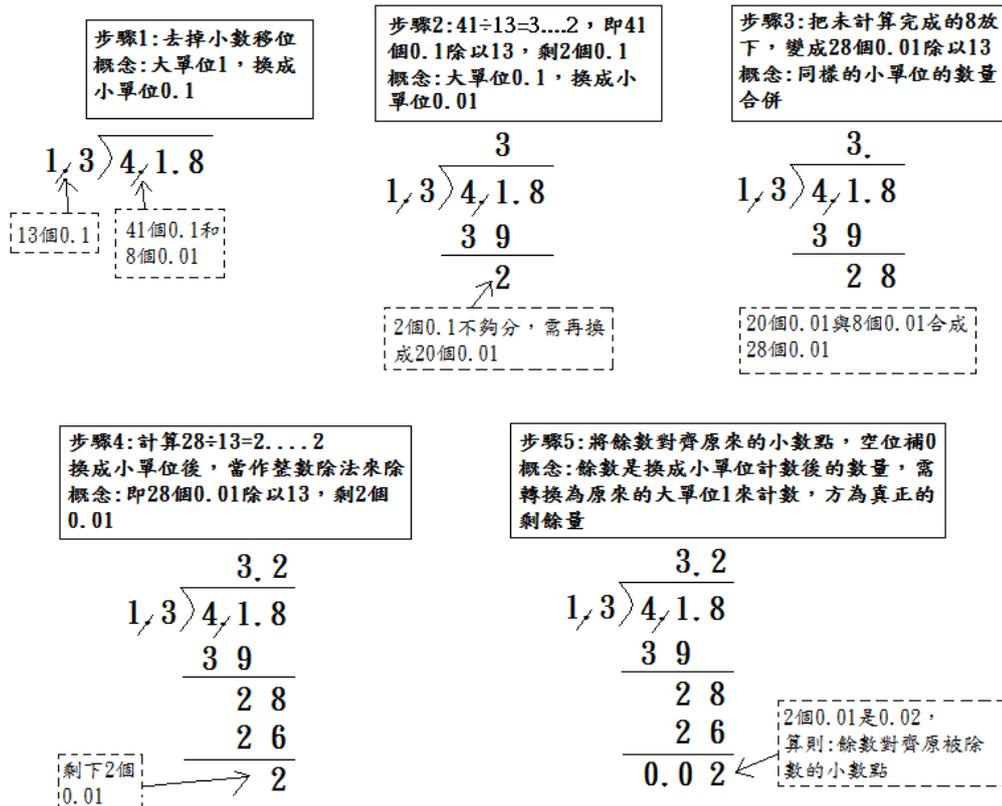


圖 2-5 小數除法概念圖

在上圖中，**步驟1**為去掉小數點的移位規則，**步驟2**為除不盡有餘數時，要用單位量轉換的觀點繼續除法運算，**步驟3**為將步驟2中的餘數，透過單位量轉換與被除數中尚未運算的數字合併，**步驟4**為將步驟3中經單位量轉換為較小單位，合併後的數字，以整數除法的概念繼續除法運算，**步驟5**為將最後的餘數經單位量轉換為原來的大單位1來計數，故餘數需對齊原來被除數的小數點。

因此，若學生在計算小數除法的問題時，可對照圖2-5的步驟與概念，找出學生出錯的步驟及其錯誤概念，並思考教學策略。

另外，劉曼麗和侯淑芬（2008）提出學生在此單元可能會產生的迷思概念、錯誤原因和教學建議，研究者將其整理，並命名為「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」，如表2-5所示：

表 2-5 劉、侯氏小數除法教學錦囊表

類型	迷思概念	錯誤類型	教學建議
小數文字題	整數÷整數	◎計算錯誤 ◎學生對除數為純小數的除法意義理解不夠	◎教師布題時應調整被除數與除數出現的順序，避免每個題目都是先出現的數做為被除數。 ◎布題敘述中應刪除如「等分」、「平分」等關鍵字，以檢驗學生對除法意義的掌握。 ◎布一些「小的數÷大的數」問題以檢驗學生是否具有「大的數÷小的數」的迷思概念。 <b>除數為純小數時：</b> ◎提出單位量未知的純小數倍問題，透過乘除互逆的概念，引導學生列出除法算式。 ◎引入除數為純小數的除法問題，透過小數倍的概念，幫助學生列出除法算式。 ◎配合對比整數除法的線段圖讓學生了解「除以整數」與「除以純小數」意義的差別。
	小數÷整數		
	整數÷小數		
	小數÷小數		
小數計算題	整數÷整數 (商為小數)	◎混淆了「以四捨五入法取商到小數第一位」和「商算到小數第一位，並寫出餘數」兩者的意涵 ◎計算錯誤 ◎未將商點上小數點 ◎或將商對齊移位前的小數點 ◎誤解以四捨五入法取商到小數第一位的語意，將商求到小數第一位就四捨五入 ◎雖能將商求到小數第二位後四捨五入，卻寫出餘數 ◎誤解以四捨五入法取商到小數第一位的語意，將商求到小數第一位就四捨五入 ◎未將餘數點上小數點 ◎將餘數的小數點對齊移位後的小數點 ◎受到四捨五入题目的影響，在有餘數的問題中，也會以四捨五入法處理商並寫下餘數 ◎商的小數點位置弄錯	◎能透過大小單位轉換的活動，讓學生理解商與餘數小數點的處理原則。 ◎讓學生操作具體物解決除法問題，產生將大單位換成小單位的需求。 ◎透過定位板連結具體操作過程與直式算則，進而理解商與餘數小數點的處理原則。 ◎強調將商取概數的意義即在以大概的數表示除法結果，此時已經沒有寫出餘數的必要了。 ◎協助學生澄清將商取概數的數學語意。 ◎特別說明「以四捨五入法取商到小數第幾位」和「商算到小數第幾位，並寫出餘數」兩者的差異。
	小數÷整數		
	小數÷小數		
	除不盡 (以四捨五入法取商到指定位數的問題)		
除不盡 (求商到指定位數並寫出餘數)			

上表 2-5 中的教學錦囊表，將小數問題分成文字題與計算題，其中文字題分成「整數÷整數」、「小數÷整數」、「整數÷小數」和「小數÷小數」四類，並將其述

思概念、錯誤類型與相對應的教學建議列於其最右邊欄位。計算題則分成「整數 $\div$ 整數（商為小數）」、「小數 $\div$ 整數」、「小數 $\div$ 小數」、「除不盡（以四捨五入法取商到指定位數的問題）」及「除不盡（求商到指定位數並寫出餘數）」五類，其迷思概念不分類列於其右，錯誤類型則依格線與分類對應，對應的教學建議列於其最右邊欄位。因此，由上表可知，學生在小數除法部分的迷思概念與錯誤類型可細分成許多情況，教師在進行補救教學時，除可參考表中之教學建議外，相關書籍亦有提供類似的教學建議（呂玉琴、李源順、劉曼麗、吳毓瑩，2009）。故表 2-5 中的迷思概念、錯誤類型與教學建議均能參考與運用在本研究的教學行動方案中。

在本研究中，由於研究者的班級在六年級上學期的數學教科書版本是南一版（南一，2014），其小數教材內容包括：整數除以小數、小數除以小數的文字題和計算題，以及除數是小數但除不盡的兩種類型計算題。因此，研究者的小數除法補救教學（Remedial teaching, 簡稱“r”）介入方式相對應的做法為：

- r1. 教師布題時應調整被除數與除數出現的順序，避免每個題目都是先出現的數做為被除數。
  - r2. 布題敘述中應刪除如「等分」、「平分」等關鍵字，以檢驗學生對除法意義的掌握。
  - r3. 布一些「小的數 $\div$ 大的數」問題以檢驗學生是否具有「大的數 $\div$ 小的數」的迷思概念。
- 除數為純小數時：
- r4. 提出單位量未知的純小數倍問題，透過乘除互逆的概念，引導學生列出除法算式。
  - r5. 引入除數為純小數的除法問題，透過小數倍的概念，幫助學生列出除法算式。
  - r6. 能透過大小單位轉換的活動，讓學生理解商與餘數小數點的處理原則。
  - r7. 讓學生操作具體物解決除法問題，產生將大單位換成小單位的需求。
  - r8. 透過定位板連結具體操作過程與直式算則，進而理解商與餘數小數點的處理原則。
  - r9. 強調將商取概數的意義即在以大概的數表示除法結果，此時不用餘數。
  - r10. 協助學生澄清將商取概數的數學語意。

r11. 特別說明「以四捨五入法取商到小數第幾位」和「商算到小數第幾位，並寫出餘數」兩者的差異。

由前述可知，教師對三到六年級小數教材的掌握、對小數概念及其相關迷思概念的理解程度，以及要如何教學才能破除學生之迷思概念，此三者是教師在進行小數除法補救教學時相當重要的教學知能。茲將其原因分述之，第一，數學低成就學生在學習小數除法時所產生的問題，未必是小數除法概念上的問題，也可能是三至五年級小數教材中，一個或多個小數概念不清楚產生的問題，因此教師必須熟悉三至六年級小數教材，方能正確診斷學生小數概念的病因；第二，學生迷思概念之產生，有些是從整數概念錯誤遷移而來，有些則是分數概念的錯誤遷移，如小數比大小時的整數法則或分數法則迷思概念，因此教師若能掌握小數迷思概念的成因，方能對症下藥；第三，在發現學生的迷思概念及了解迷思概念的成因後，若沒有好的教學技巧，面對理解能力較差的低成就學生，只是一味的重複相同的教學方式和內容，是無法達成補救教學的目標的。因此，研究者的小數除法補救教學行動研究，可以運用以上文獻，充實上述教學者的三種教學知能，以期能有效解決低成就學童的學習困難，達到補救教學的目的。

## 第四節 教師的知識及行動研究

### 壹、教師的知識

在國外，早期年代對教師的評價是很低的，例如，Bernard Shaw 有一句話說：「有能力的人自己做，沒能力的人則教別人怎麼做」(譯自 Shulman, 1986)，意思是說，教師不需要具備太多的知識就可以教學了。而在臺灣，也有部分的人認為教小學很簡單，高中畢業就可以教了，但自從 Shulman (1986)提出「學科教學知識(PCK)」的理論後，便提升了教師對 PCK 的重視。Shulman 分析教師實際教學的內涵，將教師知識分為三個重要的類別，分別是：(a)學科內容知識(Subject Matter Content Knowledge)(b)學科教學知識(Pedagogical Content Knowledge)(c)課程知識(Curricular Knowledge)。以下就學科內容知識、學科教學知識、課程知識等三個面向進行探討：

### (a) 學科內容知識

所謂「知識」，根據笛卡爾(Descartes)所言，其條件有三：(1) 必須是確定的；(2) 必須是客觀實在的；(3) 必須是必然的、無可懷疑的。因此學科內容知識是指該學科中絕對無誤的真理，是客觀、無可懷疑的。Shulman (1986)則認為，**學科內容知識**是指包括在某一個領域之內的事實知識以及概念，教師除了要了解之外，還要知道這些事實或概念為什麼是真的，並能做判斷，以及這些事實知識產生的脈絡。就小數知識而言，Hiebert (1992)曾將小數知識分成三類：

1. 記數系統知識：包括小數符號的寫法、讀法、位值、位名和單位小數間的化聚等。
2. 運算規則知識：包括分數和小數的互換、小數比大小和小數的加減計算等。
3. 數量表示知識：包括小數圖像表徵，以及牽涉到小數的單複名數轉換等。

就本研究而言，如前所述，整數、分數和小數的相關知識，都是教師必須具備的學科內容知識。

### (b) 學科教學知識

是指教師為了讓學生能理解學科內容，能利用類比、轉化、說明、舉例、示範等表徵形式，讓學生能夠明白學科知識的一種教學知識，是來自於教學實務上的智慧。對於不同背景知識、不同年齡或先備知識的學生，教師也要能深入淺出的解釋，讓學生能夠學習，若有迷思概念，教師也要有策略讓學生概念改變。

### (c) 課程知識

是針對特定學科及主題作教學設計的計劃，包括怎樣安排課程、進度、以及使用資源的方式。此外，垂直的課程知識強調教師對某一學科的課程設計有一個縱向的了解，例如某些主題為什麼要在三年級教而不是四年級。水平的課程知識是強調教師知道某些主題與其他學科間有連結，教師能做科際整合的工作，如同現在九年一貫課程強調的課程統整。

除了 Shulman (1986)提出的三種教師知識的類別外，許多學者更將其理論擴增，認為「**教學的數學知識**」也是教師在教學時必備的重要知識。個人認為數學教學有其特殊的知識，不是光看教學指引或修教育學分就能擁有的。Izsák (2008)認為**教學的數學知識**(mathematical knowledge for teaching)，是強調教師進行的數學教學任務。這樣的任務包含明確地使用課程材料，選擇和使用表徵，能巧妙解釋和回應學生對於數學任務的問題，並且設計評量。

Hill、Rowan 和 Ball (2005)認為，教師在**教學的數學知識**是指數學知識被使用來完成「教數學」這件工作，包括解釋專有名詞和概念；解釋問題情境和解題；判斷適當的參考書；在教室中能判斷特殊觀點並表達正確，並提供學生一些有關於數學觀念、運算法則或證明的例子。而有效的數學教學，除了教師的知識外，還要依靠教師能運用其知識在教學中。教師必須很有效率的運用知識去幫助他人學習數學。

Ball 和 Bass (2000)認為教師要能將數學知識運用在不同方法上，才能將複雜的數學知識靈活的運用在實際課堂中的學生。並且，還認為數學專家可以在教導國小學童時，解決複雜的數學問題，但還需要其他對於學生的、教學方法的、內容的、課程的知識。

Ball, Thames 和 Phelps (2008)認為教學的數學知識與其他數學知識不同點，就是它是教師在教導特定主題時所需的學科知識，並且知道這些知識是如何產生的，以及在學科中是如何架構的，例如能夠延伸整數的計算程序和概念到小數情境。Ball 等人(2008)將 Shulman (1986)對於教師知識的分類，加以精緻化，形成教學的數學知識之範圍如下圖：

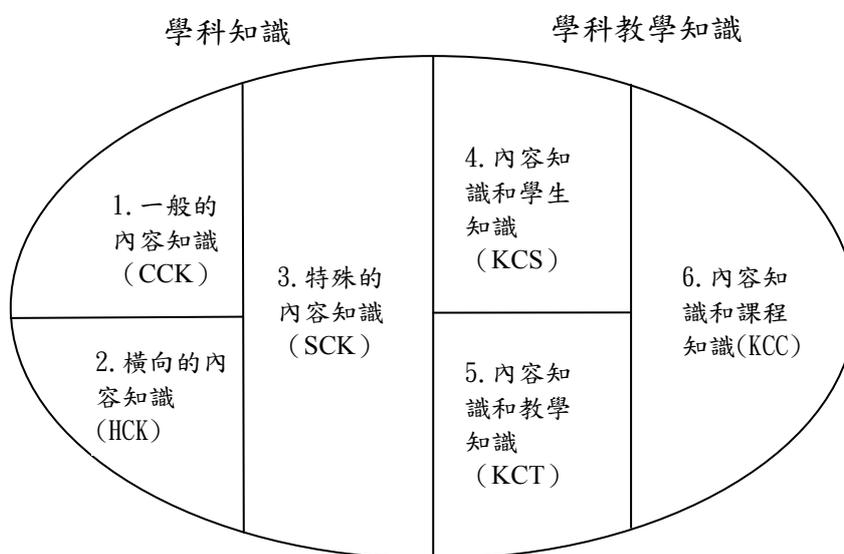


圖 2-6 教學的數學知識之範圍

從圖 2-6 來看，學科知識可分成一般的內容知識(common content knowledge, 縮寫 CCK)、特殊的內容知識(specialized content knowledge, 縮寫 SCK)和橫向的內容知識(horizontal content knowledge, 縮寫 HCK)；學科教學知識可以分成內容知識和學生知識 (knowledge of content and student, 縮寫 KCS)、內容知識和教學

知識 (knowledge of content and teaching, 縮寫 KCT) 及內容知識和課程知識 (knowledge of content and curriculum, 縮寫 KCC)。以下將此六項教學的數學知識說明之：

#### 1. 一般的內容知識(CCK)

意指數學領域之內的事實知識以及概念，例如「長方形有幾組互相平行的邊？」、「0.9 和 1 之間有幾個小數？」，可見這是一種純粹的數學知識，和教材、教法等教學知識無關。

#### 2. 橫向的內容知識(HCK)

如同 Shulman (1986)提出的課程知識部分內容，橫向的內容知識是強調教師知道不同學科間的內容，有些主題是互相連結的，例如體育課定點投籃教學時，教師在測驗時會強調投籃命中率，而教師須能馬上與五年級的百分率教學做連結，在體育或數學課堂中說明其間之關係，亦即教師能做科際整合的工作，與九年一貫課程強調的課程統整異曲同工。

#### 3. 特殊的內容知識(SCK)

SCK 這種知識是 Shulman (1986)沒有提出的，Ball 等人(2008)指的特殊內容知識是教師在教學時必須具備的特定數學知識，例如學生的解題方法與教科書不同，教師必須能判斷其解法是否合理，若不合理，其原因為何？亦即當教師面對學生在計算方法、數學概念、推理過程等所展現的解題策略，是否能判斷學生理解的程度。以本研究為例，為何小數除法直式計算時，餘數的小數點要對齊原來被除數的小數點？這是特殊的內容知識。

#### 4. 內容知識和學生知識(KCS)

此種知識是把數學知識和對學生的認知連結在一起，也就是說教師須知道學生目前在數學上的認知發展，學生通常是如何解題的？學生常犯的錯誤是如何思考的？教師的舉例是否超越學生的理解能力？以小數除法為例，教師能了解學生在此單元可能會產生「乘會變大，除就變小」的迷思概念，因而認為「 $0.9 \div 0.4 < 0.9$ 」。

#### 5. 內容知識和教學知識(KCT)

此種知識是把數學知識和教學知識連結在一起，對於教科書教材的編排，教師可以視學生的學習狀況更動其教學順序。對於同一個數學概念，能善用各種表徵進行教學，使學生容易理解，或是用不同的教學策略，幫助學生理解教材內容，

教師應該明瞭其優缺點並靈活運用。以本研究小數除法為例，對於「 $8 \div 0.4$ 」的直式計算中，要解釋除數和被除數的小數點可以移動，變成「 $80 \div 4$ 」，教師可用錢幣做為表徵來解釋大單位換成小單位的過程，而對於餘數的小數點問題，教師也能用古氏積木的表徵來說明。

## 6. 內容知識和課程知識(KCC)

此種知識是把數學知識和課程知識連結在一起，教師可特定主題作教學設計，包括課程安排、進度以及使用資源的方式。例如教師可設計一連串的小數除法教學活動設計，根據小數知識決定教學順序，採用多種表徵或教學媒體教學，以達成教學目標。

綜合所述，Ball 等人(2008)及其他學者提出的觀點，與 Shulman (1986)的觀點大致雷同。就本研究而言，由於研究者本身擔任數學補救教學的教學者，研究者認為要能勝任此教學的角色，教師所應具備的教學的數學知識，除了一般的學科內容知識、特殊的內容知識及內容知識和課程知識外，**橫向的內容知識**有助於教師從生活取材，跨越學科界限幫助學生了解數學概念，在教學時，教師須對學生目前的認知發展和學生解題的想法有充分的了解，才能因材施教，也就是**內容知識和學生知識**，同時教師必須有能力視學生學習的情形，適時改變教材順序，或是將已學過的相關教材與目前教材比較與複習。例如，在六年級柱體體積單元，教師需了解學生在五年級已學過長方形、正方形、圓形、平行四邊形等幾何圖形的面積計算，必須先複習才能教導柱體體積的計算，而這也就是**內容知識和教學知識**。

另外，研究者認為在教學科技不斷更新的現代，教師須對目前新型態的教學科技有一定的熟悉度，知道何時應用何種教學科技，可幫助學生的學習，並在教學時靈活運用，以達成教學目的，例如單槍投影機、平板電腦、實物投影機、電子白板等，亦即**教師對科技內容的教學知識(TPACK)**(Mishra, & Koehler, 2006)。

基於上述，研究者認為教師需具備上述七種教學的數學知識，即一般的學科內容知識，橫向的學科內容知識，特殊的內容知識，內容知識和課程知識，內容知識和學生知識，內容知識和教學知識，科技內容的教學知識，才能面對數學低成就學生在學習時產生的各種問題，及時應變，甚至需臨時改變教學策略或教學內容，以達成補救教學的目的。

## 貳、教師成為行動研究者

當代的教育行動研究主要是擷取批判理論研究典範的觀點（甄曉蘭，2003；蔡清田，2010），其融合了科學性、批判性和實用性（甄曉蘭，2003），主張學校教育的實務工作者能察覺自己所身處的教育環境中的問題，進而以行動來研究問題，解決問題，並改變現狀。

在教育行動研究中，教師即是研究者（陳惠邦，1998；Stenhouse, 1975），教師在教育實踐的場域中，遇到問題，或從批判的角度發現問題，進而找出問題之解決方案或行動策略，以改善實務，甚至建立理論。因此，行動研究能培養教師自我反思的能力，同時透過反思，可促進教師的自我成長，發展教師的專業能力（林佩璇，2007；蔡清田，2010；簡紅珠，1991；Ambrose, Lang, & Grothman, 2007；Ashton, 1984；Ginns, Heirdsfield, Atweh & Watters, 2001；Stark, 2006；Winker, 2001）。因此，本研究中的教師即是扮演研究者的角色，接受補救教學的學生則扮演被研究者的角色，但教師與學生之間則存在上位對下位之階級不對等的宰制關係，而此種關係是否會影響教學與學習的行為，是研究者需要考量的向度之一，再者，教師的意識型態或價值觀也可能影響行動研究的成果，故要如何避免研究者主觀因素的涉入，亦是本行動研究方案在進行時需考量的另一個向度。

基於上述，研究者將尋求本行動研究的合作夥伴，以及批判性徵友，以進行協同合作，而協同合作乃是教育行動研究的主要歷程之一（蔡清田，2010），如此，可減少研究結果受到研究者主觀因素的影響。

此外，要避免研究者主觀因素涉入研究，影響研究結果的正確性，在蒐集資料時要透過多種不同的方式蒐集，從不同的角度多方檢驗資料的可信度，如錄影、錄音、問卷、晤談等，除了晤談外，其餘都容易蒐集到資料，而晤談若沒有好的技巧，難以了解受晤談者的真正想法。事實上許多質性研究強調透過晤談方式，可以了解兒童心中的想法，但對於晤談進行的方式卻僅僅擬出晤談大綱，沒有參酌任何文獻，僅依研究者的想法進行。從文獻來看，「晤談」其實是「臨床晤談（Clinical Interview）」，Ginsburg (1997)就明確指出臨床晤談是一個能激發兒童思考、了解兒童內心真正想法的方法，並提出臨床晤談時須注意：

(1) 晤談除了語言的溝通外也注重觀察，包含晤談者和晤談對象兩者間的互動、

晤談對象當下的小動作、思考回答時間等，在晤談之前一定要讓兒童熟悉錄影機的存在，大部分的臨床晤談都是偏向個案研究的方法進行，沒有一個固定的歷程。

- (2) 在進行晤談時要把握幾個原則：讓兒童處於輕鬆的環境；隨時監控與調整；保持中立與互動原則；即使失敗也不明白表示，但要進行再次確認並了解錯誤的原因，做一些假設性的考驗。
- (3) 兒童與晤談者的關係有二，一為學習與對方談話，二是發展一個互信與互重的機制，更專注於兒童的思考。
- (4) 許多研究者與學童晤談時，常會因兒童過了一段時間沒有回應，或未經思考回答的話語（例如：不知道、我就覺得是這樣、直覺）而放棄進一步追問，甚至認為這就是兒童心中所想或沒有想法，這是由於晤談技巧不足造成，應試著換句話說或改變問話方式繼續追問。

由於研究者在每次教學實施後，要對學生進行晤談，以及後測結束後，要和學生進行一對一的教學，因此研究者須將以上晤談須注意的原則與技巧應用在本研究所有的晤談中，以深入了解兒童真正的想法。

綜合上述，當教師同時具備學科知識和學科教學知識，再透過本研究採取之行動研究的方式進行數學補救教學，經由教學中不斷進行反思、檢討與修正，則教師可透過行動研究循環，提升自己的教學能力，使教學技巧更為精進。

在第二章，經由以上四節的文獻探討可知，本研究主要乃參考 Borich (1994, 2004)對有效教學認定的必備與輔助行為，制訂出本小數除法補救教學在教學前、教學中和教學後，教師應遵守的有效教學行為，再從數學補救教學的相關研究探討中，決定以 Ketterlin-Geller 等人(2008)設計的 Extended Core 教學介入方案的架構為基礎，同時參考 Baker 等人(2002)提出的教學介入方法（詳見附錄二），融入在小數除法補救教學之有效教學行為中，修改成適合本研究場域的數學補救教學的行動方案。另外，在教學內容和方法上，修改劉曼麗和侯淑芬（2008）的小數除法步驟為適合本研究的小數除法概念圖（圖 2-5）作為教學和分析的依據，並且以「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」（劉曼麗、侯淑芬，2008）中提到的小數除法迷思概念和教學建議，作為教學學習單設計的重要參考。最後，透過本行動研究進行數學補救教學，經由教學中不斷進行反思、檢討與修正的行動研究循環，研究者預期能提升自己的教學能力，增進小數除法的教學知識，使教學技巧更為

精進。



## 第三章 研究方法

研究者扮演教學者的角色，以自己任教班級的補救教學計畫為探討的重點，透過「行動研究-教師即研究者」(陳惠邦，1998；Stenhouse, 1975)的方式，探討有效的國小數學科補救教學模式。在第三章，就補救教學方案、研究場域及參與者、研究工具、小數除法補救教學行動流程、資料蒐集與分析、行動研究歷程、研究效度與研究倫理等予以說明。

### 第一節 進行前導研究以發展補救教學方案

在正式實施補救教學方案前，研究者針對六年級 6 位數學低成就學生，於午休時間共四十分鐘進行前導研究。在資料蒐集完成後，先說明前導研究的歷程，接著分析前導研究的結果，再因應前導研究的結果修正教學策略，經過教學者的省思與成長後，設計方案理念，最後根據下個學期教學者班級可能的現況，決定方案實施的方式。分別說明如下：

#### 壹、前導研究歷程

在前導研究中，研究者對自己的教學介入對學生學習的影響作批判性的反思，並針對六年級小數課程的學習內容，診斷並評估學生的迷思概念，然後評估教學成效，同時，由於研究者過去在同樣的學校擔任導師七年，自教育部實施攜手計畫起即擔任自己班上的數學補救教學教師，因此參考過去多年研究者在教育部攜手計畫中，輔導低成就學生數學學習的經驗(鄭震文，2012)，修正方案，然後再繼續進行教學介入方案的實施，亦即為一個「擬定方案→行動→反思、檢討→修正方案→再行動」的行動研究循環歷程。

本前導研究重點有二：一為探討小數除法的教學介入是否恰當。二為測試分析資料方法。

在小數除法補救教學介入方面。首先從布題順序來看，從教科書五年級的小

數教材和九年一貫數學領域分年細目能力指標來看，學生在五年級學過的小數除法概念，包括小數的估算（整數除以整數，對商取概數到小數第一、二、三位）。再從小數主要概念發展圖（劉曼麗，2004）來看，小數除法是由整數除法而來，因此在布題時，先從**整數除以整數**，來複習學生的舊經驗，接著是**小數除以整數**，透過操作具體物（假錢幣、古氏積木），以大小單位的轉換活動，產生將大單位換成小單位的需求（劉曼麗、侯淑芬，2008）。其後，**整數除以小數**、**小數除以小數**，都是先從純小數到帶小數，循序漸進。其他布題與小數除法教學須注意的事項，則是在布題敘述中，刪除如「等分」、「平分」等關鍵字，以檢驗學生對除法意義的掌握（劉曼麗、侯淑芬，2008）；布題時也應調整被除數與除數出現的順序，避免每個題目都是先出現的數做為被除數（劉曼麗、侯淑芬，2008）。教學時，則透過定位板連結具體操作過程與直式算則，進而理解商與餘數小數點的處理原則。

在有效教學做法方面，教師在進行補救**教學前**，先熟悉教材，組織預備要教學的內容，先診斷學生的學習困難或迷思概念（以研究者自編之學習單作為診斷迷思概念之前後測試卷），在教學中則透過對話讓學生對迷思概念產生認知衝突，再進一步調整學生認知。

在**教學中**，靈活運用教學方法，包括運用投影機、教具（假錢幣、古氏積木）、圖示表徵的運用等多樣化的教學，提高學生投入學習的意願。教師透過內容問題或過程問題，請學生思考，並鼓勵學生回答問題，並澄清、調整學生的答案。最後，教師再布一些較簡單的練習題，必要時提供提示給學生，幫助學生有成功的機會，提升自信心。

在**教學後**，教師修改、歸納學生回答的內容，依小數除法概念的邏輯順序，統整教學重點，完成整個小數除法補救教學流程。另外，在教學中和教學後，教師的態度要讓學生感受到教師隨時願意幫忙，並在言語上多鼓勵，使學生願意提出問題。因此，本前導性研究若能合乎上述有效教學的原則，則會是一個有效的教學。

在此前導研究中，研究者將布題融入在地素材（荖葉產業），貼近學生的生活經驗，並結合有效教學原則，同時也應用小數除法的教學介入方式，藉由此刻意設計後，安排於午休時間進行，共 40 分鐘，因此是具體而微的小數除法補救教學。

## 貳、前導研究結果分析

### 一、教學中學生答題表現分析：

(一) 整數除以整數：在教學時隨堂的練習包含「整除，商為一位小數」、「除不盡，以四捨五入法取商到整數」、「除不盡，商算到整數，並寫出餘數」，6位學童的答題均完全正確，可見學生對整數範圍的計算掌握得不錯。

(二) 小數除以整數：在教學時隨堂的練習包含「被除數為純小數，整除，商為一位小數」、「除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位」、「除不盡，商算到整數，並寫出餘數」等，分析如下。

**問題一：被除數為純小數，整除，商為一位小數**

0.8 公尺的彩帶，分成一樣長的 4 段，每段是幾公尺長？

分析一：6 位學童的答題表現分成 4 種類型，其中 3 種計算正確 (S2, S5, S6)，1 種答案正確，但算法錯誤 (S1)。分述如下：

答案正確：

S2

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 4 \overline{) 0.8} \\ \underline{0} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

S5

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 4 \overline{) 0.8} \\ \underline{0.8} \\ 0 \end{array}$$

S6

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 4 \overline{) 0.8} \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

答案正確，但算法錯誤：

S1

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 4 \overline{) 0+80} \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$$

上面 S1 的解題乍看之下似乎正確，但經課堂中師生（師：T，生：S）對話後仔細分析，卻發現答案雖然正確，其計算卻發生三種錯誤。

其一，去掉小數點移位時，將被除數作為基準，故被除數是小數，就要去掉小數點變成整數。

T：你是看哪一個數來決定去掉小數點？

S1：這個 0.8（手指著被除數 0.8）。

其二，忽略被除數和除數的小數點移位要同步，如同分數的擴分，反而同時將被除數和除數補 0，再行計算。

T：去掉小數點後，你是怎麼想才會在兩邊都補 0 的？

S：去掉小數點後，除數 4 就要補 0，然後被除數 8 的後面也要補 0，就變成 80 除以 40。

其三，商的小數點位置弄錯，若按照前面的錯誤算法，商應該在 8 的上面補 0，0 的上面應該寫 2，亦即商變成 0.02。

T：商的部分你是怎麼算的？

S：整數部分是 0，點上小數點後，底下剛剛說變成 80 除以 40，所以 8 的上面就是 2。

上述 S1 的三種錯誤算法，除了第三種錯誤在「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中，屬於「商的小數點位置弄錯」，其餘二種並沒有發現相對應的迷思，因此算是另種迷思概念。

#### 問題二：除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位

小貨車將 0.5 公噸的砂石，分成 7 次運送，平均每次運送幾公噸？（以四捨五入法取商到小數第二位）

分析二：有些學童對除法的四捨五入規則已經忘記，在複習舊經驗時多花了一些時間。S6 錯誤算成 0.7，其算法為：5 不夠除，學生不知道在商的位置要補 0。此種錯誤在「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中，屬於「商的小數點位置弄錯」。此種純小數除以整數並四捨五入的問題，學童在解題時僅 1 位在算法上有迷思概念，其他 5 位都能很快算出，並肯定給出正確答案。

**問題三：除不盡，商算到整數，並寫出餘數**

商人賣果汁，將 13.9 公升的檸檬汁，分裝成 3 瓶，平均每瓶裝幾公升？

分析三：6 位學生的答題表現分成 2 種類型，其中 5 種完全正確，1 種答案錯誤，算法也錯誤。分述如下：

完全正確：

Handwritten student work for S5 showing a correct long division of 13.9 by 3. The quotient is 4 and the remainder is 1.9. The student has written "A: 4公升 剩1.9公升".

上述的算法以 S5 的解法為例，S2、S3、S4、S5、S6 呈現相同的解法。至於 S1，答案錯誤，算法也錯誤：

Handwritten student work for S1 showing an incorrect long division of 13.9 by 3. The student has written 30 as the divisor, 13x9 as the dividend, and a quotient of 4 with a remainder of 1.9. The student has written "A: 4公升 剩1.9公升".

上面 S1 的解題中，商是對的，餘數是錯的，經課堂中師生對話後分析，發現其計算的錯誤算法，與前述問題一雷同，但增加了餘數小數點的錯誤，共有二種錯誤。

其一，去掉小數點移位時，將被除數作為基準，故被除數是小數，就要去掉小數點變成整數。

T：你是看哪一個數來決定去掉小數點？

S1：這個 13.9（手指著被除數 13.9）。

其二，餘數未點小數點，所以造成剩下的檸檬汁比原有的還多。

T：所以剩下的是多少公升？

S：19 公升。

上述 S1 的二種錯誤算法，第一種與 S1 在前述問題一的錯誤相同，在「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中，沒有相對應的迷思，第二種則是屬於小數計算題的「未將餘數點上小數點」的迷思概念。

從以上問題一、問題二、問題三的分析一、分析二和分析三整體來看，六年級數學低成就學童在「整數除以整數」的表現不錯，「小數除以整數」部分，出現的錯誤包含「去掉小數點移位時，將被除數作為基準，故被除數是小數，就要去掉小數點變成整數」、「忽略被除數和除數的小數點移位要同步，同時將被除數和除數補0，再行計算」、「商的小數點位置弄錯」、「未將餘數點上小數點」等。其中雖然四捨五入法學童已忘記，但在複習舊經驗時說明過，學童很快就想起，其他方面雖無錯誤，但仍不確定學童是否理解，尚須在教學後的測驗中進一步探討。

## 二、教學後學生答題表現分析

由於在教學中的測驗，研究者發現理解題意上，學童均無誤解產生，而錯誤的產生都是在計算過程，因此教學後測驗的題目，均設計為計算題，以進一步分析學生在小數除法算則可能的問題。另外，研究者在教學中發現「整數除以整數：整除，商為一位小數」的問題，學童都能很快的計算正確，反而在「小數除以整數：被除數為帶小數，整除，商為一位小數」的問題，有學童會有錯誤產生，因此在教學後的測驗，將其加入「小數除以整數」的問題。

### (一) 整數除以整數

包含「除不盡，以四捨五入法取商到整數」、「除不盡，商算到整數，並寫出餘數」，6位學童的答題有S1、S3和S4，3位完全正確，其餘3位都有錯誤產生，逐一分析如下。

**問題一：**除不盡，以四捨五入法取商到整數

$$367 \div 23$$

**分析一：**此題完全正確的有S1、S3、S4和S6，錯誤的如下

$$\begin{array}{r} 15 \\ 23 \overline{) 367} \\ \underline{23} \phantom{0} \\ 137 \\ \underline{115} \\ 22 \end{array}$$

S2—計算方法正確，但誤解以四捨五入法取商到整數的語意，將商求到整數就四捨五入。

$$\begin{array}{r} 25.9 \\ 23 \overline{) 367} \\ \underline{23} \phantom{0} \\ 137 \\ \underline{115} \\ 220 \\ \underline{207} \\ 13 \end{array} \quad \text{A:約26}$$

S5—商的第一位就計算錯誤，後面步驟與計算雖然正確，但已無用。

上述 S2 和 S5 的錯誤正好對應到「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中迷思概念的 2 種類型。S2 屬於小數計算題的「誤解以四捨五入法取商到整數的語意，將商求到整數就四捨五入」的迷思概念；S5 屬於「計算錯誤」，但在整數部份就估商錯誤，導致小數部份也錯，故應歸為整數範疇的計算錯誤。

**問題二：**除不盡，商算到整數，並寫出餘數

$$259 \div 13$$

**分析二：**此題完全正確的有 S1、S2、S3、S4 和 S5，錯誤的為 S6，如下所示

A: 19...12

上面的錯誤為 S6 在餘數位置錯誤的點上小數點，屬於整數除法的問題。

## (二) 小數除以整數

包含「被除數為純小數，整除，商為一位小數」、「被除數為帶小數，整除，商為一位小數」、「被除數為純小數，除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位」和「被除數為帶小數，除不盡，商算到整數，並寫出餘數」等四種題型，逐一分析如下。

**問題一：**被除數為純小數，整除，商為一位小數

$$0.6 \div 3$$

**分析一：**6 位學童的答題表現分成 3 種類型，其中 2 種完全正確，1 種答案和算法正確，商數位置偏離。分述如下。

**完全正確：**

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 3 \overline{) 0.6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

S3、S4、S5、S6

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 3 \overline{) 0.6} \\ \underline{0.6} \\ 0 \end{array}$$

S2

上面 S3、S4、S5、S6 和 S2 的算法雖然不同，但都是正確的除法算則。

另一種為答案正確，算法正確，商數位置偏離：

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 30 \overline{) 0 \times 60} \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

A: 0.2

S1

上面 S1 的解題乍看之下答案正確，計算則與一般小數除法算則不同，分析如下：

其一，去掉小數點移位時，將被除數作為基準，故被除數是小數，就要去掉小數點變成整數，但除數為整數，故補 0，如同分數的擴分，再行計算，雖然此算法與一般算則不同，但仍屬合理。

其二，雖然答案和算法都正確，但商的位置偏離，應該在 6 的上面補 0，最後一個 0 的上面應該寫 2，即商仍為 0.2。

上述 S1 的算法中，雖然商的位置偏離，但在概念上是正確的，故研究者將之歸類為正確解題。

**問題二：被除數為帶小數，整除，商為一位小數**

$$124.8 \div 48$$

分析二：6 位學童的答題表現分成 4 種類型，其中 2 種完全正確，1 種答案正確，算法正確，但商數位置偏離，另 1 種則是錯誤。分述如下。

完全正確：

$$\begin{array}{r} 2.6 \\ 48 \overline{)124.8} \\ \underline{96} \phantom{0} \\ 288 \\ \underline{288} \\ 0 \end{array} \quad A: 2.6$$

S3、S4

$$\begin{array}{r} 2.6 \\ 48 \overline{)124.8} \\ \underline{96} \phantom{0} \\ 288 \\ \underline{288} \\ 0 \end{array}$$

S5、S6

答案正確，算法正確，商數位置偏離：

$$\begin{array}{r} 2.6 \\ 480 \overline{)124.8} \quad A: 2.6 \\ \underline{960} \\ 2880 \\ \underline{2880} \\ 0 \end{array}$$

S1

上面 S1 的解題乍看之下答案正確，計算則與一般小數除法算則不同，但與 S1 在問題一的算法相同，分析如下：

其一，去掉小數點移位時，將被除數作為基準，故被除數是小數，就要去掉小數點變成整數，但除數為整數，故補 0，如同分數的擴分，再行計算，雖然此算法與一般算則不同，但仍屬合理。

其二，被除數小數點去掉，除數補 0 後，變成  $1248 \div 480$ ，意即擴分，雖然商的位置偏離，在概念上是正確的，故研究者將之歸類為正確解題。

計算方式對，但未算完即放棄：

$$\begin{array}{r} 2 \\ 48 \overline{)124.8} \\ \underline{96} \\ 28.8 \end{array}$$

S2

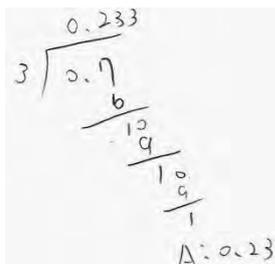
上面的算法事實上是正確的，但 S2 自己在餘數加上小數點後，不知如何計算下去，將之歸類為計算錯誤。

問題三：被除數為純小數，除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位

$$0.7 \div 3$$

分析三：6位學童的答題表現分成3種類型，其中1種完全正確，1種答案正確，算法正確，商數位置偏離，另2種則是錯誤。分述如下。

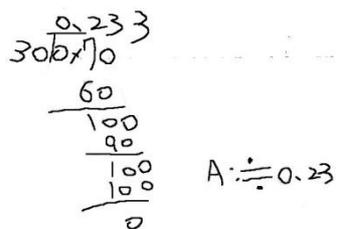
完全正確：



A: 0.23

S3、S4、S6

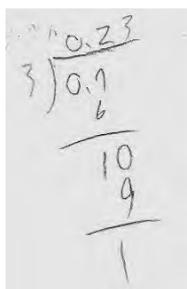
答案正確，算法正確，商數位置偏離：



A: 0.23

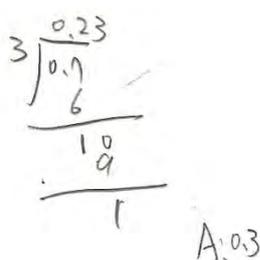
S1

錯誤算法：



A: 0.23

S2



A: 0.3

S5

S1 的解題方法與先前相同，可歸類為正確解題。

S2 的解題過程是正確的，但誤解四捨五入的語意，對應到「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中迷思概念的「誤解以四捨五入法取商到小數第二位的語意，將商求到小數第二位就四捨五入」。

S5 的錯誤共有2種，其一對應到「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中迷思概念的

「誤解以四捨五入法取商到小數第二位的語意，將商求到小數第二位就四捨五入」，其二是誤解四捨五入的定義，將商的小數第二位的「3」進位，造成「0.3」的答案。

**問題四：**被除數為帶小數，除不盡，商算到整數，並寫出餘數

$$22.7 \div 6$$

**分析四：**6位學童的答題表現分成3種類型，其中1種完全正確，另2種則是錯誤。分述如下。

**完全正確：**

S2、S3、S4

**錯誤算法：**

$$A \div 6 = 3 \dots 47$$

S1

$$A \div 6 = 3.7 \dots 0.4$$

S5、S6

S1 的解題方法與先前相同，但在寫餘數時就錯了，可對應到「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中迷思概念的「未將餘數點上小數點」。

S5 和 S6 的錯誤有二種。其一，未注意到「商算到整數」的條件，而算到小數第一位；其二，餘數的數字計算錯誤，將  $7-2$  算成 4。

綜合以上學童在課堂中練習和教學後測驗的結果分析，研究者將其結果整理如下表 3-1 和表 3-2。

表 3-1 課堂練習和課後測驗答題錯誤對照表

學 童	課堂練習						課後測驗					
	整數÷整數			小數÷整數			整數÷整數		小數÷整數			
	整除，商為一位小數	除不盡，以四捨五入法取商到整數	除不盡，商算到整數，並寫出餘數	被除數為純小數，整除，商為一位小數	除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位	除不盡，商算到整數，並寫出餘數	除不盡，以四捨五入法取商到整數	除不盡，商算到整數，並寫出餘數	被除數為純小數，整除，商為一位小數	被除數為帶小數，整除，商為一位小數	被除數為純小數，除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位	被除數為帶小數，除不盡，商算到整數，並寫出餘數
S1						×						×
S2							×			×	×	
S3												
S4												
S5							×				×	×
S6					×			×				×

首先，從上表 3-1 整體來看，學童在課堂練習時沒有產生的錯誤，在課後測驗卻有許多錯誤產生，第一部份為學生在課堂練習「整數÷整數」時沒有錯誤，但在課後測驗卻產生錯誤，在除不盡的情況下，分別是以四捨五入法取商到整數，及商算到整數並寫出餘數的題型，可見學生容易混淆兩種題型的定義，教師勢必要加以釐清。第二部份為「小數÷整數」的題型，在課堂中及課後測驗均有學生錯誤的題型，除了前述「整數÷整數」題型中出現的在除不盡的情況下，分別是以四捨五入法取商，及商算到整數並寫出餘數的題型再度出現錯誤外，課後測驗還增加了被除數為帶小數，整除，商為一位小數的錯誤題型。其次，依個別學童來看，除了 S3 和 S4 小數除法概念穩固，沒有錯誤產生外，S2 和 S5 均是在課堂練習中沒有錯誤，但課後測驗的錯誤卻是最多，且在「整數÷整數」和「小數÷整數」的題型均有錯誤。S1 的錯誤則相當一致，都是在除不盡，商算到整數並寫出餘數的題型產生錯誤。至於 S6，在課堂練習的錯誤為「小數÷整數」，四捨五入法取商的題型，但在課後錯誤的題型卻不同，不論是「整數÷整數」或是「小數÷整數」，都是在除不盡，商算到整數並寫出餘數的題型產生錯誤。因此，從課堂練習和課後

測驗的比較來看，可將課後測驗錯誤增加或同樣的錯誤再次發生的原因，分成學生因素和教師因素兩方面探討。

學生方面，可能的因素包括：(1)學生在課堂教學時可能一知半解，但未發問，造成小數除法概念不完整；(2)整數除法概念已不完整，故學習小數除法後，仍不理解；(3)學生在課堂布題的解題時，對於教師的教學能夠理解，且記憶猶新，故能成功解題，但由於低成就學童之記憶力可能不佳，故在教學後測驗時，已忘記相關概念或計算規則，造成解題錯誤。

教師方面，可能的因素包括：(1)教學內容或步驟不夠清楚，使學生無法理解；(2)使用教具教學時，教具所代表之數學概念，與小數除法算則之間的連結，說明不夠清楚，且未確認每個學生是否了解；(3)教具操作與其代表之數學概念，未確認學生是否了解。

基於上述，補救教學之教學策略確有修正之必要。至於要如何修正，研究者分析學童的錯誤及產生的迷思概念，並據以研擬修正教學策略。分析如下表 3-2：

表 3-2 課堂練習和課後測驗迷思概念對照表

	課堂練習		課後測驗							
	小數÷整數		整數÷整數			小數÷整數				
學童	商的小數點位置弄錯	未將餘數點上小數點	誤解以四捨五入法取商到整數的語意，將商求到整數就四捨五入	計算錯誤	餘數位置錯誤點上小數點	誤解商算到整數的意義，將商算到小數第一位	誤解以四捨五入法取商到小數第二位的語意，將商求到小數第二位就四捨五入	誤解四捨五入的定義，將 5 以下的數進位	未將餘數點上小數點	計算錯誤
S1		◎							◎	
S2			◎				◎			◎
S3										
S4										
S5				*		v	◎	v		◎
S6	◎				*	v				◎

◎：對應於「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」的小數除法迷思概念；v：另種迷思概念；\*：整數除法迷思概念

從學童的解題錯誤分析，並未出現表 2-4 中的小數迷思概念（引自劉曼麗，2005），故表 3-2 的分析表乃對應「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」的小數除法迷

思概念，未能對應到的錯誤則歸類為另種迷思概念，另有一種錯誤則屬於整數除法迷思概念。

### 參、因應前導研究的結果修正教學策略

根據表 3-2，研究者從兩個向度思考如何修正補救教學之教學策略，其一是在「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中出現的迷思概念，研究者可參酌其對應的教學建議，提出修正的教學策略。其二是未出現在「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中的錯誤或迷思概念，則從小數概念、小數迷思概念、小數除法迷思概念和有效教學策略四者，思考並提出修正的教學策略。

一、在「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中出現的迷思概念，其對應的教學策略如下：

#### (一) 未將餘數點上小數點

會發生此種錯誤的原因，乃是不了解被除數的小數點去掉，是因為將大單位換成小單位，而餘數為整數是因為已換成小單位，要寫餘數時，要用原來的大單位，例如若餘數是 47 個 0.1，要換成原來的大單位 4.7 個 1。故教學策略應強調：

- \* 透過大小單位轉換的活動，讓學生理解商與餘數小數點的處理原則。
- \* 讓學生操作具體物解決除法問題，產生將大單位換成小單位的需求。
- \* 透過定位板連結具體操作過程與直式算則，進而理解商與餘數小數點的處理原則。

#### (二) 誤解以四捨五入法取商到整數的語意，將商求到整數就四捨五入

此錯誤是由於學童對「四捨五入法取商到整數」的說法誤解，故教學策略應強調：

- \* 協助學生澄清將商取概數的數學語意。
- \* 特別說明「以四捨五入法取商到小數第幾位」和「商算到小數第幾位，並寫出餘數」兩者的差異。

#### (三) 計算錯誤

此錯誤無特別策略，乃學童計算整數的加、減、乘、除時的錯誤，故教學時應提醒學童注意，計算完成後再檢查一次。

#### (四) 誤解以四捨五入法取商到小數第二位的語意，將商求到小數第二位就四捨

## 五入

此錯誤與第 2 點雷同，是學童對「四捨五入法取商到小數第二位」的說法誤解，故教學策略應強調：

- \*協助學生澄清將商取概數的數學語意。
- \*特別說明「以四捨五入法取商到小數第幾位」和「商算到小數第幾位，並寫出餘數」兩者的差異。

二、未出現在「劉、侯氏小數除法教學錦囊表」中的錯誤或迷思概念，

### (一) 計算中斷，不知如何繼續

此錯誤並不屬於迷思概念，是由於 S2 在未完成計算前，就把餘數點上小數點，造成計算的干擾，使 S2 不知如何繼續下去，故停筆，因此 S2 對小數除法的概念性知識不夠清楚。因此教學策略應強調：

- \*在未完成計算前，餘數先不點上小數點，以免造成干擾。
- \*透過大小單位轉換的活動，讓學生理解商與餘數小數點的處理原則。
- \*透過定位板連結具體操作過程與直式算則，進而理解商與餘數小數點的處理原則。
- \*透過有效教學原則的「確保學生學習成功率」，以不超過 20 的簡單數字，請學童再做練習，確認學童學會。

### (二) 誤解四捨五入的定義，將 5 以下的數進位

此錯誤是學童對「四捨五入法」的定義誤解，故教學策略應強調：

- \*協助學生澄清將商取概數的數學語意。
- \*特別說明「四捨五入法」的定義和「以四捨五入法取商到小數第幾位」的規則。

### (三) 未注意到「商算到整數」的條件，而算到小數第一位

此錯誤並不屬於迷思概念，是學童粗心大意，未注意題目的條件，故教學策略應強調：

- \*提醒學童注意商算到第幾位，將問題的關鍵字用筆圈起來。
- \*特別說明「以四捨五入法取商到整數」和「商算到整數，並寫出餘數」兩者的差異。

從以上修正的教學策略，研究者預計將其作為正式方案進行時的教學策略。

#### 肆、教學者的省思與成長

在教學後，研究者將教案與學生的反應合併，在附錄三呈現，並將自我的反思寫成教學札記，要點如下：

- (1)第一個布題的問題情境是當地的產業特色，經詢問學生，6位中有三位學生的家長確實是以疊荖葉維持家計。在引導進入問題情境時，研究者發現學生對此問題有濃厚的興趣。故研究者認為此策略（引導學生投入學習過程，e4）相當成功。
- (2)學生表示從以前到現在，沒有聽過餘數後面補0，就是大單位換成小單位的說法，只知道除法規則。從學生表情可看出十分驚訝，在聽老師解說時變得很專注。
- (3)有些學生對除法的四捨五入規則已經忘記，在複習時多花了一些時間，拖累到原先教案中設計的時間。導致最後的練習題只剩一分鐘，待學生將練習題寫完已經超過一節課40分鐘的時間。
- (4)用錢幣和古氏積木來說明小數除法之大單位和小單位的換算關係，學生都很容易理解，原因可能是此兩種教具，從小一到小六經常接觸，非常熟悉所致。
- (5)在 $0.8 \div 4 = 0.2$ 的問題中，有某位學生誤用小數除法規則，在直式除法中，將被除數0.8的小數點去掉，再補1個0，然後將除數4補0，變成80除以40，但商的部分，因為知道0.8不夠除，所以整數部分寫0並點上小數點，但2的位置卻放在十分位，雖然答案正確，但非正規直式除法算則，其算法在運算規則上也是錯的。對於此問題，在教學時特地以白色積木作講解，將直式除法算則和積木操作的程序做連結與對應，學生表示能理解，但課後測驗卻仍產生相同的錯誤，因此教學方法仍須研究改進。
- (6)在 $0.5 \div 7 \div 0.07$ 的問題中，有學生算成0.7，其算法為：5不夠除，學生不知道在商的位置要補0。對於此問題，在教學時以小數的位值概念說明，即「5個0.1要平分成7等份，不夠分，所以每份得到0個0.1」，學生表示能理解，但最後的練習題卻又出現相同的錯誤，因此學生並不是真正理解，在教學時應該再確認。
- (7)在「商人賣果汁，將13.9公升的檸檬汁，分裝成3瓶，平均每瓶裝幾公升？

剩下幾公升？（商算到整數）」的問題中，確實有學生出現「每瓶裝 4 公升，剩下 19 公升」的答案，此時透過提問「你說剩下 19 公升，可是全部的檸檬汁只有 13.9 公升，剩下的會比全部的多嗎？」，讓學生產生認知衝突，此策略效果非常好，學生馬上意識到自己的餘數有問題，再重新思考後，就修正成正確答案了。但令人驚訝的是，在最後的練習題中，遇到類似的問題，但沒有問題情境，以計算題呈現，學生的解法仍然產生餘數寫錯成整數的問題，可見迷思概念之頑固性，須再思考教學方法破除其迷思概念。

(8)以積木和定位板說明餘數小數點的處理原則，效果不錯，學生能立即正確回答老師的問題。

(9)在最後做練習題時，教師仍須透過提示，幫助學生成功解題，讓學生建立信心。

參考上述 9 點教學札記，研究者將思考如何改進教學方案，並在未來對自己班級學生進行正式的小數除法補救教學行動研究時能順利實施。

由於本前導性研究乃試行補救教學介入方案，研究者教學中和教學後，反思教學介入方式需改進之處以及教師本身教學的數學知識不足之處。其中小數除法的教學介入方式已於前述檢討改進，此處將反思教師本身**教學的數學知識**(Ball et al., 2008)不足之處，透過學童在教學中和教學後的學習成就表現，提出改進之道。

從表 3-2、表 3-3 課堂練習和課後測驗答題錯誤與迷思概念對照表綜合來看，有 4 位學童在教學後產生更多迷思概念，因此當課堂中學童的解題方法與教科書不同時，教師若不能及時判斷學生的理解程度，解題過程是否合理，就無法了解其解題是否有誤，因此教師需要加強本身**特定的數學知識(SCK)**。

其次，有 4 位學童在四捨五入法應用到小數部分產生迷思概念，除了一般的內容知識教學改進外，仍須連結不同學科的相關內容，幫助學童了解四捨五入的意涵，即教師須將加強本身**橫向的內容知識(HCK)**，透過有效教學策略—多樣化教學，提高學童學習的興趣。

第三，由於 S1 在「小數÷整數」有相同的迷思概念產生，教師應能夠立即了解學童思考的模式，並針對其迷思概念，透過教學方法破除。因此，教師的**內容知識和學生知識(KCS)**就顯得相當重要。

第四，有 4 位學童對商、餘數和小數點之間的關係仍不夠清楚，故前述的教學策略中，透過大小單位轉換的活動，讓學童理解商與餘數小數點的處理原則，其中大小單位轉換的活動，教師需善用各種表徵（例如錢幣、古氏積木）進行教

學，使學童容易理解，避免只用抽象的符號說明。對此，教師若缺乏**內容知識和教學知識(KCT)**，就不足以勝任，故加強 KCT 亦很重要。

最後，由於原本的補救教學介入其教學效果不佳，學童在教學後仍有許多迷思概念，因此教學者須修正小數除法教學活動設計，包括教學順序、進度以及使用教學資源的方式，以達成補救教學的目標，此即教師須加強**內容知識和課程知識(KCC)**，以因應教學所需。

## 伍、設計方案理念

由於研究者在補救教學方案進行期間擔任六年級導師，因此在六年級上學期數學教材中，必須選擇一個單元作為本補救教學方案的教學主題。在南一書局六上數學課本中，包含的單元為：最大公因數和最小公倍數、分數的除法、小數的除法、比和比值、圓周率和圓面積、扇形面積、正比、速度、柱體和椎體、等量公理，在這些單元中，「小數除法」在研究者的教學經驗裡，往往是學生最容易產生迷思概念的單元，也是研究者需要一再反覆講解，學生的理解卻有限的單元，因此研究者選擇「小數除法」，作為本補救教學方案的主題。

在小數除法補救教學介入方面，首先從布題順序及從教科書五年級的小數教材和九年一貫數學領域分年細目能力指標來看，學生在五年級學過的小數除法概念，包括小數的估算（整數除以整數，對商取概數到小數第一、二、三位）。再從小數主要概念發展圖（劉曼麗，2004）來看，小數除法是由整數除法而來，因此在布題時，先從**整數除以整數**，來複習學生的舊經驗，接著是**小數除以整數**，透過操作具體物（假錢幣、古氏積木），以大小單位的轉換活動，產生將大單位換成小單位的需求（劉曼麗、侯淑芬，2008）。其後，**整數除以小數**、**小數除以小數**，都是先從純小數到帶小數，循序漸進。

其他布題與小數除法教學須注意的事項，則是在布題敘述中，刪除如「等分」、「平分」等關鍵字，以檢驗學生對除法意義的掌握（劉曼麗、侯淑芬，2008）；布題時也應調整被除數與除數出現的順序，避免每個題目都是先出現的數做為被除數（劉曼麗、侯淑芬，2008）。教學時，則透過定位板連結具體操作過程與直式算則，進而理解商與餘數小數點的處理原則。

在有效教學做法方面，教師在進行補救**教學前**，先熟悉教材，組織預備要教

學的內容，先診斷學生的學習困難或迷思概念（以研究者自編之學習單作為診斷迷思概念之題目，詳見附錄六、附錄七），在教學中則透過對話讓學生對迷思概念產生認知衝突，再進一步調整學生認知。

在**教學中**，靈活運用教學方法，包括運用投影機、教具（假錢幣、古氏積木）、圖示表徵的運用等多樣化的教學，提高學生投入學習的意願。教師透過內容問題或過程問題，請學生思考，並鼓勵學生回答問題，並澄清、調整學生的答案。最後，教師再布一些較簡單的練習題，必要時提供提示給學生，幫助學生有成功的機會，提升自信心。

在**教學後**，先針對學生在後測中產生的錯誤進行一對一教學，結束後，教師修改、歸納學生回答的內容，依小數除法概念的邏輯順序，統整教學重點，完成整個小數除法補救教學流程。另外，在教學中和教學後，教師的態度要讓學生感受到教師隨時願意幫忙，並在言語上多鼓勵，使學生願意提出問題。因此，本補救教學方案依照上述流程進行，才能成為一個符合有效教學精神的教學。

#### 陸、決定方案實施的方式

本研究為「擬定方案→行動→反思、檢討→修正方案→再行動」的行動研究歷程，因此在確認小數除法單元在平常課堂中教學完畢後，即進行前測，再進行第一週的補救教學行動。前測進行時間為預備週的星期一下午放學後四點十分至四點五十分，共一堂課四十分鐘。**第一週第一天的補救教學行動**為複習學生的舊經驗，時間為星期一下午放學後四點十分至四點五十分，一堂課為四十分鐘。

在第一天複習舊經驗補救教學行動後，研究者反思、檢討教學活動，必要時則修正教學介入方案，然後進行第二天以後的補救教學行動，除了週三為教師進修時間不進行外，其餘進行時間為每天下午放學後四點十分至四點五十分，一堂課為四十分鐘。

在整個補救教學行動結束後，先作後測，然後針對學生在後測卷中的錯誤進行一對一教學，最後則由教師統整與回顧，整個補救教學行動預計實際教學共 8 堂課，此外，為了檢視補救教學行動是否具有保留效果，在後測結束後 2 週，進行延後測。茲將本補救教學計畫整理如下表：

表 3-3 補救教學方案計畫表

實施時間	星期一	星期二	星期四	星期五
預備週	前測			
第一週 實施內容	1 複習舊經驗—補救教學介入課程： <b>整數÷整數；小數÷ 整數</b>	2 補救教學介入課程： <b>整數÷小數</b>	3 補救教學介入課程： <b>整數÷小數</b>	4 補救教學介入課程： <b>小數÷小數</b>
第二週 實施內容	5 補救教學介入課程： <b>小數÷小數</b>	6 補救教學介入課程： 後測	7 補救教學介入課程： 一對一教學	8 補救教學介入課程： 一對一教學
第三週 實施內容	統整和回顧			
第四週 實施內容				延後測

(題目詳見附錄四)

## 第二節 研究場域及參與者

由於研究者本身即教學者，在研究期間擔任六年級導師，且擔任該班導師為第四年，對班上的學生有深入的了解，同時，研究者在該校已教學滿六年，對社區文化與家長的背景有相當程度的了解。以下將分別針對研究場域和參與者詳加描述。



### 壹、研究場域—森林國小

研究者本身服務的學校為台東縣森林國小(化名)，為台東縣一所全校六個班的小學校，全校學生大約 90 人，附近有許多飯店、荖葉園和特產店，班級的學生家長多是飯店的服務人員、農夫或是商店老闆，因此家長的職業為服務業、農夫或商人。

### 貳、參與者

本研究的參與者包括補救教學的教學者、補救教學的學習者及協同合作夥伴，前二者分別稱為阿正老師及八小麻雀，分述如下。

## 一、教學者—阿正老師



### (一) 學經歷背景

大學畢業於台東師範學院數理教育系數學教育組，碩士班畢業於屏東師範學院數理教育研究所數學教育組，在台東大學擔任數學領域教材教法和普通數學的兼任講師後，深感教學知識專業之不足。再者，碩士班的學姊惠珍與研究者同樣熱愛數學教育，也曾擔任屏東教育大學數學領域教材教法的兼任教師，在與惠珍學姊討論數學教育時，同樣感受到自己的數學教育專業知識有不足之處，於是兩人互相鼓勵報考博士班，隨後，惠珍學姊順利考上高雄師範大學科學教育所博士班，而研究者也順利考上中山大學教育所博士班，跟隨梁淑坤教授學習數學教育，充實自己的專業知能。

### (二) 大學與服兵役

大學時從大一到大四均在外兼差當數學家教，當兵時為預官，考進國防部中正預校初級部(國中)擔任數學輔導員，每天除了照顧學生的生活起居，晚上亦負責陪讀和課業指導，因此從大學起即開始輔導學生的數學課業，對一對一教學、一對多教學及與學生的數學訪談均甚熟悉。

### (三) 個人教學經驗

研究者是國小班級導師也是擔任補救教學的教師，深刻體會到雖然平時課堂中每個單元教學結束後，大部分學生都表示了解教師教學的內容，但在課後進行數學補救教學時，發現仍有許多學生似懂非懂，存有許多迷思概念，而在補救教學實施後，有些學生依然進步有限，因此讓研究者有強烈的慾望想要尋求一個有效的數學補救教學模式，幫助學生提升數學能力。由於本班學生家長的工作在時間上較為彈性，不像一般的上班族，白天上班時間無法隨時到校與教師溝通，而是可以請假或隨時放下手邊工作，到校與教師溝通孩子的問題，而研究者擔任此班級的導師已是第四年，與家長已是非常熟悉，互動良好，溝通無礙，家長也願意說出自己的想法，此兩點對本研究中研究對象的描述增加其可信度。

此外，研究者目前在台東縣擔任數學輔導團的團員，經常要擔任數學科教學演示的教學者或是數學科教學的課室觀察者，也累積了 13 年的小學數學教學經驗，因此對國小數學教材能清楚的掌握，也呼應文獻探討中對行動教學者教學的數學知識之要求。另外，研究者曾擔任過九年一貫數學領域 97 年數學課程綱要的數學實驗班教師一年，對 92 數學課程綱要和 97 數學課程綱要的精神能清楚的掌握。

#### (四) 在職進修

在擔任數學輔導員期間，由於經常需要觀課和教學演示，常感自己的教學知能仍有不足之處，為了精進自己數學教學的本質學能，也能更勝任輔導員的工作，研究者參加了梁淑坤教授主辦的「97 遠哲西子灣數學教師成長工作坊」，其課程中包含由臺灣師範大學甄曉蘭教授主講的「訪談資料的蒐集技巧與分析方法」，使研究者學習到如何訪談，有助於此次的補救教學研究。

#### 二、學習者—八小麻雀



上述描述了研究者的研究場域、學經歷背景、個人背景、教學經驗、在職進修後，針對教學現場有需要的孩子，發現尋求一個有效的數學補救教學模式是必要的。至於在研究對象方面，可將接受補救教學的學生分成三種，一是智能不足，需要接受特殊教育的學生；二是學習障礙，有經過特殊教育鑑定，如數學學習障礙，但並非智能不足的學生；三是透過標準化成就測驗，成績在後 40% 的學生，沒有學習障礙，也非智能不足，需要接受特殊教育的學生。至於本研究的研究對象是第三種，共有 8 名，在此命名為八小麻雀。八小麻雀是研究者擔任六年級補救教學的學生，學生們沒有學習障礙，智力也正常，且在班上五年級下學期的期末數學平均成績屬於後 40%，因此屬於第三種可接受補救教學的學生。再者，此 8 名學生經教育部補救教學線上測驗，結果為百分等級未達百分之 40 者，符合教育部補救教學計畫中對接受補救教學學生的身分規定（教育部，2010）。

此 8 名學生數學成績普遍不佳，數學習作或平時測驗的表現亦不是很好，其個人特質和其他背景分述如下（以下名字均是化名）：

阿應：男生，父母離異，由媽媽撫養長大，下課後媽媽都不在家，功課都是自己

寫，媽媽無暇教導。個性活潑好動，體育是其強項，記憶力佳，但寫作業不用心，經常不用心思考，應付了事，習作錯誤率高，平時數學測驗成績不佳。

漫漫：男生，父母離異，由爸爸擺攤賣燒烤食物撫養長大，下課後爸爸出去作生

意，功課都是自己寫，爸爸無暇教導，祖母在家也無能力教導，對讀書沒有興趣，對自己沒有自信，遇事反應慢，對數學課堂中的問話常思考許久而沒有反應，習作錯誤率高，定期考查的數學科成績經常不及格。

阿布：男生，自幼父親過世，下課後母親出外謀生，功課都是自己寫，媽媽無暇

教導，個性活潑好動，體育是其強項，上課愛說話，雖然數學課堂中愛回答問題，但經常不加思索即作出錯誤回答，數學習作錯誤率高，教學後的練習

亦經常出錯，定期考查的數學科成績經常不及格。

阿噪：男生，家中種荖葉，下課後父母均農忙無暇教導課業，功課都是自己寫，個性活潑好動，熱愛運動，上課雖然用心但愛說話，數學習作錯誤率中等，數學平時測驗成績中下。

阿散：男生，從小是家暴目睹兒，父母離異，由母親獨力撫養，下課後功課都自己寫，姐姐要教導課業都不接受，對學習任何事幾乎沒有興趣，讀書亦然，唯獨數學稍有興趣，平時上課懶散，作業不用心書寫，甚至不寫功課，習作錯誤率高，且上課容易分心，數學平時測驗或定期考查成績偏低。

小隨：女生，下課後父母均外出工作，功課都是自己寫，作業經常遲交，平時上課懶散，做任何事都是粗枝大葉，作業不用心書寫，容易粗心犯錯，習作錯誤率高，且上課容易分心，數學平時測驗或定期考查成績偏低。

小望：女生，下課後父母均在飯店工作，功課都是自己寫，上課認真，還會用心做筆記，平時的作業都用心書寫，教師規定的作業都準時完成，做事認真負責，但習作錯誤率高，且記憶力不佳，容易忘記教學內容，須反覆教導。

阿真：女生，下課後父母均在外擺攤賣小吃，上課認真，功課都是自己寫，做事負責，記憶力佳，平時的作業雖然能準時完成，但作業書寫較為隨便，用心不足，且習作錯誤率高。

除了八小麻雀個人特質部份的描述外，平常下課時，阿應、漫漫、阿布、阿噪等4位男生，經常會一起打籃球和桌球，有良好的互動，阿散則因不愛運動，與其他小麻雀互動較少，但當阿散功課不會寫時，其他小麻雀會願意主動過來教導。女生部份，小隨、小望和阿真下課都會湊在一起玩，功課上也會互相幫忙。整體來說，八小麻雀在平時互動良好，沒有排擠的情形，課業上也都會互相幫忙和討論，因此，對於補救教學時實施的發表、討論、同儕輔導等措施，應能順利進行。

就上述小麻雀的描述來看，其共通的特質為：功課都是自己寫、習作錯誤率高、數學成績不佳。以上對於研究對象的描述，係經過導師（即研究者）、科任教師、主任、家長的認同，即經過三角校正，故其描述具有相當的可信度。

### 三、協同合作夥伴

協同合作是教育行動研究的主要歷程之一（蔡清田，2010），因此研究者尋求補救教學行動研究的合作夥伴，以及批判性徵友，作為本研究的協同合作夥伴，

分述如下：

#### (一) 補救教學行動研究的合作夥伴

本研究的合作夥伴，包括一位校內的校長、一位教導主任的行政諮詢，二位科任教師對參與學生個人特質的交互驗證，一位同學年五年級導師包老師對教學上的討論與建議等，以及校外的指導教授一位對教學活動的建議，數學輔導團員一位提供的教學諮詢等。

#### (二) 批判性諍友

此概念是由Stenhouse(1975)年提出，是指在行動研究過程中，能協助研究者，並提出批判建議的研究夥伴。批判性徵友的角色有兩種，一是做為教育行動研究的協同合作夥伴，提供作為教師的研究者支援與協助，另一是提出支持性的批判意見與另種思考觀點，協助教育研究的進行（蔡清田，2010）。在本研究中，諍友除了協助研究者進行教學攝影，也在每節課的課後提供批判性的意見，協助研究者進行反思與修正。以下介紹研究者的二位諍友及其扮演角色：

陳諍友：國內某大學經濟研究所碩士，除了協助教學現場拍攝外，亦從非教育背景者觀看研究者的教學，並提供批判性意見。

王諍友：台東大學教育研究所碩士研究生，除了協助教學現場拍攝外，也從教育背景者觀看研究者的教學，並藉由自己對教學理論的熟悉，提供研究者批判性的意見。

在研究者的教學中，研究者會和上述二位諍友在上課前和上課後討論教學，及其他教學相關問題，而此二位諍友正好因為學歷背景為非教育與教育背景，提供研究者多元的觀點，可減少因自己的主觀因素而影響研究結果的可信度。

### 參、教學現場配置圖

本研究在教學進行時，有時教師須操作教具說明，每位學生須能看得見，當學生進行操作教具或計算時，教師則要行間巡視，觀看學生之解法，並與學生對話。而學生在發表自己的作法或想法時，則須讓其他學生看見說明。基於上述需求，研究者安排之教學現場，其配置圖如下：

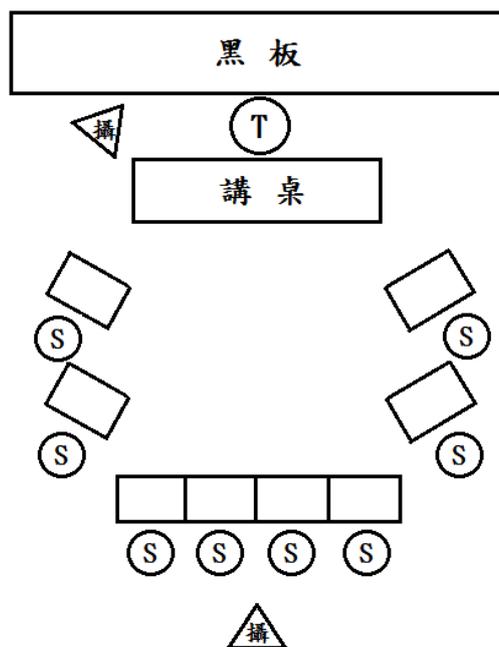


圖 3-1 教學現場配置圖

上圖中，T 代表阿正老師，S 代表八位參與的小麻雀，"攝" 代表攝影機所在位置。

### 第三節 研究工具

本研究考量研究的適合性，共用三種評量工具，對應待答問題三的第一個工具是教科書廠商南一書局提供之命題光碟的後測題試卷，由參與補救教學的學習者填寫，施測時間為放學後的第八節課。此試卷乃作為補救教學之前、後測、延後測的題本，去量測補救教學對後測和延後測表現的影響效果；第二個工具是「國小分數與小數的教學、學習與評量」(呂玉琴、李源順、劉曼麗和吳毓瑩，2009)書中，所發展的小數試題題庫，本研究稱為「劉氏小數題庫」，由參與補救教學的學習者填寫，施測時間為放學後的第八節課。此題庫同樣作為補救教學之前、後測、延後測的題本(詳見附錄五)，去量測補救教學對後測和延後測表現的影響效果，因其評量工具發展嚴謹，故具有良好的信效度。第三個工具是教育部的補救教學科技化評量網站進行的線上測驗，由六年級參與補救教學的學習者填寫，可讓研究者瞭解及追蹤學生在接受研究者設計之補救教學方案的教學模式後，從長期來看，學生的數學學業成就是否有進步。

## 第四節 小數除法補救教學行動流程

在行動研究歷程中，研究者參考 Ketterlin-Geller 等人(2008)的數學補救教學流程，以 Ketterlin-Geller 等人(2008)設計的 Extended Core 教學介入方案的架構為基礎，同時參考 Baker 等人(2002)提出的教學介入方法，並根據前導性研究中發現的問題，修改成適合本研究場域的數學補救教學教學的行動方案，同時，參照 Koehler 和 Grouws(1992)的數學的有效教學模型，融入 Borich (1994, 2004)有效教學的行為，並付諸行動。根據上述，本研究的小數除法補救教學的流程，依教學活動性質，分成診斷階段、教學階段和再補救階段，分述如下：

### 一、診斷階段

在進行補救教學流程前，先確認該課程單元是否已經在一般學校課堂中教學完畢，確認已教學完畢再進行流程。而在實施補救教學前，先實施前測，以診斷學生在學校課程的單元教學結束後，仍會產生的學習困難或迷思概念。

### 二、教學階段

補救教學的**首步**，由教師先說明課程的重點，並且概括說明每次上課的教材內容，以及在目前課堂中，教材如何延伸或回顧先前學過的相關內容。**其次**，根據前測中學生的數學學習困難或迷思概念，教師適當的採用具體物策略鼓勵學生參與，解釋解題程序，用多元表徵回顧正式課程中最新教的問題類型，以及透過發問引導討論。**第三個部分**，出一些類似的題目給學生引導式的練習機會，鼓勵學生放聲思考，教師則對學生的思考提供回饋，至此，若學生在學習中有些許的進步，例如能正確回答教師的數學問題，或是學會了某些概念或計算方法，教師應提供學生的父母關於子女在數學方面成功的訊息，以及鼓勵父母讚許那些成就，能夠潛在的讓學生成績進步。

### 三、再補救階段

在前測實施後兩個星期，進行後測，同時對後測中學生仍然產生困難或錯誤的概念，進行一對一的教學，並且，先從錯誤最少的學生開始教學，其他學生則先思考並嘗試訂正後測卷錯誤的地方，待第一位學生教學完，則請這位學生去幫忙教導後測卷最低分，錯誤最多的同學，以同儕輔導的方式合作解題，教師則繼

續進行錯誤第二少學生的一對一教學，依此類推，直到每位學生都進行完一對一教學為止。最後，教師再將此單元的概念作統整和回顧，再次澄清概念。

以下將上述流程，加上本研究需包含的有效教學行為，設計出本行動研究欲實施之小數除法補救教學流程，以下圖 3-2 示之：

有效教學行為：

- ① 架構
- ② 任務取向
- ③ 多樣化的教學
- ④ 引導學生投入學習過程
- ⑤ 教師的提問
- ⑥ 探索
- ⑦ 確保學生學習成功率
- ⑧ 授課清晰、明確
- ⑨ 使用學生意見
- ⑩ 教師情感

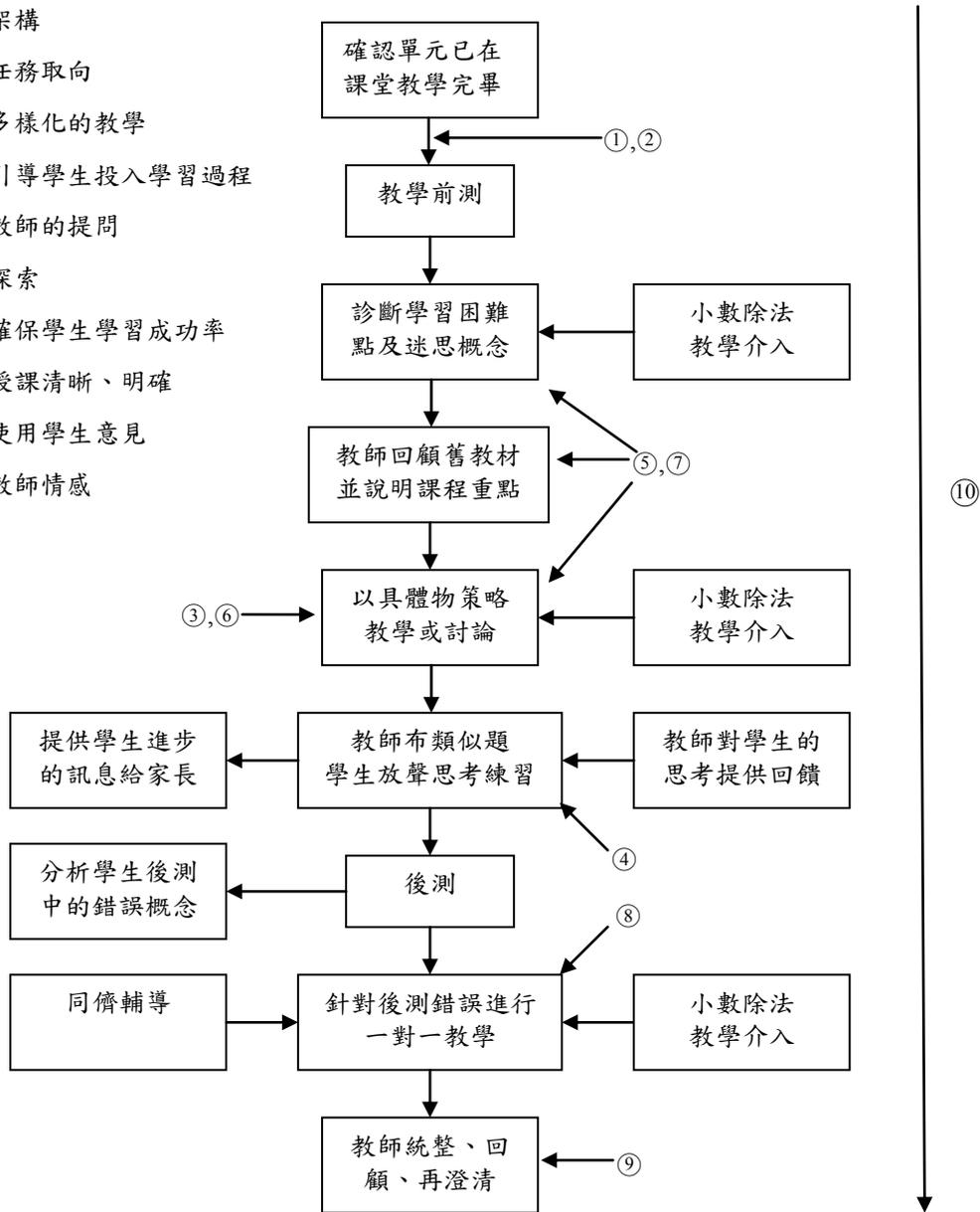


圖 3-2 小數除法補救教學流程圖(行動前)

## 第五節 資料蒐集與分析

本研究蒐集的資料，分成教師和學生兩部份，蒐集資料的方式是透過錄影方式紀錄、自己事後反省作紀錄、要求學生撰寫數學日記，以及進行學生訪談等方式。這些蒐集資料的方法，將可以協助教育行動研究者從不同的觀點角度，提供教育行動研究的參考資料（甄曉蘭，2003；蔡清田，2010）。以下說明資料蒐集的方向與其分析方法：

### 壹、研究資料蒐集

由於研究者的研究對象為六年級學生，因此研究者的前導性研究乃選取前一個學期的六年級學生作為研究對象，由此前導性研究蒐集得來的資料，主要是學生部份，將作為研究者在行動前修正教學介入的依據。而研究者的行動場域即為研究者任教的六年甲班，也就是資料蒐集的來源，包括學生的前後測、延後測、個別晤談、教學現場的錄影、學生的解題表現、學生的數學日記、一對一的教學記錄、研究者的教學札記以及專家諮詢紀錄。這些資料將成為研究者在行動前、行動中與行動後反思的來源。另外，為檢驗此方案下學生的轉變，研究者在行動研究方案結束後，繼續以同樣的教學方式進行補救教學課程，持續到學生六年級下學期學期結束為止，以學生在六年級下學期在教育部所屬的補救教學科技化評量網站的線上測驗結果，作為檢驗的工具。

#### 一、教師部份

##### （一）研究者的教學札記

研究者在教學過程中會透過反思，檢視自己做了什麼？什麼部分教學不夠清楚？還要再做什麼？在分析自我思考的過程中，可以幫助研究者了解目標與行動的適當性，以確保更好的教學成效（陳美玉，2000），並且對於學生的反應、教學歷程中的問題或對教學議題的想法和靈感，都能透過省思記錄下來（甄曉蘭，2003）。因此在每次教學後，研究者會將心得、有疑問之處或是暫時的結論記錄在教學札記中，而在記錄的過程中，便再一次進行自我反思，反思的結果將可作為於下一次補救教學行動策略的修正參考。另外，在研究期間，若有其他相關訊

息引起研究者對教學的不同想法，研究者也會以隨身筆記本反思記錄。

## （二）專家諮詢紀錄

在研究進行期間，經常會有料想不到的問題出現，若是從文獻或書籍得不到答案，與學校同事或數學輔導團夥伴討論仍沒有方向時，會再請教指導教授，指導教授的意見將是指引研究者進行下一步教學的重要參考。

## （三）與諍友的觀課討論紀錄

在本研究中，邀請王諍友和陳諍友擔任研究者的諍友，他們將從不同立場觀看研究者的教學，針對教學進行批判與建議。研究者預計從教學活動設計、實際教學情形和學生在課堂上的解題表現，與這二位諍友討論，幫助研究者從多元角度反思。

## 二、學生部份

### （一）前導性研究

研究者在行動研究開始前，先在前一個學期，以當時六年級參與補救教學的學生6位，作為前導性研究的對象，先進行微型的數學補救教學，由於研究者在前導性研究進行期間為五年級導師，因此本前導性研究乃利用中午午休時間，經六年級導師同意後，請學生到自然教室上課。因本校班級教室均在一樓，自然教室在二樓，故在前導性研究進行期間，很少有學生經過，減少了外在的干擾因素，學生上起課來也很專注。而在此課堂中，學生上課的反應、學習單、解題表現，均作為研究者修正教學計畫、教學介入等的依據。

### （二）學生的前測、後測與個別晤談

為了了解學生在平時課堂教學完後，補救教學前，學生可能有的迷思概念或原始想法，研究者在補救教學活動前以教科書廠商南一書局提供之後測題試卷，以及「劉氏小數題庫」（呂玉琴等人，2009）作為前測卷對學生施測，希望從學生的解題中了解他們仍存有的迷思或錯誤概念，以做為補救教學教學介入設計的參考依據。而在補救教學活動後，會以同樣的試題再對學生進行後測和延後測，以檢視補救教學活動是否幫助學生破除小數除法的迷思概念，並建立正確的小數除法相關概念，以進行行動後的反思。為了彌補學生在試卷上文字表達的不足，或是教學時遺漏的概念或訊息，將於每次教學後的隔天午休，進行學生的個別晤談（晤談大綱見附錄九）。

### （三）教學現場的錄影

在研究期間，由於研究者的學校沒有其他可支援教學錄影的人力，但卻又怕會遺漏學生部份或自己教學部分的訊息，因此研究者在教室前後各架一台攝影機，教室前的攝影機鏡頭對準學生，紀錄學生部份的反應，包含學生的放聲思考，教室後的攝影機則對準教師，紀錄教學活動。由於教學現場的狀況一瞬即逝，為了可以反覆檢視研究者在教學活動中的教學策略、引導、問話以及與學生之間的對談是否恰當，錄影資料可以提供研究者做為反思的依據。而為了掌握班上每個學生在每個布題的想法，研究者會請學生先放聲思考，再將解題記錄在A3白紙上，方便研究者在行間巡視時做初步的瀏覽外，也可以將學生的想法保存下來，以利於在課堂後延續討論或再教學，並作為資料分析之用。

### （四）學生的解題表現

學生在前、後測、延後測的解題表現，以及學校定期評量中小數除法部份的答題結果，和課堂學習單，為研究者在分析資料時的重要依據。

### （五）學生的數學日記

行動研究者在教學過程中，同時要扮演參與觀察者的角色，才能發現不同的教學策略對每個學生產生了什麼不同的作用，透過學生的自我描述資料，將有助於教學者掌握學生的學習反應、了解學生的學習困難（陳美玉，2000；甄曉蘭，2003）。由於課堂中若是讓每位學生發表自己的想法，將無法很有效率的進行教學活動，因此研究者會請學生針對課堂教學活動、學習單解題或是師生問答的情形，撰寫在數學日記上，再請學生寫下自己解題時的想法。因此數學日記能夠幫助學生重新回顧、統整課堂中所學，也可幫助研究者了解學生對於所教的內容，是否真正理解。因此透過數學日記，也能幫助研究者反思及修正教學，而為了能呈現學生最真實的想法，數學日記均在補救教學課後完成。

### （六）一對一的教學記錄

在後測結束後，研究者針對學生在後測卷中仍有錯誤之處，進行一對一的教學，目的是為了了解學生在補救教學後，是否仍有不懂之處或有迷思概念產生，並針對學生不懂之處再進行教學，在教學過程中則施以全程的錄影和錄音來蒐集資料。

### （七）教育部補救教學科技化線上評量

透過學校行政人員的支援，取得學生在教育部補救教學線上測驗系統五、六

年級的測驗結果，作為輔助檢驗學生在此方案實施後的轉變。

## 貳、研究資料分析

根據研究目的以及上述補救教學計畫的設計，研究者參考 Creswell 和 Plano Clark 於 2007 年提出的幾種混合研究方法(Creswell, J. W. & Plano Clark, V. L., 2007)，考量補救教學設計中不僅有量化的前後測成績，更有豐富的質性資料，需共同參照兩者才能充分了解學生真正的想法與教學效果，因此採用其中的質性與量化的混合方法，將質性資料與量化資料合併，再用以共同解釋資料，這對研究問題會有更佳的理解。

量化資料方面，以學生的前後測、延後測成績、教育部的補救教學科技化評量網站進行的線上測驗成績作為分析的依據。研究者在教學前後均做測驗，並根據學生的前後測、延後測成績，參照學習的教材內容，以描述統計方法，計算學生的在每張試卷的答對率，檢驗補救教學的影響效果。

質性資料方面，以學生的個別晤談、教學錄影中教師的教學活動與學生的反應、學生的放聲思考、學生的數學日記、學生的課堂學習單、研究者的教學反思等作為分析的依據，將蒐集來的資料轉成逐字稿後加以篩選、聚焦、轉化與編碼，進一步簡化資料。茲將資料編碼如表 3-4，以方便日後分類。

表 3-4 資料編碼說明表

編碼類別	意義	舉例說明
(T 月日札)	研究者的教學札記	(T 1004 札)表示 10 月 4 日研究者教學札記的資料
(A 月日諮)	專家諮詢記錄	(A1 1011 諮)表示 10 月 11 日向專家 A1 諮詢的資料
(V 月日諍)	與諍友的觀課討論記錄	(VA 1011 諍)表示 10 月 11 日與諍友 VA 的討論資料
(S 月日單)	學生學習單	(S 1011 單)表示 10 月 11 日當天學生 S 在學習單上留下的資料
(S 月日記)	學生的數學日記	(S 1011 記)表示 10 月 11 日當天學生 S 數學日記的資料
(S 月日錄)	教學現場的錄影轉錄資料	(S 1011 錄)表示 10 月 11 日當天學生 S 教學現場的錄影轉錄資料
(S 月日前後)	前測卷或後測卷答題結果	(S 1011 前)表示 10 月 11 日學生 S 前測卷的答題資料
(S 月日晤)	學生的個別晤談	(S 1011 晤)表示 10 月 11 日當天學生 S 的晤談資料
(S 月日對)	一對一教學記錄	(S 1011 對)表示 10 月 11 日當天學生 S1 的一對一教學資料

上述質性資料中，放聲思考是學生未曾嘗試過的方法，因此為了讓學生能在解題時，能確實把個人內心的想法說出來，以獲得最真實的資料，研究者將在研究開始前先實施二節課(80 分鐘)的放聲思考教學，以建立學生放聲思考的能力，提高研究結果的真實性。

在晤談方面，以學生在後測中錯誤的問題作為晤談的問題，深入追問學生的迷思概念或錯誤想法，然後經由原案分析了解學生的解題步驟。在晤談時，研究者參酌採用 Ginsburg(1997)提出的臨床晤談注意事項，以激發學生思考、了解學生內心真正想法。

綜合上述研究資料的蒐集與分析，將本研究的待答問題對應的引用資料蒐集來源，整理如表 3-5：

表 3-5 待答問題與引用資料來源對應表

對應資料 待答問題	教學札記 (T)	諮詢記錄 (A1)	諮詢記錄 (A2)	諮詢記錄 (A3)	與諍友的討論 記錄 (VA)	與諍友的討論 記錄 (VB)	學習單	數學日記	教學錄影	個別晤談	前測卷一	前測卷二	教育部線上測驗	後測卷一	後測卷二	一對一教學	延後測卷一	延後測卷二
1. 解題正誤情形	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V								
2. 補救教學行動方案	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
3. 學童的轉變	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
4. 教師的轉變	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V						V		
5. 補救教學介入模式	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

代號說明(資料來源來自參與者，其餘沒有代號的均來自學童)：T-阿正老師；A1-指導教授；A2-包老師；A3-數學輔導團；VA-王諍友；VB-陳諍友

從上表 3-5 可知本研究的每個待答問題，分別引用哪些資料來源來回答問題，達成本研究的目的。

## 第六節 行動研究流程

本研究採取行動研究，依據行動研究實施的程序、要素與原則(甄曉蘭，2003；蔡清田，2010；潘淑滿，2008)，透過文獻探討，找出學生在「小數除法」方面的問題，並擬定一系列的小數除法補救教學介入方案，然後將方案付諸行動。下圖為研究者參酌上述各家學者提出之行動研究流程，修正為本研究之行動研究流程：

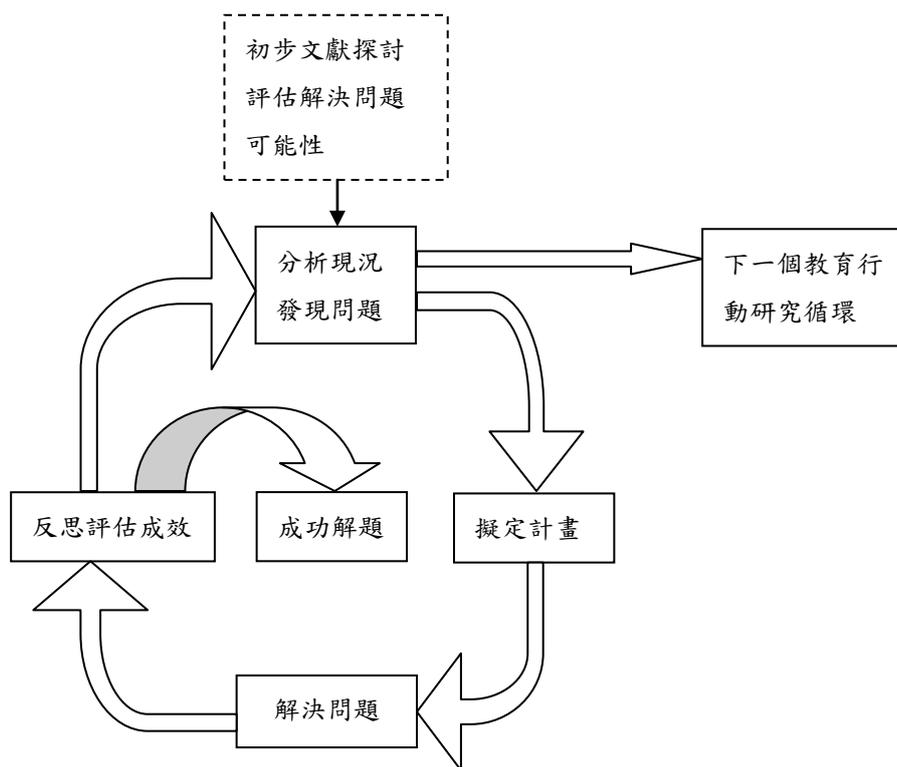


圖 3-3 數學補救教學行動研究流程圖

圖 3-3 中的第一步驟為研究者在補救教學現場，發現有時在教學後，低成就的學習者的學習成效仍不佳，因此為探究一個有效的數學補救教學模式，使補救教學更有成效，學生學得更好，乃作一初步之文獻探討，評估解決問題的可能性，接著擬定六年級小數除法單元作為本補救教學之課程方案。在正式實施方案之前，研究者先在研究實施的前一個學期，針對當時的六年級數學低成就學生實施此教學介入方案作為前導性研究。

## 第七節 研究效度與研究倫理

### 壹、研究效度

在量化資料的效度方面，前、後測及延後測主要是為了分析學生在前、後測及延後測的進退步情形，因此均採用後測題本作為前、後測及延後測施測的工具，而為了避免兩者題目相同會有練習效果，影響研究的內在效度，故前測、後測及延後測的時間間隔均為二星期。此外，參與研究的學生在課後均沒有參與校外補

習或安親班，家長因為做生意或農忙，在家無法教導子女，因此學生的學習表現完全由教師、學生來決定，增加研究的內在效度(Cook & Campbell, 1979)。

在質性資料方面，教育行動研究偏向要求其「內在效度」，亦即重視研究的可靠性或可信賴性；較不要求其「外在效度」，亦即不重視研究的普遍性(吳明隆，2001)。

由於教育行動研究屬於質性研究，而質性研究資料檢核方面建議採三角校正(triangulation)的方法(高敬文，1996)。Denzin(1978)提出四種增加質性研究效度的三角校正法(triangulation)，分別為資料來源的三角校正(data triangulation)、研究者的三角校正(investigator triangulation)、理論的三角校正(theory triangulation)和方法的三角校正(methodological triangulation)。在本研究中，研究者以Denzin(1978)的四種方法，結合甄曉蘭(2003)的行動研究效度建構圖，修改成本研究的效度建構過程圖如下圖：

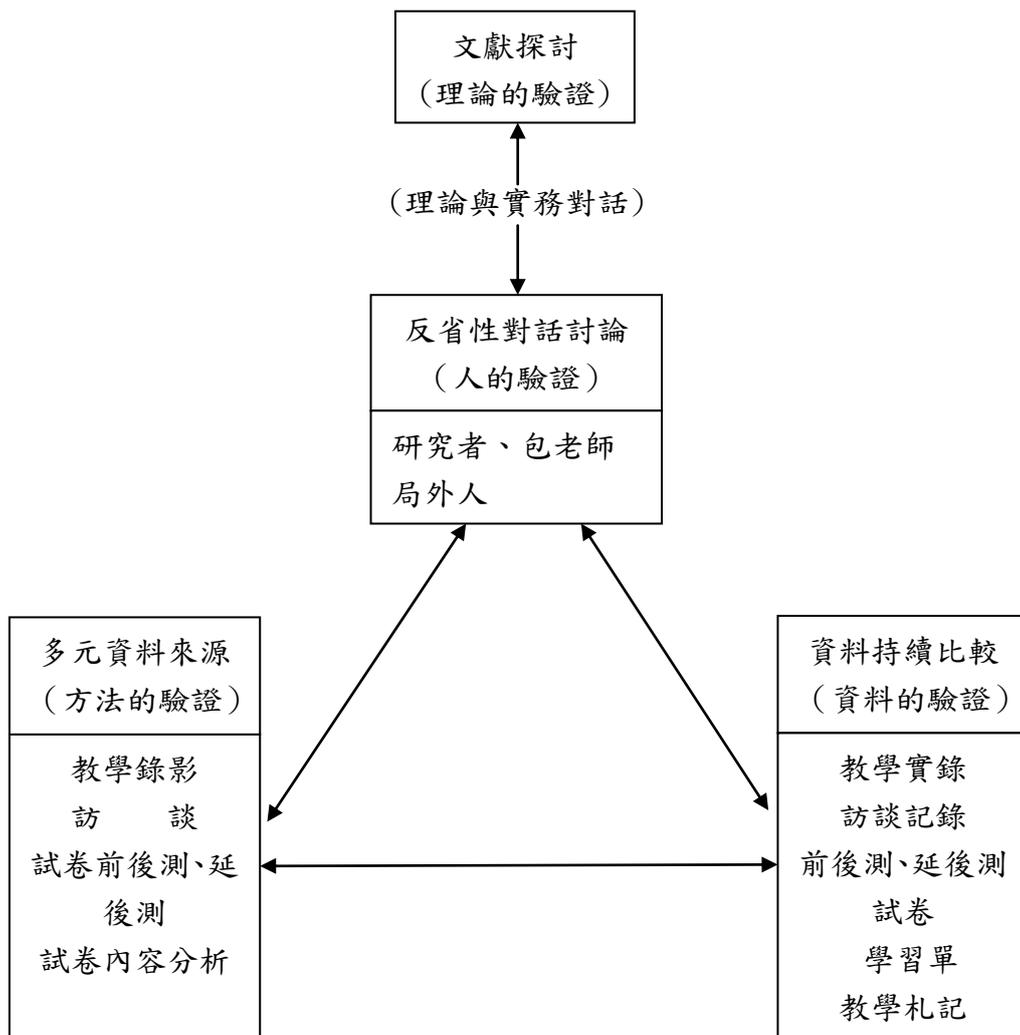


圖 3-4 研究效度建構過程圖

第一是資料來源的三角校正。本研究是進行小數除法一個單元的補救教學，為期三週，可從不同的時間點來檢驗資料來源的一致性。例如學生阿散在補救教學介入時，上台解題的解題策略如以下黑板上的記錄：

$$\begin{array}{r} 235 \\ 0.8 \overline{) 18.80} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 28 \phantom{0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

阿散

(阿散 1009 錄)

再對照阿散發表的想法來看，阿散對於除數(0.8)去掉小數點後，被除數(18.8)去掉小數點要移幾位，要不要補0，並不清楚，他的想法是：

「我不清楚18.8去掉小數點後要怎麼移動小數點，反正就覺得除數的小數點去掉後，被除數的小數點也要去掉，並補0」(阿散 1009 錄)

同時，檢驗阿散在課後數學日記中寫下的想法，如下：

今天的數學課，覺得哪裡困難，學得不好？

小數除以小數

(阿散 1009 記)

研究者從以上三種學生資料來源(黑板發表記錄、教學對話記錄、學生數學日記)可見，阿散對於小數除以小數的除法，在學習上感到困難，具有一致性。

第二是研究者的三角校正。由於研究者即為教學者和分析資料者，因此為了盡量避免受到自己主觀因素的影響，避免誤解原始資料，研究者將會聆聽不同分析者的看法，例如指導教授梁淑坤老師、數學輔導團夥伴(局外人)，以及同校教導高年級的包老師等，儘可能呈現出研究結果的真相。以阿正老師遇到困境一時的第一個行動研究循環為例，由於七小麻雀在解題時產生一些錯誤，因此阿正老師與指導教授梁老師討論教學中的問題，梁老師也針對小麻雀可能誤解題意的問題，提出分段佈題的建議：

梁老師：以前臺北有個鄔瑞香老師曾經提出佈題時要「分段佈題」，就是題目可以分段呈現並說明，可以幫助低成就學生的解題成功率，你可以試試看。(A1 1003 諮)

此外，為聆聽不同分析者的看法，阿正老師還與行動研究的合作夥伴包老師討論，尋求教學上的建議，包老師則針對「四捨五入」和「商算到\*位」學生容易混淆的部分提出如下的建議：

包老師：學生就是會常常搞混四捨五入和商算到第幾位，如果只用說的，或是只說明一次是不夠的，他們會忘記。建議你要用不同的方式說明，譬如用不同的教具說明，甚至給學生操作更好，而且解題的時候要常常提醒，以後才會記得。(A2 1003 語)

除了上述 2 位專家諮詢的意見外，研究者在假日與一位數學輔導團討論教學的過程中，這位數學輔導團的同仁對前述分段佈題的方法提出補充建議，如下：

輔導團員：分段佈題時，不要只有講解題意，最好要有故事性，才會引起小朋友的興趣，解題動機會比較強。(A3 1004 語)

經過以上梁老師(A1)、輔導團同仁(A3)對佈題的建議，及包老師(A2)對使用教具教學的建議，多方檢視與建議了阿正老師的教學策略。

**第三是理論的三角校正。**研究者先針對行動研究主題作文獻探討，並與上述不同分析者的對話討論作對照，使理論與實務對話，增進研究的效度。例如在以上的例子中，包老師對使用教具教學的建議，與許多文獻(呂玉琴等，2009；梁淑坤，2012；劉曼麗、侯淑芬，2008；Anthony & Walshaw, 2009; Borich,1994, 2004)提到教師要善用表徵和工具幫助學童思考，不謀而合，也促使阿正老師決定在下次教學時採用不同且適合的教具進行教學。

**第四是方法的三角校正。**在研究的過程中，研究者透過錄影、晤談、前後測和延後測試卷等方法蒐集資料，並將資料互相比對，以檢驗研究發現是否具一致性。例如：若學生的數學日記中沒有說出自己不了解的地方，如以下整數除以小數的資料：

今天的數學課，覺得哪裡困難，學得不好？

沒有

(漫漫 1006 記)

但在學習單及課後晤談中卻顯示對課堂中某個概念不了解，如以下資料：

**豆漿題：**早餐店煮好 84 公升的豆漿，每 0.4 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？

Handwritten work showing a division problem:  $84 \div 4 = 21$ . The student has written '漫漫' (Manman) below the calculation. To the left, there is a note 'A: 21 杯' (A: 21 cups) and a correction of the original work.

(漫漫 1006 單：除數去掉小數點後，被除數未補 0)

晤談記錄則如：

**豆漿題：**

漫漫：我不知道除數去掉小數點後，被除數要補 0 的原因，所以有時候我會忘記要補 0。(漫漫 1006 晤)

故由以上資料比對可知，若僅參考學生數學日記的結果解讀原始資料，便會有誤差，因此要多方面參照，以避免解讀時受到個人的偏見或主觀因素的影響。

## 貳、研究倫理

本研究是在研究者任教的班級中實施，由於研究者是班級導師，且是帶此班級第四年，與學生和家長十分熟悉，所以在教學進行中，學生不會隱瞞自己的想法，能夠與老師和同學分享自己對於小數除法的想法。在研究過程中，研究者要保持客觀，立場中立的蒐集各種資料，完整呈現事實，在分析資料時則不扭曲研究對象之原意。同時，為顧及研究的倫理問題，所有參與補救教學的學生均需經過家長同意方能納入，成為本研究之研究對象，家長同意書如附錄一。在呈現分析資料與學生對話時，所有研究對象均以化名代替真名，以保護研究對象（方德隆，2001；黃瑞琴，1991）。

在行政倫理方面，由於本研究是在學校場域中進行，因此必須考量學校行政的倫理。對於此點，因校長非常支持教師進修，因此對研究者在上班時間進修給予最大的支持。教學上，教導處賦予教師高度的自主權，對於教師進行補救教學的內容與上課方式，只要符合補救教學的目標，均不干涉，故對研究者在班級進行補救教學行動研究也給予很大的自由，教學工具的提供和測驗卷的影印均完全的支援，讓研究者有很大的彈性調整教學。此外，原本學校規定下午放學時，參與補救教學的學生也要一同參與放學，待導護老師報告完才能回教室上課，但如

此會影響本研究的課前準備，無法準時上課，因此在向校長、主任報備後，行政人員同意讓本研究中參與的學生不用參與放學，讓本研究得以順利進行。



## 第四章 研究結果與分析

根據五個待答問題，本研究結果將分成五個小節分別回答與討論，依序是：八隻小麻雀的小數除法解題正誤分析、阿正老師採取的行動、補救教學行動方案實施後學童之轉變、補救教學行動方案實施後教師之轉變、小數除法補救教學介入模式。

### 第一節 八隻小麻雀的小數除法解題正誤分析

本節針對待答問題一：「低成就學童的「小數除法」解題正誤情形為何？」，將8位學童在小數除法補救教學行動中，解題時的正確解法類型和錯誤解法類型，加以歸納分析整理。以下的分析，依表 3-3 補救教學方案計畫表的規劃，順序係：整數除以整數、小數除以整數、整數除以小數和小數除以小數等四個主題來探討。

#### 壹、整數除以整數（第一天）

補救教學的第一天，阿正老師先複習學生在五年級時學過的課程，在整數除以整數的解題中，小麻雀均全部解題正確，僅有2位小麻雀（小望、小隨）在商為小數且整除的題型中，計算正確但寫答時單位寫錯（8.5 錢、8.5 的錢），但此不是概念的錯誤，故小麻雀在此主題的表現很好。

在正確解法中，研究者分成兩種，一種是直接除法直式計算，例如

$$\begin{array}{r} 83 \\ 7 \overline{) 582} \\ \underline{56} \phantom{0} \\ 22 \phantom{0} \\ \underline{21} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{7} \phantom{0} \\ 30 \phantom{0} \\ \underline{28} \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ \underline{14} \phantom{0} \\ 60 \phantom{0} \\ \underline{56} \phantom{0} \\ 40 \phantom{0} \\ \underline{35} \phantom{0} \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{49} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \end{array}$$

$$4.83 \text{ 泡}^{\text{②}} \text{ 公斤}$$

，另一種是先依題意列出算式填充題，再用除法直式計算，例如

$$\begin{array}{l} ( ) \times 92 = 182 \quad 92 \overline{) 182} \\ 182 \div 92 \\ = 8.5 \\ A = 8.5 \text{元} \end{array}$$

## 貳、小數除以整數（第一天）

第一天的教學另一主題是小數除以整數，分成三種題型，第一種題型為「商是小數且整除」，小麻雀在此題型均全部答對，第二種題型為「用四捨五入法取商」，8 小麻雀中的 6 個小麻雀均答對，錯誤的 2 位小麻雀中，阿散是誤解小數點移位規則，除數是整數卻仍將被除數的小數點去掉，即被除數的小數點位置錯誤，如

$$\begin{array}{l} 17 \overline{) 0.50} \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 6 \end{array}$$

$17.142 \div 17.14$

$A: 1.42 \div 17.14$

，另一個錯誤的是阿噪，他是誤解以四捨五入法取商到小數第二位的語意，將商求到小數第二位就四捨五入（劉曼麗和侯淑芬，2008），如

$$\begin{array}{l} 0.5 \div 7 \\ = 0.1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0.07 \div 0.1 \\ 0.5 \\ \underline{0} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 1 \end{array}$$

$A: 0.1 \text{公噸}$

在正確解法上，「商是小數且整除」和「用四捨五入法取商」這兩種題型都分成兩種，一種是直接除法直式計算，另一種是先依題意列出算式填充題，再用除法直式計算。第三種題型為「將商算到整數，並寫出餘數」，只有 1 個小麻雀解題正確，採用直接除法直式計算的策略，如

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \\ 19 \end{array}$$

A = 4公升, 1.9公升, 其餘7個小麻雀的錯誤則有「誤解題意, 商的位數弄錯」,

如

$$13.9 \div 3 = 4.6 \dots 0.2$$

$$A: 4.6 \text{ 公升剩 } 0.2 \text{ 公升}$$

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.2 \end{array}$$

阿應

(商算到整數), 「商的小數點位置錯誤」, 如

$$13.9 \div 3 = 46$$

$$= 46 \text{ 公升剩 } 0.1 \text{ 公升}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ 3 \overline{) 139} \\ \underline{12} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.1 \end{array}$$

阿噪

, 「被除數的小數點位置錯誤」, 如

$$17 \overline{) 0.50}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 0.50} \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{20} \\ 8 \end{array}$$

$$17.142 \div 17.14$$

$$A: 1.42 \div 17.14$$

和「餘數寫錯」, 如

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \\ 19 \end{array}$$

A: 4公升, 1公升

小王

等以上四種 (劉曼麗和侯淑芬, 2008)。

參、整數除以小數（第二天、第三天）

在此主題中，課堂學習單的題型分成四種，分別是「整除且商是整數」、「整除且商是小數」、「用四捨五入法取商」及「將商算到小數第一位，並寫出餘數」。

在「整除且商是整數」的題型中，正確解法有二種，一種是被除數為整數時，未將整數隱藏的小數點點上就補 0，如

$$\begin{array}{r} 210 \\ 0.4 \overline{) 840} \\ \underline{840} \\ 0 \end{array}$$

64  $\div$  0.4 = 210  
A: 210 杯

，另一種是先點上整數隱藏的小數點，將小數點移動的軌

跡畫出後補 0，如

$$\begin{array}{r} 84 \div 0.4 \\ = 210 \\ \begin{array}{r} 210 \\ 0.4 \overline{) 84.0} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array} \end{array}$$

A: 210 杯

。至於錯誤解法則有二種，一種是當除數的小數點去掉後，

結果被除數未補 0，如

$$\begin{array}{r} 21 \\ 0.4 \overline{) 84} \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

84  $\div$  0.4 = 21  
漫漫

，另一種是當除數的小數點去掉後，被除數

隱藏的小數點雖點出，但未去掉並移位，如

$$\begin{array}{r} 150 \\ 0.8 \overline{) 1200} \\ \underline{8} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

阿散  
A: 15.0 杯

。

在「整除且商是小數」的題型中，正確解法僅一種，即被除數為整數時，未將整數隱藏的小數點點上就補0，如

$$\begin{array}{r}
 210 \\
 0.4 \overline{) 840} \\
 \underline{840} \\
 0
 \end{array}$$

$84 \div 0.4 = 210$   
 A: 210杯

，錯誤解法有二種，一種是商僅計算到整數，仍有餘數未除盡即寫答，如

$$\begin{array}{r}
 37 \\
 0.4 \overline{) 150} \\
 \underline{12} \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 2
 \end{array}$$

$15 \div 0.4 = 37 \dots 2$   
 漫漫

A: 37...2包

，另一種是當除數的小數點去掉後，結果被除數未補0，錯誤應用小數除法規則，如

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 0.4 \overline{) 84} \\
 \underline{8} \\
 4 \\
 \underline{4} \\
 0
 \end{array}$$

$84 \div 0.4 = 21$   
 漫漫

在「用四捨五入法取商」的題型中，正確解法有二種，除了未將整數隱藏的小數點點上就補0兩種都有之外，一種是將減法借位和四捨五入的計算軌跡清楚呈現，如

$$62 \div 0.9$$

$$= 68.88$$

$$0.9 \overline{) 62.00}$$

$$\underline{54}$$

$$80$$

$$\underline{72}$$

$$80$$

$$\underline{72}$$

$$80$$

$$\underline{72}$$

$$80$$

A 約 68.9 分鐘

，另一種則是在計算中未作任何記號即計算寫答案，如

$$15 \div 0.4$$

$$= 37.5$$

$$0.4 \overline{) 15.0}$$

$$\underline{12}$$

$$30$$

$$\underline{28}$$

$$20$$

$$\underline{20}$$

$$0$$

A = 37.5 包

。錯誤解法只有一種，為商的小數點位置錯誤（劉曼麗和侯

淑芬，2008），如

$$0.9 \times 7 = 62$$

$$0.9 \overline{) 62}$$

$$\underline{54}$$

$$80$$

$$\underline{72}$$

$$80$$

$$\underline{72}$$

$$8$$

漫漫  
漫漫

A 約 6.8 分鐘

在「將商算到小數第一位，並寫出餘數」的題型中，正確解法有三種，第一種是寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點，如

$$\begin{array}{r}
 54.3 \\
 23 \overline{) 1250} \\
 \underline{115} \phantom{0} \\
 100 \phantom{0} \\
 \underline{92} \phantom{0} \\
 80 \\
 \underline{69} \\
 0.11
 \end{array}$$

阿散

A: 54.3 段 50.11 公分

，第二種是將被除數小數點的移動軌跡清

楚呈現，並在寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點，如

$$\begin{array}{r}
 36.1 \\
 63 \overline{) 470} \\
 \underline{39} \phantom{0} \\
 80 \\
 \underline{78} \\
 20 \\
 \underline{13} \\
 0.07
 \end{array}$$

A: 36.1 段 0.07 公分

，第三種是直接列計算式，並以算則計算，如

$$\begin{array}{r}
 47 \div 63 \quad 63 \overline{) 470} \\
 = 36.1 \dots 0.07 \\
 \begin{array}{r}
 36.1 \\
 \underline{39} \\
 80 \\
 \underline{78} \\
 20 \\
 \underline{13} \\
 0.07
 \end{array}
 \end{array}$$

。錯誤解法只有一種，因計算中的餘數未對齊而點錯餘

數的小數點，如

$$\begin{array}{r}
 54.3 \\
 23 \overline{) 1250} \\
 \underline{115} \phantom{0} \\
 100 \phantom{0} \\
 \underline{92} \phantom{0} \\
 80 \\
 \underline{69} \\
 0.11
 \end{array}$$

漫  
漫

A: 54.3 段 0.11 公分。

#### 肆、小數除以小數（第四天、第五天）

在此主題中，課堂學習單的題型分成四種，分別是「整除且商是整數」、「整除且商是小數」、「用四捨五入法取商」及「將商算到小數第一位，並寫出餘數」。

在「整除且商是整數」的題型中，小麻雀在此題型均全部答對，其正確解法有二種，一種是直接除法直式計算，另一種是先依題意列出算式填充題，再用除法直式計算。

在「整除且商是小數」的題型中，正確解法有三種，第一種是直接除法直式計算，第二種是先依題意列出算式填充題，再用除法直式計算，第三種是除了直接除法直式計算外，還將被除數小數點的移動軌跡清楚呈現，如

$$\begin{array}{r} 91.5 \\ 0.4 \overline{) 36.60} \\ \underline{364} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

A: 91.5 杯

。錯誤解法只有一種，即被除數的小數點位置錯誤，如

$$\begin{array}{r} 235 \\ 0.8 \overline{) 18.80} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 28 \\ \underline{24} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

漫漫  
A: 235 分鐘。

在「用四捨五入法取商」的題型中，正確解法有三種，第一種是直接除法直式計算，第二種是先依題意列出算式填充題，再用除法直式計算，第三種是先依題意列出算式填充題，在直式計算中，畫出被除數小數點移位的軌跡，如

$$(\quad) \times 0.3 = 35.6$$

$$35.6 \div 0.3$$

$$= 118.7$$

$$\begin{array}{r} 118.66 \\ 0.3 \overline{) 35.6} \\ \underline{30} \phantom{0} \\ 56 \\ \underline{54} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 20 \end{array}$$

A: 約 118.7 分鐘

。錯誤解法有二種，一種是商的小數點位置錯誤，如

$$46.11 \div 0.6 = 118.3$$

$$\begin{array}{r} 118.33 \\ 0.6 \overline{) 46.11} \\ \underline{42} \phantom{00} \\ 41 \phantom{0} \\ \underline{42} \phantom{0} \\ 50 \\ \underline{48} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 20 \end{array}$$

A: 約 118.3 包  
阿散

，另一種是誤解題意，將商的位數算錯，如

$$\begin{array}{r} 118.33 \\ 0.6 \overline{) 46.11} \\ \underline{42} \phantom{00} \\ 41 \phantom{0} \\ \underline{42} \phantom{0} \\ 50 \\ \underline{48} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 20 \end{array}$$

漫漫  
A: 約 78 包。

在「將商算到小數第一位，並寫出餘數」的題型中，正確解法有三種，第一種是寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點，如

$$\begin{array}{r} 54.3 \\ 2 \overline{) 1250} \\ \underline{115} \phantom{0} \\ 100 \\ \underline{92} \phantom{0} \\ 80 \\ \underline{69} \phantom{0} \\ 11 \end{array}$$

阿散  
A: 54.3 50.11 公分

，第二種是將被除數小數點的移動軌跡清楚呈現，並在寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點，如

$$\begin{array}{r}
 36.1 \\
 \hline
 13 \overline{) 472} \\
 \underline{39} \phantom{0} \\
 80 \\
 \underline{78} \\
 20 \\
 \underline{13} \\
 007
 \end{array}$$

A: 36.1 段, 0.07 公

，第三種是將直式除法中的數字寫正對齊計算，如

$$\begin{array}{r}
 36.1 \\
 \hline
 13 \overline{) 472} \\
 \underline{39} \phantom{0} \\
 80 \\
 \underline{78} \\
 20 \\
 \underline{13} \\
 007
 \end{array}$$

A: 36.1 段, 0.07 公

。錯誤解法有三種，第一種是因計算中的餘數未對齊而

點錯餘數的小數點，如

$$\begin{array}{r}
 543 \\
 \hline
 23 \overline{) 250} \\
 \underline{46} \phantom{0} \\
 100 \\
 \underline{92} \\
 80 \\
 \underline{69} \\
 11
 \end{array}$$

A: 54.3 段, 11 公

，第二種是未將餘數點上小數點(劉曼麗和侯淑芬, 2008)，

如

$$\begin{array}{r}
 396 \\
 \hline
 17 \overline{) 7520} \\
 \underline{51} \phantom{0} \\
 183 \\
 \underline{171} \\
 120 \\
 \underline{144} \\
 6
 \end{array}$$

漫漫

A: 39.6 段, 剩下 6 公

，第三種是商的小數點位置錯誤(劉曼麗和侯淑芬，

2008)，如

$$\begin{array}{r} 88.9 \\ 4 \overline{) 409.0} \\ \underline{368} \\ 410 \\ \underline{368} \\ 420 \\ \underline{414} \\ 60 \end{array}$$

漫漫

① A: 88.9分鐘 ② 0.06公升。

從以上對整數除以整數、小數除以整數、整數除以小數和小數除以小數等四個主題的正確和錯誤解法類型整體來看，學生的正確解法類型可歸納包含以下幾種：

$\begin{array}{r} 8.5 \\ 92 \overline{) 782} \\ \underline{736} \\ 460 \\ \underline{460} \\ 0 \end{array}$ <p>A: 8.5元</p>	$\begin{array}{r} 8.5 \\ 92 \overline{) 782} \\ \underline{736} \\ 460 \\ \underline{460} \\ 0 \end{array}$ <p>A: 8.5元</p>	$\begin{array}{r} 8.5 \\ 7 \overline{) 582} \\ \underline{56} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 1 \end{array}$ <p>A: 8.3元 1公升</p>
直接列計算式，並以算則計算	先以算式填充題記錄，再列計算式，並以算則計算	不列計算式，直接以算則計算
$\begin{array}{r} 210 \\ 64 \overline{) 840} \\ \underline{840} \\ 0 \end{array}$ <p>64 ÷ 0.4 = 210 A: 210杯</p>	$\begin{array}{r} 210 \\ 0.4 \overline{) 84.0} \\ \underline{840} \\ 0 \end{array}$ <p>A: 210杯</p>	$\begin{array}{r} 54.3 \\ 23 \overline{) 1250} \\ \underline{115} \\ 100 \\ \underline{92} \\ 80 \\ \underline{69} \\ 11 \end{array}$ <p>阿散 A: 54.3元 0.11公升</p>
被除數為整數時，未將整數隱藏的小數點點上就補0	被除數為整數時，先點上小數點，將小數點移動的軌跡畫出後補0	寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點
$\begin{array}{r} 36.1 \\ 47 \overline{) 470} \\ \underline{39} \\ 80 \\ \underline{78} \\ 20 \\ \underline{13} \\ 0.07 \end{array}$ <p>A: 36.1段 0.07公升</p>	$\begin{array}{r} 91.5 \\ 0.4 \overline{) 3660} \\ \underline{364} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$ <p>A: 91.5杯</p>	$\begin{array}{r} 36.1 \\ 47 \overline{) 470} \\ \underline{39} \\ 80 \\ \underline{78} \\ 20 \\ \underline{13} \\ 0.07 \end{array}$ <p>A: 36.1段 0.07公升</p>
將直式除法中的數字寫正對齊計算	畫出被除數小數點移位的軌跡	呈現被除數小數點的移動軌跡，寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點

將減法借位和四捨五入的計算軌跡呈現		

雖然阿正老師在課堂上要求學生要寫正和劃線對齊，或是透過手指對齊，但並非所有的學童都能做到。就以上正確解法類型來探討，研究者發現字體工整的學童，在點餘數的小數點時，都不劃線對齊被除數的小數點，而字體歪斜的學童則有部份會劃線對齊被除數的小數點，故若部份字體歪斜的學童都能遵照老師的要求，寫正和劃線對齊，應可避免小數點點錯的情形發生。

至於學生的**錯誤解法類型**，若僅從解題記錄來分析，則可歸納包含以下幾種：

被除數小數點位置錯誤	商的小數點位置錯誤	四捨五入錯誤（四捨五入取商到小數第二位）
誤解題意，商的位數弄錯（商算到整數）	餘數寫錯	被除數未補 0

$\begin{array}{r} 37 \\ 2 \overline{)150} \\ \underline{13} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 6 \end{array}$ $15 \div 0.4 = 37 \dots 2$ 漫漫 A: 37...2包	$\begin{array}{r} 396 \\ 6 \overline{)17580} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 57 \phantom{0} \\ \underline{54} \phantom{0} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$ 漫漫 A: 39.6段 剩下6公	$\begin{array}{r} 150 \\ 0.8 \overline{)1200} \\ \underline{8} \phantom{00} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$ 阿散 A: 15.0杯
計算未完成 (可整除)	未將餘數點上小數點	除數的小數點去掉後，被除數隱藏的小數點雖點出，但未去掉並移位
$\begin{array}{r} 543 \\ 2 \overline{)1250} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 15 \phantom{0} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$ 漫漫 漫漫 A: 54.3段 11公分		
因計算中的餘數未對齊而點錯餘數的小數點		

就以上錯誤解法類型來看，有些錯誤是較為複雜的，還要透過晤談確認學童的錯誤想法，因此研究者僅從學童的表面的解題記錄分析，作大致的歸類，至於詳細的錯誤分析，會在下一節深入探討。

## 第二節 阿正老師採取的行動

本節針對待答問題二：「如何設計與實施小數除法單元補救教學行動方案？」，研究者以下將依據數學補救教學行動研究歷程，先在教學過程中發現問題，接著擬定教學計畫，然後依計畫解決問題，接著透過反思、檢討並評估教學成效，若教學效果不佳，則修正教學，再進行下一個教學行動研究循環。另外，在以下教學行動中，若應用到 Borich (2004) 的有效教學行為部份，則在其後以括號及粗黑體註記。以下將行動研究中發現的問題四個與解決問題的過程，依上述教學行動研究循環，探討如下。

## 壹、困境一：都是兩種小數除以整數的題目在作怪

阿正老師在困境一中發現的問題，經過擬定計畫、解決問題和反思評估的行動研究循環，最終解決了問題。其循環圖如下所示：

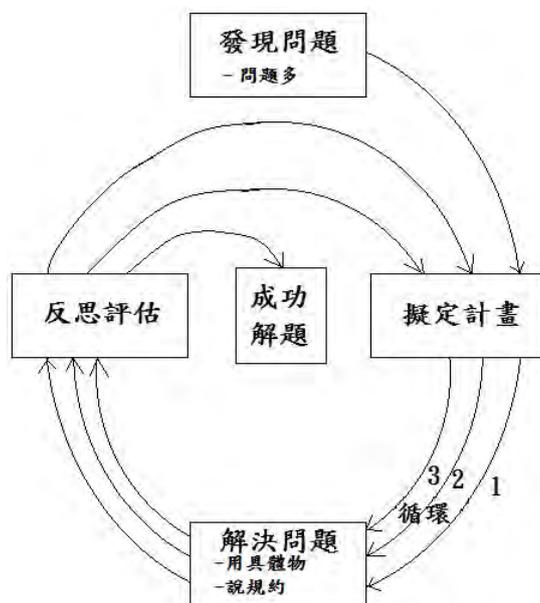


圖 4-1 困境一行動研究循環圖

由上圖 4-1 可知，困境一乃是發現一個問題，經過三次行動研究循環才解決問題的過程，詳細說明如下：

### 一、發現問題-問題多：皇天不負苦心人，原來小數除以整數的計算出了問題（循環 I）

阿正老師如何找出問題產生之處？他是經過他的反省札記、學生的日記、學習單，甚至與學生的晤談等四種資料來探討，以下是他尋找問題的過程。

首先用前測來看，除了阿應外，其他七小麻雀在前測的答對率都不理想，到底學生的問題在哪？是五年級學過的小數除法部分，還是六年級新教的小數除法部分有問題？阿正老師教學札記有如下的敘述：

學生對於「整數 $\div$ 整數，商是小數，整除（荖葉題： $782\div 92=8.5$ ）」、「整數 $\div$ 整數，商是整數，寫出餘數（白米題： $582\div 7=83\cdots 1$ ）」的問題，普遍都能正確解出答案，……，對於「小數 $\div$ 整數，整除（彩帶題： $0.8\div 4=0.2$ ）」的問題，……，學生都能正確操作解題……。但學生對於「小數 $\div$ 整數，以四捨五入法取商到小數第二位（水泥題： $0.5\div 7\approx 0.07$ ）」和「小數 $\div$ 整數，商算到整數，寫出餘數（果汁題： $13.9\div 3=4\cdots 1.9$ ）」的問題，錯誤的學生就較多了。（T 1003 札）

從以上資料可知，學生對於五年級學過的「整數÷整數，商是小數，整除」、「整數÷整數，商是整數，寫出餘數」和「小數÷整數，整除」，在計算和題意理解上沒有問題，但在「小數÷整數，以四捨五入法取商到小數第二位」和「小數÷整數，商算到整數，寫出餘數」的問題，錯誤較多，尤其是「小數÷整數，商算到整數，寫出餘數」的題型，八位中有七位學童寫錯，只有阿真是對的，以小望和阿應的數學日記為例，可得到印證：

2. 今天的數學課，覺得哪裡困難，學得不好？

小數÷整數的列式。  
和四捨五入，求到商的算式，不知道怎麼寫。

(小望 1003 記)

2. 今天的數學課，覺得哪裡困難，學得不好？

小數法的小數黑點不知道黑點那  
除

(阿應 1003 記)

從小望和阿應的日記中可知，解題錯誤的七小麻雀在「小數÷整數，商算到整數，寫出餘數」的問題，產生許多困難，以下是七小麻雀學習單上的解題記錄：

果汁題：商人賣果汁，將 13.9 公升的檸檬汁，全部分裝成 3 瓶，每瓶裝的一樣多，請問每瓶可裝幾公升？剩下幾公升？（商算到整數）

$$13.9 \div 3 = 4.6 \dots 0.2$$

$$A: 4.6 \text{ 公升剩 } 0.2 \text{ 公升}$$

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.2 \end{array}$$

阿應

阿應 1003 單

$$\begin{array}{r} 4.63 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.9 \\ \underline{0.9} \\ 0 \end{array}$$

漫漫

$$A: 4.6 \text{ 公升 } 0.1 \text{ 公升}$$

漫漫 1003 單

$$(\quad) \times 3 = 13.9$$

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.9 \end{array}$$

阿布

$$A: 4.6 \text{ 公升 } 0.1 \text{ 公升}$$

阿布 1003 單

$$13.9 \div 3 = 4.6 \dots 0.1$$

$$A: 4.6 \text{ 公升剩 } 0.1 \text{ 公升}$$

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.9 \end{array}$$

阿噪

阿噪 1003 單

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.9 \end{array}$$

阿散

$$A: 4.6 \text{ 公升 } 0.1 \text{ 公升}$$

阿散 1003 單

$$\begin{array}{r} 4.6 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 0.9 \end{array}$$

小隨

$$A: 4.6 \text{ 公升 } 0.1 \text{ 公升}$$

小隨 1003 單

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 13.9} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 10 \end{array}$$

11.4公升.1公升  
小望

### 小望 1003 單

從以上七小麻雀的解題記錄中，可看出七種不同的錯誤解法，但仍不能斷定學生真正的想法，因此阿正老師透過晤談，仔細探求學生的想法，有如下的晤談記錄：

**阿應：**(阿應 1003 晤)

我以為商取到個位的意思，是跟四捨五入一樣，所以商算到個位的下一位，就是小數第一位。

**漫漫：**(漫漫 1003 晤)

T：你是依據什麼理由來決定去掉小數點呢？

S：不管是除數還是被除數，只要有小數點就要去掉。

T：題目說商算到整數，你為什麼要算到小數第一位？

S：我以為題目的意思就是要四捨五入。

T：那餘數 1 是表示什麼？

S：算出來的餘數，就是剩下的公升數。

**阿布：**(阿布 1003 晤)

T：題目說商算到整數，你為什麼要算到小數第一位？

S：商取到整數，就是要算到小數第一位，跟四捨五入一樣。

T：為什麼算式中的餘數是 1，跟答案不一樣呢？

S：寫餘數時，小數點要對下來，我的計算上沒寫，可是我知道，所以寫答的時候有寫。

**阿噪：**(阿噪 1003 晤)

我知道商的地方要點小數點，是忘記點了，餘數我就有點。

**阿散：**(阿散 1003 晤)

T：題目說商算到整數，你為什麼要算到小數第一位？

S：我不知道商算到整數的意思，所以商的地方看是算到小數第一位或第二位都可以，但是因為題目有問剩下幾公升，所以就算到小數第一位就好。

T：那餘數 1 是表示什麼？

S：算出來的餘數 1，就是剩下的 1 公升。

**小隨：**(小隨 1003 晤)

我知道商的地方要點小數點，是忘記點了。餘數也是，我知道餘數要點小數點，應該是剩下 0.1 公升，上課時我是急著要寫答，就忘記點小數點了，也沒有注意到商的單

位是公升，寫太快了。

小望：(小望 1003 晤)

T：為什麼 13.9 的 9 計算時沒有用到？

S：因為題目是說商求到整數，9 是小數部分了，所以不用算，也不用放下來當餘數。

皇天不負苦心人，原來上面小數除以整數的錯誤情形，經過四種資料的探討，阿正老師終於找到小麻雀的問題所在。以下行動研究者將七小麻雀的錯誤類型歸納分為除數和被除數、商、餘數等三部分，並在其後透過行動研究的流程來探討解決問題的過程。

### (一) 除數和被除數：

不管是除數還是被除數，只要有小數點就要去掉。

### (二) 商：

商取到個位跟四捨五入一樣，所以商要算到小數第一位。

商忘記點上小數點。

不知道商算到整數的意思。

### (三) 餘數：

算出來的餘數，就是剩下的量。

忘記點小數點。

商求到整數，被除數的小數部分不用算，不用寫在餘數。

除了歸納出以上小麻雀的問題外，從晤談記錄也可看出，部份小麻雀也有可能是誤解題意，而產生許多的錯誤，面對這些可能性，阿正老師於是尋求專家諮詢，期望找到解決之道。

## 二、擬定計劃：改變佈題及善用教具解題（循環 I）

由於七小麻雀在解題時產生上述的錯誤，因此阿正老師與指導教授梁老師討論教學中的問題，梁老師也針對小麻雀可能誤解題意的問題，提出分段佈題的建議：

梁老師：以前臺北有個鄔瑞香老師曾經提出佈題時要「分段佈題」，就是題目可以分段呈現並說明，可以幫助低成就學生的解題成功率，你可以試試看。(A1 1003 諮)

此外，阿正老師還與行動研究的合作夥伴包老師討論，尋求教學上的建議，包老師則針對「四捨五入」和「商算到\*位」學生容易混淆的部分提出如下的建議：

包老師：學生就是會常常搞混四捨五入和商算到第幾位，如果只用說的，或是只說明一次是不夠的，他們會忘記。建議你要用不同的方式說明，譬如用不同的教具說明，甚至給學生操作更好，而且解題的時候要常常提醒，以後才會記得。(A2 1003 語)

除了上述 2 位專家諮詢的意見外，研究者在假日與一位數學輔導團討論教學的過程中，這位數學輔導團的同仁對前述分段佈題的方法提出補充建議，如下：

輔導團員：分段佈題時，不要只有講解題意，最好要有故事性，才會引起小朋友的興趣，解題動機會比較強。(A3 1004 語)

經過梁老師、輔導團同仁對佈題的建議，及包老師對使用教具教學的建議，並且許多文獻(呂玉琴等，2009；梁淑坤，2012；劉曼麗、侯淑芬，2008；Anthony & Walshaw, 2009; Borich, 1994, 2004)亦提到教師要善用表徵和工具幫助學童思考，是有效教學原理之一，於是阿正老師決定在下次教學時改變佈題方式，並採用不同且適合的教具進行教學。

### 三、解決問題：逐句呈現資料及使用古氏積木教學（循環 I）

根據以上專家的諮詢意見，阿正老師修改下次上課的佈題方式為分段佈題（Borich:確保學生學習成功率），利用微軟公司簡報軟體的功能，將題目中以逗號隔開的每個斷句，以滑鼠按鍵控制，逐句呈現，而在斷句呈現的同時，阿正老師用故事融入方式逐句說明題意（引導學生投入學習過程），並使用古氏積木作為教具（多樣化的教學），將一條橘色積木當作單位量 1，透過師生對話（教師的提問；使用學生意見），確認一個白色積木代表 0.1 後，再從問題情境中說明小數除法算則的數學概念，有如下教學中的師生對話：

**豆漿題：**早餐店煮好 84 公升的豆漿，每 0.4 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？

T：如果這一條橘色代表 1 公升(手拿 1 條橘色積木)，那麼這一個白色積木(手拿 1 個白色積木)，是幾公升？

S：0.1 公升。

T：那麼 1 公升(手指著 1 條橘色積木)，是幾個 0.1 公升(手指 1 個白色積木)合起來的？

S：10 個。

T：所以除數的小數點去掉的意思，就是換成幾個 0.1 公升，被除數也要換成幾個 0.1 公升，這就是為什麼被除數要補一個 0。

(S 1006 錄)

但此教學方式並非對每位學生都有效，阿正老師的教學札記有如下的記錄：

今天教學時，覺得學生的反應很好，只有漫漫因為解題錯誤而在表情上顯現出不快樂。

(T 1006 札)

從以上漫漫的反應來看，漫漫似乎對自己的能力沒有信心，在李宜玫（2012）的研究中屬於「習得無助」的學生，因此教師需要給漫漫更多的鼓勵與支持。再從學習單上的解題記錄來看，漫漫對於小數除法的計算，仍然一知半解，記錄如下：

豆漿題：早餐店煮好 84 公升的豆漿，每 0.4 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？

$$\begin{array}{r} 21 \\ 0.4 \overline{)84} \\ \underline{84} \\ 0 \end{array}$$
$$84 \div 0.4 = 21$$

漫漫

A: 21杯

(漫漫 1006 單：除數去掉小數點後，被除數未補 0)

洛神花題：農人採收了 15 公斤的洛神花，每 0.4 公斤裝成一包，全部裝完，可裝成幾包？

$$\begin{array}{r} 37 \\ 0.4 \overline{)150} \\ \underline{12} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 2 \end{array}$$
$$15 \div 0.4 = 37 \text{ r } 2$$

漫漫

A: 37...2包

(漫漫 1006 單：未繼續除盡即寫答)

根據漫漫的解題記錄，研究者對漫漫進行晤談，以進一步了解漫漫解題錯誤的原因，晤談記錄如下：

#### 豆漿題：

漫漫：我不知道除數去掉小數點後，被除數要補 0 的原因，所以有時候我會忘記要補 0。

(漫漫 1006 晤)

#### 洛神花題：

T：為什麼你在前一題（豆漿題）的被除數沒有補 0，在這題卻又知道要補 0？

S：因為豆漿題中，如果補 0，就好像算不完。

T：那這題（洛神花題）中，你是一開始除數的小數點去掉就補 0，還是因為算不完才補 0 的？

S：去掉除數的小數點後，馬上就在被除數後面補 0 了。

(漫漫 1006 晤)

從以上兩題的晤談內容可知，漫漫在去掉除數的小數點後，無法確定被除數要不要補 0，只憑自己的感覺，而有 2 種不同的做法，於是研究者再繼續追問，對話如下：

T：如果是像第一題一樣，因為算不完所以不要補 0，那你怎麼知道去掉除數的小數點後，被除數後面馬上要補 0？

S：第一題我是一開始就看到可以整除，所以就不補 0，第二題是一開始就覺得 15 除以 4 不能整除，所以就在 15 的後面補 0。

T：所以你從開始計算時，就在 15 後面補 0，然後就看成是 150 除以 4 來算嗎？

S：對。

T：所以在計算時，你有想到 15 的後面其實有小數點嗎？

S：沒有想到。(漫漫 1006 晤)

從以上對話可見，原來漫漫判斷被除數是否補 0 的標準，竟是以一開始判斷算式能否整除來決定是否補 0，而忽略被除數是整數時，小數點其實隱藏在個位的後面，可見漫漫在小數點移動規則的概念上仍有迷思，需進一步反思後進行下一次的教學循環以解決問題。

#### 四、反思和評估教學成效：小數點移動規則仍有錯誤想法（循環 I）

研究者反思經過以上分段佈題和使用多元教具教學後，有七個小麻雀已經成功解題，可見此兩種教學策略產生不錯的效果，但仍有一個小麻雀-漫漫，在解練習題時解題失敗。根據以上晤談記錄，漫漫對於除數和被除數的小數點移動規則仍有錯誤想法，可見第一次的教學循環未能完全解決問題，需要再進行第二次的

教學循環。

## 五、再擬定計劃：用假錢幣作為教具（循環Ⅱ）

為了繼續針對此問題，阿正老師參考前述包老師的建議（A2 1003 諮）及小麻雀的晤談記錄，研究者在下次教學時使用假錢幣 10 元和 1 元作為教具，說明小數點的移動規則，即大單位換小單位時，小數點移位的原因。

## 六、解決問題：使用假錢幣教學（循環Ⅱ）

阿正老師在教學時，拿出假錢幣 10 元和 1 元（**多樣化的教學**），並分給每位小麻雀若干，用錢幣類比除數是小數時，說明大單位換算成小單位時，為什麼要補 0 的原因，有如下教學中的師生對話：

T：如果 5 個 1 元分成一堆，3 個 10 元能分成幾堆？（請每位小麻雀拿出 3 個十元）

S：不能分。（小麻雀手拿 3 個 10 元，然後齊聲說）

T：所以要怎麼做才能分，請你用拿到的錢幣分分看？

S：（小麻雀開始把 3 個 10 元，換成 30 個 1 元，然後在桌上操作）

T：可以分成幾堆？

S：6 堆。（齊聲說）

T：你們怎麼做的？

S：先把 3 個 10 元，換成 30 個 1 元，然後再 5 個 1 元一堆，最後分完是 6 堆（沒有舉手，搶著此起彼落的說）。

T：所以如果除數是 0.5，被除數是 3，把除數的小數點去掉，就像 5 個 1 元分一堆一樣，3 的後面要補 0，就像換成 30 個 1 元一樣（阿正老師將算式寫在黑板上說明）。

（S 1007 錄）

在改變解題方式以假錢幣教學後，結果收到很好的效果（包括漫漫），從以下阿正老師的教學札記可看出：

在教學完後，漫漫表示有聽懂，於是就讓大家解練習題。結果在行間巡視時，漫漫寫對了，就稱讚了他一番（**教師情感**），提高他的自信心，漫漫顯得非常開心。（T 1007 札）

另外，阿正老師在課後，與陳諍友討論小麻雀的學習狀況及教師的教學情形時，陳諍友亦表示：

我覺得今天大家學得不錯，我看他們的練習題大部分都寫對了，漫漫還都算對，看起來很高興的樣子。（VB 1007 諍）

從以上漫漫的反應、阿正老師的札記和陳諍友的觀察，漫漫對於自己的計算開始有了信心，對自己能成功解題也感到開心不已，而這也讓研究者對自己設計的教學有成效覺得欣慰。

### 七、反思和評估教學成效：計算過程與四捨五入法仍有錯誤（循環Ⅱ）

由以上陳諍友的敘述可知漫漫的練習題寫對了，但他在課堂練習中的二題卻寫錯了，於是在課餘時間進行晤談以了解問題所在，結果發現其實漫漫對於「溫泉題： $62 \div 0.9 \div 68.9$ 」是會解題的，但是因為計算時寫歪了，把商的6放在補的0的上面，所以後面就認為是小數部分，故在6的後面點上小數點，從以下的晤談記錄可知：

T：為什麼被除數裡面沒有小數點，商卻有點小數點呢？

S：因為我寫得斜斜的，以為小數點在0的後面，所以上面才點小數點。

（漫漫 1007 晤）

同時，漫漫還對「四捨五入法取商到小數第一位」誤解，只計算到小數第一位，沒有四捨五入就寫答，因此漫漫同時犯了2種錯誤，如下圖：

0.9 x 7 = 62

$$\begin{array}{r} 68 \\ 0.9 \overline{) 620} \\ \underline{54} \phantom{0} \\ 80 \\ \underline{72} \\ 80 \\ \underline{72} \\ 8 \end{array}$$

漫漫

A: 約 6.8 分鐘

（漫漫 1007 單：商的小數點放錯；未算到指定位數的下一位再四捨五入）

### 八、最後擬定計劃：再次說明四捨五入規約並要求學生解題前說出規約（循環Ⅲ）

對於漫漫在上述發生的錯誤，阿正老師預計在下次教學時，再次說明四捨五入的規約，並於每次計算時要求學生放聲思考，先說出規約再進行解題，提醒自己解題時要注意的部分。

### 九、解決問題：學生解題前說出規約（循環Ⅲ）

教學時，阿正老師再次說明四捨五入的規約後（授課清晰、明確），學生進行課堂練習題的解題，而在解題前，阿正老師要求小麻雀先說出規約再解題（引導學生投入學習過程；確保學生學習成功率），有如下的教學現場學習單及轉錄資料作為佐證：

奶茶題：爸爸賣飲料，調好 53 公升的鮮奶茶後，每 0.9 公升裝成 1 壺，全部裝完，請問大約可裝成幾壺鮮奶茶？（用四捨五入法，取商到小數第一位）

漫漫

大約 58.9 壺

（漫漫 1007 單：解題正確）

S：取商到小數第一位，就是要算到小數第二位再四捨五入。

.....

S：5 以上進位，4 以下捨去，8 比 5 大，所以要進位變成 9。（放聲思考）

（漫漫 1007 錄）

### 十、反思和評估教學成效：成功解決問題（循環Ⅲ）

在上述的教學計劃實施後，小麻雀在解練習題時，對於前述 2 個錯誤已有改進，雖然算式還是有點歪斜，但數字已能對齊，並且透過解題前說出規約的提醒，漫漫能正確算到小數第二位再四捨五入，成功解決前述計算過程與四捨五入法錯誤的問題了。雖然漫漫其實還是對於除法概念不是很了解，只憑除法算式的表面形式記憶算則，但已能解題成功，也算是成功補救了。

## 貳、困境二：數字要立正（餘數問題）

阿正老師在困境二中發現的問題，經過擬定計畫、解決問題和反思評估的行動研究循環，最終解決了問題。其循環圖如下所示：

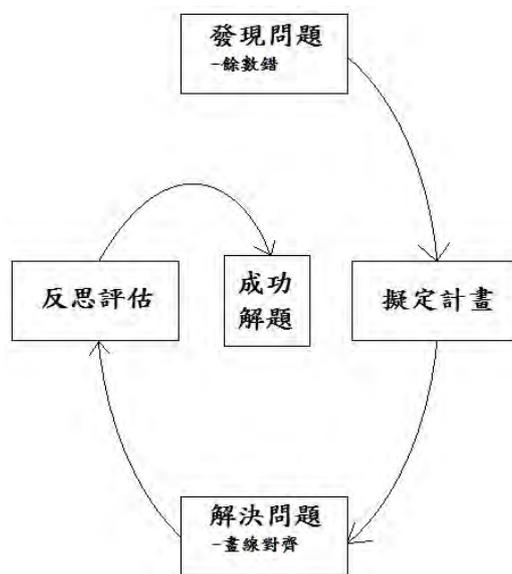


圖 4-2 困境二行動研究循環圖

由上圖 4-2 可知，困境二乃是發現一個問題，經過一次行動研究循環即成功解題的過程，詳細說明如下：

### 一、發現問題-餘數錯：小數除法中的餘數寫錯（循環 I）

小麻雀另一個錯誤的產生是在解「鐵絲題： $125 \div 2.3 = 54.3 \cdots 0.11$ 」時產生的，錯誤的部份是商的計算正確，但寫餘數時，由於在計算過程中整數部分計算完產生的餘數 8，對齊到十位，沒有對齊個位，所以寫餘數的小數點時就差了一位，而將餘數寫成 1.1，如下圖：

$$\begin{array}{r} 54.3 \\ 2.3 \overline{) 125.0} \\ \underline{115} \phantom{0} \\ 100 \phantom{0} \\ \underline{92} \phantom{0} \\ 80 \\ \underline{69} \\ 11 \end{array}$$

漫  
漫

A: 54.3 段 11公分

（漫漫 1007 單：算式中的 100-92 的 8 未對齊）

由於上面二個錯誤，都是由於漫漫在計算時，數字沒有對齊所致。

## 二、擬定計劃：強調寫正和對齊（循環 I）

由於計算時數字沒有對齊，導致後續一連串的錯誤，因此阿正老師馬上在教學時，特別強調寫正和對齊二重點，要求學生用手指比或是畫垂直線幫助數字對齊，試圖減少可能發生的錯誤。

## 三、解決問題：學生以手指比或畫垂直線以寫正和對齊（循環 I）

由於阿正老師教學時發現數字未對齊而產生的錯誤，就立刻修正教學，要求學生計算時要用手指比著，或是畫垂直線來幫助數字的位置對齊（多樣化的教學；引導學生投入學習過程；確保學生學習成功率），如下圖是一例證：

Handwritten long division showing the calculation of  $1250 \div 23$ . The student has drawn a vertical line to align the numbers. The quotient is  $54.3$ . The steps shown are:

$$\begin{array}{r} 54.3 \\ 23 \overline{) 1250} \\ \underline{115} \phantom{0} \\ 100 \phantom{0} \\ \underline{92} \phantom{0} \\ 80 \phantom{0} \\ \underline{69} \phantom{0} \\ 0.11 \end{array}$$

阿散

A: 54.3 段 0.11 公分

（阿散 1007 單：解題正確）

從上面的計算可看出阿散畫了垂直線幫助自己對齊數字及小數點，使得自己的解題正確，這也讓阿正老師認為這是有效的解決這個問題的策略。

## 四、反思和評估教學成效：非概念問題的計算錯誤，成功解決問題（循環 I）

就在阿正老師認為教學成功時，小隨和阿散卻在教學後的練習題產生了如下的錯誤：

奶茶題：爸爸賣飲料，調好 53 公升的鮮奶茶後，每 0.9 公升裝成一壺，全部裝完，請問大約可裝成幾壺鮮奶茶？（用四捨五入法，取商到小數第一位）

$$\begin{array}{r}
 57.79 \div 57.8 \\
 0.8 \overline{)530} \\
 \underline{45} \phantom{0} \\
 70 \\
 \underline{63} \\
 70 \\
 \underline{63} \\
 70 \\
 \underline{63} \\
 7 \\
 \hline
 A: 57.8 \text{ 壺}
 \end{array}$$

小隨

(小隨 1007 單：直式計算 53-45 錯誤)

繩子題一：有一條繩子長 47 公尺，每 1.3 公尺剪成一段，可剪成幾段？剩下幾公分？  
(商算到小數第一位)

$$\begin{array}{r}
 35.3 \\
 1.3 \overline{)470} \\
 \underline{39} \phantom{0} \\
 80 \\
 \underline{75} \\
 50 \\
 \underline{39} \\
 11 \\
 \hline
 A: 35.3 \text{ 段 } 0.08 \text{ 公分}
 \end{array}$$

阿散

(阿散 1007 單：13x5 算成 75)

從以上小隨和阿散的學習單記錄來看，小隨在「53-45」直式減法時就計算錯誤為「7」(應該是「8」)。阿散則是把「13x5」算成 75 (應該是 65)，因此兩者的錯誤都是屬於計算錯誤，分別是減法和乘法，其他的部分則是正確的。至此，對於前述七小麻雀產生的解題錯誤或迷思概念，阿正老師認為，算是補救教學成功了。

### 參、困境三：就是要補 0（小數點移動規則的錯誤）

在阿正老師的教學中，發現小麻雀遇到其中 1 個很大的困境，阿正老師在此命名為：**就是要補 0（小數點移動規則的錯誤）**。在阿正老師解決困境的過程中，首先發現了問題 1，經過擬定計畫、解決問題和反思評估的一次行動研究循環後，部份小麻雀成功解題了（以虛線表示），經過阿正老師晤談後（晤談記錄如後詳述），卻發現有些小麻雀產生了問題 2，於是再進行第二次的行動研究循環。後來經過晤談後，發現雖然部份小麻雀成功解題，但仍發現有些小麻雀同時產生了問題 3-1、3-2 和 3-3 三個問題，於是再進行第三次的行動研究循環，以下是三次行動研究的循環圖：

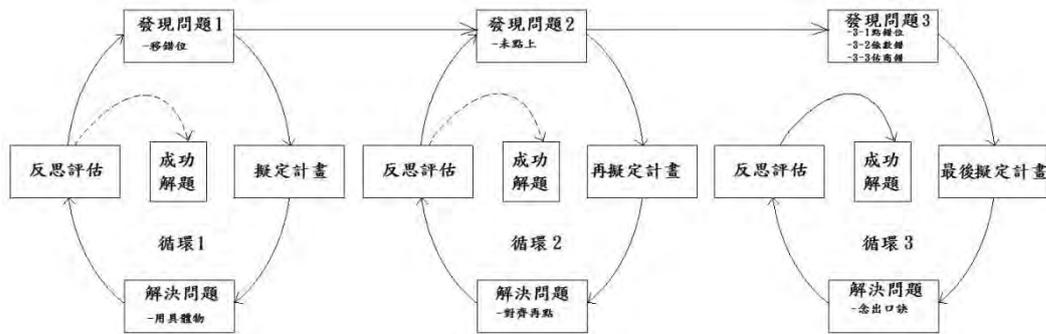


圖 4-3 困境三行動研究循環圖

由上圖 4-3 可知，在行動研究循環中，首先發現第一個問題，經過行動研究循環後，部份小麻雀成功解題，以虛線表示，茲將其過程詳細說明如下：

阿正老師在教學過程中，發現小麻雀阿散有個問題，就是他堅持除數的小數點去掉後，被除數一定要補 0（小數點移動規則的錯誤）。經過教學探究後，發現其中包含 3 個子問題，以下是問題與解決的過程。

#### 一、發現問題 1-移錯位：被除數的小數點移位錯誤（循環 I）

在第四天小數除以小數的教學課堂中，發現有 2 個小麻雀（阿散、漫漫）對於「鐵人題（ $18.8 \div 0.8$ ）」解題錯誤，為了要了解學生想法和發現問題所在，原本欲請解題錯誤的阿散和漫漫上台解題並發表想法，但漫漫臉色顯現不悅，對要上台把自己的作法和同學分享感到沒有自信，害怕萬一解題錯誤會沒有面子，與「習得無助」型學生的特性相同（李宜玫，2012），而阿散則是非常樂意分享，因此阿正老師就先安撫漫漫，鼓勵漫漫下次可上台解題（教師情感），並各請一位解題錯

誤和解題正確的學生（阿散和阿噪）上台解題（探索；使用學生意見），並分別說明自己的解題想法（二者解法如下圖），

The image shows two handwritten division problems on a chalkboard. On the left, under the name '阿噪' (A-noise), the student has written  $0.8 \overline{) 18.8}$  and performed the division to get a quotient of 23.5. On the right, under the name '阿散' (A-san), the student has written  $0.8 \overline{) 18.80}$  and performed the division to get a quotient of 23.5. Both solutions include the final answer 'A: 23.5分鐘'.

（阿噪 1009 錄，阿散 1009 錄）

從上圖阿散的解題記錄和發表的想法來看，阿散對於除數（0.8）去掉小數點後，被除數（18.8）去掉小數點要移幾位，要不要補0，並不清楚，他的想法是：

「我不清楚18.8去掉小數點後要怎麼移動小數點，反正就覺得除數的小數點去掉後，被除數的小數點也要去掉，並補0」（阿散 1009 錄）

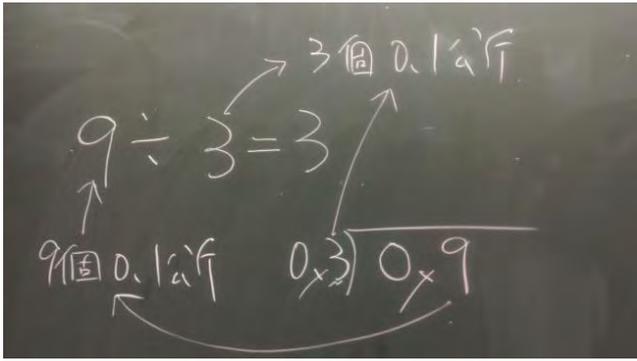
可見，阿散的想法也就是「除數的小數點去掉，被除數就要補0」的錯誤想法。

## 二、擬定古氏積木計劃：以古氏積木作為單位量轉換的媒介來解題（循環 I）

對於上述小麻雀產生的錯誤，阿正老師馬上修正教學內容和順序，將糖果題（ $0.9 \div 0.3$ ）以古氏積木（橘色積木代表1公斤，白色積木代表0.1公斤）代表題目中的大單位量和小單位量，說明小數點去掉的規則（授課清晰、明確）。

## 三、以古氏積木解決教學問題：將除法算式並置比較（循環 I）

阿正老師透過古氏積木（多樣化的教學），說明「9個0.1公斤」和「3個0.1公斤」相除的結果，變成是整數相除「 $9 \div 3$ 」，並以此和除法直式算式並置比較，並且說明「小數點去掉」的規則的原因，亦即將大單位（1公斤）換算成小單位（0.1公斤）再行計算（授課清晰、明確），如下圖所示：



(T 1009 錄)

#### 四、反思和評估古氏積木教學成效：單位量轉換前後的除法算式並置比較，有助學生理解（循環 I）

對於上述以古氏積木作為教具配合除法算式並置比較的教學，學生都表示能夠理解。

#### 五、擬定假錢幣計劃：以假錢幣作為單位量轉換的媒介來解題（循環 I）

除了除法算式並置比較的方法外，阿正老師再以假錢幣 10 元硬幣和 1 元硬幣說明大單位換算成小單位的換算關係（如 2 個 10 元要分成 5 個 1 元一堆，要換算成 20 個 1 元才能分），並藉以類比至小數除法規則的運用。

#### 六、以假錢幣解決教學問題：以 10 元和 1 元硬幣作為單位量轉換的媒介（循環 I）

由於小數的位值概念與整數的位值概念相同（劉曼麗，2003），因此阿正老師以 10 個 1 元硬幣可換成 1 個 10 元硬幣的單位量轉換概念（**多樣化的教學；引導學生投入學習過程**），來類比說明小數除以小數的直式計算時，除數與被除數的「小數點去掉」的移位規則，有如下教學中的師生對話（**教師的提問；使用學生意見**）：

T：如果 5 個 1 元分成一堆，2 個 10 元能分成幾堆？（請每位小麻雀拿出 2 個十元）

S：不能分。（小麻雀手拿 2 個 10 元，然後齊聲說）

T：所以要怎麼做才能分，請你用拿到的錢幣分分看？

S：（小麻雀開始把 2 個 10 元，換成 20 個 1 元，然後在桌上操作）

T：可以分成幾堆？

S：4 堆。（齊聲說）

T：你們怎麼做的？

S：先把 2 個 10 元，換成 20 個 1 元，然後再 5 個 1 元一堆，最後分完是 4 堆（沒有舉手，搶著此起彼落的說）。

T：所以這就像前面整數除以小數的時候一樣，如果除數是 0.3，被除數是 0.9，把除數的小數點去掉，就像 0.3 個 10 元分一堆一樣，0.9 的小數點去掉，就像把 0.9 個 10 元，換成 9 個 1 元一樣，0.3 個 1 換成 3 個 0.1，0.9 個 1，換成 9 個 0.1（阿正老師將算式寫在黑板上說明）。

(S 1009 錄)

## 七、反思和評估教學成效：小數除以小數的計算仍有錯誤（循環 I）

在阿正老師講解完後，請學生做二題練習題，結果原先布題練習時解題錯誤的二人（阿散、漫漫）中，阿散二題都解題正確，漫漫則是對一題（香菇題： $0.8 \div 0.2$ ），錯一題（米漿題： $36.6 \div 0.4$ ），可見阿散已聽懂，漫漫則仍一知半解，但至少比原先進步，已令阿正老師感到高興與欣慰，但對於漫漫的困境，仍要透過晤談，確定問題後再修正教學。

後來，在經過阿正老師晤談後（晤談記錄如後詳述），發現雖然部份小麻雀成功解題，但卻發現有些小麻雀產生了另一個問題，於是再進行第二次的行動研究循環，其過程詳細說明如下：

## 八、發現問題 2-未點上：未將移位後的小數點點上（循環 II）

在補救教學課後，阿正老師晤談了在 10/9 課堂教學題和練習題中產生錯誤的阿散和漫漫。二人在「鐵人題： $18.8 \div 0.8 = 23.5$ 」中犯了同樣的錯誤，都是在被除數去掉小數點移位變成整數後，由於未將移位後的小數點點上，所以在計算時就忘記 188 的後面有小數點，而繼續補 0 計算，最後得到 235 的答案，如下圖：

$$18.8 \div 0.8 = 235$$

漫漫  
漫漫  
A: 235分鐘

（漫漫 1009 單：商未點上小數點）

對於上面的解題，有如下的晤談記錄：

T：被除數 8 後面的 0，是去掉小數點後馬上補的？還是計算到後面才補的？

S：算到後面才補 0 的。

T：那被除數去掉小數點後，新的小數點會在哪裡？

S：會在 18.8 的最後面那個 8 的後面。

T：所以你知道被除數的小數點是移到最後面那個 8 的後面嗎？

S：對。

T：那麼商是 235 嗎？

S：不是，應該是 23.5，我忘記點小數點了。

(漫漫 1009 晤)

此外，漫漫還有另一個錯誤也是因為同樣的原因導致，但卻是發生在商數，如下圖：

米漿題：早餐店把 36.6 公升的米漿，每 0.4 公升裝 1 杯，全部裝完，可裝成幾 杯？

漫漫

$$\begin{array}{r} 9.15 \\ 0.4 \overline{) 36.60} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 6 \\ \underline{4} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

A: 9.15 杯

(漫漫 1009 單：商的小數點點錯)

這是漫漫在計算練習題時產生的錯誤，也是因為被除數的小數點去掉移位後，未能在變成整數的被除數後面點上小數點，所以商數就變成對齊原來的小數點，所以漫漫對商數的小數點要對齊移位後的小數點的觀念，也是不穩固，有如下的晤談記錄：

T：被除數後面的 0，是去掉小數點後馬上補的？還是計算到後面才補的？

S：算到後面才補 0 的。

T：那被除數的小數點去掉了，商的小數點要對齊哪裡？你這裡是點在去掉的小數點上面，所以是對齊去掉的小數點嗎？

S：不是，應該是對齊移位後新的小數點。

T：可是上面沒有看到移位後新的小數點？

S：忘記點上去了。

T：所以商的小數點為什麼要點在去掉的小數點上面？

S：我沒看到新的小數點，所以就點在舊的去掉的小數點上面了。

(漫漫 1009 晤)

九、再擬定計劃：強調先把數字寫正和對齊、再把小數點移位後要馬上點上小數點（循環Ⅱ）

基於以上小麻雀產生的問題，阿正老師在下次教學時，特別在佈題完要求學生解題時，強調「寫正和對齊」、「被除數的小數點移位後，就算是整數，也要馬上點上小數點」，避免造成商數和餘數在點上小數點時的混淆。

十、解決問題：舉例說明並強調數字寫正和對齊的重要性、要求小數點移位後要馬上點上小數點（循環Ⅱ）

阿正老師在小麻雀解題前，特別說明了漫漫因為沒有對齊小數點以及小數點移位後沒有馬上點上小數點而產生的錯誤，進而強調數字寫正和對齊的重要性（授課清晰、明確），並要求小麻雀在解題時，移動小數點後要馬上點上（引導學生投入學習過程），避免商數的小數點點錯的情形再次發生，有如下的例證：

$$\begin{aligned} 75.3 &= 1.9 \\ &= 39.6 \dots 0.06 \end{aligned}$$
$$\begin{array}{r} 19.675 \\ 3.9 \overline{) 75.3} \\ \underline{77.7} \phantom{0} \\ 57 \phantom{0} \\ \underline{57.3} \phantom{0} \\ 171 \phantom{0} \\ \underline{171} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ \underline{0} \\ 0.06 \end{array}$$

A: 39.6 段, 0.06 公尺

（小望 1009 單：正確解題）

十一、反思和評估教學成效：小數除以小數的計算仍有錯誤（循環Ⅱ）

在課堂教學題的二題中，8 個小麻雀中有寫錯的竟有 5 個，讓阿正老師在行間巡視學生解題時，有點吃驚，原本以為小麻雀的錯誤已經越來越少了，於是仔細的看了幾個寫錯的小麻雀的解題。在與小麻雀的對話中，發現其實有二位不是觀念錯誤，一位是寫答時抄錯算式中對的答案（阿真），另一位是計算錯誤（小隨），如下圖所示：

$( ) \times 1.9 = 75.3$   
 $= 75.3 \div 1.9$   
 $= 39.4 \dots 0.06$

$A = 39.4$  段, 剩 0.06 公斤

阿真

$$\begin{array}{r}
 39.6 \\
 \times 1.9 \\
 \hline
 57 \\
 183 \\
 \hline
 111 \\
 \hline
 129 \\
 \hline
 114 \\
 \hline
 0.06
 \end{array}$$

(阿真 1013 單：抄錯直式計算中的答案)

$76.66 \div 76.7$

小隨

$$\begin{array}{r}
 76.66 \div 76.7 \\
 0.9 \overline{) 46.7} \\
 \underline{42} \\
 40 \\
 \underline{36} \\
 40 \\
 \underline{36} \\
 40 \\
 \underline{36} \\
 4
 \end{array}$$

$A = 0.9$  包

(小隨 1013 單：被除數的 7 寫下來變成 0)

從上圖可知，阿真在直式計算時已算出對的答案(39.6)，但在寫答時卻寫成 39.4，小隨則是在將十分位的數字 7 放下來時，寫成了 0，因此造成後面的錯誤，經阿正老師提醒後，此問題不再出現。至於有三個小麻雀是真正有錯誤的（阿應、阿散、漫漫），還是令人擔心，於是阿正老師在晤談中，仔細探究錯誤的原因，發現雖然部份小麻雀成功解題，但依舊發現有些小麻雀同時產生了三個問題，於是再進行第三次的行動研究循環，而阿正老師在第三個循環同時解決了三個問題

(3-1, 3-2, 3-3)，其過程詳細說明如下：

由於研究者發現一個策略可同時解決三個問題，所以下將先呈現三個問題之後，再呈現擬定的解題計劃。

## 十二、發現問題 3-1-點錯位：忽略小數點移動後的位置（循環Ⅲ）

阿正老師在隔天的晤談中，首先晤談了阿散，他在「糙米題」的計算中，雖然被除數 46.7 的小數點移動後為 467.0，是正確的，但商的小數點卻點錯了，讓阿正老師有點納悶，在晤談中，阿散表示他覺得 467.0 的 0 上面是個位的位置，所以在 8 的後面點上小數點，忽略了小數點移動後的位置是在 7 和 0 的中間，造成錯誤解題，如下圖所示：

$$46.11 \div 0.6 = 76.85$$

$$0.6 \overline{) 46.110}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 42 \\ \hline 41 \\ 42 \\ \hline 50 \\ 48 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

1178.33  
1178.33 ÷ 0.6 = 1963.88  
約 1963.88  
阿散

(阿散 1013 單：商的小數點應在 7 和 8 之間)

而從晤談紀錄中也可知阿散的想法，紀錄如下：

S：在算式中，商的小數點為什麼要點在 8 的後面？

T：因為整數部分到 0（指被除數後面補上的 0）的上面就沒有了，所以上面要點小數點。

S：那你覺得這個 0 是什麼位數？

T：個位。

由上可知，阿散認為被除數後面補上的 0 是個位，但在計算時沒有注意而點錯商的小數點，但研究者要進一步確認阿散的小數概念，便繼續追問下去：

S：你在點商的小數點的時候，有注意到被除數的小數點已經移動到 0 的前面了嗎？

T：有。

S：那小數點的後面是什麼位數？

T：小數第一位。

S：那麼是個位嗎？

T：不是。

S：所以你在寫題目的時候認為那是個位，但是現在發現 0 不是個位嗎？

T：對。

(阿散 1013 晤)

如上，阿散在晤談時再看一次自己寫的算式後，發現了自己的錯誤，注意到被除數小數點的位置。

此外，晤談漫漫時，發現他在「糙米題：46.7 ÷ 0.6 = 77.8」中，商的部分寫錯，

答案應為 77.8，結果寫成 78，如下圖：

漫漫

(漫漫 1013 單：四捨五入錯誤)

漫漫表示他在四捨五入時，沒有看到商的小數點，就認為 3 要捨去，8 要進位，變成 78，晤談紀錄如下：

T：為什麼商的部分連續 2 次四捨五入呢？

S：我沒有注意到商的小數點，就四捨五入了。

T：可是你在計算的時候，有注意到要算到小數第二位，可見你有注意到商的小數點，所以是真的沒注意到小數點嗎？

S：我在計算的時候有注意小數點，取四捨五入的時候就忘了要看小數點，就覺得 8 應該要進位，我沒注意到題目說取商到小數第一位。

(漫漫 1013 晤)

最後，漫漫在練習題「洗澡題」中，在計算商時就點錯小數點，而多算了一位，所以餘數也就寫錯，如下圖所示：

漫漫

(漫漫 1013 單：商的小數點點錯)

在晤談後，漫漫表示，自己知道商的小數點要對齊被除數移動後的小數點，但寫的時候對齊錯了，所以點錯了，紀錄如下：

T：我想知道除數的小數點是對齊什麼，可以告訴我嗎？

S：我那時候商的數字沒對好，有點寫歪了，所以對齊的時候對錯，應該要對齊移動後的新小數點。

(漫漫 1013 晤)

由以上晤談紀錄可知，漫漫有時仍會因為寫歪，數字沒對齊而計算錯誤，實際上自己是會計算的。

### 十三、發現問題 3-2-餘數錯：餘數的小數點點錯（循環Ⅲ）

另一個問題是阿散在「繩子題二： $75.3 \div 1.9 = 39.6 \dots 0.06$ 」中，商計算正確，但餘數寫錯（如下圖），正確應為 0.06，但寫成 0.6，晤談時，阿散自己發現餘數寫錯了，並說自己忘記了餘數的小數點要對齊被除數原來的小數點，所以寫錯，如下圖所示：

Handwritten long division for  $75.3 \div 1.9$ . The student has written the quotient as 39.6 and the remainder as 0.6. The work is annotated with "阿散" and "A: 39.6段 0.6公尺".

（阿散 1013 單：餘數的小數點未對齊舊的小數點）

而晤談紀錄則顯示出阿散在晤談時自己發現寫錯而修正，可見上完補救教學後確實已經學會，但在計算時忘記規則，紀錄如下：

T：你這題算得很好，我想知道你的餘數的小數點是對齊什麼？

S：移動後的新小數點。可是我現在發現應該要對齊移動前的小數點。

T：那為什麼現在知道了？

S：因為上完課後就知道要對齊移動前的舊小數點。

（阿散 1013 晤）

其次晤談阿應，他也在同一題產生相同的錯誤，晤談時，阿應和阿散的反應和原因相同，也是自己發現錯誤，知道應該要將餘數的小數點要對齊商原來的小數點。

另外，漫漫在「繩子題二」中，也是忘記了寫餘數時，要對齊被除數原來的小數點，而直接將算出來的餘數 6 當作是餘數的答案，如下圖所示：

$$\begin{array}{r}
 396 \\
 19 \overline{) 175.30} \\
 \underline{59} \\
 183 \\
 \underline{171} \\
 120 \\
 \underline{114} \\
 6
 \end{array}$$

漫漫

A: 39.6段<sup>①</sup>剩下6公尺<sup>②</sup>

(漫漫 1013 單：餘數的小數點未對齊被除數舊的小數點)

但從晤談中可知，漫漫其實是會解題的，紀錄如下：

T：你的餘數 6 就是剩下 6 公尺嗎？

S：不是，我寫的時候忘記點小數點。

T：那餘數的小數點應該對齊哪裡？

S：對齊舊的小數點。

T：所以餘數應該是多少？

S：0.06。

(漫漫 1013 晤)

從以上的晤談紀錄可知，漫漫在未教學的情形下，自我修正自己的答案，所以在概念上是清楚的，只是計算時不夠細心。

#### 十四、發現問題 3-3-估商錯：估商錯誤（循環Ⅲ）

除了前述兩種問題外，漫漫在練習題「馬拉松題： $35.6 \div 0.3 \doteq 118.7$ 」中，算出離譜的答案，最後發現算不下去，自己覺得奇怪，就放棄了，如下圖的學習單紀錄：

$$\begin{array}{r}
 \overset{10}{9} 9.99 \\
 0.3 \overline{) 35.60} \\
 \underline{27} \phantom{0} \\
 86 \\
 \underline{27} \\
 610 \\
 \underline{27} \\
 340 \\
 \underline{27} \\
 70
 \end{array}$$

漫漫

A:

(漫漫 1013 單：35÷3 估商錯誤)

對於上面的問題，阿正老師在與漫漫晤談時，漫漫再看了一遍自己的算式，他表示是計算時沒有注意到 3 就夠除以 3，而直接將 35 除以 3，而造成 99.99 的答案，晤談紀錄如下：

T：算式中的商你怎麼每一個 9 都劃掉，也沒有寫答呢？

S：我看錯了，沒有注意到十位的 3 就夠除了，就一直算下去，發現計算不出來，就不算了。

(漫漫 1013 晤)

因此，根據以上的學習單和晤談記錄，阿正老師把這種錯誤歸為**估商錯誤**，與小數除法概念無關。

### 十五、最後擬定計劃：發明口訣讓學生記憶（循環Ⅲ）

從前述與小麻雀的晤談中，發現三個小麻雀都是在商和餘數的小數點有問題，並在晤談時都能發現自己的錯誤，能說明正確的做法，但在計算時會忘記或看錯，面對學生的這種問題，阿正老師和數學輔導團的團員討論，請他們提供教學上的建議，有如下的對話：

阿正老師：我班上的參與補救教學的學生對於學過的小數除法，常常會在計算時忘記點小數點或看錯小數點的位置，可是如果請他們再看一次自己的計算，自己又會發現寫錯了，而且還知道問題在哪裡，怎麼改也知道，你們有沒有好的教學建議，能幫助學生在一開始解題時就可以避免這樣的錯誤？

團員：我們覺得低成就的學生會犯這種錯誤是常見的，因為他們專注力不足，需要人提醒，所以我們建議如果能用簡短的提醒方式，可以讓學生好記憶，自己提醒自己，效果應該會不錯。(A3 1014 諮)

此外，阿正老師還與觀課的王諍友討論，請他們針對此種問題，就觀課時的情形來看，是否同意學生真的學會？討論紀錄如下：

阿正老師：你在看第五天的教學時，你覺得漫漫、阿應和阿散解題時的情形如何？他們真的會算嗎？

王諍友：我看阿應和阿散解題的時候都很快就算好了，除了少數有錯的以外，其他都算對了，而漫漫雖然算得比較慢，可是算完後，除了有一個馬拉松題算不出來以外，我覺得他還蠻有自信會算對的，所以我認為他們3個應該都學會了。

(VA 1015 諍)

在參考了數學輔導團的夥伴和王諍友的意見後，阿正老師在後測後的一對一教學時，針對此種問題，發明一個口訣「上新下舊」讓學生記憶並自我提醒，意思是小數除法算式最上面的商要對齊移動後新的小數點，最下面的餘數，要對齊被除數舊的小數點，並要求學生在做題目時，寫商和餘數時要「停一停，想一想口訣，再點上小數點」，試圖減少學生產生此類的錯誤。

## 十六、解決問題：放聲思考和運用口訣（循環Ⅲ）

在後測完成後，阿正老師開始進行一對一的教學，先以後測卷試題一（南一命題光碟後測卷）中學生答錯的部分進行教學，過程為：

請學生將自己在試卷中寫錯的部份重新解題，在解題的同時，請學生放聲思考，阿正老師先不教學，看看學生是否會出現同樣的錯誤。結果發現，在老師沒有提示或教學的情況下，大部分的錯誤再重新解題後，學生都能正確解題，所以阿正老師透過問話，詢問學生測驗當時寫錯的原因（使用學生意見）？從學生的回答和試卷上的解題過程可知，原因包括：計算錯誤、寫商或餘數時，忘記注意小數點的位置應該在哪裡。與學生的對話如下：

T：( $5 \div 2.7 = 2.9 \dots 0.07$ ) 你這題現在重算後就寫對了，那為什麼原先會寫錯呢？

S：因為寫太快了，忘記餘數的小數點要點哪裡。

(小望 1020 對)

T：( $3.45 \div 2.71 \approx 1.27$ ，四捨五入取商到小數第二位) 你這題現在算對了，可是你原先為什麼會寫成 12.74 呢，現在老師也沒教你啊？

S：我當時寫的時候，沒有注意到要對齊被除數移動後的小數點，忘記對齊了。

(漫漫 1020 對)

但單憑學生的自述，阿正老師認為還不能確定學生是否真的是因為忘記或沒注意，於是請學生詳加說明商和餘數小數點的規則（使用學生意見），結果學生都能完整說明，讓阿正老師也十分欣慰，表示學生在後測卷仍有錯誤的地方，並不是學生真正還不懂的。有如下的對話：

T：( $5 \div 2.7 = 2.9 \dots 0.07$ ) 雖然這題你重新算過後寫對了，可是我想了解，你知不知道小數點要怎麼對齊？

S：我知道。商的小數點要對齊被除數移動後的小數點，餘數的小數點要對齊被除數原來的小數點。

（小望 1020 對）

T：( $3.45 \div 2.71 \approx 1.27$ , 四捨五入取商到小數第二位) 你告訴老師商的小數點要怎麼對齊呢？

S：就對齊被除數移動後的小數點，我先前考試的時候是寫太快，忘記要注意小數點要對齊。

（漫漫 1020 對）

至於學生重新計算後，仍然錯誤的題目，則請學生再算一次的時候，遇到商和餘數的小數點填入時，「停一停，想一想口訣，再點上小數點」。結果學生在重新解題時，大部分都能自我解題，完成全部錯誤的修正，只有二位（漫漫和阿散）在應用問題需要講解，在講解過後，也能順利解題。

### 十七、反思和評估教學成效：運用口訣能成功解題（循環Ⅲ）

經過兩節課的一對一教學，阿正老師發現「停一停，想一想口訣，再點上小數點」的策略十分有效，學生會想起上課時學過的規則，正確的點上小數點，應用問題也能正確的解題，所以阿正老師覺得這樣的策略，非常適合應用在低成就的學生身上。

此外，當阿正老師教到最後三個低分的學生時，學生在計算題方面都能重新計算正確，應用題方面，學生仍然不會的地方變少了，讓阿正老師能夠以較短的時間，完成八小麻雀的一對一教學。

#### 肆、困境四：迷惑人心的小數

在後測卷試題一的一對一教學結束後，隨即進行後測卷試題二（劉氏小數題庫）的一對一教學，結果在教學中，阿正老師遇到了困境四的教學問題，於是再一次經過擬定計畫、解決問題和反思評估的行動研究循環，最終解決了問題。其循環圖如下所示：

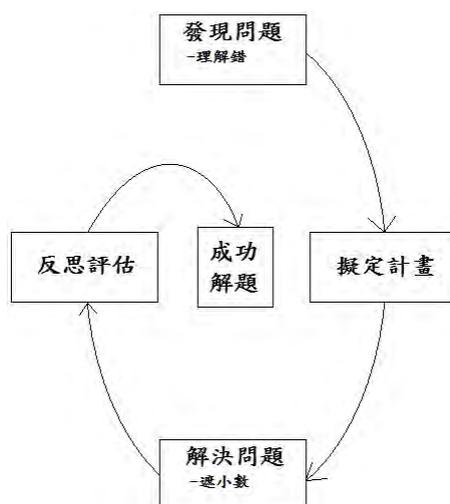


圖 4-4 困境四行動研究循環圖

由上圖 4-6 可知，困境四乃是發現一個問題，經過一次行動研究循環即成功解題的過程，詳細說明如下：

##### 一、發現問題-理解錯：小數干擾題意理解（循環 I）

在後測卷試題二（劉氏小數題庫）的一對一教學中，阿正老師發現試卷中若加入小數乘法的問題，則學生的列式會受到干擾，尤其單位數是小數的乘法問題，錯誤最多（例如：如果一瓶牛奶含有 0.95 克的鈣質，0.3 瓶牛奶含有幾克的鈣質？），學生都是選除法的答案，即「 $0.95 \div 0.3$ 」作為此題的解答，另外，阿正老師想起在中山大學教育所博士班上指導教授梁老師的課時，梁老師曾經舉例說明小數與分數在文字題中出現時，會干擾學童對題意的理解，因此阿正老師猜測其原因可能是受到小數的干擾。

## 二、擬定計劃：以手指遮掩小數（循環 I）

由於學童對於測驗小數除法的試卷中的小數乘法問題，會誤解題意，而以除法計算，但其問題情境並不難，只是簡單的單位量乘以單位數的問題，而小數可能是干擾解題的原因，據此，阿正老師將請學生在重新解題時，將小數數字用手指遮掩，只看問題情境來判斷解題方法。

## 三、解決問題：小數遮掩後成功解題（循環 I）

在對第一位學生一對一教導時，阿正老師請學生將單位數的小數數字用手遮起來，再重新思考，結果學生能運用正確的解題方法，於是，在發現此情形後，便請接下來接受一對一教學的學生用同樣的方法，對選擇題中有錯誤的題目重新解題，結果其他學生都能正確解題。這個策略對於小數的應用問題很有效，可從下列阿正老師和阿布的一對一教學對話中得到印證：

**劉氏題庫選擇第四題：如果一公斤的巧克力 400 元，買 0.2 公斤要付多少元？**

**第六題：如果一瓶牛奶含有 0.95 克的鈣質，0.3 瓶牛奶含有幾克的鈣質？**

此時阿正老師打算用手將小數數字遮住，看小麻雀的反應為何？以下是原案：

T：（阿正老師此時用自己的手遮住小數）你這題答案選錯了，那現在我把小數部份遮起來，就當作是一些公斤去想，你再看一次，想想看要怎麼算？

S：一公斤巧克力 400 元，買這麼多公斤，要付多少錢？（阿布放聲思考，把題目再念一遍）

T：所以這樣要怎麼算？

S：400 乘以這麼多公斤。（阿布馬上回答）

T：答對了。那現在我把手拿起來，你再看一次，要選哪一個答案？

S：第三個答案，400 乘以 0.2。（阿布馬上回答）  
（阿布 1020 對）

當阿正老師把手拿起，讓小麻雀重新選擇答案，結果這個策略產生了效果，小麻雀選擇了正確的答案，於是阿正老師見機不可失，立刻教導小麻雀下次遇到類似問題的解題策略（**授課清晰、明確**），原案如下：

T：答對了。所以你看我剛剛只是用手遮住小數而已，沒有改題目，你就會了，所以你是被小數干擾了，你下次碰到類似的問題，可以用手把小數遮住，是不是就比較容

易懂題目的意思？

S：對。

T：一樣的道理，你錯的第六題，我把題目的2個小數遮起來，你再想想看，要怎麼算？

S：(小聲的放聲思考)，也是用乘法，這個一些克乘以幾瓶。

T：答對了。那現在我把手拿起來，你再看一次，要選哪一個答案？

S：第三個答案，0.95 乘以 0.3。(阿布馬上回答)

T：所以你看，我把小數遮起來，你就會了。

(阿布1020 對)

由以上原案可知，在遮掩小數策略實施後，經過阿正老師的機會教育後，當阿正老師用同樣策略用在另外同樣錯誤的2題，小麻雀思考後都能正確解題了，可見遮掩小數策略非常成功。

#### 四、反思和評估教學成效：將小數遮掩能幫助學生釐清題意（循環 I）

由於學生在將小數遮住後，都能運用正確的解題方法，成功解題，因此阿正老師認為小數是干擾學生思考解題方法的原因，所以當小數的乘除問題混合時，請學生先以鉛筆或手指將小數遮掩，可幫助學生釐清題意。同時，阿正老師認為，程序性知識先於概念性知識亦未嘗不可(Hiebert & Carpenter, 1992)，在低成就學生學習整數乘法時，若一時無法理解乘法概念，則可先讓學生透過程序性的解題，有解題成功的經驗，日後乘法概念亦會逐漸穩固，所以小數乘法也可以透過此方式，藉由教學策略的介入讓低成就學童先解題成功，帶解題經驗豐富後，概念再逐漸穩固。

除了以上遇到的教學困境及解決過程外，阿正老師在一對一教學時，還發生了一些有趣的事。在一對一教學中，阿正老師先針對錯誤最少的小麻雀阿應進行教學，教學完成後，就請他去教錯誤最多的漫漫，其他尚未輪到一對一教學或同儕教導的小麻雀，則是先把自己在試卷中錯誤的地方重新思考或計算過，將計算錯誤或粗心寫錯的地方自我改正，留下不會的題目請阿正老師或同儕教導。在進行錯誤第二少的阿布進行教學時，聽到在一旁的阿應對漫漫的指導語，發現有個問題當阿應教過後，漫漫仍然不懂，阿應就有點急了，再說一次後，漫漫的不懂

讓他有點不耐煩，結果旁邊的小麻雀阿噪和小隨很熱心的主動過去幫忙教漫漫，就這樣，三個小麻雀像「三娘教子」般的教導漫漫，竟然因此讓漫漫聽懂了，可見同儕教導也有不錯的教學效果。

在阿布教學完成後，則請他去教錯誤第二多的同學，按照這樣的模式，直到教學完錯誤第三少的學生後，就停止同儕教導，阿正老師則繼續教學，直到八小麻雀都全部教學完，也就是三個高分組學生去教三個低分組學生，阿正老師則是全部都進行一對一教學。結果阿正老師發現，當教到最後三個低分組學生時，低分組學生在計算題方面都能重新計算正確，應用題方面，學生仍然不會的地方變少了，讓阿正老師能夠以較短的時間，完成八小麻雀的一對一教學，也就是說，只要2節課，就能完成。

另外，放聲思考確實能幫助學生思考問題，可從學生的數學日記的省思中得到印證，如下所示：

3. 你覺得解題時放聲思考，有沒有幫助你思考得更清楚？  
為什麼？

Handwritten text in Chinese: 有因為講出來比較好記住而且也不會錯

(阿布 1020 記)

3. 你覺得解題時放聲思考，有沒有幫助你思考得更清楚？  
為什麼？

Handwritten text in Chinese: 有，可以幫助我們思考，這樣就比較不會粗心，和計算錯

(阿噪 1020 記)

從整個補救教學過程來看，個人認為後測後的一對一教學是相當重要的部分，在一對一教學中，可以發現在補救教學後學生仍存有的錯誤概念，甚至是新產生的錯誤想法。再者，雖然本補救教學的參與學生僅有8名，但在教學時仍避免不了因個別差異而錯過學生仍存有之問題，因此，最後的一對一教學可彌補這種缺失，算是一種個別化教學，而這也確實是一個很好的方式。

在國內許多補救教學方案中，鮮少加入一對一教學策略的研究，原因可能是一對一教學會花許多時間，實際教學現場並非只教一個單元，是要與學校教學進度配合的，但研究者認為有一個折衷的方法可節省教學時間也可保有一對一教學

的優點，亦即加上同儕輔導策略，配合放聲思考，應可大幅縮短教學時間，且獲得不錯的效果，而同儕輔導策略用在數學補救教學的效果也已獲得許多文獻的支持(梁淑坤，2012；Baker, et al., 2002; Jitendra, Rodriguez, Kanive, Huang, Church, Corroy & Zaslofsky, 2013)。

最後，經過以上行動研究發現問題與解決問題的循環後，研究者將學生在解題歷程中產生的問題及阿正老師解決問題的策略，整理如下表：

表 4-1 學生在小數除法解題歷程中產生的問題與解決策略對照表

解決策略 成功與否 問題	策略 1: 透過舉例和提問, 確認學生知道「商算到整數」和「四捨五入法取商到小數第 * 位的意義」	策略 2: 以古氏積木和算式說明算則的數學概念	策略 3: 以假錢幣 10 元和 1 元, 說明大單位換小單位時, 小數點移位的原因	策略 4: 先以簡易的問題, 再透過古氏積木說明算則, 並與除法直式並置比較後, 再次說明算則	策略 5: 於每次計算時, 要求學生算式寫正並對齊	策略 6: 說明四捨五入的規約, 並於每次計算時要求學生說出規約再進行解題	策略 7: 被除數的小數點移位後, 馬上點上小數點	策略 8: 發明口訣「上新下舊」, 並要求學生在解題, 寫商和餘數時要「停一停, 想一想口訣, 再點上小數點」	策略 9: 以手指遮掩小數
P1: 不懂「商算到整數」的意思	V								
P2: 不管是除數還是被除數, 只要有小數點就去掉			V	V					
P3: 應用「去掉小數點規則」時, 被除數為整數未補 0		V	V						
P4: 商求到整數, 被除數的小數部分不用算, 不用寫在餘數	V	V							
P5: 除數的小數點去掉, 被除數就要補 0			V	V					
P6: 數字未對齊, 以致點錯小數點					V				
P7: 誤解四捨五入的意思						V			
P8: 被除數忘記點新小數點							V		

解決策略 成功與否 問題	策略 1：透過舉例和提問，確認學生知道「商算到整數」和「四捨五入法取商到小數第 * 位的意義」	策略 2：以古氏積木和算式說明算則的數學概念	策略 3：以假錢幣 10 元和 1 元，說明大單位換小單位時，小數點移位的原因	策略 4：先以簡易的問題，再透過古氏積木說明算則，並與除法直式並置比較後，再次說明算則	策略 5：於每次計算時，要求學生算式寫正並對齊	策略 6：說明四捨五入的規約，並於每次計算時要求學生說出規約再進行解題	策略 7：被除數的小數點移位後，馬上點上小數點	策略 8：發明口訣「上新下舊」，並要求學生在解題，寫商和餘數時要「停一停，想一想口訣，再點上小數點」	策略 9：以手指遮掩小數
P9：忽略被除數小數點移動後的位置								V	
P10：忘記餘數的小數點要對齊被除數原來的小數點								V	
P11：估商錯誤								V	
P12：題意理解錯誤									V

就表 4-1 來看，表格左方的 12 個問題(P1~P12)是學童在解題歷程中曾經產生的問題，表格上方則是相對採用的 9 個解決策略，打「v」則是成功解決問題，也就是說學童在小數除法解題時，產生 P2 的問題，教師可採用策略 3 和策略 4 教學，若學童產生 P4 的問題，教師可採用策略 1 和策略 2 解決問題，但不能說策略 3 一定能解決 P2、P3 和 P5 的問題，只能說是解決策略之一，故此表只能橫向對應來看。因此 8 位學童在小數除法解題歷程中，共產生了 12 個問題 (P1-P12)，阿正老師則用 9 個教學策略解決學童的問題。

#### 伍、四個困境的小結

對於以上的四個小數除法補救教學遇到的困境與解決過程，研究者將其行動研究循環的歷程，分成兩個向度來統整，其一是根據 Skemp (1976, 1987)對數學理解的分類，將人們對數學知識的理解分成「工具性理解(instrumental understanding)」和「關係性理解(relational understanding)」。後來，又有學者(Hiebert & Carpenter, 1992)提出相對應的「程序性知識(Procedural Knowledge)」和「概念性知識(Conceptual knowledge)」。第一，程序性知識(工具性理解)指的是只知道其規則

但不知規則如何而來，亦即「知其然但不知其所以然」，例如小數除法中，知道除數的小數點移位後，被除數的小數點也要移位。第二，概念性知識（關係性理解）指的是知道如何運用規則且知道規則之所以然的原因，亦即「知其然且知其所以然」，例如小數除法中，知道寫餘數時要對齊被除數原來的小數點，並且知道為何要對齊的原因。

由於本行動研究的教學過程涉及到小數的程序性和概念性知識，因此將四個教學困境主要涉及到的問題，依據所屬的數學知識，約略分類為此兩類；另一個向度是，從問題解決的四個過程，分別是發現問題、擬定計畫、解決問題和反思評估，予以歸納統整，說明如下：

#### 一、從數學知識的分類來看

困境一的問題是多重的，分為除數和被除數、商和餘數三部份，其中包含小數點移動規則、四捨五入的規約、商算到某位、餘數的小數點概念等，共5個問題，囊括了程序性知識和概念性知識。困境二主要是在應用小數除法直式算則計算時，因數字未對齊而產生的錯誤，屬於程序性知識。困境三主要是對小數除法算則中小數點移動規則的記憶錯誤和估商錯誤，以及對被除數與除數的小數點移動的概念不理解，共5個問題，前二者屬於程序性知識，後者屬於概念性知識。困境四是學生解應用問題時，小數對於學生理解題意產生干擾，因而採用錯誤的解題策略，但若將小數遮掩，學生則可以運用正確的解題策略，因此其相關知識是屬於概念性知識。

#### 二、從問題解決的過程來看

**在發現問題階段**，主要是透過學生的數學日記、課堂學習單、晤談、學生上台解題與想法分享、一對一師生對話、後測試卷及研究所課堂學習內容等多元向度發現學生的問題。**在擬定計畫階段**，參考來源包含專家諮詢、晤談記錄、學生的學習單、教學反思、與諍友的討論和一對一教學的師生對話等。**在解決問題階段**，困境一和困境三包含程序性知識和概念性知識的問題，因此經過了三個循環才得以解決問題，教師方面，採用了多元表徵（古氏積木、假錢幣、圖像）、分段佈題、規約說明、強調計算技巧、發明解題口訣和一對一教學等多元教學策略。學生方面，學習方式包含操作教具、說出規約和口訣再解題、使用教師教導的計算技巧和放聲思考等。**在反思評估階段**，包含教學中和教學後的反思，教學中反思是透過師生對話、行間巡視及一對一教學對話等方式；教學後反思是透過學生

的學習單、晤談記錄、專家諮詢、與諍友討論、教學轉錄資料和後測卷等方式。

以上四個階段可統整如下表 4-2：

表 4-2 小數除法補救教學問題與解決過程統整表

困境 解決過程	1. 兩種小數除以整數的題目在作怪	2. 數字要立正 (餘數問題)	3. 就是要補 0 (小數點移動規則的錯誤)	4. 迷惑人心的小數
補救教學 實施內容	整數÷整數；小數÷整數；整數÷小數(四捨五入法取商到小數第一位)	整數÷小數(商算到小數第一位，寫出餘數)	小數÷小數	一對一教學
發現問題	透過：學生的數學日記、學習單、與學童晤談。 <b>問題：</b> 1. 不懂「商算到整數」的意思 2. 不管是除數還是被除數，只要有小數點就去掉 3. 應用「去掉小數點規則」時，被除數為整數未補 0 4. 商求到整數，被除數的小數部分不用算，不用寫在餘數 5. 誤解四捨五入的意思	透過：學習單、與學童晤談。 <b>問題：</b> 數字未對齊，以致點錯小數點	透過：學生上台解題與想法分享、學習單、與學童晤談。 <b>問題：</b> 1. 除數的小數點去掉，被除數就要補 0 2. 被除數忘記點新小數點 3. 忽略被除數小數點移動後的位置 4. 忘記餘數的小數點要對齊被除數原來的小數點 5. 估商錯誤	透過：一對一教學師生對話過程、後測卷、研究所教學內容。 <b>問題：</b> 題意理解錯誤
擬定計畫	<b>循環 I：</b> 專家諮詢(指導教授、行動研究合作夥伴)。 <b>循環 II：</b> 專家諮詢(行動研究合作夥伴)、與學童的晤談記錄。 <b>循環 III：</b> 學習單、與學童的晤談記錄。	<b>循環 I：</b> 學習單、與學童的晤談記錄。	<b>循環 I：</b> 教學中反思。 <b>循環 II：</b> 學習單、與學童的晤談記錄。 <b>循環 III：</b> 專家諮詢(數學輔導團員)、諍友討論、學習單、與學童的晤談記錄。	<b>循環 I：</b> 專家諮詢(研究所教學內容)、一對一教學師生對話過程。
解決問題	<b>循環 I：</b> 教師方面：分段佈題、教具使用(古氏積木)。 學生方面：操作教具解題。 <b>循環 II：</b> 教師方面：教具使用(假錢幣)。 學生方面：操作教具解題。 <b>循環 III：</b> 教師方面：再次說明規約。 學生方面：先說出規約再解題。 <b>解決策略：</b> 1. 透過舉例和提問，確認學生知道「商算到整數」和「四捨五入法取商到小數第*位的意義」 2. 以古氏積木和算式說明算則的數學概念 3. 以假錢幣 10 元和 1 元，說明大單位換小單位時，小數點移位的原因 4. 先以簡易的問題，再透過古氏積木說明算則，並與除法直式並置比較後，再次說明算則 5. 說明四捨五入的規約，並於每次計算時要求學生說出規約再進行解題	<b>循環 I：</b> 教師方面：強調計算時的技巧。 學生方面：使用計算技巧解題。 <b>解決策略：</b> 於每次計算時，要求學生算式寫正並對齊	<b>循環 I：</b> 教師方面：教具使用(古氏積木、假錢幣)、黑板教學 學生方面：操作教具解題 <b>循環 II：</b> 教師方面：強調計算時的技巧、舉例說明應用技巧的重要性。 學生方面：使用計算技巧解題。 <b>循環 III：</b> 教師方面：發明解題口訣、口訣教學、一對一教學。 學生方面：放聲思考、運用口訣解題。 <b>解決策略：</b> 1. 以假錢幣 10 元和 1 元，說明大單位換小單位時，小數點移位的原因 2. 先以簡易的問題，再透過古氏積木說明算則，並與除法直式並置比較後，再次說明算則 3. 被除數的小數點移位後，馬上點上小數點 4. 發明口訣「上新下舊」，並要求學生在解題，寫商和餘數時要「停一停，想一想口訣，再點上小數點」	<b>循環 I：</b> 教師方面：以手指遮掩數字。 學生方面：以手指遮掩數字並重新思考。 <b>解決策略：</b> 以手指遮掩小數
反思評估	<b>循環 I：</b> 教學過程中(師生對話)、教學後(透過學習單、與學童的晤談記錄、專家諮詢)。 <b>循環 II：</b> 教學過程中、教學後(與諍友討論、透過學習單、與學童的晤談記錄)。 <b>循環 III：</b> 教學過程中、教學後(透過學習單、教學轉錄資料)。	<b>循環 I：</b> 教學過程中(師生對話)、教學後(透過學習單、與學童的晤談記錄)。	<b>循環 I：</b> 教學過程中(師生對話)、教學後(透過學習單、與學童的晤談記錄) <b>循環 II：</b> 教學過程中(行間巡視)、教學後(透過學習單、與學童的晤談記錄) <b>循環 III：</b> 教學過程中(行間巡視)、一對一教學(透過後測卷、一對一教學對話、教學轉錄資料)	<b>循環 I：</b> 一對一教學(透過後測卷、一對一教學對話、教學轉錄資料)。

從以上四個「小數除法」補救教學行動研究循環整體來看，在面臨教學困境的解決過程中，有些問題是無法在一次的教學循環中解決，必須透過反思，再擬定解決策略，以進行下一次的教學循環，如此不斷的循環，直到解決問題為止，這也呼應了行動研究實施的程序、要素與原則（甄曉蘭，2003；蔡清田，2010；潘淑滿，2008）。而一對一的教學則讓教學者阿正老師能更了解學生的想法，發覺學生仍有問題之處進行教學，達到真正的對症下藥，解決問題。至於同儕教導的效果，也是此補救教學行動研究的另一個收穫，尤其對於需要使用算則計算的問題，這是一個不錯的教學方式之一。

### 第三節 補救教學行動方案實施後學童之轉變

對於待答問題三「補救教學行動方案實施後學童的轉變為何？」，依據 Koehler 和 Grouws (1992) 提出的數學的有效教學模型，學生的表現可從認知和情意二個向度來檢驗。認知方面，研究者將從量化資料，包含南一版後測卷和劉氏題庫在前後測和延後測的答對率，以及教育部補救教學線上測驗的結果來探討。情意方面，則從質性資料，將從學童的數學日記與教師的教學札記來探討學習興趣、學習態度、自我認同與自信心等方面的展現與轉變。

#### 壹、量化資料

##### 一、南一版後測卷

首先從南一版後測卷在前後測和延後測的答對率來看，研究者在補救教學實施後，實施後測，並在二個星期後進行延後測，將其前測、後測和延後測的答對率列表如下：

表 4-3 南一版後測卷之前測、後測及延後測答對率對照表

答對率(%)	阿應	漫漫	阿布	阿噪	阿散	小隨	小望	阿真
前測	78.3	8.7	52.2	43.5	4.3	39.1	52.2	34.8
後測	78.3	78.3	87	73.9	73.9	73.9	87	78.3
延後測	91.3	69.6	91.3	91.3	78.3	82.6	82.6	91.3

由表 4-3 可知，從前測和後測的答對率比較來看，八小麻雀中，七小麻雀都有明顯進步，其中大幅進步的有 2 位，其他的則進步了 30% 以上，阿應則維持在 78.3% 的不錯水準。其中尤其是漫漫和阿散，前測幾乎不會寫，可見平時課堂教學對此二位來說，幾乎沒有教學效果，但在補救教學方案實施後，進步幅度相當大，答對率約進步了 70% 之多。再從後測和延後測的答對率比較來看，六小麻雀有進步，雖然有些進步幅度不大，但答對率都達到八成以上，另外，退步的二小麻雀中，小望退步較少，但答對率也達到八成，漫漫則退步較多，但答對率也有 69.6%，仍保持不錯的水準，但這對阿正老師來說，要如何幫助學生將學到的東西維持住，成為自己本身的能力，可作為日後改進教學的啟示。最後，從前測和延後測的答對率比較來看，八小麻雀都有進步，進步最少的是阿應，答對率進步了  $91.3\% - 78.3\% = 13\%$ ，但其延後測答對率 91.3% 是八小麻雀中最高的，進步最多的是漫漫和阿散，其中雖然漫漫的答對率比後測要退步，但也比前測進步了  $69.6\% - 8.7\% = 60.9\%$ ，學習效果仍然不錯。

從南一版後測卷答對率整體來看，補救教學的效果相當不錯，確實對於學生的學習起了作用，至於阿應的前、後測答對率沒有進步，漫漫和小望的延後測答對率退步，只是小跌，其答對率仍有不錯的水準，並不令人憂心。

## 二、劉氏題庫

其次從劉氏小數題庫在前後測和延後測的答對率來看，研究者在補救教學實施後，實施後測，並在二個星期後進行延後測，將其前測、後測和延後測的答對率列表如下：

表 4-4 劉氏小數題庫之前測、後測及延後測答對率對照表

答對率 (%)	阿應	漫漫	阿布	阿噪	阿散	小隨	小望	阿真
前測	40	20	40	50	30	40	65	35
後測	90	55	80	70	65	60	70	75
延後測	95	75	75	75	75	65	85	85

由表 4-4，從前測和後測的答對率比較來看，答對率進步 2 倍以上的有阿應、漫漫、阿布、阿散、阿真等五位，阿噪和小隨則進步了 20%，小望進步 5% 較少，但也有 70% 不錯的水準。再從後測和延後測的答對率比較來看，七小麻雀有進步，

且有 6 位在七成五以上，小隨的答對率則在 65%，仍是不錯的水準，而唯一退步的阿布，也僅退步 5%，且答對率也有 75%。最後，從前測和延後測的答對率比較來看，八小麻雀都有進步，進步最多的是阿應和漫漫，其中漫漫的答對率從前測到後測，再到延後測，連續進步的幅度很大，每次答對率進步都在 20% 以上。進步最少的是小望，但也進步了 20%，且其延後測答對率 85% 是八小麻雀中次高者。

從劉氏小數題庫答對率整體來看，補救教學的效果仍然相當不錯，與南一版後測卷情況相同。

### 三、教育部補救教學線上測驗

最後，從教育部補救教學線上測驗的結果來看，研究者在行動研究補救教學期程結束後，繼續以同樣的方式進行補救教學課程，直到學生六年級下學期學期結束為止，在此期間，學生在每學期的期初和期末仍舊會上網進到教育部所屬的補救教學科技化評量網站進行線上測驗（全名為：教育部國民及學前教育署國民小學及國民中學補救教學科技化評量學生評量系統），而研究者為了瞭解及追蹤學生在接受研究者設計之補救教學方案的教學模式後，從長期來看，學生的數學學業成就是否有進步？基於此，研究者透過學校教導主任，取得八小麻雀在五、六年級的線上測驗結果，將其整理呈現如下表：

表 4-5 八小麻雀在五、六年級的線上測驗結果

	阿布	小隨	阿真	阿應	漫漫	阿噪	阿散	小望
103.6 (五下)	○	○	○	X	X	X	X	X
103.9 (六上)	○	○	○	○	X	X	X	○
104.2 (六下)	X	○	X	○	X	X	X	X
104.6 (六下)	○	○	○	○	○	○	○	○

從表 4-5 可知，在經過補救教學方案模式實施九個月後（104.10~104.06），八小麻雀竟全部合格了，在那之前，每次測驗都一定會有人不合格，而在補救教學行動方案實施後，在六下 2 月的測驗中（104 年 2 月），許多小麻雀仍不合格的原因，乃是由於本研究的行動方案實施是在 10 月，在此之前，阿正老師已先用一般的教學方式，教導完 3 個單元的數學補救教學課程，而 2 月的測驗範圍為六上

全部的數學單元，包含了未實施本行動方案的3個單元，因此本補救教學行動方案的效果顯現不出。可見本補救教學方案的模式，經得起教育部所屬的補救教學線上測驗的考驗，可說是一個成功的方案了。

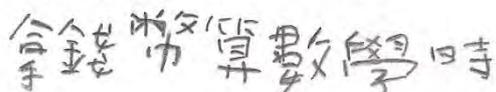
## 貳、質性資料

為探討學童在本補救教學行動研究方案中，在情意方面的展現與轉變，研究者透過學童的數學日記、教師的教學札記與教學現場中學童的上課表現，探討學童的學習興趣、學習態度、自我認同與自信心等方面，分析如下：

### 一、學習興趣

在第一天複習五年級小數除法部份的數學日記中，有4個小麻雀（阿應、阿布、漫漫、阿散）表示對學習的內容都很喜歡，另外4個小麻雀則是部分喜歡。第二天的教學是整數除以小數，有7個小麻雀喜歡上課內容，小隨則是特別喜歡老師拿出假錢幣當作教具，可以自己操作解題，有如下的記錄：

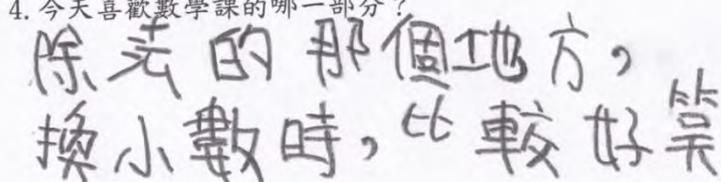
今天喜歡數學課的哪一部分？



(小隨 1006 記)

第三天是整數除以小數的教學，8個小麻雀都表示喜歡上課內容。第四天是小數除以小數，有7個小麻雀喜歡上課內容，阿噪則是對小數除以小數中的小數點移位規則覺得好笑，可見阿噪不但對教學內容有興趣，甚至產生了趣味，如下所示：

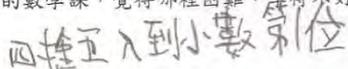
4. 今天喜歡數學課的哪一部分？



(阿噪 1009 記)

第五天也是小數除以小數，有7個小麻雀喜歡上課，另外，雖然阿散覺得這個部份學習有困難，但是仍然喜歡上課，如下所示：

今天的數學課，覺得哪裡困難，學得不好？



今天喜歡數學課的哪一部分？

全部喜歡

(阿散 1013 記)

綜合 8 小麻雀在五天的小數除法補救教學的學習興趣，研究者將其整理如下表：

表 4-6 小麻雀對補救教學學習興趣表

	小望	小隨	阿布	阿真	阿散	阿噪	阿應	漫漫
第一天	△	△	V	△	V	△	V	V
第二天	V	△	V	V	V	X	V	V
第三天	V	V	V	V	V	V	V	V
第四天	V	△	V	V	V	V	V	V
第五天	V	V	V	V	▲	V	V	V

V：喜歡；不喜歡；△：部份喜歡；▲：有困難，但是喜歡

從上表來看，剛開始教學時，不是每個人都對教師的教學內容展現出高度的學習興趣，但在第二天以後，除了阿噪以外，幾乎每個人對整個教學內容都很喜歡，雖然事實上不是每個小麻雀在學習單的表現都很好，但並不影響他們對小數除法學習的興趣。

## 二、學習態度

雖然 8 小麻雀在學習上展現出高度的興趣，連帶也讓他們在課堂上展現出好的學習態度，但課堂上解題成功與否仍會影響學習態度，例如，在阿正老師第二天的教學札記中，就看出了漫漫因為解題錯誤而不高興，記錄如下：

今天教學時，覺得學生的反應很好，只有漫漫因為解題錯誤而在表情上顯現出不快樂。

(T 1006 札)

除了以上的札記記錄外，從教學錄影中也可看出漫漫在學習態度上變得較不積極。在阿正老師修正教學後的第三天教學札記中，更明顯的看出了漫漫在學習態度上的轉變，記錄如下：

……在教學完後，漫漫表示有聽懂，於是就讓大家解練習題。結果在行間巡視時，漫漫寫對了，就稱讚了他一番，提高他的自信心，漫漫顯得非常開心。(T 1007 札)

由以上記錄可看出，當漫漫聽懂且解題成功後，教師的稱讚提高了他的自信心，從教學錄影中也可看出漫漫的學習態度變積極了。

### 三、自我認同

自我認同(ego identity)在定義上可分成對自我的內在和對外在的他人。若能對自己的各方面有一致的看法，則是內在的自我認同；而對外在的他人而言，如能了解自己與他人是不同的，自己有與他人不同的特點，了解自己的能力與需要(Erikson, 1980)，例如知道自己喜歡什麼，不喜歡什麼，就是外在的自我認同。就本研究而言，小麻雀自己知道自己喜歡什麼，認同自己的能力，就是自我認同，這些都展現在以下小麻雀的數學日記中：

第一天教學：

哪種問題本來不會解題，今天上完課後，變得會解題了？

要寫剩下幾的我會但上完就會了。

(阿應 1003 記)

第三天教學：

今天喜歡數學課的哪一部分？

我上台算題目算對

(小隨 1007 記)

第五天教學：

今天喜歡數學課的哪一部分？

上臺算小數三小數的時候，我算對了！

(小望 1013 記)

一對一教學：

你覺得老師對你一對一教學，有沒有幫助你更了解自己的問題所在？為什麼？

有，因為老師把我不會的問題教會了！

(小望 1021 記)

你覺得老師對你一對一教學，有沒有幫助你更了解自己的問題所在？為什麼？

有，因為這樣子讓我更深入的了解怎麼解題。

(阿真 1021 記)

你覺得解題時放聲思考，有沒有幫助你思考得更清楚？  
為什麼？

有，可以幫助我們思考，這樣  
就比較不會粗心，和計算錯的

(阿噪1021記)

從以上小麻雀的日記可知，這些小麻雀清楚知道自己學會了沒有，知道自  
己的需求，了解自己的能力的，亦即自我認同。

#### 四、自信心

在本行動研究教學方案中，有些小麻雀理解力較好，在當天教學過後，認為  
自己已經學會，就會展現出自信心，事實上在本方案的設計中，就是希望透過有  
效教學的內涵融入教學設計，確保學生的學習成功率，使學生對解題有興趣以及  
對自我有信心，從以下小麻雀的數學日記可看出學生的自信：

第二天：

今天的數學課，覺得哪裡困難，學得不好？

沒有問題

(阿噪1006記)

第四天：

4. 今天喜歡數學課的哪一部分？

我最喜歡寫練習題因為  
我覺得很簡單

(小隨1009記)

除了以上小麻雀外，雖然其他小麻雀有些在課堂中解題錯誤，但並不影響他們對  
自己的解題信心，而這些發生解題錯誤的小麻雀，在阿正老師的一對一教學中，  
加強了自信心，有如下的記錄：

你覺得老師對你一對一教學，有沒有幫助你更了解自己的  
問題所在？為什麼？

①有② 本來很多問題，都不會算，老師教完後，才懂了怎麼計  
算。

(漫漫1021記)

除了上述數學日記的回答，在整個補救教學行動實施後阿正老師與小麻雀的閒談  
中，曾經錯誤最多的漫漫，顯示了充分的自信，可從如下師生對話看出：

T：上完課之後，你還會怕小數除法嗎？

S：不會，因為我已經學會了。（開心的表情）

從漫漫在以上數學日記的回答和師生閒聊的對話，讓阿正老師想起在第四天的教學中，漫漫對於要上台解題是非常不情願的，害怕萬一解題錯誤會沒面子，對此，為了避免大家的焦點落在漫漫身上，使漫漫更加困窘，阿正老師不再追問原因，就請另一位自願者上台解題，並改為在下課後詢問漫漫不上台的原因，有如下的師生對話：

T：你為什麼不上台跟大家分享你的解法呢？

S：我不想上去。（不高興的臉色）

T：為什麼不想上去？可以告訴老師嗎？

S：因為我怕算錯被同學笑。

（漫漫 1009 錄）

從以上原案可見，漫漫從原本「習得無助」型（李宜玫，2012）的學生，也是原本錯誤最多的漫漫，在經過四個困境的教學循環及一對一教學後，也學會了小數除法，並且顯得有自信，而且產生令人欣慰的改變。

綜合上述，8 小麻雀經過小數除法補救教學行動研究方案的教學後，在情意方面的改變，變得對小數除法更有學習興趣，更佳的學習態度，對自我有認同感，也對自己的解題有了自信心。

## 參、小結

從表 4-3、表 4-4、表 4-5 的答對率整體來說，小數除法補救教學方案確實能提升低成就的學生在小數除法方面的解題表現，但對於有些學生在後測或延後測未能進步或退步的情形，僅從答對率仍不足以解釋其原因，尚須從學生在其他方面的表現來推斷。而從教育部補救教學線上測驗的結果來看，此教學模式在量化資料方面有不錯的成效，至於在質性的情意方面的改變，在學習興趣、學習態度、自我認同與自信心，都朝著正向來改變。由是，本方案的教學模式確實是一個有效的數學補救教學模式。

## 第四節 補救教學行動方案實施後教師之轉變

對於待答問題四「補救教學行動方案實施後教師的轉變為何？」，以下將依據 Ball 等人(2008)提出的教學的數學知識(Mathematics Knowledge for Teaching, MKT)之範圍，探討教學者阿正老師在實施行動方案後在教學的數學知識上的轉變。Ball 等人(2008)的 MKT 分為一般的內容知識(CCK)、橫向的內容知識(HCK)、特殊的內容知識(SCK)、內容知識和學生知識(KCS)、內容知識和教學知識(KCT)及內容知識和課程知識(KCC)等方面。阿正老師在 6 個方面的 MKT 中，除了一般的內容知識(CCK)和橫向的內容知識(HCK)兩方面的知識沒有增長外，後面 4 個方面均有成長，說明如下。

### 壹、特殊的內容知識方面

這種知識是指的是教師在教學時必須具備的特定數學知識，例如學生的解題方法與教科書不同，教師必須能判斷其解法是否合理，若不合理，其原因為何？在此方面，阿正老師在每天教學後，透過教學札記、學生的日記、學習單，及與學生的晤談中，找出學生解題錯誤的原因，經過一次次問題與解決的教學循環中，阿正老師面對學生在計算方法、數學概念、推理過程等所展現的解題策略，對於判斷學生的解題方法是否合理的知識方面增長了。例如，在本研究中，阿散在計算「 $84 \div 0.4 =$ 」時有如下的解題記錄：

$$\begin{array}{r} 0.4 \overline{)840} \\ \underline{840} \\ 0 \end{array}$$

64  $\div 0.4 = 210$   
A: 210杯

(阿散 1006 單)

以上阿散所用的計算方法並非教科書中呈現的方法，因此阿正老師特地在課後晤談時，確認阿散的想法，以判斷其解法的合理性。

### 貳、內容知識和學生知識方面

這種知識是把數學知識和對學生的認知連結在一起，也就是說教師須知道學

生目前在數學上的認知發展，學生通常是如何解題的？學生常犯的錯誤是如何思考的？教師的舉例是否超越學生的理解能力？在此方面，阿正老師是透過文獻探討中了解到學生在小數除法中常犯的錯誤有哪些，再從自己的教學札記、學生的日記、學習單，及與學生的晤談中學習到許多文獻中較少提及或沒看過的學生的迷思概念，也增長了阿正老師在此方面的知識。例如本研究困境一的問題：除數的小數點去掉後，被除數一定要補0，就是文獻中沒看到過的迷思概念，而阿正老師為了確認學生的想法，透過課後的晤談發現學生在解類似題時也用了相同的錯誤規則，讓阿正老師認識了新的迷思概念。

### 參、內容知識和教學知識方面

這種知識是把數學知識和教學知識連結在一起，對於教科書教材的編排，教師可以視學生的學習狀況更動其教學順序。對於同一個數學概念，能善用各種表徵進行教學，使學生容易理解，或是用不同的教學策略，幫助學生理解教材內容，教師應該明瞭其優缺點並靈活運用。在此方面，阿正老師在行動研究的教學循環過程中，增長了許多教學策略的知識，說明如下：

一、在與指導教授梁老師及行動研究的合作夥伴包老師討論教學問題時，對於分段佈題的建議及使用不同的教具操作解題的建議，阿正老師也在教學中使用，最後證明此兩者有效的教學策略。

二、在教學過程中，阿正老師發現學生容易忘記或誤用四捨五入的規約，因此教學時再次說明四捨五入規約並要求學生解題前說出規約，而此策略從學生的成功解題得到有效的印證。

三、由於阿正老師教學時發現學生有數字未對齊而產生錯誤的情形，就立刻修正教學，要求學生計算時要用手指比著，或是畫垂直線來幫助數字的位置對齊，並強調數字要寫正，以及要求學生在解題時，移動小數點後要馬上點上，避免商數的小數點點錯的情形再次發生，最後從學生成功解題的過程，阿正老師知道了這些教學策略成功了。

四、阿正老師在一對一教學前，參考了數學輔導團的夥伴和王諍友的意見後，針對學生在商和餘數的小數點在計算時會忘記或看錯的問題，發明一個口訣「上新下舊」讓學生記憶並自我提醒，並要求學生在做題目時，寫商和餘數時要「停一

停，想一想口訣，再點上小數點」，配合放聲思考，最後從學生解題時發現減少了學生產生此類的錯誤，也讓阿正老師的發明產生了功效。

五、在對學生一對一教導時，由於阿正老師認為，當小數的乘除問題混合時，小數是干擾學生思考解題方法的原因，所以請學生將小數數字用手或鉛筆遮起來，再重新思考，結果學生能運用正確的解題方法，因此阿正老師發現這個策略對於小數的應用問題很有效。

六、阿正老師在教學中發現若將一對一教學加上同儕輔導策略，可大幅縮短教學時間，且獲得不錯的效果。

由以上六個教學策略方面的成功，阿正老師認為自己在數學的內容知識和教學知識方面增長了。

#### 肆、內容知識和課程知識方面

這種知識是把數學知識和課程知識連結在一起，教師可特定主題作教學設計，包括課程安排、進度以及使用資源的方式。在此方面，阿正老師在與指導教授梁老師及行動研究的合作夥伴包老師討論教學問題時，有對分段佈題的建議及使用不同的教具操作解題的建議，而阿正老師也在教學中使用了古式積木、假錢幣等教具解決教學困境，最後證明此兩者是有效的教學策略，也增長了本身的內容知識和課程知識。

從以上討論可知，阿正老師在小數除法補救教學行動研究實施的前、後，在四個教學的數學知識上有不少的成長，也呼應了文獻探討中提到的行動研究能培養教師自我反思的能力，同時透過反思，可促進教師的自我成長，發展教師的專業能力(林佩璇, 2007; 蔡清田, 2010; 簡紅珠, 1991; Ambrose, et al., 2007; Ashton, 1984; Ginns, et al., 2001; Stark, 2006; Winker, 2001)。而除了以上四種教學的數學知識外，阿正老師在另外兩種知識，即一般的內容知識(CCK)和橫向的內容知識(HCK)沒有成長，其原因為一般的內容知識是一種純粹的數學知識，而小數的知識並不會因為本行動研究而有所改變。至於橫向的內容知識是指數學與其他科目的連結，是一種課程統整，但在本研究中，阿正老師的教學沒有與其他科目連結，這方面的知識也就不會有增長。

## 第五節 小數除法補救教學介入模式

本節針對待答問題五：「如何研擬出適合低成就學童學習小數除法單元的補救教學介入模式？」，將小數除法補救教學介入模式的研究結果分成四部份說明，分別是：小數除法補救教學之有效教學行為、融入有效教學行為之小數除法補救教學流程與模式、有效教學應用在補救教學之一般做法、融入有效教學行為的一般數學教學流程與模式。依序說明如下：

### 壹、小數除法補救教學之有效教學行為

研究者在教學過程中，將有效教學的行為融入在小數除法的補救教學中，在完成整個補救教學方案後，研究者依據教學現場的實際狀況，將本研究在「小數除法補救教學」實施前，為使補救教學符合有效教學的精神，在教學前、教學中和教學後，依據 Borich (1994, 2004) 的理論，擬定教師應遵守的「小數除法補救教學之有效教學行為」(圖 2-3)，加以微調成如下圖所示：

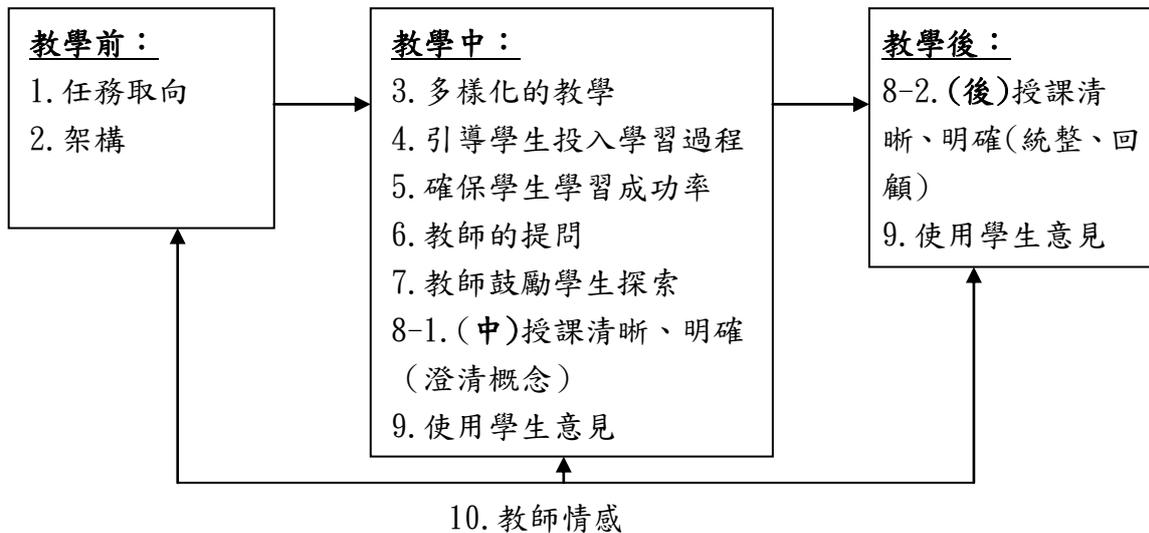


圖 4-5 小數除法補救教學之有效教學行為(行動後)

從教學現場中可知，學生在教師教學後，於課堂中練習解題時，仍會產生錯誤，以下列的學習單和晤談記錄為例：

果汁題：商人賣果汁，將 13.9 公升的檸檬汁，全部分裝成 3 瓶，每瓶裝的一樣多，請問每瓶可裝幾公升？剩下幾公升？(商算到整數)

$$\begin{array}{r} 154 \\ 3 \overline{) 463} \\ \underline{30} \phantom{0} \\ 163 \\ \underline{150} \\ 130 \\ \underline{120} \\ 100 \\ \underline{90} \\ 100 \end{array}$$
 漫漫  
 A: ①46公升 ②1公升  
 (漫漫 1003 單)

T：你是依據什麼理由來決定去掉小數點呢？

S：不管是除數還是被除數，只要有小數點就要去掉。

T：題目說商算到整數，你為什麼要算到小數第一位？

S：我以為題目的意思就是要四捨五入。

漫漫：(漫漫 1003 晤)

從以上例子可知漫漫對「商算到整數」的意義不清楚，將其與「四捨五入」的意義混淆，因此尚需由教師再澄清或提醒，此時教師的教學應該盡可能清晰和明確，摘要相關重點，並明確告知錯誤之處及改正方法，避免學生混淆相關概念，故在圖 4-5 中，將教學中的部分作微調，加入「授課清晰、明確」的有效教學行為。此外，教師在教學中經常會根據學生的回答而修正教學內容或繼續教學對話，故教學中的部份需再加入「使用學生意見」的有效教學行為。如是，修正後的圖 4-5，研究者認為亦可作為教師在進行一般數學補救教學時可運用之有效教學行為。

## 貳、融入有效教學行為之小數除法補救教學流程與模式

在教學者將上述有效教學行為，實際融入在教學流程中時，仍發現原先的流程有不妥之處，依據教學現場，圖 3-2 的小數除法補救教學流程圖需要加以修改，以符合實際教學流程與內容並作為有效的小數除法補救教學模式，茲將修改後之流程與模式圖示如下：

有效教學行為：

- ①任務取向
- ②架構
- ③多樣化的教學
- ④引導學生投入學習過程
- ⑤確保學生學習成功率
- ⑥教師的提問
- ⑦探索
- ⑧授課清晰、明確
- ⑨使用學生意見
- ⑩教師情感

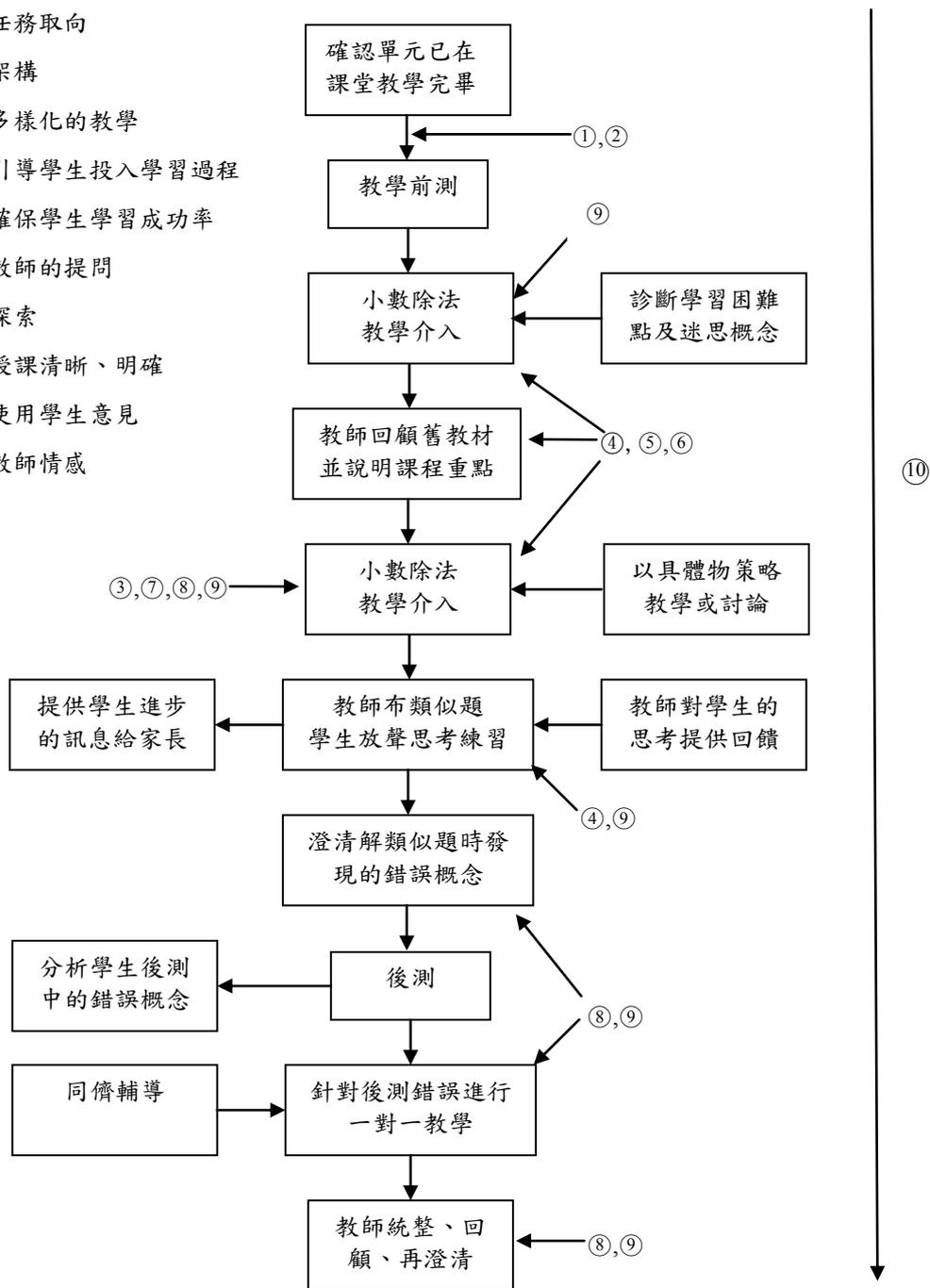


圖 4-6 小數除法補救教學流程與模式圖(行動後)

上圖中，與圖 3-2 最主要不同處有五，其一是在學生解類似題時，教師在行間巡視會發現學生仍有一些錯誤，因此在學生解完類似題後，仍需由教師再澄清或提醒，再進行後測，故在後測前加入「澄清解類似題時發現的錯誤概念」的步驟；其二是一對一教學時，是由教師與學生對話，根據學生的回答來因應調整教

學內容，找到學生的問題點教學，不必加入小數除法教學介入模式，因此將此步驟刪除。其三，在「教師統整、回顧、再澄清」步驟，教師的教學需清晰、明確，讓學生在回顧整個小數除法教學內容時，能有清楚的脈絡可遵循，故在此步驟加入「授課清晰、明確」的有效教學行為。其四，在「小數除法教學介入」和「教師回顧舊教材」步驟，由於學生初解題時容易因不知從何著手而分心，教師必須透過教學策略引導學生投入學習，故在此步驟加入「引導學生投入學習過程」。最後，研究者發現實際教學時，在「小數除法教學介入」、「教師布類似題，學生放聲思考練習」、「澄清解類似題時發現的錯誤概念」、「針對後測錯誤進行一對一教學」等步驟，教師都需與學生對話，根據學生的回答來調整教學或提問的內容，故在這些步驟都加入「使用學生意見」的有效教學行為。如上，經過調整後，建構出圖 4-6 之小數除法補救教學流程與模式。

### 參、有效教學應用在補救教學之一般做法

從補救教學行動研究方案結果中，研究者歸納出六點可用在一般數學補救教學的有效教學做法，分成教師部分和學生部份，說明如下：

#### 一、教師部份

##### (一) 教師分段佈題，逐句呈現資料

對於低成就學童而言，分段佈題能降低題意理解的難度，授課教師可逐句說明，更可搭配題目情境，多元呈現問題，以增加生活化和趣味化(梁淑坤, 2012)。

以下以教學時使用的 ppt 投影片為例：

<p>第九題 (洛神花題)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>農人採收了15公斤的洛神花，每0.4公斤裝成一包，全部裝完，可裝成幾包？</li> </ul>	<p>第九題 (洛神花題)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>農人採收了15公斤的洛神花，</li> <li>每0.4公斤裝成一包，全部裝完，</li> <li>可裝成幾包？</li> </ul> 
修改前	修改後

上圖中，左邊為第一天教學時使用的 ppt 格式，但在教學中，阿正老師發現學生

對題意不甚理解，需再詳細說明，學生才能理解並解題，因此研究者採用專家諮詢的意見，在下次上課時，改成右邊的格式，除了附上情境圖片，還透過 PowerPoint 簡報軟體的功能，設計為按下滑鼠按鈕後才顯示內容的逐句呈現方式，每呈現一句便說明文意，使學生更容易理解題意。

## (二) 教師以多元表徵操作，表徵數學概念

在對低成就學童教學時，應遵從兒童的認知發展層次，從操作具體物開始，幫助學童理解題意與解題，然後是半具體物，最後才是符號呈現，因此透過多元表徵的操作，表徵複雜的數學概念，可降低學童理解的困難度。茲以小麻雀漫漫遇到困難時，阿正老師透過多元表徵操作，教學成功的事件為例，說明如下：

當學生解題錯誤時，阿正老師採納了同是高年級的包老師給的諮詢意見：

包老師：學生就是會常常搞混四捨五入和商算到第幾位，如果只用說的，或是只說明一次是不夠的，他們會忘記。建議你要用不同的方式說明，譬如用不同的教具說明，甚至給學生操作更好，……。(A2 1003 諮)

根據以上專家的諮詢意見，阿正老師在下次教學時使用古氏積木作為教具，說明小數除法算則的數學概念，而此教學方式對七小麻雀很有效，但對漫漫卻仍不足以讓他理解，阿正老師的教學札記有如下的記錄：

今天教學時，覺得學生的反應很好，只有漫漫因為解題錯誤而在表情上顯現出不快樂。  
(T 1006 札)

再從學習單上的解題記錄來看，漫漫對於小數除法的計算，仍然一知半解，記錄如下：

豆漿題：早餐店煮好 84 公升的豆漿，每 0.4 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？

Handwritten student work for a math problem. On the left, a vertical division shows 84 divided by 0.4, resulting in 21. On the right, the equation  $84 \div 0.4 = 21$  is written. Below the equation, the name '漫漫' is written.

(漫漫 1006 單：除數去掉小數點後，被除數未補 0)

因此研究者在下一次教學時，改採用假錢幣 10 元和 1 元作為教具，結果收到很好的效果，從以下阿正老師的教學札記可看出：

在教學完後，漫漫表示有聽懂，於是就讓大家解練習題。結果在行間巡視時，漫漫寫對了，就稱讚了他一番，提高他的自信心，漫漫顯得非常開心。(T 1007 札)

由上述例子可知，透過多元表徵的操作，確實能幫助學生理解題意與解題。

### (三) 教師以一對一教學搭配同儕輔導

一對一教學對於低成就學童而言，大部份的教師都會同意是有效的教學策略，但同時會有教學時間不足的問題，因此雖然知道有效，但真正實施的並不多，尤其是學童人數多時，只能針對少數學童作一對一教學，甚至不採用。而在本研究中，研究者是將一對一教學搭配同儕輔導，研究結果也證實了此教學策略是有效的，可從阿正老師的教學札記得到印證：

... 有個問題當阿應教過後，漫漫仍然不懂，阿應就有點急了，再說一次後，漫漫的不懂讓他有點不耐煩，結果旁邊的小麻雀阿噪和小隨很熱心的主動過去幫忙教漫漫，就這樣，三個小麻雀像「三娘教子」般的教導漫漫，竟然因此讓漫漫聽懂了，可見同儕教導也有不錯的教學效果。

在阿布教學完成後，則請他去教錯誤第二多的同學，按照這樣的模式，直到教學完錯誤第三少的學生後，就停止同儕教導，我則繼續教學，直到八小麻雀都全部教學完...，結果我發現，當我教到最後三個低分組學生時，低分組學生在計算題方面都能重新計算正確，應用題方面，學生仍然不會的地方變少了，讓我能夠以較短的時間，完成八小麻雀的一對一教學。(T 1021 札)

從以上札記可知，實施一對一教學，時間也可以很精簡，但要注意的是，當班級中的低成就學童程度都過低時，同儕輔導就可能行不通了。

## 二、學生部份

### (一) 學生採用解題口訣加強記憶，並在解題前說出算則、規約或口訣

低成就學童的特性之一是容易忘記，因此若能將解題需用到的數學概念精簡，變成只有簡單幾個字的口訣讓學童記憶，降低認知負荷(cognitive load)，每次解題前只要念出口訣，喚醒記憶，就能成功解題，而此策略對於需要算則、規約或可發明口訣的計算題，可讓低成就學生在解題前先說出，放聲思考，會更容易解題，因此對於要應用算則計算的問題特別有效。在以下阿正老師的教學札記中，可知口訣策略確實有效：

... 在一對一的教學，學生重新解題時，除了解題時的放聲思考，我先提醒學生遇到商和餘數的小數點填入時，「停一停，想一想口訣，再點上小數點」，再讓學生解題，結果學生在重新解題時，大部分都能自我解題，完成全部錯誤的修正，只有二位（漫

漫和阿散)需要在應用問題稍加講解。經過兩節課的一對一教學，我發現「停一停，想一想口訣，再點上小數點」的策略十分有效，學生會想起上課時學過的規則，正確的點上小數點，應用問題也能正確的解題，所以我覺得這樣的策略，非常適合應用在低成就的學生身上。(T 1021 札)

此外，從漫漫的數學日記也可看出口訣的效果：

2. 你覺得老師的一對一教學，有沒有解決你不懂的地方？為什麼？

①有 ②本來會計算錯物，忘記黑點小數黑點老師教我後來停一停想一想，我就發現問題，不會寫錯了。

(漫漫 1021 記)

## (二) 學生使用放聲思考解題

放聲思考策略在文獻探討中已說明過可幫助低成就學童解題，在本研究的結果中，亦得到證明，有如下的數學日記：

3. 你覺得解題時放聲思考，有沒有幫助你思考得更清楚？為什麼？

有，因為計算錯誤時老師叫我放聲思考讓我能找出計算錯誤的地方。

(阿真 1021 記)

由以上阿真的數學日記可知，當放聲思考時，學生能自我找出計算錯誤之處，因此若能將此策略應用在一般的教學測驗中，當能減少低成就學童因計算錯誤而失去的分數，影響其自信心。例如在下面的例子中，若漫漫能將阿正老師教的口訣「上新下舊」在計算時邊寫邊唸出來，那麼在寫商和餘數的小數點時，就會注意到餘數的小數點要對齊被除數小數點移動前的位置，也就不會寫錯答案了。

繩子題二：75.3 公尺長的繩子，每 1.9 公尺剪成一段，可剪成幾段？剩下幾公尺？(商算到小數第一位)

$$\begin{array}{r}
 396 \\
 175 \overline{) 6917520} \\
 \underline{59} \\
 183 \\
 \underline{171} \\
 120 \\
 \underline{144} \\
 6
 \end{array}$$

漫漫

A: 39.6段 剩下6公尺

(漫漫 1013 單)

### (三) 學生能以手指遮掩數字，專心於應用題的題意之理解

在本研究的一對一教學結果中，研究者發現在應用問題中，若出現小數，會影響學童對題意的理解，但若先遮住小數，則學童能理解題意並成功解題，同時研究者回想起在研究所博士班的課程中，任課教師同時也是指導教授的梁老師曾經在課堂中提到，分數和小數在應用問題中會影響學生對題意的理解。此外，在研究者教學經驗中，以及以數學輔導員身份到校服務的觀課經驗中，分數的應用問題也有同樣的狀況。在實際教學的情況中，可從阿正老師的教學札記來看：

.... 在(劉氏小數題庫)的一對一教學時，我發現... 有小數的問題，則學生的列式會受到干擾，尤其是單位數是小數的乘法問題，錯誤最多(如果一瓶牛奶含有0.95克的鈣質，0.3瓶牛奶含有幾克的鈣質?)....，但當我教學第一位學生時，將單位數的小數用手遮起來，請學生重新思考，結果學生都能正確回答，因此我認為小數是干擾學生思考解題方法的原因，所以當小數的乘除問題混合時，請學生先以鉛筆或手指將小數遮掩，可幫助學生釐清題意... 請後來一對一教學的學生用同樣的方法，對選擇題中其他問題重新解題，結果其他學生都能正確解題。(T 1023 札)

此外，更可從一對一教學的對話中，得到更清楚的印證：

**劉氏小數題庫：如果一包糖果重0.6公斤，0.15公斤重的糖果是幾包？**

① (0.6+0.15) 包 ② (0.6-0.15) 包 ③ (0.15×0.6) 包 ④ (0.6÷0.15) 包 ⑤ (0.15÷0.6) 包

T：如果我把小數遮住，現在用整數來看，如果一包糖果重2公斤，4公斤重的糖果是幾包？要怎麼算？

S：4除以2。

T：那你會呀！那現在我把遮住小數的手打開，你把題目再看一遍，應該怎麼算？

S：0.15除以0.6。

T：那這樣你就會啦！所以你是被小數干擾了，對嗎？

S：對。

(漫漫 1027 對)

根據上述兩個例證，研究者認為，對於分數和小數的應用問題，當學童誤解

題意，而用錯誤的解題策略時，可嘗試將分數或小數遮掩，或是先以整數代替，會是有效的教學法。

#### **肆、融入有效教學行為的一般數學教學流程與模式**

從本研究的研究結果，除了可歸納出上述用在一般數學補救教學的有效教學做法外，研究者再根據本研究建構的小數除法補救教學流程與模式，將之修改並建構出融入有效教學行為的一般數學教學流程與模式，作為國小數學教師在新的單元教學時參考之用，如下圖所示

有效教學行為：

- ①任務取向
- ②架構
- ③多樣化的教學
- ④引導學生投入學習過程
- ⑤確保學生學習成功率
- ⑥教師的提問
- ⑦探索
- ⑧授課清晰、明確
- ⑨使用學生意見
- ⑩教師情感

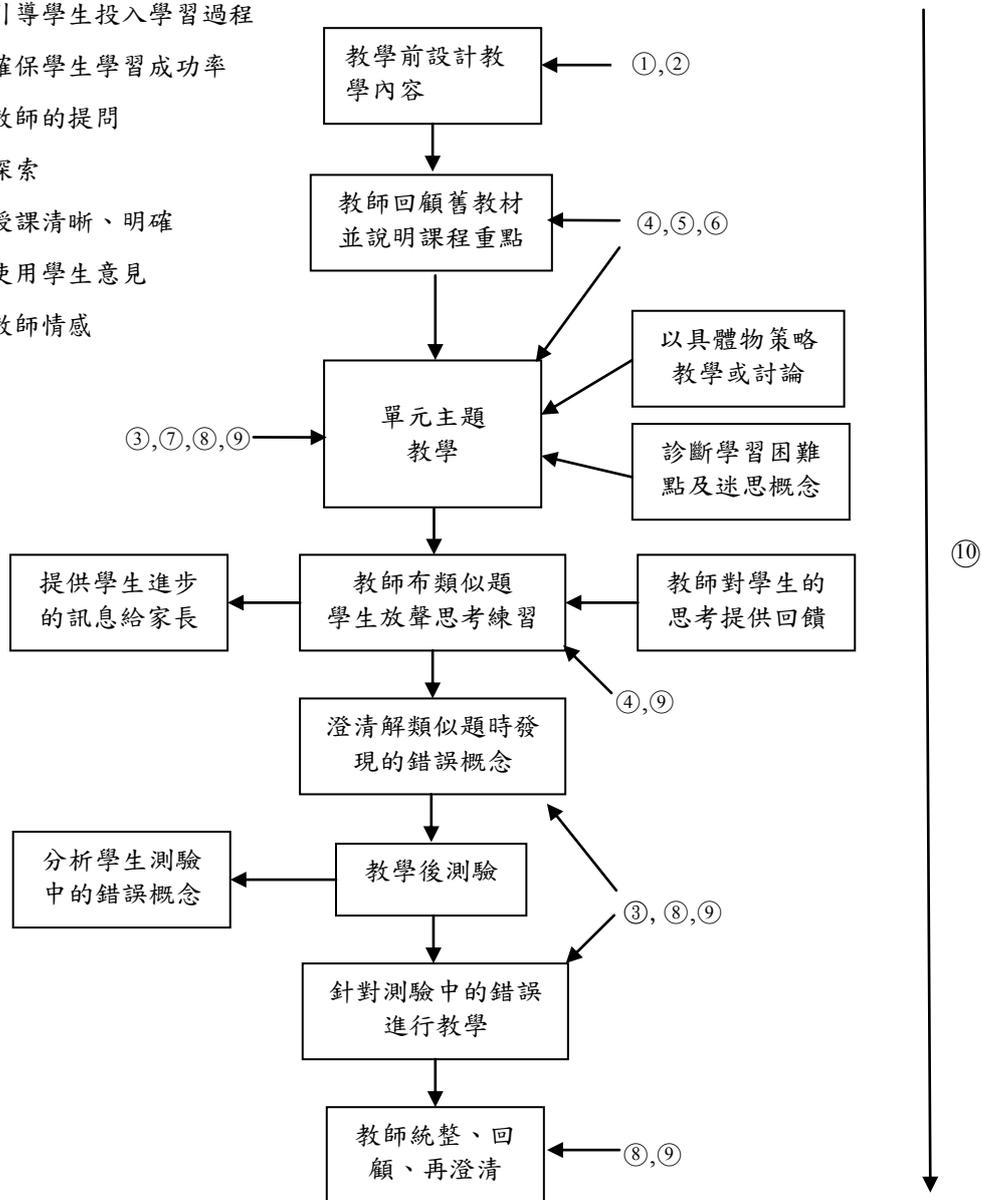


圖 4-7 一般數學教學流程與模式圖

由上圖 4-7 來看，由於是一般數學教學，並且是新的單元教學，故研究者刪除圖 4-6 中「確認單元已在課堂教學完畢」、「教學前測」和回顧舊教材之前的「小數除法教學介入」，並且由於有教學進度的壓力，「同儕輔導」的教學策略並不適合在課堂教學中實施，故此教學策略亦刪除。另外，在單元主題教學的步驟，加

入診斷學習困難點及迷思概念，在課堂中及時診斷學生的問題，並解決問題。此外，將「後測」改為「教學後測驗」，及「針對後測錯誤進行一對一教學」改為「針對測驗中的錯誤進行教學」。在有效教學行為方面，先將「任務取向」和「架構」融入在教學開始前的設計教學內容步驟中，再將「多樣化的教學」融入在「澄清解類似題時發現的錯誤概念」和「針對測驗中的錯誤進行教學」，讓全班學生再一次透過多樣教學方式的幫助，再次思考自己的問題所在，而其餘有效教學行為則因教學步驟相同，故不變動。

## 第五章 結論與建議

研究者認為，任何有責任和教育愛的教師，都應有有教無類的教學信念，而研究者有幸擔任班級導師、補救教學教師、行動研究者和博士班研究生四種角色，經過行動研究後，深刻體會到在平常的大班教學中，教師很難做到將全班的學生教會後再進行下一個進度，低成就學生往往是大班教學容易被忽略的一群，有時則是低成就學生因怕被同學嘲笑或害羞，而不敢向教師表達自己仍有不懂之處，致使教師誤解全班已學會而繼續下個進度的教學，因此教師有必要在課後的補救教學中，深入了解學生的問題所在並加以解決。

經由此行動研究方案，研究者確實在分析阿正老師的小數除法補救教學中，發現了阿正老師在平常全班教學中未發現的教學問題，尤其是許多數學低成就的學童仍對小數除法算則的相關概念一知半解，因此阿正老師透過行動研究一次又一次的教學循環，不斷的發現問題與解決問題，最後成功幫助學童解決問題，也幫助自己解決教學困境。而阿正老師在解決困境的行動研究中，不斷的在教學中反思，在每日教學後撰寫教學札記時反思，也在每日與學童一對一晤談時反思，而學童每日的數學日記也給了教學者回饋與反思的機會，凡此都幫助了阿正老師的教學的數學知識的成長 (Ball, et al., 2008)。另外，由於本研究的小數除法補救教學介入模式是專為課後參與補救教學的學童設計，教師在教學時與學生有大量的互動、教具的操作，以及放慢的教學進度和一對一教學的實施，加上目前高年級每週僅有 4 節數學課，因此無法反過來全盤應用在平常一般有教學進度壓力的教學中，需要加以修改。

根據研究目的，本章將與待答問題對應的研究結果、一般數學教學的流程及模式，以及研究結果與文獻的比較，歸納在第一節的結論中，第二節的建議則是研究者從行動研究中反思得到的心得列出，期盼能給在補救教學現場的教師以及未來的研究者一些建議與後續研究的參考方向。

## 第一節 結論

本節針對五個待答問題及建構一般數學教學的流程及模式，分成六個部份來回答，依序是：低成就學童的「小數除法」解題正誤情形、設計與實施「小數除法」單元補救教學行動方案、補救教學行動方案對課後參與補救教學的六年級學童和教師在三種評量工具的轉變、適合低成就學童學習「小數除法」單元的補救教學介入模式、融入有效教學行為的一般數學教學流程與模式、研究發現與過去文獻比較。

### 壹、國小六年級低成就學童的小數除法解題正誤情形

依學童在整數除以整數、小數除以整數、整數除以小數和小數除以小數等四個主題的正確和錯誤解法類型整體來看，學生的**正確解法類型**可歸納包含為3個面向，分別是計算、移位和餘數，如下。

在**計算**方面，研究者發現可分為3種類型：

- 一、直接列計算式，並以算則計算。
- 二、先以算式填充題記錄，再列計算式，並以算則計算。
- 三、不列計算式，直接以算則計算。
- 四、將減法借位和四捨五入的計算軌跡呈現。

在**被除數小數點移位**方面，則有4種類型：

- 一、被除數為整數時，先點上小數點再補0。
- 二、被除數為整數時，未點上小數點就補0。
- 三、畫出被除數小數點移位的軌跡。
- 四、呈現被除數小數點的移動軌跡，寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點。

在**餘數**方面，亦有2種類型：

- 一、寫餘數時，劃線對齊被除數的小數點。
- 二、寫餘數時，未劃線對齊被除數的小數點。

至於學童在四個主題的**錯誤解法類型**，也可歸納包含為4個面向，分別是計算、被除數、商和餘數，如下。

在**計算**方面，包含四捨五入和計算方面的錯誤2種類型：

一、四捨五入錯誤（四捨五入取商到小數第二位）。

二、計算未完成（可整除）。

在被除數方面，則包含小數點位置和補 0 的錯誤共 3 種類型：

一、被除數小數點位置錯誤。

二、被除數未補 0。

三、除數的小數點去掉後，被除數隱藏的小數點雖點出，但未去掉並移位。

在商方面，包含小數點位置和位數 2 種類型：

一、商的小數點位置錯誤。

二、誤解題意，商的位數弄錯（商算到整數）。

在餘數方面，包含餘數錯誤和小數點位置錯誤共 3 種類型：

一、餘數寫錯。

二、因計算中的餘數未對齊而點錯餘數的小數點。

三、未將餘數點上小數點。

## 貳、設計與實施「小數除法」單元補救教學行動方案

在 8 個小麻雀與阿正老師共同進行的小數除法單元補救教學行動方案中，阿正老師共遇到了四個教學困境，困境一是發現學生的 1 個問題，經過三次行動研究循環，最後解決問題。困境二是發現學生的 1 個問題，經過一次行動研究循環即成功解題。困境三是先發現學生的第 1 個問題，經過一次行動研究循環後，部份小麻雀成功解題，但有些小麻雀產生了第 2 個問題，再進行第二次行動研究循環，但仍發現部份小麻雀成功解題，而有些小麻雀卻又同時產生了 3 個問題，再進行第三次行動研究循環，一次解決了 3 個問題。困境四是發現學生的 1 個問題，經過一次行動研究循環即成功解題。

經過上述四個困境的問題與解決的行動研究循環，確實解決了阿正老師的教學困境，也幫助了小麻雀小數除法的學習，並且自己在數學的學科教學知識方面也有所成長，而研究者在此小數除法補救教學的行動研究中，經過反思後，將研究結果歸納成下列三方面的結論：

一、就小數除法問題與解決方面

（一）研究者在小數除法補救教學行動中，發現學童共產生了 12 個問題，教師則

用 9 個教學策略解決學童的問題。

(二)一對一教學配合同儕輔導，可縮短教學時間，也能對症下藥，解決問題。

(三)同儕輔導策略對算則的學習有不錯的教學效果。

(四)放聲思考確實能幫助學生思考問題，減少計算錯誤產生。

## 二、就補救教學行動方案歷程方面

行動研究循環適合應用在數學補救教學，在面臨教學困境的解決過程中，有些問題無法在一次的教學循環中解決，必須透過反思，再擬定解決策略，以進行下一次的教學循環，如此不斷的循環，直到解決問題為止。

## 三、就前導研究和正式研究的落差來看

研究者在前導研究後擬定的教學介入方式，經過正式行動方案實施後，針對學生在教學時產生的狀況，調整了部分的作法，羅列如下：

(一)將佈題方式改成分段佈題，避免學童誤解題意。

(二)將原本鼓勵學童放聲思考解題，調整為要求學生於每次計算時放聲思考。

(三)要求學童先說出四捨五入規約再解題，以自我提醒。

(四)要求學生以直式算則計算小數除法時，用手指比或畫垂直線幫助數字對齊。

(五)將單位量轉換後的除法算式與原小數除法算式並置比較，以說明「小數點去掉」的規則。

(六)要求學童解題時，強調「寫正和對齊」、「被除數的小數點移位後，就算是整數，也要馬上點上小數點」，以避免商數和餘數在點上小數點時的混淆。

(七)發明口訣「上新下舊」讓學生記憶並自我提醒，並在寫商和餘數時，請學童「停一停，想一想口訣，再點上小數點」。

(八)請學童以手指遮掩小數後再思考解題，避免小數干擾題意理解。

(九)一對一教學調整成配合同儕輔導，同時進行。

## 參、學童和教師的轉變

### 一、學童方面

依據 Koehler 和 Grouws (1992)提出的數學的有效教學模型，學生的表現可從認知和情意二個向度來檢驗。

(一)、認知方面：

1. 南一版後測卷和劉氏小數題庫

從南一版後測卷及劉氏小數題庫在後測及延後測的答對率整體來看，補救教學的效果相當不錯，確實對於學生的學習起了作用。

2. 教育部補救教學線上測驗的結果

經過補救教學方案模式實施九個月後(104.10~104.06)，八小麻雀在六年級期末進行的線上測驗結果，全部合格了，而在那之前，每次測驗都一定會有人不合格，可見本補救教學方案的模式，經得起教育部所屬的補救教學線上測驗的考驗，可說是一個成功的方案了。

(二) 情意方面：

8小麻雀經過小數除法補救教學行動研究方案的教學後，在情意方面的改變，變得對小數除法更有學習興趣，更佳的學習態度，對自我有認同感，也對自己的解題有了自信心。

## 二、教師方面

教學者阿正老師在實施行動方案後在教學的數學知識上的轉變，分為特殊的內容知識、內容知識和學生知識、內容知識和教學知識及內容知識和課程知識四個方面，如下。

(一) 特殊的內容知識方面：

阿正老師面對學生在計算方法、數學概念、推理過程等所展現的解題策略，對於判斷學生的解題方法是否合理的知識方面增長了。

(二) 內容知識和學生知識方面：

阿正老師透過文獻探討中了解到學生在小數除法中常犯的錯誤有哪些，再從自己的教學札記、學生的日記、學習單，及與學生的晤談中學習到許多文獻中較少提及或沒看過的學生的迷思概念，也增長了阿正老師在此方面的知識。

(三) 內容知識和教學知識方面

阿正老師在行動研究的教學循環過程中，增長了六個教學策略的知識，包含分段佈題及使用不同的教具操作解題、要求學生解題前說出四捨五入規約、用手指或劃線強調數字要寫正及移動小數點後要馬上點上、發出口訣讓學生記憶並在解題前配合放聲思考「停一停，想一想口訣，再點上小數點」、將小數數字用手或鉛筆遮起來再重新思考以及一對一教學加上同儕輔導策略。

#### (四) 內容知識和課程知識方面

阿正老師在與指導教授梁老師及行動研究的合作夥伴包老師討論教學問題時，有對分段佈題的建議及使用不同的教具操作解題的建議，而阿正老師也在教學中使用，最後證明此兩者是有有效的教學策略。

#### 肆、適合國小六年級低成就學童學習「小數除法」單元的補救教學介入模式

從本研究可看出，一位國小教師在經過文獻探討和教學研究後，實際經過 2 星期的補救教學，可得出一個有效的小數除法補救教學介入模式，此部份的研究結果分成四部份說明：

一、Borich (1994, 2004) 的有效教學的行為可融入在小數除法的補救教學中，其作法為教學前確定教學任務取向，架構好教學內容，教學中則包含多樣化的教學、引導學生投入學習過程、確保學生學習成功率、教師提問、教師鼓勵學生探索以及授課需清晰和明確，教學後的統整也需清晰和明確，而在整個教學過程中，教師要負有教學熱誠，投入教學情感。

二、有效的小數除法補救教學流程與模式應如圖 4-6 所示。

三、有效教學應用在補救教學之一般做法

研究者歸納出六點可用在一般數學補救教學的有效教學做法，分成教師部分和學生部份，羅列如下：

##### (一) 教師部份

1. 教師分段佈題，逐句呈現資料。
2. 教師以多元表徵操作，表徵數學概念。
3. 教師以一對一教學搭配同儕輔導。

##### (二) 學生部份

1. 學生採用解題口訣加強記憶，並在解題前說出算則、規約或口訣。
2. 學生使用放聲思考解題。
3. 學生能以手指遮掩數字，專心於應用題的題意之理解。

四、補救教學行動研究方案的實施確實能提升教師教學的數學知識。

## 伍、融入有效教學行為的一般數學教學流程與模式

根據本研究建構的小數除法補救教學流程與模式，將之修改並建構出融入有效教學行為的一般數學教學流程與模式，作為國小數學教師在新的單元教學時參考之用，如圖 4-7 所示。

## 陸、研究發現與過去文獻比較

根據本研究的研究結果，可分成三點與過去文獻比較，如下：

- 一、Borich 有效教學模式：Borich (1994, 2004) 提出的有效教學五項指標和五項必備條件，若應用在一般數學補救教學中，可建立為如圖 4-5 之有效教學行為模式。
- 二、補救教學進行方式：本研究之補救教學進行方式有別於張新仁等人 (2000) 提出之五種方式及教學模組的方式 (林佳明, 2012; 林麗雲, 2003; 徐偉民、林潔慧, 2010)，乃是在課後於原班級進行的教學，提供學習困難的學生額外的教學指導與幫助，實施個別或小組教學，是一種輔助性的措施，採用不同的教材與教學方式。
- 三、劉、侯氏小數除法：表 2-5 劉、侯氏小數除法教學錦囊表 (劉曼麗和侯淑芬, 2008) 和本研究結果之表 4-2 小數除法補救教學問題與解決過程統整表在功能上可互補，不但可提供教師在一般小數除法教學時之參考，更可應用在小數除法補救教學，使教師在遇到相同或類似之教學困境時，不至於手足無措，應用表中提供之解決策略，解決學生的問題。

## 第二節 建議

由本研究可看出一位熱心去了解兒童錯誤想法的教學者阿正老師，用 2 週共 8 堂課進行小數除法補救教學行動研究，透過行動中發展出的一些有效的教學策略，不但解決了教學的問題，也解決了學生學習的問題，同時教師本身的教學知識也有增長，從這可看出教師成為行動研究者是可行的，也不一定只有數學科才

能實施。透過本研究，研究者對於一般實施數學補救教學的教師與後續研究者，有如下的建議：

#### 壹、對在學校進行補救教學的教師而言

- 一、藉由本研究可知道學生在學習小數除法時可能會出現的正誤解法，教師可據以設計教學內容，以改進教學。
- 二、若教學現場的教師在遇到小數除法的教學困境時，可以引用本研究結論之解決策略於教學上。
- 三、教師應鼓勵低成就的學生多參與學習，遇到困難不放棄，教師在平時應做行動研究者，不斷反思，因應學生的問題彈性改變教學方法。
- 四、除了小數除法外，教師可提供其他教學題材或類似科目的補救教學活動，讓所有參與補救教學的教師互相學習，幫助更多低成就學生。

#### 貳、對後續研究者而言

- 一、可增加參與補救教學研究的班級數和學生數，所得的結果會更具代表性。
- 二、每次進行補救教學單元的內容不宜過多，應多深入討論，以避免受到教學時間的限制而中斷教學。
- 三、可多邀請同年段的教師作為行動研究的諍友，以多方檢視教學者所獲得資料的正確性和可信度。
- 四、可將本研究建構之一般數學教學流程與模式，透過教學實驗加以驗證或修改，使教學模式更精進。

最後，研究者衷心希望教師未來進行數學補救教學時，若遇到教學困境，可以藉由參考本研究結果而有所啟發，進而設計出適合自己與班級學童的教學行動方案，除了解決學童的問題，也讓自己的學科教學知識有所成長，如此，對在補救教學現場的教師，又何樂而不為呢？

# 參考文獻

## 中文部分

- 方德隆 (2001)。行動研究的行動研究：研究歷程的反思。載於中華民國課程與教學學會 (主編)，**行動研究與課程教學革新** (137-172 頁)。臺北市：揚智。
- 吳明隆 (2001)。教育行動研究導論—理論與實務。臺北：五南。
- 吳金聰、劉曼麗 (2000)。國小三年級小數教學研究。**科學教育研究與發展季刊**，19，44-60。
- 呂玉琴、李源順、劉曼麗和吳毓瑩 (2009)。分數與小數的教學、學習與評量。臺北：五南。
- 李宜玫 (2012)。數學低成就學習動機之類型與區別分析：中小學弱勢學生與一般學生之比較。**教育科學研究期刊**，57(4)，39-71。
- 李玲惠 (2004)。教育界如何幫助社會經濟弱勢的學生。**現代教育論壇**，11，208-213。
- 杜正治 (1993)。補救教學的實施。刊於李永吟(1993)。**學習輔導：學習心理學的應用**。臺北：心理。
- 杜正治 (2001)。補救教學的實施。臺北：心理。
- 林妙鞠、楊德清 (2011)。故事融入小一弱勢學生之補救教學研究。**台灣數學教師電子期刊**，25，1-16。
- 林佩璇 (2007)。台灣教學行動研究運動---走入鴻流，走出泥淖，邁向新視野。**課程與教學季刊**，10(1)，35-52。
- 林佳明 (2012)。數常識教學模組融入攜手計畫四年級數學補救教學之研究。國立屏東教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東。
- 林姿韶、楊德清 (2005)。淺談數學寫作。**台灣數學教師電子期刊**，1，12-20。
- 林進材 (2000)。有效教學—理論與策略。臺北：五南。
- 林雅楓 (2011)。結合概念構圖與遊戲融入國小五年級數學低成就學童面積概念補救教學之研究。國立屏東教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東。
- 林麗雲 (2003)。運用數學科「小數」教學模組實施補救教學之研究—以國小中年級為例。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，未出版，嘉義。

- 邱孟德(2010)。**以問題導向學習應用於數學成就低落學生補救教學之行動研究**。  
國立臺北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，臺北。
- 南一書局企業股份有限公司(2013)。**國民小學數學課本、教學指引第10冊**。臺南：南一。
- 南一書局企業股份有限公司(2014)。**國民小學數學課本、教學指引第11冊**。臺南：南一。
- 洪素敏、楊德清、蔡鳳秋(2007)。**等值分數補救教學之研究**。*課程與教學季刊*，**10(3)**，125-160。
- 洪儷瑜(2001)。**義務教育階段之弱勢學生的補救教育之調查研究**。*師大學報：教育類*，**46(1)**，45-65。
- 徐偉民、林潔慧(2010)。**利用教學模組進行國小四年級四則運算兩步驟文字題補救教學之行動研究**。*屏東教育大學學報-教育類*，**34**，211-242。
- 高敬文(1996)。**質化研究方法論**。臺北：師大書苑。
- 張新仁(2001)。**實施補救教學之課程與教學設計**。*教育學刊*，**17**，85-106。
- 張新仁、邱上真、李素慧(2000)。**國中英語科學習困難學生之補救教學成效研究**。*教育學刊*，**16**，163-191。
- 教育部(2003)。**國民中小學九年一貫課程數學領域綱要**。臺北：教育部。
- 教育部(2010)。**教育部辦理攜手計畫課後扶助補助要點**。臺北：教育部。
- 教育部(2011)。**國民小學及國民中學補救教學實施方案**。臺北：教育部。
- 梁淑坤(2012)。**數學學習低落學生補救教學之策略**。*教育研究月刊*，**221**，25-36。
- 許偉甄(2012)。**國小六年級數學補救教學之行動研究：以「小數除法」及「分數與小數四則運算」單元為例**。國立中正大學課程研究所碩士論文，未出版，嘉義。
- 許家驊、邱上真、張新仁(2003)。**多階段動態評量對國小學生數學學習促進與補救效益之分析研究**。*教育心理學報*，**35(2)**，141-166。
- 陳永發(1996)。**國小六年級學童學科學業成績、成敗歸因以及學科學業自我概念關係之研究**。*測驗統計年刊*，**4**，125-178。
- 陳玉蘭(1999)。**國中師生對有效教學行為之意見調查研究**。*教育學刊*，**7(6)**，171-223。
- 陳美玉(2000)。**教師專業：教學法的省思與突破**。高雄：麗文文化。

- 陳惠邦 (1998)。教育行動研究。臺北：師大書苑。
- 黃瑞琴 (1991)。質的教育研究方法。臺北：心理。
- 楊招謨 (2008)。數學低成就學生除法解題錯誤類型分析及補救教學效果之研究。  
國立彰化師範大學特殊教育研究所博士論文，未出版，彰化。
- 楊素琴 (2013)。五年級學生代數學習補救教學之行動研究。國立屏東教育大學  
數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東。
- 楊深坑 (1988)。理論、詮釋與實踐—教育學方法論論文集 (甲輯)。臺北，師大  
書苑。
- 甄曉蘭 (2003)。課程行動研究-實例與方法解析。臺北：師大書苑。
- 劉曼麗 (2001)：國小學童的小數知識研究。屏東師院學報, 14, 823-858。
- 劉曼麗 (2002a)：台灣地區國小學童小數概念研究(II)：國小學童「小數與小數運  
算」概念之調查研究。九十年行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報  
告，國科會科學教育發展處。(NSC90-2521-S-153-003)。
- 劉曼麗 (2002b)。小數教學初探。屏東師院學報，16，319-354。
- 劉曼麗 (2003)。從小數符號的問題探討學生之小數概念。屏東師院學報，18，  
459-494。
- 劉曼麗 (2004)。九年一貫數學領域分數與小數能力指標的詮釋：子計畫三—小數。  
九十二年度行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告，國科會科學教育  
發展處。(NSC92-2522-S-153-008)。
- 劉曼麗 (2005)。小數診斷教學研究。科學教育學刊，13(1)，29-52。
- 劉曼麗、侯淑芬 (2005)。小數的教學活動。科學教育月刊，277，25-32。
- 劉曼麗、侯淑芬 (2007)。小數乘法的學與教。科學教育月刊，297，37-44。
- 劉曼麗、侯淑芬 (2008)。小數除法的學與教。科學教育月刊，314，27-38。
- 劉曼麗、楊明樺 (2009)。學童的小數數線概念。科學教育月刊，317，18-34。
- 潘淑滿 (2008)。質性研究：理論與應用。臺北：心理。
- 蔡清田 (2010)。教育行動研究。臺北：五南。
- 鄭震文 (2012)。數學補救教學教學實驗之行動研究。臺東縣 101 年度「攜手計  
畫課後扶助」行動研究作品集。臺東：教育處。
- 謝志偉、王慧玉譯 (2010)。混合方法研究導論 (Creswell, J. W., & Plano Clark, V.L.  
原著，2010 出版)。臺北：心理。

- 簡紅珠(1991)。培養職前教師反省思考能力的幾種途徑。《國教世紀》，27(1)，10-13。
- 藍翊綺(2012)。《遊戲應用於數學補救教學之設計本位研究》。國立臺北教育大學課程與教學研究所碩士論文，未出版，臺北。
- 羅秋霞(2007)。《圖示表徵策略對提昇國小三年級數學低成就學童加減文字題補救教學成效之研究》。國立臺北教育大學特殊教育研究所碩士論文，未出版，臺北。

## 英文部分

- Ambrose, D., Lang, K. & Grothman, M. (2007). Streamlined reflective action research for creative instructional improvement. *Educational Action Research*, 15 (1), 61-74.
- Anthony, G. & Walshaw, M. (2009). Characteristics of effective teaching of mathematics: A view from the West. *Journal of Mathematics Education*, 2 (2), 147-164.
- Ashton, P. (1984). Teacher efficacy: A motivational paradigm for effective teacher education. *Journal of Teacher Education*, 35 (5), 28-32.
- Baker, J., Young, M., & Martin, M. (1990). The effectiveness of small-group versus one-to-one remedial instruction for six students with Learning Difficulties. *The Elementary School Journal*, 91 (1), 65-76.
- Baker, S., Gersten, R., & Lee, D. (2002). A Synthesis of Empirical Research on Teaching Mathematics to Low-Achieving Students. *The Elementary School Journal*, 103 (1), 51-73.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics*, pp. 83-104. Westport, CT: Ablex.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?. *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Borich, G. D. (1994). *Observation skills for effective teaching*. New York: Macmillan.
- Borich, G. D. (2004). *Effective teaching methods* (5th ed.). NJ: Prentice-Hall.
- Cai, J., Perry, B., Wong, N.-Y. & Wang, T. (2009). What is Effective Teaching? A Study of Experienced Mathematics Teachers from Australia, the Mainland China, Hong Kong-China, and the United States. In Cai, J., Kaiser, B., Perry, B., & Wong,

- N.-Y. (Eds), *Effective Mathematics Teaching from Teachers' Perspectives: National and Cross-National Studies*, pp. 1-36. Rotterdam: Sense Publishers.
- Cook, T. D., & Campbell, D. T. (1979). *Quasi-experimentation* (chapter 2: validity, pp. 37-94). Boston, MA: Houghton Mifflin.
- Creswell, J. W., & Plano, C. V. L. (2007). *Designing and conducting mixed methods research*. Thousand Oaks, Calif: SAGE Publications.
- Denzin, N. K. (1978). The logic of naturalistic inquiry. In N. K. Denzin (Eds.), *Sociological methods: A sourcebook*. New York: McGraw-Hill.
- Dick, W., & Reiser, R. A. (1989). *Planning Effective Instruction*. Boston: Allyn and Bacon.
- Doabler, C. T. & Fien, H. (2013). Explicit Mathematics Instruction: What Teachers Can Do for Teaching Students With Mathematics Difficulties. *Intervention in School and Clinic, 48* (5), 276-285.
- Dunne, R. & Wragg, E. C. (1994). *Effective teaching*. London: Routledge.
- Elawar, M. C. (1992). Effects of Teaching Metacognitive Skills to Students with Low Mathematics Ability. *Teaching & Teacher Education, 8* (2), 109-121.
- Emmer, E. T., Evertson, C. M., & Worsham, M. E. (2003). *Classroom management for secondary teachers* (6th ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Erikson, E. H. (1980). *Identity and the life cycle*. New York: Norton.
- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., March, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). *Assisting students struggling with mathematics: Response to Intervention (RtI) for elementary and middle schools*. Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- Ginns, I., Heirdsfield, A., Atweh, B. & Watters, J. J. (2001). Beginning teachers becoming professionals through action research. *Educational Action Research, 9* (1). 111-133.
- Ginsburg, H. P. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice*. New York: Cambridge University Press.
- Hiebert, J. (1992). Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fractions. In G. Leinhardt, R. Putnam, & R. A. Hatrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*, pp. 283-322. Hillsdale, NJ: LEA.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*,

- pp. 65-97. New York: Macmillan.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Education Research Journal*, 42 (2), 371-406.
- Hoyles, C. (1988). From Fragmentation to Synthesis: An Integrated Approach to Research on the Teaching of Mathematics. In Grouws, D. A., Cooney, T. J. & Jones, Douglas, D. (Eds), *Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching*, Vol. 1 (pp. 143-168). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Izsák, A. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching Fraction Multiplication. *Cognition and Instruction*, 26 (1), 95-143.
- Jitendra, A. K., Rodriguez, M., Kanive, R., Huang, J. P., Church, C., Corroy, K. A., & Zaslofsky, A. (2013). Impact of Small-Group Tutoring Interventions on the Mathematical Problem Solving and Achievement of Third-Grade Students with Mathematics Difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 36 (1), 21-35.
- Ketterlin-Geller, L. R., Chard, D. J., & Fien, H. (2008). Making Connections in Mathematics Conceptual Mathematics Intervention for Low-Performing Students. *Remedial and Special Education*, 29 (1), 33-45.
- Koehler, M. S., & Grouws, D. A. (1992). Mathematics Teaching Practices and Their Effects. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 115-126). New York: Macmillan.
- Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H. & Maas, C. J. M. (2004). Effectiveness of Explicit and Constructivist Mathematics Instruction for Low-Achieving Students in the Netherlands. *The Elementary School Journal*, 104 (3), 233-251.
- Kyriacou, C. (1986). *Effective teaching in schools*. Oxford: Basil Blackwell.
- Lan, W. Y. (1996). The effects of self - monitoring on students' course performance, use of learning strategies, attitude, self-judgment ability, and knowledge representation. *The Journal of Experimental Education*, 64 (2), 101-115.
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A new framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108 (6), 1017-1054.
- Moneys, S. M. (1992). *What is teaching effectiveness? A survey of student and teacher perceptions of teacher effectiveness*. Humber Coll. of Applied Arts and Technology, Etobicoke (Ontario: Geographic srce. /country of publication. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 351056). One-to-one remedial instruction for six

- students with learning difficulties. *Elementary School Journal*, 91, 65-76.
- National Assessment Governing Board(2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress*. National Assessment Governing Board U.S. Department of Education.
- Nickson, M. (1988). Pervasive Themes and Some Departure Points for Research into Effective Mathematics Teaching. In Grouws, D. A., & Cooney, T. J. (Eds), *Effective Mathematics Teaching*, Vol. 1 (pp. 245-252). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand teach:Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 57 (1), 1-22.
- Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. *Mathematics Teaching* (December), 20-26.
- Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stark, S. (2006). Using action learning for professional development. *Educational Action Research*, 14 (1). 23-43.
- Stenhouse, L. (1975). *An introduction to curriculum research and development*. London: Heinemann.
- Winker, G. (2001). Reflection and theory: Conceptualizing the gap between teaching experience and teacher expertise. *Educational Action Research*, 9 (3). 438-449.

## 附錄一 家長同意書

親愛的家長您好：

研究者目前就讀於國立中山大學教育研究所，進行有關「建構有效的國小六年級小數補救教學模式之行動研究」之研究，目的在透過小數除法補救教學模式探究，實施小數除法補救教學，以便提昇貴子弟小數除法概念、算則及文字題方面的能力。

希望您了解本研究之目的和意義後，同意貴子女參與本研究。對於研究過程中與學生相關之資料及作答文件，研究者絕對充分保密，僅供學術研究，不會外洩或移作他用。

研究者 鄭震文 敬上  
指導教授 梁淑坤 博士

---

### 家長回條

本人同意子女 六年甲班學生 參與有關「建構有效的國小六年級小數補救教學模式之行動研究」之研究，研究過程中與學生相關之資料及作答文件，僅供學術研究，不能外洩或移作他用。

同意人（家長）簽名：

## 附錄二 數學補救教學相關研究

研究者(作者)	研究方法、問題	教學介入	學生態度上的改變及 成績或能力上的改變	與本研究相關之結論與建議 (作者自述)
林妙鞠、楊德清 (2011)	個案研究法 加減法文字題	故事融入 加、減法文字 題教學	故事融入補救教學有助於弱勢學生的數學表現,亦可提升學生的學習興趣與學習動機。	1.經由教師引導以及情境中具體物操作,使學生能融入故事情境中進行解題,進而了解題意來幫助解題,使其展現良好的解題表現。 2.故事融入補救教學可以提升孩子的學習意願與動機。 3.佈題的敘述須簡單精要,以利低年級學生了解題意。 4.教學設計上可設計較多元豐富且具深度的故事情境。但須避免學生沉浸於故事情境中,忽略學習的本意。
林佳明 (2012)	行動研究法 數常識能力	多元教學模組、彈性教學模式(遊戲式、討論式)	1.多元的教學模式有助於學生學習。 2.調度靈活的教學模組更符合學生學習需求。 3.教學模組形式有利於小班教學。	1.生活化的佈題情境能引發共鳴。 2.教師角色流暢的轉換,引領學生融入教學情境。
林雅楓 (2011)	實證方式 個案研究,質性為主,量化為輔 面積概念	結合概念構圖與遊戲融入	1.透過面積概念構圖,能提升學生面積解題能力。 2.透過數學遊戲,能引起學生練習動機,有助於提高學生寫的意願與速度。 3.結合概念構圖與遊戲融入面積概念補救教學能提升學生在面積概念的學習成效。	1.概念構圖教學與數學遊戲可應用於面積補救教學上。 2.對於低成就學童,言語與態度上要更加柔和與包容。 3.課前、課後檢核單試題宜少不宜多。
林麗雲 (2003)	個案研究法 小數概念	小數教學模組	1.透過小數與分數的連結引入位值概念,有助於小數的位值概念的理解;同時亦有助於對分數與小數之雙向連結的進一步澄清。 2.小數概念可利用生活中的事物引入,或利用具體物的操作讓學童實際體驗,引起學童的學習興趣。 3.可透過認知衝突的方式,或利用提問的方式進行教學,讓學童自行發現自己的錯誤並可使其更熱衷於思考自己的想法。	1.小數教學過程中應多使用具體物、多讓學童實際操作。 2.對於小數的學習應強調概念性知識。 3.透過指示物的實際教學後,應幫學童脫離使用指示物的情境。 4.教師可多與同儕協同合作設計模組。 5.設計模組時應重視概念與概念間的連結。
邱孟德 (2010)	行動研究 六個不同單元	問題導向學習	1.教師了解學生的學習問題能有助於補救教學的實施。 2.以小組合作方式能降低學生的學習焦慮。 3.透過結構表使學生聚焦於問題本身,強化學生學習責任,建立有系統的解題過程。 4.接受教學後,學生轉變為主動積極的解題者與思考者,獲得更多的解題能力。	1.教學者在實施教學之前,需思考自己使用問題導向學習的需求,並對問題導向學習的特徵與操作需做深入的認識與了解。 2.教師於教學時須扮演促進者的角色。 3.學生在問題導向學習課程的過程中可能會產生不同的想法,教師須以更為彈性的態度來面對。
洪素敏、楊德清、蔡鳳秋 (2007)	行動研究法 等值分數	「切蛋糕」和「闖家大團圓」兩個教學活動	學生在等值分數概念上皆有顯著之成長	1.「教」與「學」的溝通是讓師生教學相長最好的過程。 2.多元具體物的操作是學習等值分數的必要過程
徐偉民、林潔慧 (2010)	行動研究法 四則運算兩步驟文字題	具體物操作、圖像繪畫等多重表徵教學策略	1.學生逐漸能直接從文字敘述了解題意,並清楚說出先算和後算。 2.學生從對數學的學習無助到喜歡。	1.簡化題目或數字變小可幫助解題。 2.補救教學應透過解題歷程分析,了解學生的起點行為與思考。 3.補救教學應符合彈性、個別化原則。 4.根據學生的反應與結果,不斷修正與調整教學策略,才能達到補救教學的成效。
許偉甄 (2012)	行動研究法 「小數除法」及	結合 Tyler 目標模式、Toba 模式、Glatthorn 的	1.補救教學模式的建立可改善課輔教師於課輔時所遭遇的問題。 2.弱勢學生補救教學行動方案應為連續的循環歷程。	1.依弱勢學童前測與數學日記中的迷思概念研擬與調整補救教學教材。 2.弱勢學童因需求不同,更考驗課

研究者(作者)	研究方法、問題	教學介入	學生態度上的改變及 成績或能力上的改變	與本研究相關之結論與建議 (作者自述)
	「分數與小數四則運算」的計算	科技程序與自然程序來進行課程設計。 合作學習法		輔教師的專業。 3. 數學概念的建立短期內難見效，需持續給弱勢學童鼓勵與支持。 4. 弱勢學童的進步有多元的呈現方式，教師應更加關注其他正向結果。
許家驊、邱上真、張新仁 (2003)	實徵研究 二步驟 四則文字題	多階段動態 評量程序	1. 多階段動態評量確實具有促進個體數學學習成就與潛能的功能實效。 2. 多階段動態評量具有消弭學習問題、提昇解題歷程運作效能的功能實效。	1. 教師應儘量給予個體「精熟學習」的機會，有助於個體對學習內容的精熟。 2. 每個班級的學習活動，若能有兩位老師分別負責教學與評量，將能使教學與評量更緊密結合、發揮功能，且更能達到「把每一位個體帶上來的目標」。
楊招謨 (2008)	準實驗 設計 除法文字題	結合模式： 解題歷程教學 直接教學 基模本位教學 圖示策略	1. 實驗組數學低成就學生除法能力顯著高於控制組。 2. 結合模式除法補救教學有保留效果。	1. 教師應仔細診斷其除法解題記錄，作為補救教學之參考。 2. 要因應解題者不同的錯誤類型，提供個別化與適性化的解題教學。 3. 本研究尚未考慮諸如學習動機、學習態度及背景變項等因素，未來研究可加入這些因素進行探究。
楊素琴 (2013)	行動研究法 代數文字題	問題導向教學	1. 低成就學生在代數分年細目的學習表現有進步。 2. 問題導向教學法可以提升數學低成就學生的學習表現和動機。	1. 教師教學前應先做測驗。 2. 教學應多元化。 3. 教學過程中需給予學生鼓勵與協助。 4. 要以學生的生活經驗為問題中心設計教學活動。
藍翊綺 (2012)	設計本位研究 五年級 數學	遊戲教學活動	1. 遊戲應用於數學補救教學能提升數學學習成效。 2. 學生之數學學習動機有所提升，學習態度變得積極而主動。 3. 提升數學學習成就之要素，包含合作學習、精熟練習、具體操作與立即回饋。 4. 提升數學學習動機之要素，包含正增強、好奇心與挑戰性、趣味性和自由創造。 5. 學生個人是否參與遊戲教學活動的影響因素，包含身體狀況、作業壓力、學習單題目、成就感與同儕合作對象。	1. 遊戲應用於數學補救教學之方案有效，值得應用與推廣。 2. 建議未來研究可延長研究時間、深入了解家庭背景、發展其他年級的教學設計，以及進行數學學習策略之教學等。
羅秋霞 (2007)	以單一受試研究法之「逐變條件設計」一階段加減文字題	圖示表徵策略： 問題基模教學 圖示表徵策略教學	1. 圖示表徵策略教學能增進數學低成就學童一步驟加減文字題的整體解題及各題型的解題表現，且具維持的效果。 2. 圖示表徵策略教學能幫助低成就學童理解題意、正確列式，減少解題歷程的錯誤。 3. 圖示表徵策略教學能改進學童的解題態度。	1. 在班級教學或補救教學均可提供「問題基模」的文字題教學。 2. 教導多元的解題策略，可提高其解題正確率，也能增加其自信心。 3. 採用具體、明確的解題步驟教學，再加上足夠的練習與複習，才能有效提升數學學習的效果。 4. 將學童周遭環境熟悉的人、事、物融入數學文字題的題目中，能協助學童理解題意，讓學生更有解題的動機，有利於解題能力的提昇。 5. 教學前後以訪談與觀察方式了解學童的解題歷程，能根據學生的學習困難來設計教學，才能滿足個別需要，達到補救教學的目的。 6. 針對學童的能力，設計合適的課程，並給予足夠的關懷與鼓勵，可以提昇其成就感，建立自信心。
Baker, Gersten, & Lee. (2002)	融合 1971 到 1999 年 的研究	1. 提供教師和學生關於學生表現的資料。 2. 用同儕當輔導教師或教學引導。	不同種類的介入方法，可改善當學生遇到數學困難時的數學成就。	無

研究者(作者)	研究方法、問題	教學介入	學生態度上的改變及 成績或能力上的改變	與本研究相關之結論與建議 (作者自述)
		3. 對於學生在數學的成功，提供父母清楚的、特殊的回饋。 4. 在教導數學概念和程序時使用清楚的教學原理(明示教學法)。		
Doabler, & Fien. (2013)	位 值 概 念	明示教學法 (explicit instruction)	1. 在教導有數學學習困難的學生時， <b>明示教學</b> (explicit instruction) 是最有效的教學法之一。 2. 明示教學是一種有系統的方法，在教導重要的數學內容時，可以促進教師和學生間關鍵的教學互動。	1. 教師可將每天的數學教學做得更明示和有系統，以改進數學低成就學生的數學教學品質。 2. 要滿足數學低成就學生的需求，需要在一般的課堂教學和小組教學中，用一種基於證據的數學教學。
Elawar (1992)	實 驗 研 究 法 幾何、分數和測量的文字題	後設認知教學 Mayer的解題模式 程序性測驗	1. 學生解數學問題時主要的錯誤來源，是缺乏語言的、真實的情境和解題策略，或是程序性知識。 2. 教導低成就者讓他們自己去思考是必要的。 3. 當數學能力低的學生解題產生錯誤時，需要有人能指出為什麼他們的答案不正確，否則他們可能會再次產生相同的錯誤。	1. 教師的焦點不應該在某些特殊學生身上。 2. 低成就表現的學生在解題發生錯誤時，需要班級有支持的氣氛，以及正向的回饋。 3. 低成就的學生必須練習思考，不能只是執行機械的計算程序。 4. 教師和學生之間需要大量的互動。
Gersten, Beckmann, Clarke, Foegen, March, Star, & Witzel. (2009)	手冊		1. 監控所有學生，以鑑定哪些是有學習困難的學生，並提供給這些學生教學的介入。 2. 學生接受教學介入的教材，應該把焦點放在深入探討整數，從幼稚園到五年級；以及有理數，從四到八年級。 3. 教學介入期間的教學，應該是明示(explicit)和有系統的。包括提供熟練的解題模型、思考過程的口語化、引導式的練習、正確的回饋、經常的累積性的回顧。	4. 教學介入應該包括文字題的解題教學，也就是基於一般的相關架構下。 5. 教學介入的教材應該包括讓學生有機會去操弄數學概念的可見表徵，且介入者應該有能力使用這些表徵。 6. 所有年級的教學介入，應該致力在每個段落的10分鐘內，建立基本算數事實的自動化反應。 7. 監控學生在補救教學中的進步，以及其他數學學習有危機的學生。
Ketterlin-Geller, Chard, & Fien (2008)	實 驗 研 究 法 五 年 級 數 學	Knowing Math 教學介入 Extended Core 教學介入	1. 教學介入的設計是提供額外的時間去教導核心課程的內容，這些課程內容是與教室中每天教導的課程內容相同。 2. 對51名五年級的低成就學生16週的教學介入。 3. Knowing Math 教學介入：透過概念的教學，重新教導基本的數學。重點是學生要用放聲思考。是一種針對四到六年級低成就的學生，小群體的數學介入計畫，包含12-14週每天的課程，透過數學性的對話，顯現出學生的錯誤和迷思概念，以及學生的早期經驗中可能會漏掉的數學架構，並且逐漸建構學生對概念的理解，和使用這些概念時的技巧。 3. Extended Core 教學介入：從額外的時間參與教學介入的課程，數學低成就的學生能夠從中獲益。 4. 在有教學介入的兩組學生，其數學成就測驗的成績，高於控制組的學生。 5. 在州的數學測驗中，參與額外時間學習核心課程的學生，優於其他沒參與的學生。	1. 未來的研究需要探究學生的特質和教學特徵之間的適合性。 2. 研究發現： 對數學低成就的學生來說，有6個教學策略可以讓他們獲益- (1)可見的和圖像的描述 (2)有系統的和明示(explicit)的教學 (3)學生放聲思考 (4)同儕幫助學習 (5)提供形成性評量的資料給教師 (6)形成性評量的資料直接提供給學生

研究者(作者)	研究方 法、問題	教學介入	學生態度上的改變及 成績或能力上的改變	與本研究相關之結論與建議 (作者自述)
Kroesbergen, Van Luit, & Maas (2004)	實驗研究法 基本乘法	建構教學法 明示教學法	1. 建構教學法和明示教學法都比傳統教學有效。 2. 明示教學法比建構教學法能更有效的增進低成就學生解決乘法問題的能力。	教師應給有特殊教學需要的學生持續的訓練，並且當學生學會特定的概念或技巧時，教師不應該停止這種訓練。

附錄三 補救教學前導性研究教案與學生反應

教學領域	數學	教學班級	六年甲班	教學學校	森林國小
單元名稱	小數除法	教學節數	1 節	教學日期	103 年 06 月 17 日
教材來源	南一版六上 數學	教學者 設計者	鄭震文		
教學資源	(1) 投影機；(2) 假錢幣 100, 10, 1 元若干個；(3) 古氏積木：黃色 100, 橘色 10, 白色 1；(4) 定位板。				
教學理論	<p>下列二者為本補救教學採用與融入之教學理論：</p> <p>一、有效教學行為</p> <p>e1：架構</p> <p>e2：任務取向</p> <p>e3：多樣化的教學</p> <p>e4：引導學生投入學習過程</p> <p>e5：教師的提問</p> <p>e6：探索</p> <p>e7：確保學生學習成功率</p> <p>e8：授課清晰、明確</p> <p>e9：使用學生意見</p> <p>e10：教師情感</p> <p>二、小數補救教學介入</p> <p>r1. 教師布題時應調整被除數與除數出現的順序，避免每個題目都是先出現的數做為被除數。</p> <p>r2. 布題敘述中應刪除如「等分」、「平分」等關鍵字，以檢驗學生對除法意義的掌握。</p> <p>r3. 布一些「小的數<math>\div</math>大的數」問題以檢驗學生是否具有「大的數<math>\div</math>小的數」的迷思概念。</p> <p>除數為純小數時：</p> <p>r4. 提出單位量未知的純小數倍問題，透過乘除互逆的概念，引導學生列出除法算式。</p> <p>r5. 引入除數為純小數的除法問題，透過小數倍的概念，幫助學生列出除法算式。</p> <p>r6. 能透過大小單位轉換的活動，讓學生理解商與餘數小數點的處理原則。</p> <p>r7. 讓學生操作具體物解決除法問題，產生將大單位換成小單位的需求。</p> <p>r8. 透過定位板連結具體操作過程與直式算則，進而理解商與餘數小數點的處理原則。</p> <p>r9. 強調將商取概數的意義即在以大概的數表示除法結果，此時不用餘數。</p> <p>r10. 協助學生澄清將商取概數的數學語意。</p> <p>r11. 特別說明「以四捨五入法取商到小數第幾位」和「商算到小數第幾位，並寫出餘數」兩者的差異。</p>				

學生經驗	5-n-08 能認識多位小數，並作比較與加、減的計算，以及解決生活中的問題。 5-n-09 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。 5-n-10 能用四捨五入的方法，對小數在指定位數取概數，並做加、減、乘、除之估算。 5-n-11 能將分數、小數標記在數線上。			
能力指標	6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題。			
教學目標	1. 能用直式處理整數除以小數、小數除以小數的計算，並解決生活中的問題。 2. 能理解商與餘數小數點的處理原則。 3. 能分辨「以四捨五入法取商到小數第幾位」和「商算到小數第幾位，並寫出餘數」兩者的差異。			
理論 應用	教學活動	學生 活動	時間 (分)	備註
e3 e4 e5 e6 e7 e10	<p><b>複習舊經驗</b></p> <p>◎教師概略說明此節課的教學主題及其教學順序，讓學生對此節課的教學內容有一概括的了解。</p> <p>(1) 整數除以整數：<b>整除，商為一位小數</b>，<math>782 \div 92 = 8.5</math></p> <p>T：大家在平時課堂中上完小數除法後，一定還有不懂的地方，所以老師先複習五年級時學過的部分，然後才會進到這次學習的內容。</p> <p>T：你的家人有去疊萁葉的舉手？</p> <p>【引導學生投入學習過程，e4】</p> <p>S：(學生 3 個人舉手)</p> <p>T：(教師以投影機呈現布題) 請大家看看這個題目，如果你的家人一天疊的萁葉，像題目中這麼多，請你算算看這個問題的答案：</p> <p>媽媽早上出門去疊萁葉，某天疊了 92 公斤，得到工錢 782 元，請問媽媽每疊 1 公斤萁葉，可得多少的工錢？ (教師行間巡視，看每一位學生解題的情形)</p> <p>S：(教師行間巡視時，發現學生有錯誤情形) (此時教師拿出 3 個 10 元硬幣和 10 個一元硬幣)【多樣化教學，e3】</p> <p>T：如果有 3 個 10 元硬幣，要平分給 5 個人，可以分嗎？</p> <p>S：不行。</p> <p>T：那要怎樣才能平分？【以下是教師提問，e5】</p> <p>S：把 10 元的硬幣，通通換成 1 元的，這樣就有 30 個 1 元，再平分給 5 個人，每個人就得到 6 個 1 元。</p> <p>T：對，很好。那這裡剩下的 46，就是 46 個 1，對嗎？</p> <p>S：對。</p> <p>T：那 1 個 1 是幾個 0.1 合起來的？</p> <p>S：10 個。</p> <p>T：2 個 1 呢？</p> <p>S：20 個。</p> <p>T：10 個 1 呢？</p> <p>S：100 個。</p> <p>T：那 46 個 1 是幾個 0.1 合起來的？</p> <p>S：460 個。</p> <p>T：所以這裡剩下的 46 個 1 不夠除，就跟錢幣一樣，我們可</p>	<p>◎專心聽教師問話並舉手</p> <p>◎進行解題</p> <p>◎有學生計算時發現整數除完還不能整除，忘記如何計算下去？</p>	15 分鐘	<p>◎教師以學生的生活經驗，引導學生投入學習過程</p> <p>◎教師確認學生是否具有位值概念。 <math>782 \div 92 = 8 \cdots 46</math></p> <p>◎教師讓學生操作具體物，解決除法問題，產生將大單位換成小單位的需求</p> <p>◎學生表示從以前</p>

<p>以把它換成 460 個 0.1，是不是就夠除了？</p> <p>S：是。</p> <p>T：所以 46 後面補上 1 個 0，就是要換成 460 個 0.1，上面商的部分，因為整數部分沒有了，要點上小數點，表示後面是小數部分。這樣就變成 460 個 0.1 除以 92，這樣是不是可以計算了？請你把它計算完成。</p> <p>(2) 整數除以整數：除不盡，以四捨五入法取商到整數，  <math>686 \div 59 \approx 12</math></p> <p>T：接下來這題也是五年級時學過的，請大家算算看：爸爸的車子加滿 59 公升的汽油後，跑了 686 公里，請問每公升的汽油可讓車子跑幾公里？(用四捨五入法，取商到整數)</p> <p>S：(學生思考、解題中)</p> <p>T：大家要注意看題目，四捨五入法取商到整數，商要算到哪個位數再四捨五入？</p> <p>S：小數第一位。</p> <p>T：那如果有餘數怎麼辦？</p> <p>S：不管它。商算到小數第一位，四捨五入後就是答案了。</p> <p>T：那麼請你把它計算完成。</p> <p>(3) 整數除以整數：除不盡，商算到整數，並寫出餘數</p> <p>T：還有一種是屬於整數除法，就是像：<math>582 \div 7 = 83 \dots 1</math>，這種問題四年級時已經學過了，老師就不再說明。</p> <p>◎教師複習「小數除以整數，商是小數」的除法。</p> <p>T：接下來我們來看小數除以整數的問題，也是五年級時就學過了。現在如果把一條橘色積木當作 1，那麼 1 個白色積木就是多少？</p> <p>S：0.1。</p> <p>【多樣化教學，e3】</p> <p>(1) 小數除以整數：整除，商為一位小數，<math>0.8 \div 4 = 0.2</math></p> <p>T：接下來的題目，大家在計算的時後，請用橘色積木和白色積木去思考：</p> <p>0.8 公尺的彩帶，分成一樣長的 4 段，每段是幾公尺長？</p> <p>T：如果把 1 條橘色積木當作 1 公尺，1 個白色積木就是 0.1 公尺，請問 0.8 公尺是幾個 0.1 公尺？</p> <p>S：8 個 0.1 公尺。</p> <p>T：要拿幾個白色積木？</p> <p>S：8 個。</p> <p>T：那請你用白色積木操作看看，8 個白色積木平分給 4 個人，每個人得到幾個？</p> <p>S：2 個。(學生操作積木)</p> <p>T：所以平分後每人得到幾個 0.1 公尺？就是幾公尺？</p> <p>S：2 個，是 0.2 公尺。</p> <p>(2) 小數除以整數：除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位，<math>0.5 \div 7 \approx 0.07</math></p> <p>T：接下來這題要用四捨五入法，請算算看：小貨車將 0.5 公噸的砂石，分成 7 次運送，平均每次運送幾公噸？(以四捨五入法取商到小數第二位)</p> <p>T：題目說「以四捨五入法取商到小數第二位」，所以計算的時候要算到哪一位？</p> <p>S：小數第三位，然後再四捨五入。</p> <p>T：那麼請你把它計算完成。</p>	<p>◎學生解題</p> <p>◎學生跟著計算</p> <p>◎每位學生桌上有橘色和白色積木若干，邊操作積木，邊回答問題</p>	<p>5 分鐘</p> <p>2 分鐘</p> <p>◎3 分鐘</p>	<p>到現在，沒有聽過餘數 46 後面補 0，就是大單位換成小單位，也就是 460 個 0.1 的說法。只知道除法規則。</p> <p>◎教師確認學生是否記得四捨五入法的規則</p> <p>◎教師寫出直式除法</p> <p>◎教師拿出白色積木和橘色積木</p> <p>◎有某位學生誤用小數除法規則，在直式除法中，將被除數 0.8 的小數點去掉，再補 1 個 0，然後將除數 4 補 0，變成 80 除以 40，但商的部分，因為知道 0.8 不夠除，所以</p>
--	--	--------------------------------------	--

	<p>(3)小數除以整數：除不盡，商算到整數，並寫出餘數，  <math>13.9 \div 3 = 4. \dots 1.9</math>  T：接著這題是要寫出餘數的問題，請大家看清楚題目，寫完把你的算法寫在黑板上：  商人賣果汁，將 13.9 公升的檸檬汁，分裝成 3 瓶，平均每瓶裝幾公升？剩下幾公升？（商算到整數）  S1：每瓶裝 4 公升，剩下 19 公升。  S2：每瓶裝 46 公升，剩下 1 公升。  S3：每瓶裝 4.6 公升，剩下 1 公升。  S4：每瓶裝 4 公升，剩下 1.9 公升。  T：S1，你寫的很好，可是有 2 位同學的算法和你不一樣，你覺得他們的算法對嗎？  S1：不對。  T：那老師要請你說說看，為什麼他們的算法不對？哪裡不對？先從 S2 開始。【教師鼓勵學生描述其他同學的答案，e6】  S1：（停頓思考許久）  T：只要把你的想法說出來，不用怕講錯，說出來就很棒。【教師在言語上鼓勵學生放聲思考，e10】  S1：S2 的商應該是 4.6，少點了小數點，可是題目說算到整數就好，所以他寫錯了。S3 有記得點上小數點，可是也只要算到整數就好，所以他也寫錯了。  T：很棒，你有注意到題目的要求，也注意到商的部分，整數部分沒有了要點小數點。可是老師要你看看，你說剩下 19 公升，可是全部的檸檬汁只有 13.9 公升，剩下的會比全部的多嗎？【教師提問，e5】  S1：不會。  T：所以你覺得餘數應該是多少？  S1：（思考一會）應該是 0.19 公升。  T：那麼大家現在操作積木，幫忙 S1，看看餘數是不是 0.19 公升？先拿出整數部分的 13 條橘色積木當作 13 公升，再拿出 9 個白色積木當作 0.9 公升，再去分分看。  S：（操作積木）  T：13 條橘色積木，平分成 3 份，剩下幾條？  S：1 條。  T：那就是剩下幾公升？  S：1 公升。  T：所以剛剛 S1 說剩下的是 19 公升有沒有問題？  S：有問題。  T：所以大家現在分完後，剩下的有哪些？  S：剩下 1 條橘色積木和 9 個白色積木。  T：那這樣是剩下幾公升？  S：1.9 公升。  T：那我們回到除法直式來看，看上面的定位板，餘數的 1 對齊後是什麼位？  S：個位。  T：餘數的 9 是什麼位？  S：十分位。  T：所以餘數是多少？  S：1.9。  T：所以大家記得，以後小數除法在寫餘數時，小數點要怎麼樣？  S：對齊後放下來。</p>	<p>拿出 8 個白色積木把 8 個平分成 4 等分</p> <p>◎學生計算</p> <p>◎學生上台寫出做法</p> <p>◎學生在台上放聲思考</p> <p>◎學生操作積木</p>	<p>◎3 分鐘</p> <p>◎10 分鐘</p> <p>整數部分寫 0 並點上小數點，但 2 的位置卻放在十分位，雖然答案正確，但非正規直式除法算則，其算法在運算規則上也是錯的。</p> <p>◎有學生算成 0.7，5 不夠除，學生忘記在商的位置補 0。</p> <p>◎教師請其中一位做錯的學生說明其他同學的解法</p> <p>◎教師鼓勵並協助學生放聲思考</p> <p>◎透過提問，讓學生產生認知衝突</p> <p>◎透過積木操作，讓學生發現問題，並修正答案</p> <p>◎教師畫出定位板，連結具體操作過程與直式算則，</p>
--	--	---	--

	<p>◎此時教師再布一些較簡單的練習題，必要時提供提示給學生，幫助學生有成功的機會，提升自信心。【確保學生學習成功率，e7】</p> <p>練習題：</p> <p>1. 整數÷整數</p> <p>(1) 整除，商為一位小數：<math>124.8 \div 48 = 2.6</math></p> <p>(2) 除不盡，以四捨五入法取商到整數：<math>367 \div 23 \approx 16</math></p> <p>(3) 除不盡，商算到整數，並寫出餘數：<math>259 \div 13 = 19 \dots 12</math></p> <p>2. 小數÷整數</p> <p>(1) 整除，商為一位小數：<math>0.6 \div 3 = 0.2</math></p> <p>(2) 除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位：<math>0.7 \div 3 \approx 0.23</math></p> <p>(3) 除不盡，商算到整數，並寫出餘數：<math>22.7 \div 6 = 3 \dots 4.7</math></p>	<p>◎學生做練習題</p>	<p>◎2 分鐘</p>	<p>讓學生理解餘數小數點的處理原則</p> <p>◎教師透過提示，幫助學生成功解題，讓學生建立信心</p>
--	---	----------------	--------------	--

## 附錄四 小數除法教學布題及診斷迷思概念與學習單使用手冊

(請參照第三章第一節方案理念設計)

使用教具：(1)假錢幣 100, 10, 1 元若干個；(2)古氏積木：黃色當作 100, 橘色當作 10, 白色當作 1；(3)定位板；(4)投影機。

課堂中診斷迷思概念之布題及教學流程：

一、教師說明小數除法課程的重點，以及在目前課堂中，小數除法教材如何延伸或回顧先前學過的相關內容。

---布題 1. (1)、1. (2)、1. (3)、2. (1)、2. (2)

二、採用具體物策略鼓勵學生參與，解釋解題程序，或是透過發問引導討論。

---布題 2. (3)、2. (4)、3. (1)、3. (2)、3. (3)、3. (4)

三、出一些類似的題目給學生引導式的練習機會，鼓勵學生放聲思考，教師則對學生的思考提供回饋。

---布題 4. (1)、4. (2)、4. (3)、4. (4)

布題順序

### 1. 整數÷整數

(1)整除，商為一位小數： $782 \div 92 = 8.5$

媽媽早上出門去疊萁葉，某天疊了 92 公斤，得到工錢 782 元，請問媽媽每疊 1 公斤萁葉，可得多少的工錢？

(2)除不盡，以四捨五入法取商到整數： $686 \div 59 \approx 12$

爸爸的車子加滿 59 公升的汽油後，跑了 686 公里，請問每公升的汽油可讓車子跑幾公里？(用四捨五入法，取商到整數)

(3)除不盡，商算到整數，並寫出餘數： $582 \div 7 = 83 \dots 1$

米行的倉庫裡有 582 公斤的米，每 7 公斤分裝成一包，請問可裝成幾包的米，剩下幾公斤的米？(商算到整數，並寫出餘數)

\*教師在學生解題時，須說明並比較(2)(3)兩者在意義和算法上的差別。

### 2. 小數÷整數

(1)純小數，整除，商為一位小數： $0.8 \div 4 = 0.2$

0.8 公尺的彩帶，分成一樣長的 4 段，每段是幾公尺長？

(2)帶小數，整除，商為一位小數： $100.8 \div 12 = 8.4$

農夫採收了 100.8 公斤的萁葉，全部分裝在 12 籃中，每籃要一樣重，請問每籃萁葉重多少公斤？

(3)除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位： $0.5 \div 7 \approx 0.07$

工人以小推車將 0.5 公噸的水泥，全部分成 7 次運送，每次運送一樣多的水泥，

請問每次大約運送幾公噸的水泥？（以四捨五入法取商到小數第二位）

(4)除不盡，商算到整數，並寫出餘數： $13.9 \div 3 = 4 \dots 1.9$

商人賣果汁，將 13.9 公升的檸檬汁，全部分裝成 3 瓶，每瓶裝的一樣多，請問每瓶可裝幾公升？剩下幾公升？（商算到整數）

### 3. 整數 $\div$ 小數

(1)整除，商為整數： $84 \div 0.4 = 210$

早餐店煮好 84 公升的豆漿，每 0.4 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？

(2)整除，商為一位小數： $15 \div 0.4 = 37.5$

農人採收了 15 公斤的洛神花，每 0.4 公斤裝成一包，全部裝完，可裝成幾包？

(3)除不盡，以四捨五入法取商到小數第一位： $62 \div 0.9 \approx 68.9$

溫泉飯店業者放溫泉水到水池中，每分鐘可放 0.9 公秉的水，總共放了 62 公秉，請問大約放了幾分鐘的溫泉水？（用四捨五入法，取商到小數第一位）

(4)除不盡，商算到小數第一位，並寫出餘數： $125 \div 2.3 = 54.3 \dots 0.11$

有一條鐵絲長 125 公分，每 2.3 公分剪成一段，可剪成幾段？剩下幾公分？（商算到小數第一位）

### 4. 小數 $\div$ 小數

(1)整除，商為整數： $0.9 \div 0.3 = 3$

0.9 公斤的糖果，分裝成每袋 0.3 公斤，可裝成幾袋？

(2)整除，商為一位小數： $18.8 \div 0.8 = 23.5$

大有參加鐵人三項兒童組比賽，其中自行車路段全長 18.8 公里，他每分鐘可騎 0.8 公里，請問幾分鐘可騎完全程？

(3)除不盡，以四捨五入法，取商到小數第一位： $46.7 \div 0.6 \approx 77.8$

46.7 公斤的糙米，每 0.6 公斤裝一包，全部裝完，大約可裝幾包？（用四捨五入法，取商到小數第一位）

(4)除不盡，商算到小數第一位，並寫出餘數： $75.3 \div 1.9 = 39.6 \dots 0.06$

75.3 公尺長的繩子，每 1.9 公尺剪成 1 段，可剪成幾段？剩下幾公尺？（商算到小數第一位）

### 教學後的練習題

#### 1. 整數 $\div$ 整數

(1)整除，商為一位小數： $120 \div 48 = 2.5$

(2)除不盡，以四捨五入法取商到整數： $367 \div 23 \approx 16$

(3)除不盡，商算到整數，並寫出餘數： $259 \div 13 = 19 \dots 12$

#### 2. 小數 $\div$ 整數

(1)純小數，整除，商為一位小數： $0.6 \div 3 = 0.2$

(2)帶小數，整除，商為一位小數： $55.5 \div 15 = 3.7$

(3)除不盡，以四捨五入法取商到小數第二位： $0.7 \div 3 \approx 0.23$

(4)除不盡，商算到整數，並寫出餘數： $22.7 \div 6 = 3 \dots 4.7$

### 3. 整數÷小數

(1) 整除，商為整數： $120 \div 0.8 = 150$

飲料店泡好 120 公升的紅茶，每 0.8 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？

(2) 整除，商為一位小數： $46 \div 0.8 = 57.5$

工人蓋房子，卡車送來 46 公尺的鋼條，若每 0.8 公尺剪成一段，全部剪完，可剪成幾段？

(3) 除不盡，以四捨五入法取商到小數第一位： $53 \div 0.9 \approx 58.9$

爸爸賣飲料，調好 53 公升的鮮奶茶後，每 0.9 公升裝成一壺，全部裝完，請問大約可裝成幾壺鮮奶茶？(用四捨五入法，取商到小數第一位)

(4) 除不盡，商算到小數第一位，並寫出餘數： $47 \div 1.3 = 36.1 \dots 0.07$

有一條繩子長 47 公尺，每 1.3 公尺剪成一段，可剪成幾段？剩下幾公分？(商算到小數第一位)

### 4. 小數÷小數

(1) 整除，商為整數： $0.8 \div 0.2 = 4$

百貨行將 0.8 公斤的香菇，分裝成每包 0.2 公斤，可裝成幾包？

(2) 整除，商為一位小數： $36.6 \div 0.4 = 91.5$

早餐店把 36.6 公升的米漿，每 0.4 公升裝 1 杯，全部裝完，可裝成幾杯？

(3) 除不盡，以四捨五入法取商到小數第一位： $35.6 \div 0.3 \approx 118.7$

阿華參加馬拉松比賽，全長 35.6 公里，他每分鐘跑 0.3 公里，大約幾分鐘可跑完全程？(用四捨五入法，取商到小數第一位)

(4) 除不盡，商算到小數第一位，並寫出餘數： $40.9 \div 4.6 = 8.8 \dots 0.42$

爸爸要放 40.9 公升的洗澡水，水龍頭每分鐘可放 4.6 公升進澡盆，請問可放幾分鐘的水？剩下幾公升沒放？(商算到小數第一位)

## 附錄五 小數除法前後測、延後測試題

### 一、選擇題

- ( ) 想想看， $39.57 \div 1.9$  的答案最接近下列哪一個數？  
(① 0.02 ② 0.2 ③ 2 ④ 20 ⑤ 200)
- ( ) 如果一罐可樂有 1.25 公升，18 罐可樂一共有多少公升？  
①  $(1.25+18)$  公升 ②  $(18-1.25)$  公升 ③  $(1.25 \times 18)$  公升 ④  $(18 \div 1.25)$  公升 ⑤  $(1.25 \div 18)$  公升
- ( ) 如果將一條 2.48 公尺長的繩子等分成 20 份，請問其中的一份繩子長多少公尺？  
①  $(20+2.48)$  公尺 ②  $(20-2.48)$  公尺 ③  $(2.48 \times 20)$  公尺 ④  $(20 \div 2.48)$  公尺 ⑤  $(2.48 \div 20)$  公尺
- ( ) 如果一公斤的巧克力 400 元，買 0.2 公斤要付多少元？  
①  $(400+0.2)$  元 ②  $(400-0.2)$  元 ③  $(400 \times 0.2)$  元 ④  $(400 \div 0.2)$  元 ⑤  $(0.2 \div 400)$  元
- ( ) 如果一包糖果重 0.6 公斤，0.15 公斤重的糖果是幾包？  
①  $(0.6+0.15)$  包 ②  $(0.6-0.15)$  包 ③  $(0.15 \times 0.6)$  包 ④  $(0.6 \div 0.15)$  包 ⑤  $(0.15 \div 0.6)$  包
- ( ) 如果一瓶牛奶含有 0.95 克的鈣質，0.3 瓶牛奶含有幾克的鈣質？  
①  $(0.95+0.3)$  克 ②  $(0.95-0.3)$  克 ③  $(0.95 \times 0.3)$  克 ④  $(0.95 \div 0.3)$  克 ⑤  $(0.3 \div 0.95)$  克
- ( ) 如果 0.8 公斤的麵粉賣 24 元，賤買一公斤要付多少元？  
①  $(24+0.8)$  元 ②  $(24-0.8)$  元 ③  $(24 \times 0.8)$  元 ④  $(24 \div 0.8)$  元 ⑤  $(0.8 \div 24)$  元

### 二、填充題

- 600 條相同的繩子共長 75 公尺，請問一條繩子長\_\_\_\_\_公尺（請以分數表示），也可以寫成\_\_\_\_\_公尺（請以小數表示）。
- $17.12 \div 8 = ( \quad )$
- $4.17 \div 1.3 = ( \quad ) \cdots \cdots ( \quad )$   
(商算到小數第一位，並求出餘數)
- $9.5 \div 6 = ( \quad )$   
(商算到小數第一位四捨五入)
- $52 \div 7 = ( \quad )$   
(商算到小數第一位四捨五入)
- 請用「 $>$ 」、「 $=$ 」或「 $<$ 」的符號來表示下列各數之間的關係  
 $(0.835 \div 0.98) \quad \underline{\quad} \quad 0.835$
- 貝克漢將 16 公升的可樂分裝在 5 個大杯子，每個大杯子裝\_\_\_\_\_公升的可樂（請以分數表示），也可以寫成\_\_\_\_\_公升（請以小數表示）。
- $24 \div 400 = \underline{\hspace{2cm}}$ （請以小數表示）
- 老師把 14 公斤重的糖果平分給 200 個小朋友，每個小朋友可得\_\_\_\_\_公斤的糖果（請以分數表示）也可以寫成\_\_\_\_\_公斤（請以小數表示）。

#### 附錄六 六年甲班小數除法課堂學習單

- (1) 媽媽早上出門去疊萁葉，某天疊了 92 公斤，得到工錢 782 元，請問媽媽每疊 1 公斤萁葉，可得多少的工錢？
- (2) 爸爸的車子加滿 59 公升的汽油後，跑了 686 公里，請問每公升的汽油可讓車子跑幾公里？(用四捨五入法，取商到整數)
- (3) 米行的倉庫裡有 582 公斤的米，每 7 公斤分裝成一包，請問可裝成幾包的米，剩下幾公斤的米？(商算到整數，並寫出餘數)
- (4) 0.8 公尺的彩帶，分成一樣長的 4 段，每段是幾公尺長？
- (5) 農夫採收了 100.8 公斤的萁葉，全部分裝在 12 籃中，每籃要一樣重，請問每籃萁葉重多少公斤？
- (6) 工人以小推車將 0.5 公噸的水泥，全部分成 7 次運送，每次運送一樣多的水泥，請問每次大約運送幾公噸的水泥？(以四捨五入法取商到小數第二位)
- (7) 商人賣果汁，將 13.9 公升的檸檬汁，全部分裝成 3 瓶，每瓶裝的一樣多，請問每瓶可裝幾公升？剩下幾公升？(商算到整數)
- (8) 早餐店煮好 84 公升的豆漿，每 0.4 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？
- (9) 農人採收了 15 公斤的洛神花，每 0.4 公斤裝成一包，全部裝完，可裝成幾包？
- (10) 溫泉飯店業者放溫泉水到水池中，每分鐘可放 0.9 公秉的水，總共放了 62 公秉，請問大約放了幾分鐘的溫泉水？(用四捨五入法，取商到小數第一位)
- (11) 有一條鐵絲長 125 公分，每 2.3 公分剪成一段，可剪成幾段？剩下幾公分？(商算到小數第一位)
- (12) 0.9 公斤的糖果，分裝成每袋 0.3 公斤，可裝成幾袋？
- (13) 大有參加鐵人三項兒童組比賽，其中自行車路段全長 18.8 公里，他每分鐘可騎 0.8 公里，請問幾分鐘可騎完全程？
- (14) 46.7 公斤的糙米，每 0.6 公斤裝一包，全部裝完，大約可裝幾包？(用四捨五入法，取商到小數第一位)
- (15) 75.3 公尺長的繩子，每 1.9 公尺剪成 1 段，可剪成幾段？剩下幾公尺？(商算到小數第一位)

## 附錄七 小數除法課堂教學 PPT

### 第一天

<p><b>第一題（萵菜題一）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>媽媽早上出門去疊萵菜，</li> <li>某天疊了92公斤，</li> <li>得到工錢782元，</li> <li>請問媽媽每疊1公斤萵菜，可得多少的工錢？</li> </ul> 	<p><b>第二題（汽油題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>爸爸的車子加滿59公升的汽油後，</li> <li>跑了686公里，</li> <li>請問每公升的汽油可讓車子的跑幾公里？（用四捨五入法，取商到整數）</li> </ul> 	<p><b>第三題（白米題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>米行的倉庫裡有582公斤的米，每7公斤分裝成一包，請問可裝成幾包的米，剩下幾公斤的米？（商算到整數，並寫出餘數）</li> </ul> 	<p><b>第四題（彩帶題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>0.8公尺的彩帶，</li> <li>分成一樣長的4段，</li> <li>每段是幾公尺長？</li> </ul> 
1	2	3	4
<p><b>第五題（萵菜題二）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>農夫採收了100.8公斤的萵菜，</li> <li>全部分裝在12籃中，</li> <li>每籃要一樣重，</li> <li>請問每籃萵菜重多少公斤？</li> </ul> 	<p><b>第六題（水泥題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>工人以小推車將0.5公噸的水泥，</li> <li>全部分成7次運送，</li> <li>每次運送一樣多的水泥，</li> <li>請問每次大約運送幾公噸的水泥？（以四捨五入法取商到小數第二位）</li> </ul> 	<p><b>第七題（果汁題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>商人賣果汁，</li> <li>將13.9公升的檸檬汁，全部分裝成3瓶，</li> <li>每瓶裝的一樣多，請問每瓶可裝幾公升？剩下幾公升？（商算到整數）</li> </ul> 	<p><b>練習題</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1.</li> <li>(1) <math>120 \div 48 =</math></li> <li>(2) 以四捨五入法取商到整數: <math>367 \div 23 =</math></li> <li>(3) 商算到整數，並寫出餘數: <math>259 \div 13 =</math></li> <li>2.</li> <li>(1) <math>0.6 \div 3 =</math></li> <li>(2) <math>55.5 \div 15 =</math></li> <li>(3) 以四捨五入法取商到小數第二位: <math>0.7 \div 3 =</math></li> <li>(4) 商算到整數，並寫出餘數: <math>22.7 \div 6 = ( ) \dots ( )</math></li> </ul>
5	6	7	8

### 第二天

<p><b>第八題（豆漿題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>早餐店煮好84公升的豆漿，</li> <li>每0.4公升裝1杯，</li> <li>可裝成幾杯？</li> </ul> 	<p><b>第九題（洛神花題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>農人採收了15公斤的洛神花，</li> <li>每0.4公斤裝成一包，全部裝完，</li> <li>可裝成幾包？</li> </ul> 	<p><b>練習題(1)（紅茶題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>飲料店泡好120公升的紅茶，</li> <li>每0.8公升裝1杯，</li> <li>可裝成幾杯？</li> </ul> 	<p><b>練習題(2)（鋼條題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>工人蓋房子，</li> <li>卡車送來46公尺的鋼條，</li> <li>若每0.8公尺剪成一段，全部剪完，</li> <li>可剪成幾段？</li> </ul> 
1	2	3	4

### 第三天

<p><b>第十題（溫泉題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>溫泉飯店業者放溫泉水到水池中，</li> <li>每分鐘可放0.9公秉的水，</li> <li>總共放了62公秉，</li> <li>請問大約放了幾分鐘的溫泉水？（用四捨五入法，取商到小數第一位）</li> </ul> 	<p><b>第十一題（鐵絲題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>有一條鐵絲長125公分，</li> <li>每2.3公分剪成一段，</li> <li>可剪成幾段？剩下幾公分？（商算到小數第一位）</li> </ul> 	<p><b>練習題(1)（奶茶題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>爸爸賣飲料，</li> <li>調好53公升的鮮奶茶後，</li> <li>每0.9公升裝成一壺，全部裝完，</li> <li>請問大約可裝成幾壺鮮奶茶？（用四捨五入法，取商到小數第一位）</li> </ul> 	<p><b>練習題(2)（繩子題一）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>有一條繩子長47公尺，</li> <li>每1.3公尺剪成一段，</li> <li>可剪成幾段？剩下幾公尺？（商算到小數第一位）</li> </ul> 
1	2	3	4

### 第四天

<p><b>第十二題（糖果題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>0.9公斤的糖果，</li> <li>分裝成每袋0.3公斤，可裝成幾袋？</li> </ul> 	<p><b>第十三題（鐵人題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>太有參加鐵人三項兒童組比賽，</li> <li>其中自行車路段全長18.8公里，</li> <li>他每分鐘可騎0.8公里，</li> <li>請問幾分鐘可騎完全程？</li> </ul> 	<p><b>練習題(1)（香菇題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>百貨行將0.8公斤的香菇，</li> <li>分裝成每包0.2公斤，</li> <li>可裝成幾包？</li> </ul> 	<p><b>練習題(2)（米漿題）</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>早餐店把36.6公升的米漿，</li> <li>每0.4公升裝1杯，全部裝完，</li> <li>可裝成幾杯？</li> </ul> 
1	2	3	4

## 第五天

<p>第十四題 (糙米題)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 46.7公斤的糙米，</li> <li>• 每0.6公斤裝一包，全部裝完，</li> <li>• 大約可裝幾包？(用四捨五入法，取商到小數第一位)</li> </ul> 	<p>第十五題 (繩子題二)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 75.3公尺長的繩子，</li> <li>• 每1.9公尺剪成1段，</li> <li>• 可剪成幾段？剩下幾公尺？(商算到小數第一位)</li> </ul> 	<p>練習題(1) (馬拉松題)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 阿華參加馬拉松比賽，全長35.6公里</li> <li>• 他每分鐘跑0.3公里，</li> <li>• 大約幾分鐘可跑完全程？(用四捨五入法，取商到小數第一位)</li> </ul> 	<p>練習題(2) (洗澡題)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 爸爸要放40.9公升的洗澡水，</li> <li>• 水龍頭每分鐘可放4.6公升進澡盆，</li> <li>• 請問可放幾分鐘的水？剩下幾公升沒放？(商算到小數第一位)</li> </ul> 
1	2	3	4

## 附錄八 六年甲班小數除法教學後測驗學習單

### 一、計算題

(1) $120 \div 48 =$	(2) 以四捨五入法取商到整數 $367 \div 23 \approx$
(3) 商算到整數，並寫出餘數 $259 \div 13 =$	(4) $0.6 \div 3 =$
(5) $55.5 \div 15 =$	(6) 以四捨五入法取商到小數第二位 $0.7 \div 3 \approx$
(7) 商算到整數，並寫出餘數 $22.7 \div 6 =$	

### 二、應用問題

- (1) 飲料店泡好 120 公升的紅茶，每 0.8 公升裝 1 杯，可裝成幾杯？
- (2) 工人蓋房子，卡車送來 46 公尺的鋼條，若每 0.8 公尺剪成一段，全部剪完，可剪成幾段？
- (3) 爸爸賣飲料，調好 53 公升的鮮奶茶後，每 0.9 公升裝成一壺，全部裝完，請問大約可裝成幾壺鮮奶茶？(用四捨五入法，取商到小數第一位)
- (4) 有一條繩子長 47 公尺，每 1.3 公尺剪成一段，可剪成幾段？剩下幾公分？(商算到小數第一位)
- (5) 百貨行將 0.8 公斤的香菇，分裝成每包 0.2 公斤，可裝成幾包？
- (6) 早餐店把 36.6 公升的米漿，每 0.4 公升裝 1 杯，全部裝完，可裝成幾杯？
- (7) 阿華參加馬拉松比賽，全長 35.6 公里，他每分鐘跑 0.3 公里，大約幾分鐘可跑完全程？(用四捨五入法，取商到小數第一位)
- (8) 爸爸要放 40.9 公升的洗澡水，水龍頭每分鐘可放 4.6 公升進澡盆，請問可放幾分鐘的水？剩下幾公升沒放？(商算到小數第一位)

## 附錄九 一對一晤談大綱

### 一、計算題

1. 請你一步步說說看這題是怎麼算的？
2. (除數或被除數) 小數點為什麼要去掉？
3. 為什麼小數點去掉後要移動它？
4. 商的小數點為什麼要點這裡？
5. (商) 這裡為什麼要補 0？
6. (被除數) 為什麼小數點要移 a 位？
7. (被除數) 這裡為什麼要補 0？
8. (餘數) 為什麼餘數是 b？
9. (餘數) 為什麼這裡要點小數點？

### 二、應用題

1. 為什麼是 a 除以 b？
2. 請你一步步說說看這題是怎麼算的？
3. (除數或被除數) 小數點為什麼要去掉？
4. 為什麼小數點去掉後要移動它？
5. 商的小數點為什麼要點這裡？
6. (商) 這裡為什麼要補 0？
7. (被除數) 為什麼小數點要移 a 位？
8. (被除數) 這裡為什麼要補 0？
9. (餘數) 為什麼餘數是 b？
10. (餘數) 為什麼這裡要點小數點？
11. 為什麼商的單位是 c？餘數的單位是 d？
12. 你覺得剩下的部份合理嗎？會比原來的量 (被除數) 要大嗎？
13. 如果剩下的部份比原來的量 (被除數) 要大是不合理的，那麼應該怎麼算？再算算看好嗎？