



國立中山大學 教育研究所

碩士論文

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Master Thesis

國小五年級學生數學解題歷程的自我調整學習策略與
動機信念之個案研究

A case study of self-regulated learning strategies and
motivation beliefs in mathematical problem
processes of fifth grade elementary school children

研究生：李昱葳

Yu-Wei Lee

指導教授：梁淑坤 博士

Dr. Shuk-kwan S. Leung

中華民國 一百零四年一月

January 2015

國立中山大學
教育研究所

碩士論文

國小五年級學生數學解題歷程的自我調整學習策略
與動機信念之個案研究

研究生：李昱葳

103
學年度



國立中山大學 教育研究所

碩士論文

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Master Thesis

國小五年級學生數學解題歷程的自我調整學習策略與
動機信念之個案研究

A case study of self-regulated learning strategies and
motivation beliefs in mathematical problem
processes of fifth grade elementary school children

研究生：李昱葳

Yu-Wei Lee

指導教授：梁淑坤 博士

Dr. Shuk-kwan S. Leung

中華民國 一百零四年一月

January 2015

國立中山大學研究生學位論文審定書

本校教育研究所碩士班

研究生李昱葳（學號：M006050023）所提論文

國小五年級學生數學解題歷程的自我調整學習策略與動機信念之
個案研究

A case study of self-regulated learning strategies and motivation
beliefs in mathematical problem processes of fifth grade elementary
school children

於中華民國 103 年 10 月 31 日經本委員會審查並舉行口試，
符合碩士學位論文標準。

學位考試委員簽章：

召集人 周珮儀 周珮儀 委員 梁淑坤 梁淑坤

委員 陳埤淑 陳埤淑 委員 陳埤淑

委員 _____ 委員 _____

指導教授(梁淑坤) 梁淑坤 (簽名)



誌 謝

本研究得以順利完成，首先要感謝指導教授梁淑坤老師的細心指導、啟發及修正，其次要感謝口試委員陳崢淑及周珮儀兩位教授，對本論文提供許多寶貴的意見及指正，讓我有更多的省思與學習，使論文得以更臻完善。

感謝高雄市愛國國小前任校長蘇明唱給我進修的機會，另外要感謝愛國國小五年級老師所給予的協助與鼓勵，也要感謝參與研究的四位學生與其家長。

最後要感謝家人的支持與關懷，給我進修的動力與支持，謝謝你們不斷激勵我，讓我完成一個多年的夢想。

本篇論文的完成有周遭的家人、同事及同學的支持與協助，僅以誠懇的心感謝所有協助的人，不管是學生、同事、同學，還是朋友，謝謝你們。

摘要

本研究主要是探討國小五年級高低數學成就的學生數學解題歷程的自我調整學習策略與動機信念之差異性。首先，研究者依據 PISA(2002)試題中編選出符合國小五年級數學課程綱要能力指標之五個非例行性數學問題，作為之後放聲思考收集解題歷程的試題。接著，利用 MSLQ 學習策略動機量表 (Motivated Strategies for Learning Questionnaire) (Pibtrich & Groot, 1990) 挑選出合適的自我調整學習策略與動機信念之差異性的樣本對象。最後，輔以訪談的方式深入的理解學生的自我調整學習策略和學習動機。研究結果發現數學成就高的學生其解題歷程較數學成就低的學生流暢，解題表現也較好。另外，自我調整學習策略程度較高的學生在解題歷程的階段中，會花比較多的時間在讀題、分析和驗證階段上；相反的，自我調整學習策略程度較低的學生則會較多的時間在執行上。此外，自我效能較高的學生在解題的歷程中，會較自我效能低的學生表現出較高的堅持度。最後，內部價值偏向精熟目標導向的學生在解題的歷程中，較願意嘗試使用不同的解題策略，相反的，內部價值偏向表現目標導向的學生會則會優先模仿老師和課本所提供的解題策略。本研究結果可提供相關的建議給老師，使其有效地提升學生的解題能力和學習動機。

關鍵詞：解題策略、自我調整學習過程、自我效能、內部價值、非例行性試題

Absract

This study was to investigate the differences in problem solving processes fifth grade math student mathematical achievements when varying in self-regulated learning strategies and motivation beliefs. The researcher selected and edited five non-routine problems from PISA (2002) and based on fifth grade math according to curriculum standards, and these problems will be tools for collecting thinking aloud protocol. And then, I used Motivated Strategies for Learning Questionnaire(MSLQ)(Pibtrich &Groot, 1990) to select a sample of four students with high-low self-regulated stratege, high-low motivated beliefs. Last, I interviewed students to understand their self-regulated strategies and learning motivation. Results are: students with high mathematics achievement were having problem solving processes and performances that were more fluent and better than students of low mathematics achievement. In addition, high self-regulated students spent more time on reading and analyzing stages in problem solving processes. Besides, low self-regulated students spent more time on execution stages in problem solving processes. Also, high self-efficacy students will show higher persistance than low self-efficacy students. Last, when students had mastery goal oriented internal values, they would try to search for different solutions. On the other hand, when students had performance goal oriented internal values, they would generate solutions modelled from teachers or text books. The results of this study yielded suggestions to teachers on how to raise students' problem-solving ability and learning motivation.

Keywords: problem solving 、 self-regulated learning strategies 、
self-efficacy 、 intrinsic values 、 non-routine problems

目錄

第一章 緒論	1
第一節 研究動機.....	1
第二節 研究目的	3
第三節 待答問題.....	3
第四節 名詞解釋.....	3
第二章 文獻探討	5
第一節 數學解題的意義及重要性.....	5
第二節 數學解題的歷程	5
第三節 影響學生解題行為的相關因素及研究	13
一、 自我調整學習策略策略的定義、結構及和數學解題相關的研究	13
(一) 自我調整學習策略的定義	14
(二) 影響自我調整學習策略的決定因素	17
(三) 自我調整學習策略在數學課室中的應用	20
二、 認知策略對解題歷程、解題行為與解題表現的影響	23
三、 自我效能和內部價值對解題歷程、解題行為及解題表現的影響	25
(一) 自我效能對數學解題的影響及相關的研究	25
(二) 學習學習目標導向對數學解題的影響及相關的研究	26
第三章 研究設計與程序	29
第一節 研究設計.....	29
第二節 研究工具	29
第三節 研究樣本的選取	33
第四節 預試.....	35
第五節 資料分析	36
第六節 研究程序	39

第四章 研究結果	41
第一節 數學成就高低的學生解題歷程、解題行為與表現的差異性.....	41
一、 五個題目之解題歷程成份及個案解題歷程差異	41
二、 四位個案其解題歷程成分之差異性	59
第二節 自我調整學習策略對解題歷程、解題行為與表現的差異性	87
第三節 自我效能和內部價值對解題歷程、解題行為與表現的差異性	97
第五章 結論與建議	105
第一節 研究結論與建議.....	105
第二節 對未來研究的建議	111
參考文獻	113
中文部分：	113
英文部分：	113
附錄	119
(附錄 A) 放聲思考練習題(P1、P2)：	119
(附錄 B) 非例行性試題：	120
(附錄 C) 非例行性試題學生作答情況：	122
(附錄 D) 學生數學解題表現的動機與自我調整學習策略之研究問卷：	123
(附錄 E) 學生學期成績與自我調整學習信念之平均分數與 z 分數：	127
(附錄 F) 放聲思考指導語：	128
(附錄 G) 半結構性解題自我調整行為晤談大綱：	129
(附錄 H) 半結構性個人背景晤談大綱：	130
(附錄 I) 原案資料：	131
(附錄 J) 原案分析：	146
(附錄 K) 個案晤談內容：	176

圖目錄

圖 2-1-1	Polya (1945) 解題歷程	6
圖 2-1-2	Garofalo & Lester (1985) 認知—後設認知數學解題模式.....	7
圖 2-3-1	Zimmerman (2002) 自我調整的面向和次過程	14
圖 2-3-2	Boekaerts (1999) 自我調整學習策略的三個層次	15
圖 2-3-3	Zimmerman (1989) 自我調整功能的三元分析	16

表目錄

表 2-1-1	Polya(1945)解題歷程的四個階段	6
表 2-1-2	Garofalo 和 Lester (1985)之認知—後設認知數學解題模式.....	8
表 2-1-3	Schoenfeld (1985)之解題原案巨觀分析架構表.....	10
表 2-1-4	本研究之解題歷程階段區分表	12
表 3-1-1	非例行性的試題對照表	30
表 3-1-2	非例行性的試題難度與鑑別度	31
表 3-3-1	非例行性試題施測對象	34
表 3-4-1	非例行性的試題	36
表 3-5-1	解題歷程階段順序時間圖	37
表 3-6-1	研究程序進度表	40
表 4-1-1	【N-01 睡眠時間】應具有的解題能力	42
表 4-1-2	四名個案在【睡眠時間】所表現之解題策略	43
表 4-1-3	【N-01 睡眠時間】四個個案解題歷程成分比較	43
表 4-1-4	【N-02 生日蛋糕】應具有的解題能力	44
表 4-1-5	四名個案在【生日蛋糕】所表現之解題策略	45
表 4-1-6	【N-02 生日蛋糕】四個個案解題歷程成分比較	46
表 4-1-7	【M-01 披薩】應具有的解題能力.....	47
表 4-1-8	四名個案在【披薩】所表現之解題策略	48

表 4-1-9	【M-01 披薩】四個個案解題歷程成分比較	49
表 4-1-10	學生在【M-02 木匠】中所應具有的解題能力	50
表 4-1-11	四名個案在【木匠】所表現之解題策略	51
表 4-1-12	【M-02 木匠】四個個案解題歷程成分比較	52
表 4-1-13	學生在【L-01 匯率】中所應具有的解題能力	53
表 4-1-14	四名個案在【匯率】所表現之解題策略	53
表 4-1-15	【L-01 匯率】四個個案解題歷程成分比較	54
表 4-1-16	四名學生之解題策略、解題表現和解題行為之差異性	55
表 4-1-17	影響四名學生其解題表現之可能因素	56
表 4-1-18	小威在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖	60
表 4-1-19	小威在五個題目中各個解題階段出現的次數	62
表 4-1-20	小威在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間百分比 ..	64
表 4-1-21	小優在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖	66
表 4-1-22	小優在五個題目中各個解題階段出現的次數	68
表 4-1-23	小優在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間百分比 ..	70
表 4-1-24	阿信在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖	72
表 4-1-25	阿信在五個題目中各個解題階段出現的次數	74
表 4-1-26	阿信在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間百分比 ..	76
表 4-1-27	阿布在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖	78
表 4-1-28	阿布在五個題目中各個解題階段出現的次數	80
表 4-1-29	阿布在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間百分比 ..	82
表 4-1-30	四名學生解題行為之差異性	83
表 4-1-31	四名學生在五個題目之各個解題階段所表現的總次數	84
表 4-1-32	比較四個不同類型的學生其數學解題表現	86
表 4-2-1	高低自我調整學策略對解題行為的影響	94
表 4-2-1	高低自我效能和內部價值對解題行為的影響	103
表 5-1-1	高低自我調整學策略對高低數學成就學生之解題行為與表現的影	107

表 5-1-2 高低自我效能和內部價值對高低數學成就學生之解題歷程、解題 行為與表現的影響	109
--	-----

第一章 緒論

第一節 研究動機

我國九年一貫數學領域課程綱要中明確地指出：「我國國中、小學生除了需要具備數學知識以外，同時也需要有演算能力、抽象能力及推論能力」(教育部, 2011)，也就是說，一般學生在國中及國小階段中應該具備有相關的數學知識和技能。然而，相關研究卻發現多數的學生對於「數學」學科感到困難及挫折 (Walshaw & Anthony, 2008)，可能的原因也許是學生很少有機會直接參與數學知識形成的過程，所以他們無法有意義地建構自己的數學知識 (Lampert, 1990)，另外，也有可能是因為學生本身缺乏自己就是數學知識建構中介者的概念，所以他們不會主動地設定學習目標，有效地安排自己學習的時間，或是進一步地去採取有效的學習策略等，而這又和學生的自我調整學習策略相關 (Zimmerman, 2002)。學者認為自我調整學習策略指的是學習者在面對一個新的學習情境或任務時，會主動地調整自身的認知、動機和行為，為了達到最後的目的 (Zimmerman, 1989)。

另外，學習者本身對數學問題的態度、興趣及解題能力的覺知等情意因素也會影響他們的學習表現。例如：Montague & Applegate (1993 a) 研究發現低成就的學生在解題過程中，他們的認知知識及後設認知能力皆較高成就的學生低落，即使他們有很高的數學態度，但因為無法正確地表徵問題、預測適當的解決策略及有效地監控，因而導致學習成就低落。此外他們同時也發現有些學生，雖然有足夠的數學知識和技能卻無法有效地應用在相似的情境上或對題目中相同的暗示做出適當地反應，所以數學成就表現也不如預期高。

另一方面，Chapman (1988) 則發現有學習障礙的學生比一般的學生有較低的自我概念，由於自我概念是學生學習動機和學業成就間的中介變項，導致他們

在面對困難或有挑戰性的任務時會表現出較低的堅持度和完成度。由此可知，在一般的數學課室中，不同的學生所表現的個別差異性不僅會直接地影響他們的學習成就表現，同時也會間接地影響三個交互作用的關係，包括：老師和學生、學生和學生以及學生和教材內容。

一般來說，學生在面對一個數學問題時，他們通常會主動地思考需要採取何種有效的解題策略以獲得最後的正確答案 (Kilpatrick, 1985)，而這個解題策略過程包含理解、計畫、執行、驗證四個階段 (Polya, 1957)，亦即如果解題者要成功地答對一個題目不僅需要有足夠的數學概念和知識以外，同時也需要有監控解題表現和評鑑解題結果的後設認知能力。因此，研究者認為當學生完成一個解題歷程時，同時也經歷了一次的自我調整學習策略。例如：Desoete, Roeyers 和 Buysse (2001) 研究發現學生的解題表現會和他們本身的自我調整學習策略相關，也就是說當學生在面對數學問題時會透過調整本身的認知、動機和行為等方式來完成所設定的目標。

本研究主旨是為了學生的自我調整學習策略、自我效能及內部價值交互作用所產生的結果如何影響他們的解題歷程、解題行為與表現。因此，本研究將以 1. 高成就高自我調整學習策略、2. 高成就低自我調整學習策略、3. 低成就高自我調整學習策略及 4. 低成就低自我調整學習策略等四名國小五年級不同學習特質的學生作為本研究之研究對象，並藉此給予教學者相關的意見，可以有效地幫助每個學生提升他們之解題表現和學習動機。

第二節 研究目的

本研究目的在理解高低數學成就的學生其自我調整學習策略、自我效能及學習目標導向之解題歷程、解題行為與表現的差異性，藉此提供相關的建議給老師，使其有效地幫助學生提升其解題表現和學習動機。

第三節 待答問題

根據上述的研究動機和目的，本研究之待答問題為：

- 一、數學學業成就高低學生的解題歷程、解題行為與表現有何差異性？
- 二、自我調整學習策略高低學生其解題歷程、解題行為與表現有何差異性？
- 三、自我效能與內部價值高低學生的解題歷程、解題行為與表現有何差異性？

第四節 名詞解釋

- 一、數學學業成就 (mathematical achievement)：指的是學生在數學方面的解題能力及推理能力，本研究以學生四年級下學期數學領域之平均分數代表。平均分數落在一個標準差以上的為數學高成就，相反的，平均分數或在一個標準差以下的為數學低成就（詳見第三章）。
- 二、非例行性問題題(non-routine problem)：解題者在面對題目時，無法立即想到求解途徑的題目，需要融會貫通原有的知識，並運用策略以求得解答，因此，對解題者來說，只有當問題為非例行性問題時，解題才會發生（陳怡靜、劉祥通，2013）。
- 三、解題 (Problem solving)：學生在面對一個數學問題時，可以從過去的生活經驗和學習過程中去分析題目中的條件、條件和所求目標間的關係、採取可行的解題策略、並完成此策略求得最後的答案，同時，在整個解題的過程中，會隨時監控解題結果和表現。

- 四、自我調整學習策略 (self-regulated learning)：指的是當學生在面對一個問題時，他們會主動地調整本身的認知策略、動機及行為表現，為了可以達到所追求的目標。例如：他們在學習數學的過程中，會主動的練習大量的題目、畫出題目中的關鍵字幫助自己分析題目中的條件和目標間的關係，或採取適當的解題策略以獲得好的成績表現等。而在本研究中，學生的高低自我調整學習策略程度主要是藉由 MSLQ 學習策略動機量表(Pintritch & Groot, 1990)來測量 (詳見第三章)，並輔以訪談蒐集相關資料。
- 五、動機信念：在本研究中指的動機信念包含兩個部分：自我效能 (self-efficacy) 和內部價值 (intrinsic values)，自我效能指的是學生對自己是否有能力完成解題工作的自信心，而內部價值指的是學生對解題任務的目標設定，包括精熟目標導向和表現目標導向兩種。

第二章 文獻探討

第一節 數學解題的意義及重要性

在過去的數學教育中，我們所強調的是學生解題後的答案是否正確，因此我們提供給學生所練習的習作多是偏向記憶的練習題。然而相關的研究也發現當學生面對這類題目時，他們可以迅速地求得正確的答案，但當他們面對未曾遇過或曾經失敗過的題目時，則多感到困惑不知如何求得正確的答案 (Mayer, 1998；Schoenfeld, 1992)。有鑑於此，數學教育學家轉而開始強調數學解題的重要性，也就是說他們認為培養學生有效地應用所學得的數學知識和技巧，並有效地將這些知識技巧轉移到其他的情境中，以上所述是目前數學教育所重視的。

而 Stanic 和 Kilpatrick (1988) 認為我們可以從三個面向來說明解題的重要性，包括：情境、技巧和藝術。其中在情境這個面向中，數學問題被認為是達到課程目標的一個傳遞工具，它同時扮演了五種角色，包括：1.老師教學的判斷 2.提升學生解題的動機 3.創作力 4.發展新的數學技巧 5.讓學生有練習的機會。由此可知，數學解題不僅是學生所追求的學習目標，同時也可以提升他們的數學成就。因此，在本研究中，將要更進一步的探討學生在數學解題的過程中，其所經歷的解題歷程及影響解題行為和表現的可能因素。

第二節 數學解題的歷程

Polya (1945) 在如何解題 (How to solve it) 一書中最早提到解題的歷程分為以下四個階段：1.理解問題 (Understanding the problem) 、2.擬定計畫 (Plan) 、3.完成計畫 (Carrying out the plan) 、4.回顧解答 (Looking back) ，如圖 2-1-1 所示，從途中我們可以知道 Polya (1945) 強調解題策略的教與學，因此他在每個階段中都提出了許多的解題問題，也就是所謂的捷思 (heuristics) 希望藉此可以提升學生的解題能力。

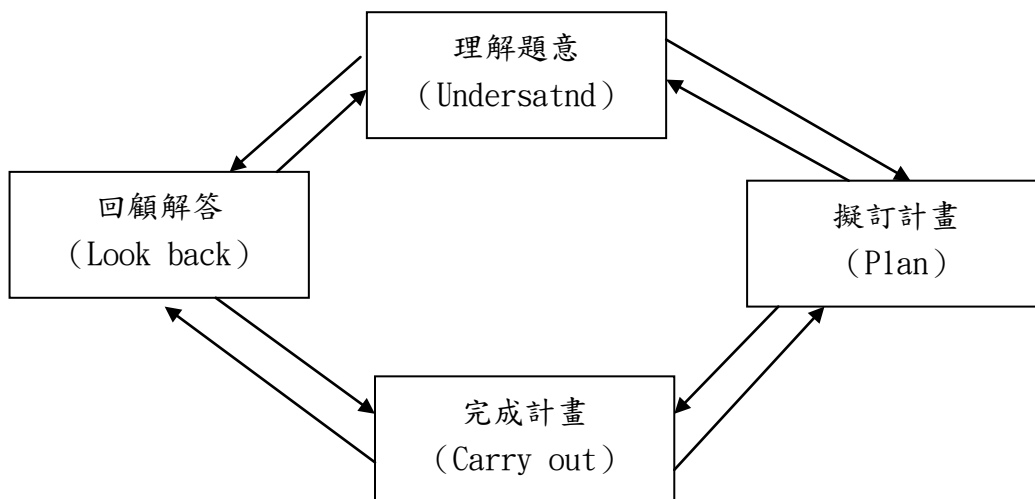


圖 2-1-1 Polya (1945) 解題歷程

Polya 的解題歷程內容，詳述如表 2-1-1：

表 2-1-1 解題歷程的四個階段 (Polya, 1945)

第一步	瞭解問題
必須了解問題	未知數是什麼？已知數是什麼？條件是什麼？可能滿足條件的每個部份嗎？條件足夠決定未知數嗎？ 做一個圖，導入適當的計畫。 分開條件的每個部份，你可以分別寫下來嗎？
第二步	擬定計畫
找出未知數和已知數之間的關係，如果找不到，就必須考慮一些輔助的問題。想辦法擬定一個計劃去解決問題。	你以前見過它嗎？或有寫過相似的問題呢？ 你知道什麼相關的問題嗎？你知道有什麼可用的原理嗎？ 請你看著未知數，想想看有什麼相似的問題呢？這裡有一個你曾經解決過的問題，你能應用它嗎？ 你能應用它的結果嗎？你能應用它的方法嗎？ 你可以用自己的話重新地再把題目再說一遍嗎？ 你可以想到一些相關的問題嗎？ 你可以解決這個問題的一部分嗎？ 你可以從已知數得到那些線索嗎？ 還有其他的已知數可以用來決定未知數呢？ 你能改變未知數或已知數嗎，使新的未知數和新的已知數關係可以更接近。 你已經用了所有的已知數嗎？你用了所有的未知

	數嗎？你考慮到問題中所有的觀念了嗎？
第三步	實施計畫
實行你的計畫	執行你所擬定的所有計畫，檢核每一步驟，你可以看出哪些步驟是正確的嗎？你可以證明它們是正確的嗎？
第四步	回顧解答
校核所得到的解答	你可以檢查所得到的結果嗎？ 你可以用不同的方法得到相同的結果嗎？ 你可以把這些結果應用在其他的問題上嗎？

(引自莊裕庭, 2012 第 17 頁)

另外，Garofalo 和 Lester (1985)更進一步地整合 Polya (1945) 所提出的解題歷程與 Flavell 和 Wellman (1979) 所提出的後設記憶 (meta-memory) 之概念，提出了認知—後設認知數學解題模式，包含以下四個成分：1.定向(Orientation)、2.組織 (Organization)、3.執行 (Execution)、4.確認 (Verification)，這個模式和 Polya (1945) 所提出的解題歷程模式很相似，但他們更強調解題過程中的後設認知部分對解題行為的影響，如圖 2-1-2 所示：

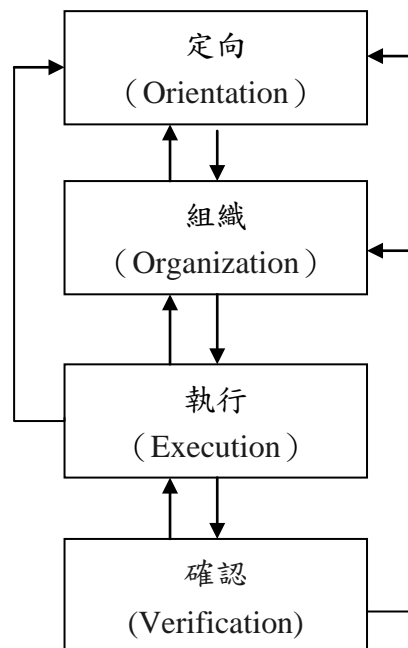


圖 2-1-2 (Garofalo & Lester, 1985) 認知—後設認知數學解題模式

Garofalo & Lester (1985) 認知—後設認知數學解題模式之內容，詳述如表

2-1-2：

表 2-1-2 認知—後設認知數學解題模式

類別	後設認知決策的例子
<p>定向(Orientation):評量和理解一個問題的策略行為，包括有：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 理解策略 2. 資訊和情境的分析 3. 和相關任務的評鑑 4. 最初和之後的表徵 5. 困難層次的評鑑和成功的改變 	<p>我只要找尋關鍵字，而這些關鍵字將告訴我怎麼做。</p> <p>這題的數字對我來說太大了。</p> <p>我不知道如何解決這個問題。</p> <p>這題的數字太多，和我之前做過的題目不太一樣。</p>
<p>組織(Organization):行為的計畫和活動的選擇，包括有：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 目標和次目標的確認 2. 全面的計畫 3. 局部的計畫（為了執行全面的計畫） 	<p>我想這題要求「解答」。</p> <p>我可以經由發現數字而求出「答案」</p> <p>我想我應該先對這些數字做「運算」。</p> <p>我不確定要如何做，但我想「運算」、「策略」會有助於我解決這類型的題目。</p> <p>我不確定我要做什麼，但或許我可以先用猜的。</p> <p>我想這是某一類型的題目，或許我可以先用這種解題方法去計算。</p>
<p>執行(Execution):為了完成計畫所表現的行為所做的調整，包括有：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 局部活動的表現 2. 為了完成局部和全面的計畫所作的監控妥協所做的決定（譬如：速度和正確性；精緻的程度） 	<p>我草率地正在做「運算」，所以最好放慢我的速度。</p> <p>這個題目很複雜，所以我最好小心地運算每一個步驟，如果這個方法不行，那麼我就是看別的方法。</p> <p>為了幫助我不離題，所以我會覆誦我正在做的事情。</p> <p>我會寫下每一個運算步驟。</p>
<p>確認(Verification):所做的決定的評鑑和執行計畫的結果</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 定向和組織的評鑑 <ol style="list-style-type: none"> (1) 表徵的適當性 (2) 有組織的、適當的、決定的 (3) 局部計畫和全面計畫的一致性 (4) 全面計畫和所要達到目標的一 	<p>因為我可能不夠小心，所以每個步驟最好都要再檢查一次。</p> <p>我不確定這個步驟是否適合。</p> <p>我最好再重頭檢查一次。</p> <p>我不確定是否已經了解題意了。</p> <p>我會重新再讀一次題目。</p> <p>這個答案似乎太大了，我想要再重新檢</p>

<p>致性</p> <p>2. 執行的評鑑</p> <p>(1) 活動表現的適當性</p> <p>(2) 活動和計畫的一致性</p> <p>(3) 計畫中局部結果和問題情境的一致性</p> <p>(4) 最後結果和問題情境的一致性</p>	<p>查一遍。</p>
---	-------------

(引自 Garofalo & Lester, 1985 第 171 頁)

此外，Garofalo & Lester (1985) 也認為透過這個認知與後設認知整合解題模式可以用來分析學生數學表現的後設認知層面，同時也可以用來分析和解釋學生的數學表現。

另外，Schoenfeld (1985) 認為影響解體的成敗因素包括有以下四點：1.資源：就是個人所擁有的數學知識和技巧，2.捷思：就是個人的解題策略和方法，3.控制：如何選擇和執行策略，如何分配資源和決定計畫和監控等，4.信念系統：也就是個人的數學世界觀，而 Schoenfeld (1985) 認為其中又以控制對解題行為影響最大。同時他也認為過去對學生的解題歷程分析常常只注意到解題過程中明顯的行為加以編碼，然而這種分析方法卻可能會忽略許多重要的資訊，因為有很多的解題策略是內隱的，因此，他提出了用巨觀的方式去分析學生的解題歷程，並從控制的角度來檢視學生的解題行為，並將解題歷程區分為七個階段，包括：1.讀題 (Reading) 2.分析 (Analysis) 3.探索 (Exploration) 4.計畫 (Planning) 5.執行 (Implementation) 6.驗證 (Verification) 及 7.過渡(Transition) ，如表 2-1-3 所示：

表 2-1-3 解題原案巨觀分析架構表 (Schoenfeld, 1985)

1. 讀題：包括開始的讀題，攝取問題的狀況，讀題之後的沉默與重讀題目等，相關的問題有：
 - R1：是否有注意到問題的所有條件，它們有被明顯的注意到嗎？或只是模糊的被注意到呢？
 - R2：是否正確的注意到目標狀態呢？
 - R3：你目前有和這個問題相關的知識嗎？
2. 分析：在讀完題目後若無明顯的進展，則下一個階段就是分析，而分析就是企圖去了解題目，再選擇適當的觀點，並考慮可以採用那些適當的原則或行動來簡化題目，而相關的問題有：
 - A1：你會採取什麼觀點呢？這種選擇是明確的還是假設的？
 - A2：你會根據問題的條件來採取適當的策略嗎？
 - A3：你會根據問題中的目標來採取適當的策略嗎？
 - A4：你覺得問題的條件和目標是否一致呢？
 - A5：在這個階段中是否前後是一貫的？整題而言，學生在這個階段中所表現的行動是否合理？
3. 探索：分析與探索的差別在於分析比較有結構性，且會和問題的條件及目的做緊密的連結，相反的，探索則屬於結構性，其行為可能離題意較遠，如果解題者發現新的資訊，他可能會回到原來的分析階段，而在探索階段中，學生可能會呈現較多樣的捷思策略，如檢驗相關的問題或分類等，相關的問題有：
 - E1：學生的探索是題目中的條件所引起的還是題目中的目的所引起的呢？
 - E2：學生所採取的行動有方向性或明確的目標嗎？
 - E3：學生在解題的過程中有監控的行為嗎？而這個監控的行為對學生的解答有影響嗎？
 - E4：在這個階段中學生的解題行為是否前後一貫？解題者所採取的策略是否合理？
4. 計畫：這個階段學生需要關心的是是否有好的結構？計畫的執行是否有順序性？
 - P1：學生是否有表現出擬定計畫的證據？學生是否可以從局部或整體的觀點來評鑑整個解題行為？
 - P2：學生所擬定的計畫和問題的解決方法有相關性嗎？是否恰當？是否有良好的結構性？
5. 執行：解題的過程中是否有監控的行為？學生是否會從局部或整體的面向去評鑑目前的解題行為？相關的問題有：
 - I1：學生是否會去評鑑這個計畫的合適性、相關性呢？

I2：學生是否有按照計畫執行他的解題行為呢？

I3：學生是否會從局部或整體的觀點去評鑑整個計畫的執行？

I4：評鑑的有無對解題的結果是否有影響？

6. 驗證：其相關的問題有：

V1：學生在解題的過程中是否會回顧整個解題方法？

V2：學生是否會運用其他的解題方法來檢驗他的答案是否正確？如果有，如何進行？

V3：學生是否會對自己的解答進行評鑑？學生對於解題結果的評鑑有否信心？

7. 過渡：指各階段之間的連結關係，相關的問題有：

T1：對於目前的解題狀況是否會加以評鑑？若放棄一種解題途徑，學生是否會利用其中有用的部分？

T2：對於先前放棄的解題途徑，學生是否會從局部或整體的效應加以評鑑？

T3：學生對於採取的新的解題方法是否會評鑑它對解答有否造成短期或長期的影響？或是直接跳到新的方向去？

T4：學生對於新的解決方向是否會加以評鑑，而這個新的解題方向對於解題中局部或整體的效應為何？此行動是否合適或有必要性呢？

(引自莊裕庭, 2012 第 21 頁)

由於本研究所要探討的是不同學習特質的學生在面對不同情境的數學問題時，會表現出何種解題歷程、解題行為與表現。由於 Schoenfeld (1985) 之解題原案巨觀分析架構可以較清楚地從學生外在的解題行為去探究其內在的解題想法，因此，研究者將參考此架構，重新自編一份適合五年級學生的解題歷程階段區分表作為本研究的分析架構，由於國小階段五年級的數學題目其解答方法較不複雜，因此，研究者將選取解題歷程之前六個階段，並依據原本的架構內容訂定符合國小階段學生解題歷程的項目，如表 2-1-4 所示：

表 2-1-4 本研究之解題歷程階段區分表

階段	內 容
1. 讀題(R)	R1：閱讀題目：包括閱讀問題中所有或部分問題的條件與描述。 R2：重讀題目：學生在解題的過程中會重新的閱讀題目。
2. 分析(A)	A1：重述題意 A2：辨別條件：知道已知數、未知數和隱含的條件 A3：畫圖表徵 A4：以字詞、圖形或符號等方式來簡化問題 A5：回憶相關訊息（如相關的概念、問題或方法等） A6：尋找規則 A7：測試或嘗試錯誤：解題者先以數字代入測試
3. 探索(E)	E1：找到新的切入點：學生可以找到題目中的條件或目標思考可能的解題方法或方向。 E2：嘗試：學生會先用數字算算看 E3：使用不相關的計算方法：學生會想要嘗試看看不同的解題方法，而這些解題方法可能無法完成題目所要的目標。 E4：考慮題目中條件和目標的關聯性，並列出可能的計算算式，求得最後的答案。
4. 計畫(P)	P1：有明確的目標和方向並對解題行為進行局部或全面的計畫。 P2：會隨時監控這個計畫是否可行。
5. 執行(I)	I1：學生會依照擬定的計畫運用算式或之前學過的數學技巧進行解題。 I2：學生會隨時監控自己的解題行為
6. 驗證(V)	V1：檢查結果是否合理：學生可以用任何的方法去檢查他們所得的結果是否符合題意。 V2：會逐步的檢查每個解題的步驟。

從上述討論我們也可以知道目前的數學教育強調的是學生的解題過程而非以往所重視的解題結果，因此，我們可以從學生解題方法的正確性、完整性、精確性及結構性來了解學生解題的特性；及從學生解題的速度、數量及多元性來了解學生的解題方式；並從學生所使用的計算方法、計算效率、犯錯數量及對提示的回應我們也可以知道他們的解題步驟順序及解題想法 (Kilpatrick, 1978)。

第三節 影響學生解題行為的相關因素及研究

Kilpatrick (1978)認為影響學生解題行為相關因素包括有：學生本身的因素，例如：學生的性別、教育程度、數學態度、數學能力、數學信念、數學成就、認知風格等。另外，Mayer (1998) 認為成功的解題者具備以下三個條件：1.學生需要有特定領域知識和技巧，2.具備控制和監控認知過程的能力，3.需要有高度的意願。此外，Hoffman 和 Spatariu (2008) 則認為 1.學生本身的自我調整信念同樣地也會影響他們的解題行為，2.任務的因素：例如：老師的教學方式、教材內容及教材結構，3.情境的因素：包括有：學生的解題意願、老師所提供的額外獎勵、晤談者的特質和行為、學生過去的解題經驗、學生是否知道如何完成這些題目。

由於本研究想要了解不同數學成就高低的學生其自我調整學習策略策略和動機信念對他們的解題歷程、解題行為及解題表現的影響，因此，以下研究者將分為以下三個部分來說明：1. 自我調整學習策略策略的定義、結構及和數學解題相關的研究，2.認知策略對解題歷程、解題行為與解題表現的影響，3.自我效能和內部價值對解題歷程、解題行為及解題表現的影響。

一、自我調整學習策略的定義、結構及數學解題相關的研究：

過去三十年中，多數的教育研究者致力於找出合適的教學方法，希望可以幫助學生提升他們的認知努力、後設認知策略的使用及學習動機等，而自我調整學習策略被認為是學生在學習的過程中為了達到所設定的目標，他們會主動地調整他們的後設認知、學習動機和行為 (Zimmerman, 1989)。而學生的認知和行為的自我調整是影響他們在課業和學習表現的重要因素 (Zimmerman & Pons, 1986; Pintrich 和 Groot, 1990)。因此，如果我們可以教導學生自我調整學習策略的相關技巧，也許可以幫助他們從外在經驗中學習自我調整學習策略的過程，變成一個

具有策略性的、動機的和獨立的學習者(Paris 和 Paris, 2001)。以下將說明自我調整學習策略的定義及影響的因素：

(一) 自我調整學習策略的定義

Zimmerman (2002) 認為個人在完成一個任務的過程中，會經歷事先考慮階段 (forethought phase)、實行階段 (performance phase) 和自我反思階段 (self-reflection phase) 三個階段過程：如圖 2-3-1 所示：

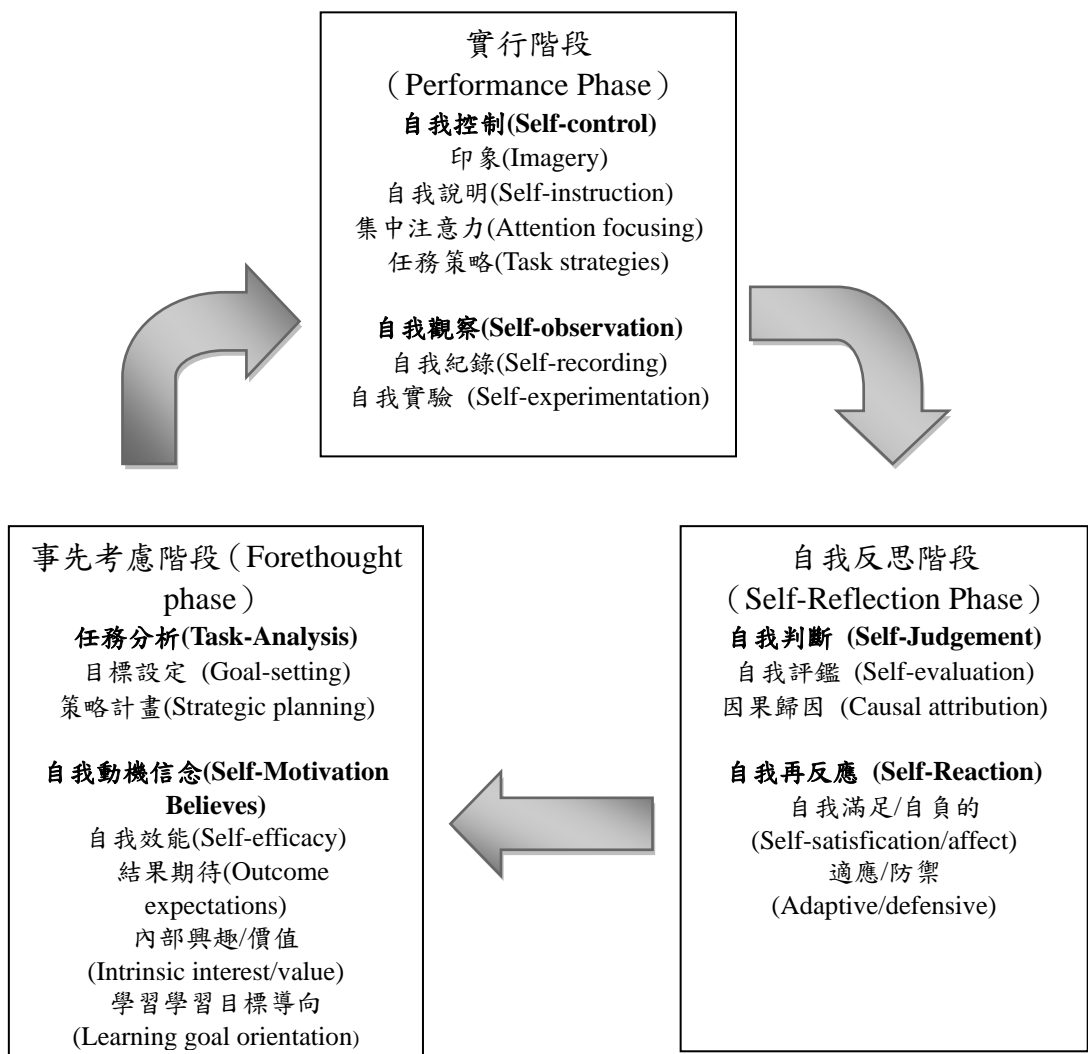


圖 2-3-1：自我調整的面向和次過程 (引自 Zimmerman, 2002, p.67)

從圖 2-3-1 中可以知道自我調整包含許多層面，不過和學生學習及課業表現相關的主要三個層面為：1. 為了計畫、監控和模式化他們的認知所採取的後設認知策略 2. 經營和控制課業表現上所投入的努力 3. 學生用在學習、記憶和理解教材內容所使用的認知策略 (Pintrich & Groot, 1990)。

另外，Boekaerts 和 Corno (2005) 認為在一般的課室中，學生所追求的目標形式往往會因為和外環境等因素交互作用而更顯複雜，也就是說，學生的自我調整學習策略會受到個人和環境及行為事件的影響，也就是說，學生最後所呈現的學習行為是個人因素及外在資源彼此交互作用後的產物，如圖 2-3-2 所示：

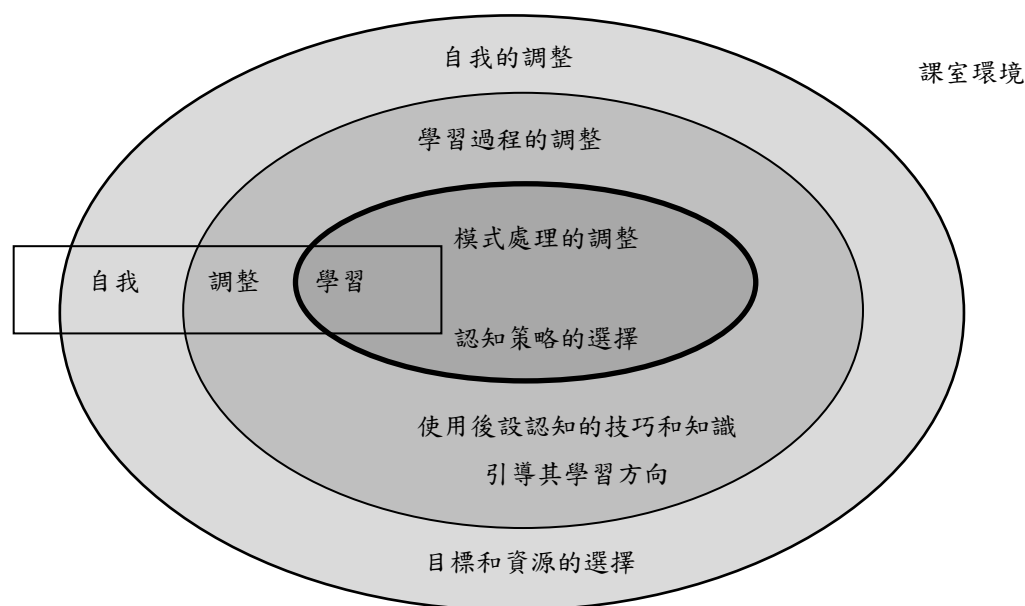


圖 2-3-2：自我調整學習策略的三個層次 (Boekaerts, 1999)

從社會認知理論來看，Bandura (2002) 甚至認為在某些情境下，環境的影響遠遠大於個人及行為的因素。Paris 和 Paris (2001) 也認為學生在引導式的參與、鷹架的協助和師徒制等社會認知的過程中，不僅會重新的修正自己的目標和行為，同時在任務完成後，也會提升本身的自我效能。例如：有些研究者會透過教學的方式訓練低成就學生學習合適的自我調整學習策略策略，幫助他們成為一個

自我調整學習策略者(Corno, Collins & Capper, 1982)，或是透過外在物理情境及社會化的經驗下，培養學生自我反思、自我監控和自我解釋的能力，逐漸地培養他們自我調整學習策略的能力(Nicol & Macfarlane-Dick, 2006)，從上述皆說明當學生在一個具有架構的課程中或是環境中時，他們會被引導使用不同的自我調整學習策略策略，而這也是本文章所要探討的焦點。

圖 2-3-3 主要說明學習者個人在環境中如何轉換本身的自我調整，他們會調整自己的行為和環境來決定最後採取的策略，而這個過程會依賴本身的自我效能及對行為和環境的監控所產生的回饋，如果發現自我效能不足的話，則他們就會選擇其他的策略或是當他們發現學習環境過於吵雜的時候，則他們就會選擇到一個安靜的地方或是暫時休息等。而上述這些都呈現了學生的自我調整學習策略會受到個人、行為和環境三個因素交互作用的影響。

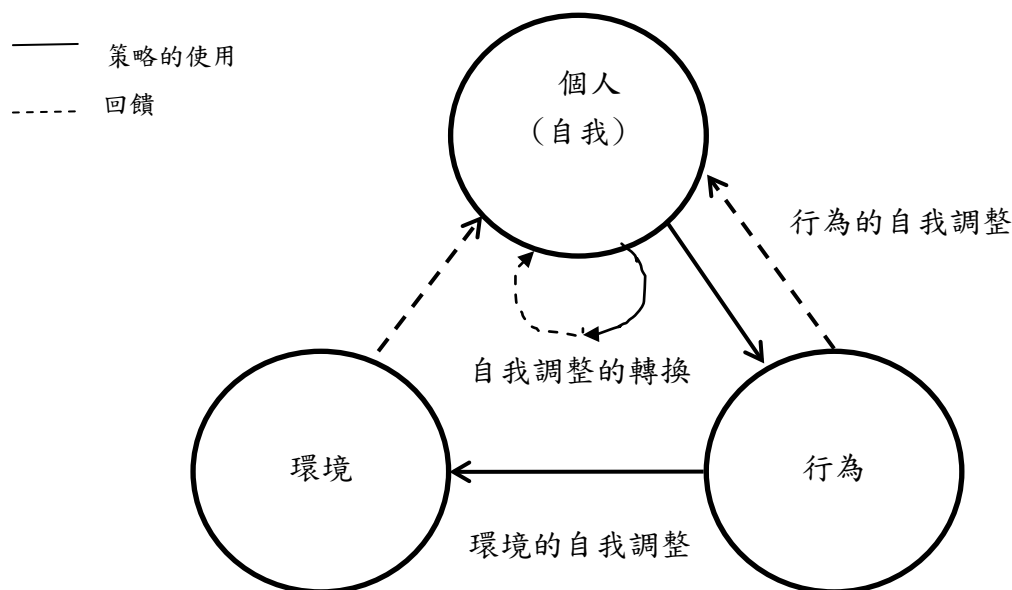


圖 2-3-3：自我調整功能的三元分析 (Zimmerman, 1989)

因此，Zimmerman (1989) 認為應該鼓勵學生使用自我評鑑的策略，例如：重新檢查是否計算錯誤，如此不僅可以獲得答案是否正確的資訊，同時也可以提

升個人的自我效能。另外，學習者也會因為個人對環境中的任務或其他因素（像是：獎懲制度）而有不同的學習目標導向（像是：精熟目標或表現目標）而調整學習策略。例如：Cifarelli, Goodson-Espy 和 Chae (2010) 研究發現當大學生自我調整學習策略策略如果較偏向手段理解信念時，則他們比較會採用模仿模式化的解題策略，相反的，如果比較偏向關係理解信念的時候，則他們比較會傾向有系統地去嘗試錯誤方法找到最後的解題方法。最後，從社會認知理論來看，個人的後設認知過程和情緒可能也會受到他人經驗和回饋所影響，例如，Shunk (1986) 研究發現，當學生受到其他班的同學皆可以成功的完成些數學題的暗示時，則他們在最後也可以成功地答對所有的題目。Shunk (1986) 認為這是因為學生透過他人的成功經驗進而提升了本身的自我效能，最後也完成的數學題目。因此，我們可以知道影響學生自我調整因果關係的模式包括以下三個因素：1. 個人自我調整的努力，2. 行為表現的結果，3. 環境情境的改變 (Bandura, 1986)。

（二）影響自我調整學習策略的決定因素

從上述討論得知影響學生自我調整學習策略的成分包括有：個人的影響、環境的影響和行為的影響，分別說明如下：

1. 個人的影響：

Boekaerts & Corno (2005) 認為自我調整學習策略可以分為兩種類型，分別為上一下自我調整學習策略及下一上自我調整學習策略，前者指的是當學生覺知自己有足夠的能力可以完成這個任務時，他們便會主動的選擇學習和追求目標，並且努力的沿著目標前進，這個過程中，他們會尋求和採取任何一個可以達到目標的策略。相對的，後者指的是學生會依據可能的表現結果和外在回饋來決定將採取何種後設認知策略。更進一步的來說，學生在面對一個新的學習情境和任務時，會先運用本身的陳述性知識和程序性知識去

做分析，並思考可行的自我調整學習策略策略，再決定要做何種類型的自我調整學習策略。

此外，學習者對任務的分析也會影響他們本身的學習動機，例如：有些學生可能會因為過去失敗的經驗而對考試感到焦慮，或者有些學生只是為了得到獎賞而努力表現等。因此，學習學習目標導向、情感因素和自我效能等動機信念也會影響他們對學習策略的選擇 (Pintrich & Groot, 1990 ; Zimmerman & Bandura ,1994 ; Paris & Paris , 2001)。其中，自我效能更被認為是影響學生學習行為的中介因素，例如：Schunk, Hanson 和 Cox (1987) 研究發現自我效能愈高的學生對他們的課室表現及認知努力會表現出更高的堅持度和使用更多的認知策略。Pintrich & Groot (1990) 研究也發現精熟學習目標導向的學生除了會使用更多的認知策略以外，也比較願意投入在後設認知活動上。

從 Zimmerman (2002) 所提出的自我調整學習策略面向架構的事先考慮階段中 (如圖 2-2-1 所示)，可以清楚地知道學習者在面對一個新的任務時，會先經歷任務分析及自我動機信念兩個次過程，而這和他們的陳述性知識、程序性知識、任務特徵和學習情境有關係。

2. 行為的影響

Paris 和 Paris (2001) 認為學習者應該對自己所學的內容、所付出的努力及所學習的技巧做深刻的自我評鑑，如此便可以達到學習的目的。

Zimmerman (1989) 則認為課室中的學生會透過自我觀察 (self-observation)、自我判斷 (self-judgment) 及自我再反應 (self-reaction) 來改變自己的學習行為，而所得到的學習表現會透過回饋的方式改變本身的認

知知識、後設認知知識和策略及動機信念等，當然，學生也會視當時的情境加以判斷和決定最後的自我調整學習策略策略，說明如下：

- (1) 自我觀察(self-observation)：隨時監控自己的表現，而自我觀察也會受到個人的自我效能、目標設定、後設認知計畫及行為所影響。在這個過程中，學生會重新檢視和評鑑自己的能力、知識狀態和認知策略。通常在課室中，教師會要求學生透過作筆記的方式或是把個人行為和反應做量化的紀錄來達到自我觀察的目的。
- (2) 自我判斷(self-judgement)：透過計畫、矯正錯誤、使用修正後的策略或和他人的表現或標準去做比較以達到監控和調整學習行為的目的。而這通常和個人的自我效能、目標設定及相關的知識和標準有關。一般來說，教師會要求學生對自己的答案做再一次的確認。另外，相關的研究也發現自我效能愈高的學生其自我判斷的能力也愈好 (Collins, 1982)。
- (3) 自我再反應 (self-reaction)：學生在經過自我觀察和自我判斷等過程後，不僅會重新尋求可能的解題策略，同時也會提升自己的認知知識和動機信念，甚至會改變所處的學習環境。所以我們可以知道自我再反應屬於個人內部的反應過程，但同時也會透過正向的自我評鑑而加以維持（如圖 2-3-1 所示）。

3. 環境的影響

Bandura (2002) 認為從觀察他人經驗和結果表現所得到的回饋中學習是改變個人自我效能和認知知識最有的方法。例如：Shunk (1984) 研究發現透過有效地獎勵制度和引導方式，可以有效的提升學生的自我效能及學業表現。然而，卻有研究發現獎勵制度會影響部分的學生對解題策略的選擇性，例如，他們可能會選擇模仿老師和課本的解題方法，而不願思考其他的解題

方法(Cigarelli, Goodson-Espy & Chae , 2010)。另外，Zimmerman (1989) 研究也發現透過語言的傳達，學生會學到更多的認知、情感和課業的技巧。而 Paris & Paris(2001) 則認為課程和評量活動的設計會影響學生的自我調整學習策略，例如：探究式的課程就比較會引起學生主動學習的意願，而形成性的評量怎給予學生更多的機會去練習監控、計畫和調整他們的學習。

從上述討論中知道，學生在課室中的自我調整學習策略過程會受到個人、行為和環境間交互作用的影響，而 Zimmerman (1989) 認為如果可以增強學生本身的能力，包括：認知知識、後設認知知識及技巧、學習動機信念的話，不僅可以提升他們的自我控制，也比較不容易受到行為和環境的影響。因此，研究者認為如果可以提供機會讓學生們進行討論，說明和解釋自己的想法，不僅可以幫助他們達到自我調整學習策略的目的，同時也可以提升他們的學習動機。

(三) 自我調整學習策略在數學課室中的應用

數學教育學者希望學生可以主動地採取可行的策略和自我調整他們的認知、後設認知及學習動機 (Pape, Bell & Yetkin, 2003)，然而，Bielaczyc, Pirolli 和 Brown (1995) 卻發現有些學生無法獨力完成數學解題，所以他們會選擇模仿老師的作法或記憶課本的內容來回答問題。而造成此現象的可能原因在於他們無發將課本中的內容轉換成自己有意義的知識，或是他們在學習過程中缺少一些關鍵的過程，例如：目標的設定、時間的經營、學習的策略、自我評鑑、自我歸因、尋求幫助和缺少重要的自我動機信念 (Zimmerman , 2002)。

Corno, Collins 和 Capper (1982) 認為學生為了完成任務，他們會先應用本身的認知基模來處理複雜的資訊，及幫助他們推理相關的事情，因此，如果我們可以透過課程和教學的介入也許可以幫助學生自我調整他們的學習行為和提升他

們的學習表現。例如：Bielaczyc, Pirolli 和 Brown (1995) 研究發現透過要求學生自我解釋他們的解題想法和策略時，一方面可以幫助他們監控自己的解題行為，同時也可以達到自我調整學習策略的目的。同樣地，Pape, Bell 和 Yetkin (2003) 也認為課室對談可以幫助每個學生檢驗他人和自己的想法，且深入的思考和推理數學概念間的關係。而 Paris 和 Paris (2001) 認為透過間接的經驗、直接的教學和練習可以提升學生對自我調整學習策略的理解。例如：讓學生知道再一次地確認他們的答案並不會花太多的時間，且可以增加更大的準確度。另外，老師在教學的過程中也應該詳細的說明每個解題步驟，讓學生可以學習應有的知識和技巧，同時也可以增加他們的動機信念。最後，可以透過小組合作學習的方式讓學生有機會表達自己的想法，即使說明的內容不完整，但在參與和練習的過程中，依然會需要自我調整學習策略。

另外，Nicol 和 Macfarlane-Dick (2006) 則利用學習的任務和評量的設計來幫助學習者的自我調整學習策略，在這個模式中，包括：1. 設定好一個課業任務，2. 要求學生運用先備知識對這個任務進行有意義的解釋，以便形成他們的任務目標，3. 學生所訂定的目標雖然較為籠統，但可以幫助他們形成自己的解題策略和手段，4. 在完成任務的過程中，內部的情感和動機信念也會有所改變，而外部也同時可以觀察到行為表現及結果。此外，他們也認為外在的回饋可以幫助學生具體化他們對這個任務的解釋和學習步驟，而回饋的原則包括：1. 必須告訴學生什麼是好的表現，2. 幫助學生連結學生目前的表現和所要達到的目標間之關聯性，3. 提醒學生如何做可以達到最終的目標。

Paris 和 Paris (2001) 也說明自我調整學習策略活動設計所需注意的事項：

1. 自我評價會引起學生做深入的理解：

(1) 分析個人學習風格和學習策略，並和他人加以比較，藉此增加不同的學

習方法和策略。

- (2) 自我評鑑是否理解課程內容，藉此辨別自己對所學內容理解的程度，並對努力和時間做有效地分配。
 - (3) 週期性的自我評鑑學習過程和結果，藉此修正解題策略和自我效能。
2. 自我經營本身的思考、努力及情感，如此會產生更有彈性的解題方法：
- (1) 設定可以達到的目標。
 - (2) 有效地計畫時間的安排和資源的取得，如此可以克服解題時所遇到的挫折，並提升他們解題時的堅持度。
 - (3) 複習自己所學過的內容，並對自己所犯的錯誤加以訂正，藉此自我監控和允諾自己可以有更好的表現。
3. 用多元的方法教導學生自我調整學習策略：
- (1) 可以透過外在的教學方法、直接的反思、後設認知的討論等來教導學生自我調整學習策略。
 - (2) 可以透過評量、圖表和討論來知道個人成長的證據。

另外，Kazemi 和 Stipek (2001) 認為在做數學討論的過程中，必須注意以下幾點，才得以有意義的建構他們的數學知識：

- (1) 所提出的解釋包含數學論證，而不是只有過程描述而已。
- (2) 所做的數學思考必須包含理解不同策略之間的關係。
- (3) 對於問題所犯的錯誤可以提供重新概念化的機會、也可以藉此探索解題方法中的矛盾並追尋另外一個不同的解題策略。
- (4) 小組合作包括個人的責任及透過數學論證達到小組成員中的共識，得到一個大家都可以接受的解答方法。

如此一來，學生的數學概念就會從表面的數學操弄過程的概念活動進一步地發展到較上位的數學演繹和推理的能力。此外，相關的研究也發現在活動最初的時候，他們無法清楚且具體地說明自己的解題策略和過程，甚至他們會觀察同學和老師的反應後再修改自己的解答方法，所以，教師必須透過不斷地練習讓他們理解和熟悉數學概念才是解釋和判斷的基礎 (Cobb & Yackel, 1996)。接著，他們要學習如何從數學的角度思考並提出讓大家都可以理解及接受的解釋，並以此做為更深入討論的物件 (Blanton & Stylianou, 2002)。

二、認知策略對解題歷程、解題行為與解題表現的影響

認知心理學家 Mayer (1985) 發現有些學生無法正確的回答出正確的答案是因為他們無法完全的理解題目的意思，換言之，這類的學生具有數學的基本技巧，但卻缺少了正確表徵題目的能力，因此，Mayer (1992) 認為學習者在解題的過程中，會試圖的將題目中的文字敘述（語言形式）轉變成數學的運算型式（符號形式），而這個過程可以分為以下兩個步驟，如下所示：

1. 問題表徵 (Problem representation)：學生會將題目中所提供的圖案和文字轉換成心裡表徵，而這個過程又包含兩個成分：
 - (1) 問題轉譯：把問題中所呈現的句子轉譯成內在的心理表徵，而這個需要有很好的陳述性及程序性的知識。
 - (2) 問題整合：學生必須將題目中的句子整合成連貫的表徵，而這個需要有很好的基模知識去區分問題的類型。
2. 問題解決 (Problem solving)：從對問題的心智表徵到最後求得答案的過程，而這個過程包含了以下兩個部分：
 - (1) 解決方法的計畫與監控：學生需要去計畫和監控所採取的解題策略是否可以完成任務目標。

- (2) 解決方法的執行：學生需要應用正確的程序性知識及算則去執行計算的工作。

此外，Bassaninic 和 Duval (2006) 研究發現學生在數學應用題的表現和他們的閱讀理解力有相關性，也就是說當學生在閱讀一個題目的時候，他們會透過內部資訊處理的過程，再重新編碼和提取適當的資訊完成解題任務，研究也發現數學應用題的解題表現和有技術性的閱讀技巧相關，例如：有技巧性地去做文字推理和閱讀方法等。

因此，Mayer (1992)將解題時所需的知識分為以下五種範疇：

1. 語言知識 (Linguistic knowledge)：和題目中每個字、句子的結構相關的知識，例如：理解題目中相關的條件和所求目標間的關係。
2. 語意知識 (Semantic knowledge)：和實際生活相關的知識，例如：數字相同的加減法在改變型和合併型的情境中有相同的語意。
3. 基模知識 (Schematic knowledge)：和問題型態相關的知識，例如：長方形的面積是長乘以寬。
4. 策略知識 (Strategic knowledge)：可以使用不同的解決方法進行解題，例如：先用數字算算看，尋求可行的計算方法。
5. 程序知識 (Procedure knowledge)：和解題策略相關的計算知識，例如：應用九九乘法表求得最後的答案。

三、自我效能和內部價值對解題歷程、解題行為及解題表現的影響：

Zimmerman (2000) 研究也發現學生在概念改變的過程中，動機扮演著中介的角色，例如：認知心理學家 Mayer (1998) 研究發現當學生對一個情境中的數學題目感興趣時，則他們會願意花較多的時間和努力在解題上，因此，我們可以知道即使具有相同背景和知識的學生，可能會因為動機的不同而造成之後數學成就的不同。學生動機主要包含兩個成分：1. 學生對於學習任務的內部信念（例如：學習目標導向、興趣等），2. 完成此任務的能力的內部信念（例如：自我效能、歸因理論、控制信念等），其中又以學習學習目標導向和自我效能對於學生的自我調整學習策略表有較大的影響 (Pintrich, Marx & Boyle, 1993)。因此，本研究的焦點將在學生本身對於數學解題的自我效能及學習目標導向上，詳細說明如下：

（一）自我效能對數學解題的影響及相關的研究

自我效能 (Self-efficacy) 指的是學生對於他們組織和完成數學任務能力的一種判斷 (Bandura, 1993)，因此，學生的自我效能會影響他之後學業上的調整及對課業任務的精熟程度，而相關的研究則發現自我效能在大學生的解題表現中扮演著預測者和中介者的角色 (Pajares & Miller, 1994)，所以我們可以從學生的自我效能中預測他們學業上的表現及認知策略的使用 (Schunk, 1985 ; Schunk, 1991 ; Bandura, 1993 ; Pintrich, Marx & Boyle, 1993 ; Pajares & Schunk, 2001)。此外，Bandura (1993) 認為情境對於學生的自我效能也有其關鍵的影響力，例如：當學生面對一個具有情境的數學問題時，則他們的解題表現就會受到本身自我效能的影響，而相關的研究也發現自我效能較高的學生在面對具有挑戰性的問題時，不僅會投入較多的努力和時間在解題上，同時也會表現出較高的自我調整學習策略策略，包括有：自我監控、自我判斷及自我反應，因此，在課業成就上自我效能較高的學生通常學業成就會較自我效能較低的學生表現的更好 (Collins,

1985 ; Schunk, 1991 ; Zimmerman, Bandura & Martinez-Pons, 1992 ; Pajares & Graham ,1999 ; Zimmerman, 2000)。此外，Cifarelli, Goodson-Espy 和 Chae (2010) 研究大學生在解題過程中自我效能信念和解題策略的使用間的關係，結果發現自我效能較高的學生會比自我效能較低的學生表現出更多元的解題策略。

Pajares (1996)認為可以透過詢問學生有多少的自信完成數學解題，或是願意投入多少的努力在自我調整學習策略上，例如：「你覺得你有多少的自信在沒有適合算式的情況下可以完成這個數學問題？」或是「你可以使用哪些策略讓你的表現會更好？」等，透過這些問題，我們就可以知道學生對這個任務所投入的努力及意願有多少了。最後，有些研究者會發展一個關於自我效能的量表去判斷學生對於學業表現的自信程度及能力，而本研究將採取量表及晤談的方式去了解學生對於數學解題的自我效能。

(二) 學習學習目標導向對數學解題的影響及相關的研究

另一個影響動機的認知過程就是個人對任務的目標設定，當我們教導學生設定好一個目標時，他們很可能會透過本身的自我效能覺知去達到這個目標，但如上述所討論的，如果學生覺知他們沒有能力完成這個目標時，他們很可能會傾向逃避這個任務，相反的，若他們覺得有足夠的能力和自信可以完成這個任務，則他們會願意花較多的時間和努力去達到所設定好的目標，因此，我們可以知道目標的設定會間接地影響學生的課業表現，通常目標的動機信念會依賴任務的特質，包括有近側性 (proximity)、特殊性 (specificity)和困難度 (difficulty)，其中近側性的目標會比遠的目標更容易引起學生的自我效能和動機，因為學生比較容易判斷眼前的過程；另外特別的目標也會比普通的目標更容易引起學生的自我效能和動機；最後雖然學生容易使用可獲得的技巧去完成簡單的目標且也比較容易提升他們的自我效能和動機，但是研究卻發現學生在面對困難的目標時，因為需

要付出較多和能力相關的訊息，因此反而會在技巧發展的同時也提升他們的自我效能覺知 (Schunk, 1999)。

另一方面，Pajares 和 Miller (1994) 認為學生在面對一個任務時，本身會先判斷這個任務的實用性來決定他們之後的行為表現，亦即所謂的學習目標導向信念(Goal Orientation Beliefs)，可以分為以下三類：

1. 內部目標 (Intrinsic) 和外部目標 (Extrinsic)：具有內部目標的學生在學習的過程中比外部目標的學生，例如：外在的獎賞，會使用更深入的學習策略及後設認知和自我調整的學習策略。
2. 精熟導向 (mastery) 和表現導向(performance):精熟導向的學生在學習過程中會比較深入及願意投入較多的努力，而表現導向的學生在學習過程中則比較會傾向獲得好成績或好表現。
3. 任務包含目標(task-involved orientation)和自我包含導向(ego-involved orientation)：任務包含導向的學生比自我包含導向的學生在學習的過程中會採用較深入的學習策略，同時也會傾向選擇具有挑戰性的問題及表現出更高的堅持度。

從上述中得知學生本身的認知概念、後設認知知識和策略及環境因素會影響他們的自我調整學習策略，進而影響他們之後的解題行為、解題表現和學習動機。由於相關的研究發現成就愈高的學生其自我效能也較高，且也傾向精熟學習目標導向 (Collins, 1985)，另外，自我效能高的學生其自我調整學習策略的程度會較自我效能低的學生高 (Pintrich, Marx & Boyle, 1993)，另外，也有學者發現高成就的學生在面對具有挑戰性或困難的問題時，會使用較有彈性的解題方法並表現出較高的堅持度完成問題。因此，在本研究當中，研究者將採用 Pintrich 和 Groot (1990) 所編制的「學習策略動機量表」中自我效能、內部價值、自我調整

學習策略和認知策略四個部分的分數，藉此評量學生的高低自我調整學習策略和高低自我效能和學習學習目標導向（詳見第三章）。並進一步比較分析高成就高自我調整、高成就低自我調整、低成就高自我調整和低成就低自我調整的學生其解題歷程、解題行為、解題策略和解題表現之差異性，同時也透過晤談的方式輔以了解學生自我效能和學習學習目標導向對其解題行為和自我調整學習策略的影響。

第三章 研究設計與程序

本章主要是說明本研究之研究設計、研究工具、研究樣本的選取、預試、資料分析、研究程序，分述如下：

第一節 研究設計

Kilpatrick (1986) 認為：「數學教育的研究正面臨一個新的變革，質的研究比實驗設計的研究更為理想」。因為每個學生的心智模式不同，解題經驗也不相同，唯有透過特定、詳實和描述性的觀察，才可以真的瞭解學生的想法、信念與價值觀（莊裕庭, 2001）。因此，本研究將透過個案處理之質性研究的方式，深入的觀察並分析學生的解題歷程，同時透過放聲思考法及晤談的方式收集學生關於數學解題歷程及數學學習相關經驗等資料，且全程配合錄影、錄音等方式將所蒐集到的資料經轉錄的方式處理，並製成原案，接著再對學生的解題原案進行分析，以探討學生動機信念及自我調整學習策略對其解題行為表現的影響。

第二節 研究工具

本研究的研究工具有三個，分別是非例行性試題、MSLQ 學習策略動機量表（Motivated Strategies for Learning Questionnaire）（Pintrich & Groot, 1990）、和晤談工具，包括：半結構性解題自我調整行為晤談大綱（如附錄G），及半結構性個人背景晤談大綱（如附錄H），說明如下：

一、非例行性試題的編制：

（一）試題取材範圍：

本研究的第一個研究工具是非例行性的試題，本試題的設計主要是參考「PISA 數學樣本試題 (OECD, 2006)」、「台灣 2011 數學素養試題」、五年級南一

版第九冊數學課本及習作內等題目編製而成，共六題。

(二) 試題編選原則：

為了可以讓數學低成就的學生有成功解題的機會，因此，本研究試題的編寫原則會以國小高年級學生生活題材和經驗相關為原則，讓高低數學成就的學生都有意願去思考可能的解題策略並求得最後的答案，且為了避免學生採用單一機械式的方法回答，每個題目都有兩種或以上的解法。

(三) 題型分類：

在進行正式解題之前研究者會先讓學生先練習兩個數學題目 (P1, P2) (如附錄 A 所示)，藉此熟悉放聲思考的解題方式。接著，研究者分別以「數與量」(N)、「圖形與空間」(M) 及「邏輯與推理」(L) 三個向度作為編選題目的分類依據。其中在「數與量」這個向度中有 3 題，「圖形與空間」向度有 2 題，而「邏輯與推理」向度有 1 題，共六題，而題目類型包含有題組（不只一個問答的題目）及非題組（只有一個問答的題目）(如表 3-1-1 所示)。至於相關的對應能力只表如附錄 B 所示。

表 3-1-1 非例行性的試題對照表

代號	單元名稱	數學概念	題型
N-01	睡覺時間	分析推論	非題組
N-02	生日蛋糕	代數求解	題組
N-03	集點活動	求整數解	非題組
M-01	披薩	面積體積概念	非題組
M-02	木匠	周長概念	非題組
L-01	匯率	分析推論	題組

(四) 試題難度及鑑別度：

為了瞭解非例行性的試題之可行性，研究者在試卷編製完成之後，先與研究者任教學校的另一名五年級資深老師討論，並修訂題意不清及表達不當的題目。接著，請該老師將此份非例行性試題（如附錄 B 所示）發給班上 25 名學生進行施測，施測的結果如附錄 C。研究者依照附錄 C 的成績藉此計算這份試題的難度（ $P = (PH + PL) / 2$ （PH、PL 分別為試題針對高分組和低分組考生的難度值）及鑑別度（ $D = PH - PL$ ），如表 3-1-2 所示：

表 3-1-2 非例行性的試題難度與鑑別度

代號	題目	範圍	解題所需 數學知識與技能	難度 (N=25)	鑑別度 (N=25)
N-01	睡眠時間	時間的乘除	知道時間的運算 及單位的換算	0.52	0.72
N-02	生日蛋糕	異分母分數 加減	知道分數的含義 及計算方法	0.68	0.73
				0.48	0.79
				0.36	0.78
N-03	集點活動	整數 四則計算	依照題意找出正 確的答案	0.44	0.77
M-01	披薩	正方形面積	知道正方形面積 的算法、異分母分 數大小的比較	0.56	0.69
M-02	木匠	平行四邊形、 三角形、梯形	知道周長的計算 方法	0.4	0.77
L-01	匯率	比率	知道比率的概念	0.56	0.65

從表 3-1-2 中可以得知，這六個题目的難度從 0.36~0.68，而鑑別度則是在 0.65~0.79 之間，由此可知，這份試卷的難度適中，而鑑別度是高的。然而，經過預試之後，研究者發現參與預試的兩名學生（其中一名為數學高成就學生，另一名為數學低成就學生）在【N-03 集點活動】解題過程中，未能理解題意而予以刪除，因此，本研究正式的非例行性試題為五題，分別為：【N-01 睡眠時間】、【N-02 生日蛋糕】、【M-01 披薩】、【M-02 木匠】及【L-01 匯率】五個題目。

二、「MSLQ」學習策略動機量表

第二個工具是「MSLQ」學習策略動機量表，此工具改編 Pintrich 和 Groot (1990)所編制的「學習策略動機量表」(Motivated Strategies for Learning Questionnaire)。由於該份問卷原本施測的對象是針對青少年關於科學學習之動機信念與自我調整學習策略策略。而研究者為了收集學生在解題歷程中所表現的動機信念及自我調整學習策略策略對其解題歷程、解題行為與表現的影響，因此將原本量表的內容作適度地修改，譬如將原本量表內容所提到的「這門課」修改為「數學課」，接著再請指導教授審閱及共同討論後，再做最後的修訂，譬如選項 10「我比較喜歡具有挑戰性的題目，因為這樣我可以學到新的知識」修訂為「我比較喜歡具有挑戰性的隨堂作業，因為這樣我可以學到新的知識。」，如此會更貼切小學五年級學生的學習情境，其目的是為了可以更清楚地傳達題意和減少混淆。

MSLQ 量表包含動機信念及自我調整學習策略策略兩個架構，其中動機信念又分為自我效能及內部價值兩個因素，而自我調整學習策略策略則包含認知策略使用及自我調整兩個因素，因此本量表是由四個部分為架構所編製而成，共計有 40 題，分別說明如下：

(一) 量表內容

1. 自我效能：由 9 個關於學生在解題活動過程中的能力和自信心覺知的項目所組成，例如：我覺得我在數學課裡可以表現得很好)。
2. 內部價值：由 9 個關於學生內部興趣及覺知數學課的重要性的項目所組成，例如：我覺得在數學課理進行解題活動很有趣也很重要。
3. 認知策略使用：由 13 個關於學生解題策略使用的項目所組成，例如：考試前我會複習課堂中所做的數學筆記。

4. 自我調整：由 9 個關於學生在解題過程中後設認知和努力解題的項目所組成。
例如：在完成這個題目的時候，我會再驗算一次確認我的答案是正確的。

Pintrich & Groot (1990) 所編制的 MSLQ 量表中各分量表的內部一致性 α 係數分別為 (1) 自我效能.89；(2) 內部價值.87；(3) 認知策略使用.83；(4) 自我調整策略.74，由此可知問卷題目間的內部一致性高，可作為可信的測驗工具。附錄 D 呈現四個部分共 40 題。

(二) 量表型式與計分

問卷型式採用 Likert 七點量表，填答方式由受試者依據自己在解題過程中本身的動機信念及採用的自我調整學習策略策略相符的情形作答，每題都有七個選項 (1=完全做不到、2=總是做不到、3=經常做不到、4=有時候做到有時候做不到、5=經常做到、6=總是做到及 7=完全做到)。學生則從這個 7 個選項中選擇一個和自己看法最接近的答案，受試者在各量尺所得到的分數代表他們在解題過程中所表現的動機信念及自我調整學習策略策略的傾向。

第三節 研究樣本的選取

本研究樣本是以高雄市某國小五年級的學生為樣本 (女生 11 人、男生 14 人)，研究者將此 25 名學生 101 學年度下學期數學領域三次月考的平均成績並以座號不記名的方式列表，再換算成 z 分數 (如附錄 E)，平均分數大於一個標準差的學生為高成就組的學生，而低於一個標準差以下的學生則為低成就組的學生。接著，研究者請 25 名非本班學生及本班上 25 名學生共 50 名學生填寫 MSLQ 量表，得到自我調整學習策略策略的平均分數為 4.73、標準差為 1.36，藉此判定高低數學成就組的學生之自我調整學習策略策略的高低，另外，在自我效能和內部價值上的平均分數為 4.75，標準差為 1.60，藉此判定高低自我效能和內部價值。並從中挑選出具有代表性且配合度較高的學生做為將來非例行性試題施測的

晤談對象四位，如表 3-3-1 所示：

表 3-3-1 非例行性試題施測對象

四名學生		S4 小威	S6 小優	S19 阿信	S22 阿布
挑選項目					
101 年度下學期數學 三次月考成績	平均分數	92.75	91.25	72.25	71.75
	z 分數	1.289	1.1044	-1.2328	-1.2943
	成績	高	高	低	低
自我調整學習策略策 略 (認知策略和自我調 整學習策略)	平均分數	6.3131	4.56	6.0757	4.3358
	z 分數	1.1640	-0.125	0.9894	-0.2898
	程度	高	低	高	低
動機信念 (自我效能和內部價 值)	平均分數	6.4444	4.84	6.3333	4.4444
	z 分數	1.059	0.0562	0.9875	-0.1937
	程度	高	低	高	低

從表 3-3-1 可以知道小威和小優的數學平均成績皆大於一個標準差，所以在班上 25 名學生中屬於高成就組的學生，反之，阿信和阿布的數學平均成績則小於一個標準差，所以屬於低成就組的學生。另外，小威和阿信的自我調整學習策略策略和動機信念的分數皆大於和接近一個標準差，因此屬於高自我調整學習策略策略和高動機信念的學生，反之，小優和阿布的自我調整學習策略策略和動機信念則小於一個標準差，因此屬於低自我調整學習策略策略和低動機信念的學生。

本研究之個案乃以上四位，在非例行性試題及 MSLQ 學習策略動機量表分數的區分下，分為高成就高自我調整學習策略高動機信念、高成就低自我調整學習策略低動機信念、低成就高自我調整學習策略高動機信念及低成就低自我調整學習策略低動機信念。

第四節 預試

(一) 預試學生的挑選：

研究者希望挑選兩位沒有參與非例行性試題測驗但有填寫 MSLQ 學習策略動機量表的學生作為解題歷程分析預試的晤談對象，其中，研究者希望挑選數學高成就學生一名，和數學低成就學生一名。經詢問該兩名學生的導師得知其中一名學生為資優班的學生(小昇)，而另一名學生在班上的數學學業成就則屬於低成就的學生(小萱)。

(二) MSLQ 學習策略動機量表的填寫：

接著，研究者讓這兩名學生填寫 MSLQ 學習策略動機量表，結果發現小昇的自我調整學習策略策略的分數為 3.22，而小萱的自我調整信念的分數

為 5.0454 (此份問卷的動機信念平均值是 4.75 ($\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$))，標準差是 1.6

($SD = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}$)；自我調整學習策略策略的平均分數是 4.70，標準

差是 1.41)。因此，小昇屬於高成就低自我調整學習策略策略的學生，而小萱學生屬於低成就高自我調整學習策略策略的學生。

研究者希望透過這兩名學生在非例行性試題所呈現的解題歷程、解題行為及表現的結果，做為本研究之研究工具修正方向之參考依據，例如：在預試的過程中，研究者發現兩人皆對【N-03 集點活動】這個題目的意思感到困惑，因此，研究者決定將此題從放聲思考試題中刪除，於是，本研究之放聲思考試題只剩下五題，如表 3-4-1 所示：

表 3-4-1 非例行性的試題

代號	單元名稱	題型
N-01	睡覺時間	非題組
N-02	生日蛋糕	題組
M-01	披薩	非題組
M-02	木匠	非題組
L-01	匯率	題組

第五節 資料分析

本研究資料分析分為三個部分：非例行性試題資料分析、MSLQ 學習策略動機量表分數分析及半結構晤談內容資料分析，說明如下：

一、 非例行性試題資料分析

本研究以晤談的方式要求四名數學學業成就高低不同的學生進行解題，並透過放聲思考的方式，要求學生在解題的過程中，說出心中的解題想法及所採用的解題策略（如附錄 F 所示），藉此分析不同數學學業成就高低學生解題行為的歷程。

（一） 原案產生：

放聲思考試題施測之後將每位學生的解題過程轉述成為文字資料，再經過另一位資深老師確認以增加其信度，而確認的方式是從「數與量」(N)、「圖形與空間」(M)、「邏輯與推理」(L) 三個向度五個題目中隨機抽取一至二題進行轉述文字的確認，如果有所出入，則討論更改，確認無誤後即為原案，本研究原案的資料整理規則如下：

1. 解題歷程的階段區分：研究者參考 Schoenfeld (1985) 的解題歷程階之巨觀分析架構，將解題歷程區分為讀題 (R)、分析 (A)、探索 (E)、計畫 (P)、執行 (I)、驗證 (V) 等六個階段。階段代號以英文字母做為代表，R 代表讀題階段、A 代表分析階段、E 代表探索階段、P 代表計畫階段、

I 代表執行階段、V 代表驗證階段。

- 資料編碼：每一解題者都有一份原案資料，內容涵蓋施測的五個題目的口語資料和階段代號。而口語資料的編碼有三碼，第一碼為題號，後二碼為流水號。例如：小威進行【N-01 睡眠時間】解題時，一開始的時候是先閱讀題目，其編碼為 101。

(二) 原案分析：

原案分析的過程包括解題階段順序和時間紀錄及解題分析等兩個部分，分析如下：

- 解題階段順序和時間紀錄：將解題歷程區分為讀題(R)、分析(A)、探索(E)、計畫(P)、執行(I)、驗證(V)等六個階段為依據，加以階段區分與評註，對照解題階段區分的結果，紀錄解題階段的順序、時間，並繪製成解題歷程階段順序和時間圖，如表 3-5-1 所示：

表 3-5-1 解題歷程階段順序時間圖

階段	【題目代碼】解題歷程階段順序和時間							
讀題 (R)	■					■		
分析 (A)		■		■				
探索 (E)			■					
計畫 (P)					■			
執行 (I)							■	
驗證 (V)								
時間 (秒)								

說明：^^表示解題成功 >”< 表示解題失敗

- 解題階段分析：針對解題歷程階段順序和時間圖進行解題階段順序分析，以了解學生的解題過程，並對每一解題階段加註解題時間。

二、MSLQ 學習策略動機量表

本研究在進行研究樣本的選取時，以讓每名學生填寫此份量表，結果如附錄 E 所示，研究者會根據所挑選出的四名學生在此份量表中的成績做進一步的比較分析自我調整學習策略高低和自我效能高低及學習目標導對其解題歷程、解題行為和表現的影響。

三、晤談內容資料分析

(一) 半結構性解題自我調整學習策略行為之晤談大綱

本研究會在學生進行放聲思考試題的同時，透過晤談的方式了解學生本身的動機信念及自我調整學習策略對解題行為和表現的影響，因此，研究者將採用 Zimmerman (2002) 所提出的自我調整的三個循環階段編製成晤談大綱 (如附錄 G)，以作為研究分析的佐證。

(二) 半結構性個人背景晤談大綱

本晤談的目的是想要了解學生本身的背景資料對於他們學習數學和解題行為的影響，藉此了解影響他們數學學業成就的其他可能原因，此晤談大綱則列於附錄 H。

第六節：研究程序

一、 蒐集文獻資料：(102.09~102.11)

蒐集並閱讀國內、外與本研究相關的文獻，並將資料加以分析、歸納，作為本研究的理論基礎。

二、 編製放聲思考試題 (102.09)

試題內容涵蓋「數與量」(N)、「圖形與空間」(M)、「邏輯與推理」(L)等三個向度共六題，含有題組與非題組兩類非例行性問題。

三、 修改「MSLQ 學習策略動機量表」(102.10)

此量表包含自我效能、內部價值、認知策略的使用、自我調整學習策略等四個部分，共計有 40 題。

四、 「MSLQ 量表學習策略動機量表」施測 (102.11)

研究者會讓 50 名學生填寫這份量表，施測的時間為 40 分鐘，藉此了解學生關於數學表現之自我效能、內部價值及自我調整學習策略策略的平均分數及標準差，並以此作為晤談對象的參考標準。

五、 預試 (102.11)

研究者將放聲思考試題給隔壁班 25 名學生進行預試，並計算試卷的難度及鑑別度，接著請沒有練習此試卷的兩名學生進行放聲思考試題預試，所得的結果將有助於之後研究設計的修正。

六、 非例行性試題施測 (103.01~103.02)

由於受試者是研究者任教班上的學生，但平常上課的時候僅要求他們將解題方法列出來，並未要求他們在解題過程中說出自己的想法及採用的策略，因此在施測開始之前，研究者會先提供二個問題(如附錄 A)，包括「圖形與空間」(M)、「數與量」(N)各一題讓受試者可以先熟悉在解題過程中說出自己的想法。試測地點在高雄市某國小的研究者的班級教室內，每位學生施測時間為 90 分鐘，若學生在施測時間內完成，則施測結束。

七、 分析資料 (103.02~103.10)

先將放聲思考的資料轉譯成口語資料的原案，再根據原案分析數學學業成就高的學生和數學學業成就低的學生解題行為中所使用的解題策略及自我調整學習策略的差異性，另外，也可以藉此了解學生所表現出的自我效能及內部價值的信念。

八、 撰寫研究報告 (102.09~102.11；103.02~103.10)

就資料分析的結果進行討論，並將研究結果與發現加以分析探討，最後撰寫研究報告的結論與建議。各階段進度如表 3-6-1 所示：

表 3-6-1 研究程序進度表

日期 研究步驟	102 年					103 年									
	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
蒐集文獻	●	●	●	●											
編製放聲思考 考試題		●													
修正「MSLQ 量表」			●												
預試				●											
「MSLQ 量 表」施測				●											
選取放聲思 考施測對象					●										
放聲思考樣 本施測						●	●								
分析資料							●	●	●	●	●				
撰寫報告		●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

第四章 研究結果

第一節 數學成就高低的學生解題歷程、解題行為與表現的差異性

在本節當中，研究者將先說明學生在每個題目中若成功解題時應具有的解題能力，並藉此比較兩名數學高成就的學生，分別為小威（高自我調整學習策略策略）、小優（低自我調整學習策略策略），及兩名數學低成就的學生，分別為阿信（高自我調整學習策略策略）、阿布（低自我調整學習策略策略）其解題能力的差異性。接著，再分析比較他們在面對五個情境題時所表現的解題想法、解題策略和驗證過程等解題歷程的差異性（原案分析詳見附錄J）。

一、五個題目之解題歷程成份及個案解題歷程差異

研究者先表列出五個題目中解題應具有的解題能力，接著，再比較四名學生解題行為和解題表現之差異性，說明如下：

(一) 睡眠時間

表 4-1-1 【N-01 睡眠時間】應具有的解題能力

〈題目〉

快樂國小規定學生必須在早上 7:20 到 7:40 這段時間到校，請問小明每天平均睡 8 小時，刷牙洗臉 10 分鐘，穿衣服 5 分鐘，吃早餐 20 分鐘，然後從家裡走到學校至少要 15 分鐘，那麼他最晚必須幾點上床睡覺，第二天才不會遲到？

〈需要具備的能力〉

1 辨別題目中已知的條件

需要知道每天早上和前一天晚上所做的事情共需要花多少時間，亦即
(10+5+20+15) 分+8 小時=8 小時 50 分。

2 確認題目中隱藏的條件

需要知道最晚上床睡覺的時間是最慢到校的時間為推理的基準，因此，應該是以 7:40 往前推算最慢睡覺時間才是。

3 理解已知條件和隱藏條件和所求目標間的關係

知道最慢的睡覺時間應該是以最晚上學時間減掉起床後所花的時間和睡覺時間。

4 列出適當的算式

例如：7：40-8 小時 50 分

5 具有時間計算的知識和能力

例如：7：40-50 分=6：50，然後再往前減 8 小時等於前一晚的 10 點 50 分。

6 驗證能力

例如：可以將所算出的答案再帶回原來的式子中，看答案是否正確，或是將所列出的式子再重新計算一次，看答案是否正確。

從原案資料中（詳見附錄 I）中可以得知四名學生在【睡眠時間】這個題目中的解題策略，如表 4-1-2 所示，從表中可以發現四名學生的解題策略皆不相同，其中小威所採取的解題策略是先將全部所需的時間相加起來，然後再換算成幾小時和幾分，然後再往回推算睡覺的時間，但中間呈現迂迴的解題過程。相反的，小優的解題策略十分的簡單和正確。另外，阿信和阿布的解題策略則是錯誤的。因而導致他們最後的的解題是失敗的。

表 4-1-2 四名個案在【睡眠時間】所表現之解題策略

學生	解題策略	解題結果
小威	$8 \text{ 時}=480 \text{ 分}$ $480+10+15+20+5=530 \text{ 分}$ $530 \div 60=8 \dots 50$ $10+15+20+5=50$ $8+12=20$ $20:00-6:30=13:30$ $8:00-6:30=1:30$ $12:00-1:30=10:30$	失敗
小優	$10+5+20+15=50$ $7:40-50=6:50$ $8-6:50=1:10$ $12:00-1:10=10:50$	成功
阿信	$10+5+20+15=50$ $7:40-7:20=20$ $50+20=70$ $70 \div 8=8 \dots 6$ $50 \div 8=6 \dots 2$	失敗
阿布	$8 \text{ 小時}=480 \text{ 分鐘}$ $480+10+5+20+15=530$ $530 \text{ 分等於 } 8 \text{ 時 } 30 \text{ 分}$ $530 \div 20=26.5$	失敗

另外，從原案分析(詳見附錄 J)中可以得知四名學生在【睡眠時間】這個題目中解題能力的分布，如表 4-1-3 所示：

表 4-1-3 【睡眠時間】四個個案解題歷程成分比較

	小威	小優	阿信	阿布
辨別題目中已知的條件	✓	✓	✓	✓
確認題目中隱藏的條件	✓	✓	×	×
辨別已知條件和隱藏條件 和所求目標間的關係	△	✓	×	×
列出適當的算式	✓	✓	×	×
具有時間計算的 知識和能力	✓	✓	✓	×
驗證能力	△	✓	△	×

說明：「✓」表示具有該項解題能力、「△」表示有此能力但發生錯誤、
「×」表示不具有此能力

從表 4-1-3 中可以得知高、低成就學生在【睡眠時間】這個題目中，高成就的學生所具備的解題能力比低成就的學生好，其中小威則是因為在辨別題目中條件和所求目標間的關係上發生錯誤造成解題失敗。相反的，低成就的學生則是因為缺少大部分的解題能力，例如：阿信和阿布皆因為無法確認題目中的條件和所求目標間的關係及無法列出適當的算式造成解題失敗。

(二) 生日蛋糕

表 4-1-4 【N-02 生日蛋糕】應具有的解題能力

〈題目〉

姊姊和妹妹決定送給媽媽一個生日禮物，姊姊說：「我每天有 30 元的零用錢，如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，30 天後就可以買一個大蛋糕送給媽媽了」；妹妹則說：「如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，30 天後我也可以買跟你相同的蛋糕送給媽媽了」。請問：

- (1) 一個生日蛋糕要多少元？
- (2) 妹妹一天的零用錢多少元？
- (3) 姊姊和妹妹經過商量決定要一起存錢送蛋糕給媽媽，於是，姊姊每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，妹妹每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，請問，幾天後他們就可以送給媽媽生日蛋糕了。

〈需要具備的能力〉

1 知道分數的意義

要知道分數 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 表示分成兩等分和三等分的意思。

2 具有分數計算的能力

要知道如何做分數乘法的計算，例如： $30 \times \frac{1}{3} = 10$ 元

3 確認題目中隱藏的條件

知道一天可以存多少錢，例如：姊姊一天零用錢有 30 元，其中的 $\frac{1}{3}$ 是 10 元。

4 理解題目中已知的條件和隱藏條件和所求目標間的關係

可以理解題目中語句間的意思，例如：姊姊一天零用錢是 30 元，其中的 $\frac{1}{3}$ 是 10 元，30 天後可以存到 $10 \times 30 = 300$ 元，也就是一個蛋糕的價錢。

5 具有逆向思考的能力

例如：在第二小題中，要知道把蛋糕的價錢去除以 30 天，知道一天存多少元，然後再乘以 2，即可得知妹妹一天的零用錢是多少元了。

6 知道如何列出式子

需要知道如何列出適當的式子，求出最後的答案。例如：在第三小題中，首先學生須要先知道姐姐一天存多少元，妹妹一天存多少元，然後再把兩個人所存到的錢相加起來，最後再用一個蛋糕的價錢去除以兩人所共同存的錢，這樣就可以知道幾天後就可以買到蛋糕了，亦即： $300 \div (10 + 10) = 15$ 天

7 驗證能力

例如：可以將所算出的答案再帶回原來的式子中，看答案是否正確，或是將所列出的式子再重新計算一次，看答案是否正確。另外，在解題的過程中，也可以隨時監控自己的解答是否合理。

從原案資料中（詳見附錄 I）中可以得知四名學生在【生日蛋糕】這個題目中的解題策略，如表 4-1-5 所示：

表 4-1-5 四名個案在【生日蛋糕】所表現之解題策略

學生	解題策略	解題結果
小威	$30 \div 3 = 10$ ； $10 \times 30 = 300$ 30 元的 $\frac{1}{3}$ 是 10 元；20 元的 $\frac{1}{2}$ 是 10 元；因為兩個人都是存 30 天，所以妹妹的零用錢是 20 元 $30 \div 2 = 15$ 答：300 元、20 元、15 天	成功
小優	$30 \div 3 = 10$ ， $10 \times 30 = 300$ $20 \times 30 = 600$ ， $10 \times 30 = 300$ ， $10 \times 2 = 20$ $10 + 10 = 20$ ， $300 \div 20 = 15$ 答：300 元、20 元、15 天	成功
阿信	$30 \div 3 = 10$ ， $10 \times 30 = 300$ $15 \times 30 = 450$ $\frac{1}{2}$ 就是 $20 \div 10$ $300 + 300 = 600$ 答：300 元、10 元、30 天	失敗
阿布	$30 \div \frac{1}{3} =$ $30 \div \frac{1}{3} = 30 \div \frac{10}{30} = 3 \frac{1}{1}$ $\frac{1}{2} = 15/30$ $15/30 \times 30 = 45/30 = 1 \frac{1}{2}$ 答：1/2 元	失敗

從表 4-1-5 中，得知小威和小優在【生日蛋糕】這個題目中的解題策略略微不同，其中在第二小題中，兩人的解題策略都是先猜測妹妹的零用錢為 20 元，然後在推論其答案的正確性，另外在第三小題中，小威是直接將 30 天除以 2 得到最後的答案，而小優則是先將兩個每天存的錢加起來，然後再用 300 元去除以 20 元,如此也可以得到相同的答案。另一方面，阿信和阿布的解題策略則顯得較為凌亂沒有頭緒，如此也導致他們無法成功的獲得最後的答案。

另外，從原案分析(詳見附錄 J)中，可以得知四名學生在【生日蛋糕】這個題目中解題能力的分布，如表 4-1-6 所示：

表 4-1-6 【N-02 生日蛋糕】四個個案解題歷程成分比較

	小威	小優	阿信	阿布
知道分數的意義	√	√	×	×
具有分數計算的能力	√	√	√	×
確認題目中隱藏的條件	√	√	×	×
辨別已知條件和隱藏條件和所求目標間的關係	√	√	×	×
具有逆向思考的能力	√	√	×	×
知道如何列出式子	√	√	×	×
驗證能力	√	√	△	×

說明：「√」表示具有該項解題能力、「△」表示有此能力但發生錯誤、「×」表示不具有此能力

從表 4-1-6 中可以明顯地發現高低數學成就組的學生在本題的解題能力表現上有很大的差異性，高成就組的學生不僅具有足夠的數學知識和技能，同時也輕易地理解題目中所描述的語句間的關係。相反的，低成就組的學生則因為缺乏相關的能力，導致解題上遇到很大的挫折和失敗經驗。此外，低成就組的阿信和阿布之解題表現最大的差異是阿信會利用平常的生活經驗來判斷所求的答案是否

合理，因而去修改原本在探索中所得到的答案，而阿布則沒有表現出任何的驗證動作。

(三) 披薩

表 4-1-7 【M-01 披薩】應具有的解題能力

〈題目〉

阿寶披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的正方形披薩，大披薩的邊長 30 公分，售價是 600 元，小披薩的邊長 20 公分，售價是 300 元，請問哪個披薩比較划算，為什麼？

〈需要具備的能力〉

1 知道題目中所求的目標為何

亦即比較大小披薩每平方公分的價錢何者便宜

2 知道隱藏條件和所求目標間的關係

要先算出大小披薩的面積之後，再求出單位面積的價錢

3 列出合理的運算式，並完成計算求得最後的答案

例如：先求出大小披薩的面積，然後再用大小披薩的價錢除以它們的面積，這樣就可以知道大小披薩單位面積的價錢，如此便可以比較何者便宜了。

4 驗證能力

例如：可以將所算出的答案再帶回原來的式子中，看答案是否正確，或是將所列出的式子再重新計算一次，看答案是否正確。另外，在解題的過程中，也可以隨時監控自己的解答是否合理。

從原案資料中（詳見附錄 I）中可以得知四名學生在【披薩】這個題目中的解題策略，如表 4-1-8 所示：

表 4-1-8 四名個案在【披薩】所表現之解題策略

學生	解題策略	解題結果
小威	$300 \div 20 = 15$ 元， $600 \div 30 = 20$ 答：小的划算	失敗
小優	$300 \div 20 = 15$ 元， $600 \div 30 = 20$ 答：小的划算	失敗
阿信	$300 \div 20 = 15$ 元， $600 \div 30 = 20$ 答：小的划算	失敗
阿布	$30 \times 30 = 900$ ， $900 \div 600 =$ $20 \times 20 = 400$ 因為小的面積 400，可是價錢只有賣 300，然後大的面積 900，然後售價賣 600 元，所以把他們的價錢相減， $600 - 300 = 300$ ，所以大的蛋糕賣 600 元可以買兩個小的， 所以小的比較划算 答：小的划算	失敗

從表 4-1-8 中得知小威、小優和阿信在【披薩】這個題目中的解題策略皆相同，亦即都是先算出一公分披薩的價錢，藉此來比較一平方公分披薩的價值何者划算，而阿布的解題策略則是先算出大小兩個披薩的面積，並在一開始的時候，欲求一平方公分的價錢，然而，他卻忽然改變原本的解題策略，繼而改以推論和比較的策略進行解題，由此可知阿布並不十分明瞭如何進行解題，導致最後的解題過程顯得混亂及無法求得最後的正確答案。

另外，從原案分析(詳見附錄 J)中可以得知四名學生在【披薩】這個題目中解題能力的分布，如表 4-1-9 所示：

表 4-1-9 【M-01 披薩】 四個個案解題歷程成分比較

	小威	小優	阿信	阿布
知道題目中所求的目標為何	√	√	√	√
知道隱藏條件和所求目標間的關係	×	×	×	√
列出合理的運算式，並完成計算求得最後的答案	△	△	△	√
驗證能力	△	△	△	△

說明：「√」表示具有該項解題能力、「△」表示有此能力但發生錯誤、「×

表示不具有此能力

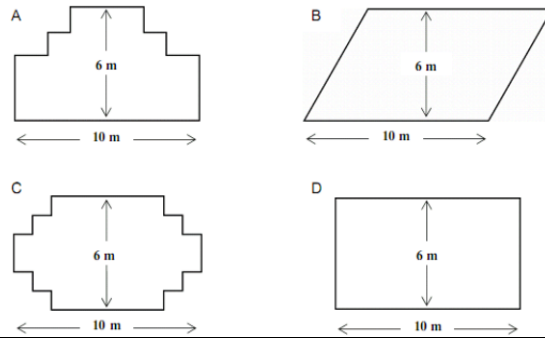
從表 4-1-9 中得知高成就組的學生和低成就組的阿信在分析題目中條件和所求目標間的關係上發生錯誤，亦即他們認為單位長度的價錢等同於單位面積的價錢，造成解題失敗。另外，低成就組的阿布的解題策略看似正確，但卻在最後的驗證階段上發生錯誤，因為在這個階段中，他同樣的也認為單位長度的價錢等同於單位面積的價錢，導致在最後修改原本的答案。由此可知，也許阿布在解題的最初過程中，僅是照著題目的需要列出計算式，並未深入的思考其合理性，但在驗證階段中，卻發現原本的想法是不合理的，因此修正了原本的解題方法和答案，但這同時也顯示了阿布對長度和面積的概念是混淆的。

(四) 木匠

表 4-1-10 學生在【M-02 木匠】中所應具有的解題能力

〈題目〉

木匠有32公尺的木材，他想要在花園周圍做圍欄，他考慮將花園設計成以下的造型。下面花園的設計何者可用長度32公尺的木板來圍成？



〈需要具備的能力〉

- 1 理解題目中所要求的最終目標為何**
知道題目中所要求的是每個圖形的周長。
- 2 知道長方形周長的概念**
 $(長 + 寬) \times 2 = 長方形周長$
- 3 具有平行四邊形周長的概念**
可以知道圖形B的周長會大於圖形D，因為斜線的邊長會大於垂直底部的長度。
- 4 具有推理的能力**
可以知道圖形A和C的周長和圖形D相同。
- 5 驗證能力**
在解題的過程中，也可以隨時監控自己的解答是否合理。

從原案資料中（詳見附錄 I）中可以得知四名學生在【木匠】這個題目中的解題策略，如表 4-1-11 所示：

表 4-1-11 四名個案在【木匠】所表現之解題策略

學生	解題策略	解題結果
小威	$10+6+6+10=32$ ，所以 D 可以 $10+6+6+10=32$ ，所以 B 可以 $10+6+6+10=32$ ，所以 A 和 C 都可以	第二小題 失敗，其 他成功
小優	$(10+6)\times 2=16\times 2=32$ ，長度 32 公尺，所以 D 可以 這邊的高是 6，所以它的斜線一定會比 6 再多一些，所以 B 不行 這邊貼近來這邊，這邊貼近來這邊，所以周長長度是剛好的，所以 A 和 C 都可以	成功
阿信	$(10+6)\times 2=32$ ，所以 D 可以 B 那可能不行，因為題目沒有跟我們說這兩條斜線的長度，所以可能就不行。 $10+6$ ，因為他這裡一階一階的，所以有可能大於 32，所以 A 不行。 C 和 A 有點類似，所以算法和 A 一樣，所以 C 也不行。	第四和 第二小題成 功，其餘 失敗
阿布	$10\times 6\div 2=30$ ，所以 D 可以 $10\times 6=60$ ，所以 B 不可以 因為 A 的每邊應該都不到 10，所以不行 C 和 A 有點類似，所以 C 也不行。	失敗

從表 4-1-11 中得知小威、小優和阿信在【木匠】這個題目中的第四小題（長方形）都可以列出正確的解題策略，並求得正確的答案，但是阿布則列出錯誤的式子，因此未能求得正確的答案。同樣的，小威在平行四邊形中，也未能列出適當的算式，因而導致解題失敗。至於在不規則的圖形上，小威和小優皆可以順利的透過推理的方式求得正確的答案，但阿信和阿布則無法完成解題任務。

另外，從原案分析(詳見附錄 J)中可以得知四名學生在【木匠】這個題目中解題能力的分布，如表 4-1-12 所示：

表 4-1-12 【M-02 木匠】四個個案解題歷程成分比較

	小威	小優	阿信	阿布
理解題目中所要求的最終目標為何	√	√	√	×
知道長方形周長的概念	√	√	√	×
具有平行四邊形周長的概念	×	√	×	×
具有推理的能力	√	√	×	×
驗證能力	△	√	×	×

說明：「√」表示具有該項解題能力、「△」表示有此能力但發生錯誤、「×」表示不具有此能力

從表 4-1-12 中得知高低數學成就組的學生皆可以很快地擬定計畫並採取合適的解題策略得到最後的答案。另一方面，低成就組的阿信和阿布在解題過程中所遇到的難題則和高成就組的學生不太一樣。其中阿布在閱讀完題目之後，直接採取和題目不相關的解題方法進行解題，導致最後的解題失敗。另外，阿信雖然可以理解題目所要求的目標為何，但卻無法採取更合適的解題策略達到目標，所以造成解題的失敗。高成就的小威也會因為缺少關於平行四邊形周長的概念導致解題失敗。

(五) 匯率

表 4-1-13 學生在【L-01 匯率】中所應具有的解題能力

〈題目〉

阿比寒假要去日本玩，他需要將新台幣兌換成日幣，阿比發現一元新台幣=3.7 元日幣，根據此貨幣兌換匯率，阿比打算將 20000 元的新台幣換成日幣，請問阿比可以換到多少元的日幣？

〈需要具備的能力〉

1 知道比例的概念

亦即知道一元台幣可以換 3.7 元日幣

2 知道題目中的條件和目標間的關係

亦即「20000 元的新台幣和最後求得的日幣間的關係為何」

3 列出可能的算式並求得最後得答案

亦即要知道 3.7 乘以 20000 原就是所換到的日幣價錢

4 驗證能力

例如：可以將所算出的答案再帶回原來的式子中，看答案是否正確，或是將所列出的式子再重新計算一次，看答案是否正確。另外，在解題的過程中，也可以隨時監控自己的解答是否合理。

從原案資料中（詳見附錄 I）中可以得知四名學生在【匯率】這個題目中的解題策略，如表 4-1-14 所示：

表 4-1-14 四名個案在【匯率】所表現之解題策略

學生	解題策略	解題結果
小威	$20000 \times 3.7 = 74000$	成功
小優	$20000 \times 3.7 = 74000$	成功
阿信	$20000 \div 3.7 = 5405.05$	失敗
阿布	$20000 \div 3.7 = 5405.05$	失敗

從表 4-1-14 中得知小威和小優的解題策略是正確的，而阿信和阿布的解題策略則是錯誤的，因而導致解題失敗的結果。

另外，從原案分析(詳見附錄 J)中可以得知四名學生在【匯率】這個題目中解題能力的分布，如表 4-1-15 所示：

表 4-1-15 【L-01 匯率】四個個案解題歷程成分比較

	小威	小優	阿信	阿布
知道比例的概念	√	√	√	√
知道題目中的條件和目標間的關係	√	√	√	√
列出可能的算式並求得最後得答案	√	√	×	×
驗證能力	√	√	△	△

說明：「√」表示具有該項解題能力、「△」表示有此能力但發生錯誤、「×」表示不具有此能力

從表 4-1-15 中得知高成就組的學生在這個題目中具備有足夠的數學能力得以完成本題解題。相反的，低成就組的學生則是因為缺乏〈列出可能的算式並求得最後得答案〉的能力，所以無法完成最後的解題任務，且他們也缺少〈驗證能力〉，所以沒有發現答案的不合理之處。

以下，研究者將歸納上述四名學生在五個題目中的解題策略、解題表現和解題行為的差異性，如表 4-1-16，說明如下：

表 4-1-16 四名學生之解題策略、解題表現和解題行為的差異性

項目 學生類型		解題策略	解題行為	解題表現
高成就	小威	具有足夠的數學知識和技巧，同時對於題目中的條件和目標間的關係大致上可以清楚地辨別，因此，會使用老師提供和課本內以外的解題策略進行解題。	在解題的過程中，會隨時監控解題過程是否合理，並予以修正。	可以在很短的時間內正確的完成三個題目。只有在【N-01】和【M-01】中錯誤地辨別題目中的條件和目標間的關係，和【M-02】中第二小題中缺少正確的數學知識，導致解題錯誤。
	小優		在驗證階段中，會逐步地檢查每個解題步驟，檢查答案是否正確。	可以在很短的時間內正確的完成四個題目。只有在【M-01】中錯誤地辨別題目中的條件和目標間的關係，導致解題錯誤。
低成就	阿信	因為缺少相關的數學概念和技能，同時，也無法理解大部分題目中的條件和目標間的關係。因此，僅能運用老師和課本所提供之相似的解題方法進行解題。	在解題的過程中，會表現出較高的堅持度完成解題，同時，也會隨時以自身的經驗去監控解答是否合理。	會花費很多的時間在思考題目中條件和目標間的關係，及不斷地嘗試不同的解題方法和驗證答案是否合理，然而，礙於數學知識的不足，導致皆無法成功的完成五個題目。
	阿布		在解題的過程中，表現出很低的堅持度，如果遇到挫折的話，就會選擇放棄繼續和完成解題。	只要遇到無法理解題意的情況，就會選擇逃避和放棄解題，因此，無法成功的完成五個題目。

從表 4-1-16 中可以得知學生本身的數學解題知識會直接的影響學生的解題策略、解題行為和表現，因此，以下研究者將依據 Mayer (1992) 所提出的問題表徵能力、問題解決能力，及解題時所需要的五種範疇知識，包括：語言知識

(Linguistic knowledge)、語意知識 (Semantic knowledge)、基模知識 (Schematic knowledge)、策略知識 (Strategic knowledge)、程序知識 (Procedure knowledge) 學生來比較分析影響這四名學生解題表現的差異性之可能因素，如表 4-1-17 所示，說明如下：

表 4-1-17 影響四名學生其解題表現之可能因素

影響解題表現之可能因素		學生類型		高成就		低成就	
		小威	小優	阿信	阿布		
數學知識	語言知識	✓	✓	✓	✓		
	語意知識	✓	✓	✓	✓		
	基模知識	✓	✓	△	×		
	策略知識	✓	✓	×	×		
	程序知識	✓	✓	×	×		
問題表徵的能力	問題轉譯	△	✓	×	×		
	問題整合	✓	✓	△	×		
問題解決的能力	解決方法的計畫與監控	✓	✓	△	×		
	解決方法的執行	✓	✓	△	×		

說明：✓代表有此能力和知識、△代表大部分具有此能力和知識、
 ×不具有此能力和知識

從表 4-1-17 中可以知道高成就的學生具有足夠的數學知識，而低成就的學生則缺少較多的數學知識，其中又以策略知識和程序知識較為薄弱，而這會直接地影響他們在五個題目中所表現的解題能力，例如：阿布在【N-02 生日蛋糕】題目中，因為缺少基模知識（不知道分數的定義），所以，無法成功的完成之後的解題任務。而阿信在這個題目中，則因為缺少策略知識（不知道如何做分數的計算），因此，他也無法完成之後的解題工作。另外，我們也可以發現高成就的小威在某些題目中，其問題轉譯的能力是有不足的地方，例如，在【N-01】和【M-01】中，因為沒有正確地辨別出題目中的條件和目標間的關係，即使中間他表現出非常流暢的解題歷程和合適的解題策略，但最後的解題結果依然是錯誤的。最後，我們可以發現高成就的學生其問題解決能力同樣地也優於低成就的學生，然而，

從阿信和阿布的解題過程中，我們也可以知道問題解決能力需要建立在足夠的數學知識基礎上，例如：阿信的問題解決能力較阿布好，因為他會不斷地驗證自己的解決方法是否合理，但是，礙於數學知識的不足，導致他無法正確的執行適合的解題方法，求得最後的答案。所以，由上述我們可以知道：高成就的學生具有足夠的數學解題知識和問題解決能力，但卻可能缺少問題表徵的能力，因而影響之後的解題結果是否正確。而低成就的學生則缺少大多數的數學知識和問題表徵能力，繼而影響之後的問題解決能力，因而導致他們無法正確的獲得最後的標準答案。

二、 四位個案其解題歷程成分之差異性

在這一小節當中，研究者將根據原案資料(如附錄 I)和原案分析(如附錄 J)來分析比較高低數學成就學生在面對不同題目時，所呈現的解題想法、解題策略和驗證過程有何不同。說明如下：

(一) 高成就組：

1. 小威(高自我調整學習策略策略)：

(1) 解題歷程：從(附錄 I)的原案資料中，研究者將其解題歷程順序和時間圖整理如表 4-1-18，從表中可以得知小威的解題歷程大部分都是呈現一次的往返過程，亦即從讀題階段→分析階段→探索階段→計畫階段→執行階段→驗證階段，只有在【睡眠時間】這題中因為在探索階段中遇到困難，所以重新又回到讀題階段，再完成整個解題歷程。

表 4-1-18 小威在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖

題目	階段	解題歷程階段順序和時間															各個解題階段所占的時間比率(%)			
睡眠時間	讀題(R)	■																		3.85
	分析(A)		■			■														5.77
	探索(E)			■			■													32.42
	計畫(P)							■												1.37
	執行(I)								■											38.74
	驗證(V)										■	>"<								17.85
	時間(秒)	9	11	53	5	10	65	5	141	65	解題時間：364 秒					100				
生日蛋糕	讀題(R)	■						■												41.56
	分析(A)		■						■					■						22.08
	探索(E)																			0
	計畫(P)			■						■										6.49
	執行(I)					■					■				■					25.97
	驗證(V)						■					■				■	^^			3.90
	時間(秒)	20	6	3	3	1	7	8	2	14	1	5	3	3	1	解題時間：77 秒			100	
披薩	讀題(R)	■																		26.67
	分析(A)		■																	3.33
	探索(E)																			0
	計畫(P)			■																6.67
	執行(I)					■														46.67
	驗證(V)										■	>"<								16.66
	時間(秒)	16	2	4	28	10	解題時間：60 秒					100								

說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗

表 4-1-18 小威在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖

題目	階段	解題歷程階段順序和時間																各個解題階段所占的時間比率(%)	
木匠	讀題(R)	■																	29.85
	分析(A)		■			■				■									33.58
	探索(E)																		0
	計畫(P)			■			■				■								27.61
	執行(I)				■			■				■							4.48
	驗證(V)								■				■	>”<					4.48
	時間(秒)	40	1	2	2	13	30	2	5	31	5	2	1	解題時間：134 秒				100	
匯率	讀題(R)	■																	36.58
	分析(A)		■																4.88
	探索(E)			■															29.27
	計畫(P)				■														14.63
	執行(I)					■													12.20
	驗證(V)						■												2.44
	時間(秒)	15	2	12	6	5	1	^^	解題時間：41 秒									100	

說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗

(2) 解題歷程階段分析：研究者參考本研究之解題歷程階段區分表（參考第二章），再從原案資料（附錄 I）中，得知小威在五個題目中的解題歷程階段所出現的次數，如表 4-1-19 所示：

表 4-1-19 小威在五個題目中各個解題階段出現的次數

題目		睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率	總和(次數)
讀題	R1	1	3	1	1	1	7
	R2	1	*	*	*	*	1
分析	A1	*	1	1	*	1	3
	A2	1	2	*	*	*	3
	A3	*	*	*	*	*	0
	A4	*	*	*	*	*	0
	A5	*	*	*	1	*	1
	A6	*	*	*	*	*	0
	A7	*	*	*	2	*	2
探索	E1	1	*	*	*	*	1
	E2	*	*	*	*	1	1
	E3	*	*	*	*	*	0
	E4	2	*	*	*	*	2
計畫	P1	1	2	1	3	1	8
	P2	*	*	*	*	*	0
執行	I1	1	3	1	3	1	9
	I2	*	*	*	*	*	0
驗證	V1	*	3	1	2	1	7
	V2	1	*	*	*	*	1

說明：「*」表示個案學生未表現出該解題階段。

從表 4-1-19 中知道小威在面對五個題目時的各個解題歷程階段所表現的解題行為分別說明如下：

- 閱讀階段：小威在五個題目中大部分都只閱讀題目一次，只有在只有在【睡眠時間】這個題目中，才重新閱讀題目中的條件和描述。

- 分析階段：小威在五個題目中所使用的分析行為包括：重述題意(A1)、辨別條件(A2)和測試或嘗試錯誤(A7)，有時候一個題目中會使用兩種的分析行為，例如：在【生日蛋糕】中就使用了重述題意(A1)和辨別條件(A2)，而在【木匠】中則使用了辨別條件(A2)和嘗試錯誤(A7)。
- 探索階段：小威在五個題目中所使用的探索行為包括：找到新的切入點(E1)、嘗試(E2)和考慮題目中條件和目標的關聯性(E4)，其中我們可以發現小威並非在每個題目中都有經歷探索階段，只有在【睡眠時間】使用找到新的切入點(E1)和嘗試(E2)兩種不同的探索策略，另外在【匯率】中，他則使用了考慮題中條件和目標的關聯性(E4)的探索策略。
- 計畫階段：小威在五個題目中，大部分都是針對明確的目標和方向進行全面的計畫(P1)，但卻沒有經歷隨時監控這個計畫是否可行的階段(P2)。
- 執行階段：小威在五個題目中，大部分都會依據所擬定的計畫去執行和運算(I1)，但卻沒有隨時監控本身的解題行為(I2)。
- 驗證階段：小威在五個題目中，大部分都會在執行階段結束之後，重新檢查結果是否合理(V1)，然而，在【睡眠時間】中卻經歷了逐步檢查每個解題步驟的驗證過程(V2)。

從表 4-1-3 中得知小威在【睡眠時間】這個題目中，因為無法清楚的辨別題目中的條件和目標間的關係，因此導致他的解題失敗，接著，從表 4-1-18 中可以得知小威在這個題目中的解題歷程並不如其他題目流暢，最後，從表 4-1-19 中，我們可以更深入的發現：當小威在遇到讓他感到挫折的題目時，他會表現出重新閱讀題目(R2)、考慮題目中條件和目標的關聯性(E4)和逐步檢查每個計算步驟(I2)等較深入的解題行為。由此可知，小威在面對有所把握的題目時，會先閱讀題目，然後分析題目中的條件和目標間的關係，然後跳過探索階段，直接進入

計畫、執行和驗證階段，但是當他面對有所疑惑的題目時，他則會重新閱讀題目和逐步地檢查每個計算過程，為了可以獲得最後的正確答案。

(3) 解題階段時間分配比例：

研究者將小威在五個題目中，各個解題階段所需的時間佔全部解題時間的百分比整理如表 4-1-20 所示：

表 4-1-20 小威在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間之百分比

題目 解題階段	各個解題階段所占的時間比率(%)				
	睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率
讀題階段	3.85	41.56	26.67	29.85	36.58
分析階段	5.77	22.08	3.33	33.58	4.88
探索階段	32.42	0	0	0	29.27
計畫階段	1.37	6.49	6.67	27.61	14.63
執行階段	38.74	25.97	46.67	4.48	12.20
驗證階段	17.85	3.90	16.66	4.48	2.44
解題成敗	失敗	成功	失敗	失敗	成功

從表 4-1-20 中可以發現高成就的小威（高自我調整學習策略），他在在解題的過程中，會花比較多的時間比例在讀題和分析題意上，相對的，花較少的時間比例在計畫和驗證階段上。而這和 Mayer (1992) 的研究發現雷同，他認為專家在解題的過程中，會運用本身具有的所有知識去分析題目中的條件，並思考何種解題策略可以適時的完成解題任務，相反的，生手則會就表面的現象去思考，無法進一步的考慮到問題中的限制和其他的面向，因此，常常會表現出邊做邊思考的解題行為，而專家則會有更多的餘力去監控整個解題過程和結果。

2. 小優（低自我調整學習策略策略）：

- (1) 解題歷程：從（附錄 I）的原案資料中，研究者將小優其解題歷程順序和時間圖整理如表 4-1-21，從表中可以得知小優在【生日蛋糕】第二小題、【披薩】和【木匠】三個題目中，都在分析完題目中的條件之後，又重新閱讀題目一次，所以呈現兩次的解題往返過程（紅色框線圈出部分）。除此之外，小優的解題歷程大致上還是呈現一次的往返過程，且在【睡眠時間】、【生日蛋糕】、【木匠】及【匯率】四個題目中，從分析階段直接跳過探索階段，進入之後的計畫階段、執行階段和驗證階段。

表 4-1-21 小優在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖

題目	階段	解題歷程階段順序和時間																	各個解題階段所占的時間比率(%)
睡眠時間	讀題(R)	■																	4.95
	分析(A)		■																9.46
	探索(E)			■															0
	計畫(P)				■														23.87
	執行(I)					■													49.10
	驗證(V)						■	^^											12.62
	時間(秒)	11	21	53	109	28													解題時間：222 秒
生日蛋糕	讀題(R)	■					■						■					18.56	
	分析(A)		■			■		■					■					35.57	
	探索(E)						■											6.19	
	計畫(P)			■						■				■				22.16	
	執行(I)				■						■					■		14.95	
	驗證(V)											■					■	^^	2.57
	時間(秒)	7	18	10	18	35	10	12	13	15	2	4	19	3	18	9	1	解題時間：194 秒	
披薩	讀題(R)	■		■														11.63	
	分析(A)		■		■													4.65	
	探索(E)					■												9.30	
	計畫(P)						■											9.30	
	執行(I)							■										54.65	
	驗證(V)								■	>"<								10.47	
	時間(秒)	7	2	3	2	8	8	47	9									解題時間：86 秒	

說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗

(2) 解題歷程階段分析：研究者參考本研究之解題歷程階段區分表（參考第二章），再從原案資料（附錄 I）中，得知小優在五個題目中的解題歷程階段所出現的次數，如表 4-1-22 所示：

表 4-1-22 小優在五個題目中各個解題階段出現的次數

題目		睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率	總和(次數)
讀題	R1	1	2	1	1	1	6
	R2	*	1	1	3	*	5
分析	A1	1	2	1	1	*	5
	A2	*	2	1	1	1	5
	A3	*	*	*	*	*	0
	A4	*	*	*	*	*	0
	A5	*	*	*	1	*	1
	A6	*	*	*	*	*	0
	A7	*	*	*	*	*	0
探索	E1	*	*	1	*	*	1
	E2	*	*	*	*	*	0
	E3	*	*	*	1	*	1
	E4	*	1	*	*	*	1
計畫	P1	1	3	1	2	1	8
	P2	*	*	*	1	*	1
執行	I1	1	3	1	4	1	10
	I2	*	*	*	1	*	1
驗證	V1	*	2	1	1	1	5
	V2	1	*	*	*	1	2

說明：「*」表示個案學生未表現出該解題階段。

從表 4-1-22 中知道小優在面對五個題目時的各個解題歷程階段所表現的解題行為分別說明如下：

- 閱讀階段：小優在五個題目中，首先都會先閱讀題目一次，但是在【生日蛋糕】、【披薩】及【木匠】三個題目中，都重新再一次地閱讀題目中的條件和描述。

- 分析階段：小優在面對五個題目時，除了【睡眠時間】以外，其餘的四個題目皆表現出兩種或兩種以上的分析行為，分別為：重述題意(A1)、辨別條件(A2)和回憶相關訊息(A5)。
- 探索階段：小優只有在【生日蛋糕】、【披薩】和【木匠】三個題目中表現出探索的行為，分別為：考慮題目中條件和目標的關聯性，並列出可能的計算式(E4)、找到新的切入點(E1)和使用不相關的計算方法(E3)。
- 計畫階段：小優在五個題目中，大部分都是針對明確的目標和方向進行全面的計畫(P1)，另外，在【木匠】這個題目中，出現了會隨時監控這個計畫是否可行(P2)的行為。
- 執行階段：小優在五個題目中，大部分都會依據所擬定的計畫去執行和運算(I1)，另外，也在【木匠】這個題目中，出現了隨時監控本身的行為(I2)。
- 驗證階段：小優在五個題目中，大部分都會在執行階段結束之後，重新檢查結果是否合理(V1)，然而，在【睡眠時間】和【匯率】中卻經歷了逐步檢查每個解題步驟的驗證過程(V2)。

從表 4-1-22 中可以發現高成就的小優（低自我調整學習策略），他在解題的歷程中，會出現重新閱讀題目的行為，另外，也可以發現在每個解題階段中，會表現出不同層級的解題行為，例如，在【木匠】這個題目中的分析階段，他就表現了重述題意(A1)、辨別條件(A2)和回憶相關訊息(A5)來幫助自己理解題目中的條件和目標間的關係。此外，從表 4-1-17 中已經知道小優有足夠的數學知識和問題表整及解決的能力，因此，也許他可以遊刃有餘的表現出不同的解題行為以利解題的進行。

(3) 解題階段時間分配比例：

研究者將小優在五個題目中，各個解題階段所需的時間佔全部解題時間的百

表 4-1-23 小優在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間之百分比

題目 解題階段	各個解題階段所占的時間比率(%)				
	睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率
讀題階段	4.95	18.56	11.63	10.24	18.84
分析階段	9.46	35.57	4.65	18.05	2.17
探索階段	0	6.19	9.30	15.12	0
計畫階段	23.87	22.16	9.30	10.73	3.62
執行階段	49.10	14.95	54.65	45.37	36.23
驗證階段	12.62	2.57	10.47	0.49	39.14
解題成敗	成功	成功	失敗	成功	成功

分比整理如表 4-1-23 所示：

從表 4-1-23 中可以發現高成就的小優（低自我調整學習策略），他花較多的時間比例在執行階段和驗證階段上，其次才是讀題階段，另外，他會較少的時間比例在探索和計畫階段上。和小威不同的是，小優在五個題目中，皆迅速的閱讀完題目之後，就直接進入執行和驗證階段，也許他因為足夠的數學知識、問題表徵能力和問題解決能力，讓他可以迅速的掌握題目中的所有訊息，並將多餘的時間運用在執行和驗證階段上，而這和 Mayer (1992)的研究結果也吻合。

(二) 低成就組

1. 阿信 (高自我調整學習策略策略):

- (1) 解題歷程：從 (附錄 I) 的原案資料中，研究者將阿信其解題歷程順序和時間圖整理如表 4-1-24，從表中可以得知阿信在五個情境題中所呈現的解題歷程階段和時間分配圖，從表中可以發現阿信在【睡眠時間】中的解題歷程呈現六次的往返過程，另外，在【生日蛋糕】的第二小題和第三小題的解題歷程中則呈現兩次的往返過程，其他的三個题目的解題歷程則呈現一次的往返過程。

表 4-1-24 阿信在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖

題目	階段	解題歷程階段順序和時間																	各個解題階段所占的時間比率(%)	
睡眠時間	讀題(R)	☉						☉					☉							18.87
	分析(A)		☉		☉						☉				☉					29.77
	探索(E)			☉	☉								☉		☉			☉	>"<	39.41
	計畫(P)					☉														3.77
	執行(I)						☉		☉											7.13
	驗證(V)									☉				☉						1.05
	時間(秒)	20	33	142	4	18	27	5	7	2	60	65	6	3	45	40				解題時間：477 秒
生日蛋糕	讀題(R)	☉				☉				☉				☉					35.45	
	分析(A)		☉				☉						☉			☉			9.97	
	探索(E)							☉						☉			☉		11.63	
	計畫(P)			☉															1.39	
	執行(I)				☉														1.39	
	驗證(V)								☉		☉							☉	>"<	41.17
	時間(秒)	21	20	5	5	10	2	19	79	11	20	30	12	18	56	2	5	46	解題時間：361 秒	
披薩	讀題(R)	☉																	3.39	
	分析(A)		☉																1.69	
	探索(E)																		0	
	計畫(P)			☉															8.47	
	執行(I)				☉														38.13	
	驗證(V)					☉	>"<												48.02	
	時間(秒)	6	3	15	68	85													解題時間：177 秒	

說明：☉ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗

表 4-1-24 阿信在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖

題目	階段	解題歷程階段順序和時間																	各個解題階段所占的時間比率(%)	
木匠	讀題(R)	■																		1.69
	分析(A)		■																	1.06
	探索(E)			■				■		■										42.16
	計畫(P)				■						■			■						5.51
	執行(I)					■						■			■					41.10
	驗證(V)						■		■				■			■		>"<		8.48
	時間(秒)	8	5	21	1	25	31	23	2	155	5	27	2	20	142	5				解題時間：472 秒
匯率	讀題(R)	■																		7.52
	分析(A)		■																	3.76
	探索(E)																			0
	計畫(P)			■																22.12
	執行(I)				■															62.83
	驗證(V)					■	>"<													1.77
	時間(秒)	10	5	25	71	2														解題時間：113 秒

說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗

(2) 解題歷程階段分析：研究者參考本研究之解題歷程階段區分表（參考第二章），再從原案資料（附錄 I）中，得知阿信在五個題目中的解題歷程階段所出現的次數，如表 4-1-25 所示：

表 4-1-25 阿信在五個題目中各個解題階段出現的次數

題目		睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率	總和(次數)
讀題	R1	1	1	1	1	1	5
	R2	2	4	*	*	*	2
分析	A1	3	*	1	*	1	5
	A2	1	2	*	1	*	4
	A3	*	*	*	*	*	0
	A4	*	*	*	*	*	0
	A5	*	1	*	*	*	1
	A6	*	*	*	*	*	0
	A7	*	2	*	*	*	2
探索	E1	1	*	*	1	*	2
	E2	1	2	*	2	*	5
	E3	*	*	*	1	*	1
	E4	4	1	*	*	*	5
計畫	P1	1	1	2	3	1	8
	P2	*	*	*	*	*	0
執行	I1	1	1	2	4	1	9
	I2	1	*	2	*	*	3
驗證	V1	2	4	2	2	1	11
	V2	*	1	1	1	*	3

說明：「*」表示個案學生未表現出該解題階段。

從表 4-1-25 中知道阿信在面對五個題目時的各個解題歷程階段所表現的解題行為分別說明如下：

- 閱讀階段：阿信在五個題目中，首先都會先閱讀題目一次，但是在【生日蛋糕】這個題目中，卻重複看題目三次，從表 4-1-6 中得知阿信在本題中，因

為卻少分數的基本概念，所以導致他無法成功的將問題轉譯成適當的表徵方式，因而出現不斷的閱讀題目的行為出現。

- 分析階段：從表 4-1-25 中可以發現阿信在分析題目時，最常出現的解題行為是重述題意(A1)和辨別條件(A2)，其次為回憶相關訊息(A5)和測試或嘗試錯誤(A7)。
- 探索階段：從表 4-1-25 中可以發現阿信在解題的歷程中，出現大量的探索行為，包含：找到新的切入點(E1)、嘗試用不同的數字計算(E2)、使用不相關的計算方法(E3)和考慮題目中的條件和目標的關聯性(E4)。
- 計畫階段：阿信在這五個題目中，會試著擬定合適的解題計畫，但卻沒有表現出隨時監控這個計畫是否可行的行為。
- 執行階段：阿信在進行執行階段的時候，大部分都會依據之前所擬定的解題計畫進行運算，另外，在【睡眠時間】和【披薩】中也表現出隨時監控自己的解題行為。
- 驗證階段：從表 4-1-25 中可以發現阿信在解題的歷程中，會經歷多次的驗證階段，包括：檢查結果是否合理(V1) 和逐步的檢查每個解題步驟(V2)等解題行為。

從表 4-1-17 中得知阿信的數學知識和問題表徵及解決的能力皆較薄弱，另外，從表 4-1-24 中也可以發現他的解題歷程並不流暢，研究者認為也許是因為他本身的數學知識和問題表徵及解決能力不足以讓他可以自由地使用在解題任務上，甚至，從表 4-1-25 中我們可以更細微的發現，阿信在解題的歷程中，會經常的重新閱讀題目、辨別條件、嘗試使用不同的計算方法、考慮題目中的條件和目標間的關聯性、監控整個運算過程，研究者認為這都顯示出阿信對自己解題表現是不確定的，同時也可以看出他對解題的堅持度是高的。

(3) 解題階段時間分配比例：

研究者將阿信在五個題目中，各個解題階段所需的時間佔全部解題時間的百分比整理如表 4-1-26 所示：

表 4-1-26 阿信在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間之百分比

題目 解題階段	各個解題階段所占的時間比率(%)				
	睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率
讀題階段	18.87	35.45	3.39	1.69	7.52
分析階段	29.77	9.97	1.69	1.06	3.76
探索階段	39.41	11.63	0	42.16	0
計畫階段	3.77	1.39	8.47	5.51	22.12
執行階段	7.13	1.39	38.13	41.10	62.83
驗證階段	1.05	41.17	48.02	8.48	1.77
解題成敗	失敗	失敗	失敗	失敗	失敗

從表 4-1-26 中可以發現低成就的阿信（高自我調整學習策略），他在解題的過程中，會花比較多的時間比例在執行和驗證階段上，相對的，花較少的時間比例在計畫階段上。和高成就組的小威及小優不同的是，阿信在解題歷程中花費非常少的時間比例在閱讀題目上，這也許和他不足的數學知識相關，因此，他只能就題目中既有的訊息去運算，希望可以找到可能的解題方法以求得最後的正確答案，因此，他花了相當多的時間在執行過程上。

2. 阿布(低自我調整學習策略)

- (1) 解題歷程：從（附錄 I）的原案資料中，研究者將阿布其解題歷程順序和時間圖整理如表 4-1-27，從表中可以得知阿布在五個情境題中所呈現的解題歷程階段和時間分配圖，從表中可以發現阿布在【睡眠時間】和【生日蛋糕】兩個題目中的解題歷程並未完成，其中在【睡眠時間】中缺少驗證階段，另外在【生日蛋糕】中則缺少第二和第三小題的解題歷程。至於在【披薩】、【木匠】和【匯率】中，其解題歷程則是呈現一次的往返過程，亦即從讀題階段到分析階段，然後跳過探索階段，直接進入之後的計畫階段、執行階段和驗證階段

表 4-1-27 阿布在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖

題目	階段	解題歷程階段順序和時間																各個解題階段所占的時間比率(%)	
睡眠時間	讀題(R)	■																	10.66
	分析(A)		■																16.39
	探索(E)			■															44.26
	計畫(P)				■														21.31
	執行(I)					■	>"<												7.38
	驗證(V)																		0
	時間(秒)	13	20	54	26	9													解題時間：122 秒
生日蛋糕	讀題(R)	■																	18.85
	分析(A)		■		■														20.49
	探索(E)			■		■													23.77
	計畫(P)							■											24.59
	執行(I)								■	>"<									12.30
	驗證(V)																		0
	時間(秒)	23	20	22	5	7	30	15											解題時間：122 秒
披薩	讀題(R)	■																	8.43
	分析(A)		■																1.69
	探索(E)																		0
	計畫(P)			■															24.16
	執行(I)				■														60.67
	驗證(V)					■	>"<												5.05
	時間(秒)	15	3	43	108	9													解題時間：178 秒

說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗

表 4-1-27 阿信在五個情境題時所呈現的解題歷程階段和時間分配圖

題目	階段	解題歷程階段順序和時間																各個解題階段所占的時間比率(%)
木匠	讀題(R)	■																24.19
	分析(A)		■															8.06
	探索(E)																	0
	計畫(P)			■														24.19
	執行(I)				■													40.32
	驗證(V)					■	>"<											3.24
	時間(秒)	15	5	15	25	2												解題時間：62 秒
匯率	讀題(R)	■																7.84
	分析(A)																	0
	探索(E)																	0
	計畫(P)		■															5.88
	執行(I)			■														29.41
	驗證(V)					■	>"<											56.87
	時間(秒)	4	3	15	29													解題時間：51 秒

說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗

(2) 解題歷程階段分析：研究者參考本研究之解題歷程階段區分表（參考第二章），再從原案資料（附錄 I）中，得知阿布在五個題目中的解題歷程階段所出現的次數，如表 4-1-28 所示：

表 4-1-28 阿布在五個題目中各個解題階段出現的次數

題目		睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率	總和(次數)
讀題	R1	1	1	1	1	1	5
	R2	*	*	*	*	*	0
分析	A1	1	2	1	*	*	4
	A2	*	*	*	*	*	0
	A3	*	*	*	*	*	0
	A4	*	*	*	*	*	0
	A5	*	*	*	1	*	1
	A6	*	*	*	*	*	0
	A7	*	1	*	*	*	1
探索	E1	*	1	*	*	*	1
	E2	*	*	*	*	*	0
	E3	*	1	*	*	*	1
	E4	1	1	1	*	*	3
計畫	P1	2	1	*	1	1	5
	P2	*	*	*	*	*	0
執行	I1	1	1	1	4	1	8
	I2	*	*	1	*	*	1
驗證	V1	*	*	1	1	1	3
	V2	*	*	*	*	*	0

說明：「*」表示個案學生未表現出該解題階段。

從表 4-1-28 中知道阿布在面對五個題目時的各個解題歷程階段所表現的解題行為分別說明如下：

- 閱讀階段：阿布在面對這五個題目的時候，都只閱讀題目一次。

- 分析階段：阿布在不同的題目中會表現出不同的分析行為，其中在【匯率】這個題目中並未表現出分析的行為，其他四個題目則經歷重述題意(A1)、回憶相關訊息(A5)和嘗試錯誤(A7)等分析階段。
- 探索階段：從表 4-1-28 中，可以發現阿布較常使用考慮題目中條件和目標的關聯性(E4)這種探索方法，此外，他也會使用找到新的切入點(E1)和嘗試(E2)的探索方法，但在【木匠】和【匯率】兩個題目中，則沒有經歷探索的階段。
- 計畫階段：阿布在這五個題目中，會試著擬定合適的解題計畫，但卻沒有表現出隨時監控這個計畫是否可行的行為。
- 執行階段：阿布在進行執行階段的時候，大部分都會依據之前所擬定的解題計畫進行運算，另外，在【披薩】中也表現出隨時監控自己的解題行為。
- 驗證階段：從表 4-1-25 中可以發現阿布在解題的歷程中，只有在【披薩】、【木匠】和【匯率】有表現出驗證的行為。

從表 4-1-27 中可以發現阿布的解題歷程看似十分流暢，但從表 4-1-28 中卻發現阿布的解題歷程階段之解題表現並不規律，例如在【生日蛋糕】這個題目中，阿布並沒有表現出驗證的階段，但在【匯率】這個題目中，他卻沒有表現出分析和探索的行為，研究者認為可能的原因也許是因為他本身的數學知識和問題表徵及解決的能力（如表 4-1-17 所示）干擾他的解題行為和表現。

(3) 解題階段時間分配比例：

研究者將阿信在五個題目中，各個解題階段所需的時間佔全部解題時間的百分比整理如表 4-1-29 所示：

表 4-1-29 阿布在五個題目中之各個解題階段所需時間佔解題時間之百分比

題目 解題階段	各個解題階段所占的時間比率(%)				
	睡眠時間	生日蛋糕	披薩	木匠	匯率
讀題階段	10.66	18.85	8.43	24.19	7.84
分析階段	16.39	20.49	1.69	8.06	0
探索階段	44.26	23.77	0	0	0
計畫階段	21.31	24.59	24.16	24.19	5.88
執行階段	7.38	12.30	60.67	40.32	29.41
驗證階段	0	0	5.05	3.24	56.87
解題成敗	失敗	成功	失敗	失敗	失敗

從表 4-1-29 中可以發現低成就的阿布（低自我調整學習策略），他在解題的過程中，並沒有明顯的在某個階段花較多或較少的時間，可能的原因有兩種：1. 如果他本身的數學知識可以幫助他思考和進行解題的化，則他願意花較多的時間比例在執行階段上，如他在【木匠】和【匯率】兩個題目之解題表現。2. 如果這個題目起初他以為他可以順利找到答案時，他願意花較多的時間比例在探索階段上，但當他發現可能無法找到答案時，則他會選擇放棄，因而會花較少的時間比例在執行和驗證階段上，如他在【睡眠時間】和【生日蛋糕】的解題表現。3. 最後是如果他對這個題目十分有把握的時候，那麼他就會花較多的時間比例在執行和驗證階段上，相反的，就會花較少的時間比例在分析和探索階段上，如他在【匯率】的解題表現。

會花比較多的時間比例在執行階段上，其他的則沒有明顯的。

蔡啟禎（1992）認為學生的解題行為包括有：題意與數學結構的掌握、注意到問題中的所有條件、了解題意與目標間的關係、應用相關知識與公式、進行解題後驗算的程序和解題的耐力。研究者也將以此比較分析四名學生在五個題目中之解題行為的差異性，如表 4-1-30 所示：

表 4-1-30 四名學生解題行為之差異性

解題行為	學生類型		低成就	
	高成就	小威	小優	阿信
題意與數學結構的掌握	√	√	△	×
注意到問題中的所有條件	√	√	√	×
了解題意與目標間的關係	△	√	△	×
應用相關知識與公式	√	√	△	×
進行解題後驗算的程序	√	√	√	△
解題的耐力	√	√	√	×

說明：√代表有此能力和知識、△代表大部分具有此能力和知識、
×不具有此能力和知識

從表 4-1-30 中可以得知高成就的學生可以表現出大部分的解題行為，然而，低成就的學生其解題行為之差異性較大，其中阿信比較可以掌握題意與數學的結構、了解題意與目標間的關係和應用相關的知識與公式，而阿布則較無法完成大部分的解題行為。

另外，研究者也將歸納整理高低成就學生在各個解題階段所出現的次數，藉此從更細微的面相來比較分析不同特質的學生其解題行為的差異性，其中研究者將刪除四名學生皆未出現的解題階段之行為，整理如表 4-1-31，說明如下：

表 4-1-31 四名學生在五個題目之各個解題階段所表現的總次數

解題階段	項 目	高成就		低成就	
		小威	小優	阿信	阿布
讀題階段	R1 閱讀題目	7	6	5	5
	R2 重讀題目	1	5	2	0
分析階段	A1 重述題意	3	5	5	4
	A2 辨別條件	3	5	4	0
	A5 回憶相關訊息	1	1	1	1
	A7 測試或嘗試錯誤	2	0	2	1
探索階段	E1 找到新的切入點	1	1	2	1
	E2 嘗試算算看	1	0	5	0
	E3 使用不相關的計算方法	0	1	1	1
	E4 考慮題目中條件和目標的關聯性	2	1	5	3
計畫階段	P1 有全面的計畫	8	8	8	5
	P2 隨時監控計畫的可行性	0	1	0	0
執行階段	I1 依照所擬定的計畫執行運算過程	9	10	9	8
	I2 隨時監控自己的解題行為	0	1	3	1
驗證階段	V1 檢查結果是否合理	7	5	11	3
	V2 逐步的檢查每個解題步驟	1	2	3	0

從表 4-1-31 中可以發現：

1. 高成就的學生在解題的歷程中會較低成就的學生經歷較多次的讀題階段，其中又以小威在閱讀題目(R1)這個階段中較其他三名學生表現更多的次數，若對比於表 4-1-20 的發現，可以知道小威在解題歷程中非常重視讀題階段。
2. 在分析階段中，可以發現四名學生所表現的分析行為和次數都差不多，唯有小優並未表現測試或嘗試錯的分析(A7)行為，而阿布則未表現出辨別條件(A2)的分析行為，從表 4-1-17 的分析中也許可以說明此現象，由於小優本身具有足夠的數學知識和問題解決及表徵的能力，因此他並不需要經歷測試和嘗試錯的的分析過程，反之，阿布因為缺少足夠的數學知識和問題解決及表徵的能力，因此，在辨別條件上也許會也所困難。

3. 在探索階段中，可以很明顯的發現阿信經歷了許多次的探索階段，尤其是嘗試算算看(E2)和思考條件及目標間的關連性(E7)，這也許可以反應出阿信對解題的堅持度，雖然因為數學知識和問題表徵及解決的能力不足，但依然保持著試試看的態度完成解題任務。
4. 在計畫階段中，四名學生皆有根據提議嘗試著擬定出合適的計畫，其中，小優則是有出現一次監控自己計畫是否可行的行為出現。
5. 在執行階段中，小優、阿信和阿布都曾經表現出會隨時監控自己的解題行為的行為，唯有小威未曾經歷監控自己解題行為的階段，可能的原因也許是因為他對自己的計算過程非常的有自信心（詳見附錄K晤談內容），或是他會在之後的驗證階段進行檢查，因此他不認為需要在執行階段中進行監控。
6. 在驗證階段中，可以清楚地發現阿信常常經歷驗證的階段，反之，阿布則很少表現出驗證的行為，可能的原因在於當他判斷無法正確的完成解題時，他便興起放棄的念頭，因而沒有機會進行驗證過程（詳見附錄I原案資料）。

因此，研究者將依據上述討論內容，把高、低成就組的學生在面對五個情境題時，其解題歷程的差異性，整理如表 4-1-32：

表 4-1-32 比較四個不同類型的學生其數學解題表現

自我調整學習信念 數學成就	高	低
高	<ul style="list-style-type: none"> • 數學知識和問題解決及表徵能力足夠 • 在部分題目中，會跳過探索階段 • 大部分的解題歷程呈現一次的往返 • 解題歷程十分的流暢 • 解題時間較為短暫 	
低	<ul style="list-style-type: none"> • 數學知識和問題解決及表徵能力不足 	
	<ul style="list-style-type: none"> • 在大部分題目中，會跳過計畫和執行階段。 • 大部分的解題歷程呈現多次的往返。 • 解題歷程較為混亂。 • 解題時間較長。 • 堅持度較高。 	<ul style="list-style-type: none"> • 在部分的題目中會跳過分析、計畫和執行階段。 • 大部分的解題歷程呈現一次的往返。 • 解題歷程十分的流暢。 • 解題時間較短。 • 堅持度較低。

從表 4-1-32 中可以得知學生本身的數學知識會影響他們問題表徵和問題解決的能力，進而影響之後的解題行為，從上述結果可以知道高成就的學生具有大部分的數學知識，因此他們在解題的行為和表現較低成就的學生流暢和正確。其中，低成就的學生又以策略知識和程序知識較為薄弱，因而影響他們之後的問題表徵能力，因此，老師在課室中面對低成就的孩子，可以加強他們的策略和程序性知識，如此也許可以提升他們的解題能力。

第二節 自我調整學習策略對解題歷程、解題行為與表現的差異性

在本節當中，研究者將比較自我調整學習策略高低影響學生解題歷程、解題行為與表現的差異性。首先，研究者從四名學生在 MSLQ 學習策略動機量表中自我調整學習策略所得的分數分為高低兩組：小威（高成就）、阿信（低成就）屬於高自我調整學習策略組，而小優（高成就），阿布（低成就）則屬於低自我調整學習策略組。然後，在解題的空檔中，研究者詢問學生平常學習數學和準備考試的方法及策略等相關自我調整學習策略的問題，藉此理解學生的自我調整學習策略如何影響其解題歷程、解題行為與表現，說明如下：

（一） 高自我調整學習策略組

1. 小威：

在 MSLQ 學習策略動機學習策略量表中的自我調整學習策略的平均分數 6.1818、z 分數為 1.0509 (N=50, S=1.41, M=4.70)，顯示小威關於數學學習的自我調整策略是較有效率的，例如：雖然平時他不會特地計算很多的數學題目，但是他會找一寫具有挑戰性的數學題來做練習。此外，當他在計算數學題時，他會先把題目中的關鍵字圈起來。另外，在考試的時候，如果遇到不會的題目，通常他會先跳過，然後等算完其他的題目時，再回頭思考可能的解題方法。至於平常上課的情況，他卻表示他很少聽老師講解的內容，相反的，他反而會先嘗試自己的方法，若真的無法求得最後的答案，才會參考老師所提供的方法。

從他的解題歷程來看，可以發現小威每次都會仔細地閱讀題目，然後分析題意，之後，再擬定合適的解題計畫和策略，最後完成解題。由此可知，小威很重視解題歷程中的閱讀和分析階段，如同他在晤談

過程中所表示的：

小威：我會先把題目仔細的看一遍，然後把關鍵字圈起來，再用自己的方法嘗試做做看，如果不會，再想老師上課所教的方法。

此外，也可以發現小威在解題的歷程中，會隨時監控解題表現，例如：在【L-01 匯率】中，會立即地發現列出的式子是錯誤的，如下所示：

小威： $20000 \div 3.7 = \dots$ ，不對

在【N-01 睡眠時間】中，同樣地也是因為在探索可能的解題方向中，透過自我解釋，發現所想的解題方向可能有所錯誤，因而決定再重新閱讀題目一次，如下所示：

小威：先把所有的時間相加起來（8 時=480 分， $480+10+15+20+5=530$ 分， $530 \div 60=8 \dots 50$ ，所以需要花 8 小時 50 分），然後...，等一下...

整個來看，小威本身的自我調整學習策略會直接的影響他的解題行為。

2. 阿信：

在 MSLQ 動機學習策略量表中的自我調整學習策略的平均分數 5.8181、z 分數為 0.7929 (N=50, S=1.41, M=4.70)，顯示阿信在數學學習的自我調整策略上是有效的，例如：平時在安親班中他會練習大量的數學題，幫助自以理解課本中所教的數學概念。此外，他也表示在考試的時候，如果有多餘的時間，他會使用另一種不同的計算方法去驗算原本的答案是否正確。最後，他也認為如果要在數學成績上拿高

分，除了努力練習以外，看得懂題目內容也很重要。

從他的解題歷程中來看，可以發現阿信在閱讀題目的過程中，會把題目中的關鍵字圈起來，藉此了解已知條件和所求目標間的關係為何，例如：在【N-02 生日蛋糕】這題中，他就會把 $1/2$ 圈起來，然後再把題目中的條件句在念一次。

接著，我們也可以發現阿信在解題的歷程中，會隨時監控自己的解題表現，檢查自己所列出的式子或想法是否合理，例如，在【N-02 生日蛋糕】這個題目中，當他很猶豫地寫下答案時，透過自我監控和自我解釋，立刻推翻原本的想法和答案，如下說明：

阿信：所以...妹妹的零用錢是 15 元。等一下，因為妹妹每天都存 15 元，存 30 天，
所以一個蛋糕是 $15 \times 30 = 450$ 元，奇怪，不一樣。

老師：哪裡不一樣？

阿信：因為..... $1/2$ 就是 $20 \div 10$ ，啊，我寫錯了，妹妹的零用錢是 10 元，所以.....一個蛋糕是 $10 \times 30 = 300$ 元。

所以，從上述中可以知道阿信本身的自我調整學習策略會促進他在解題過程中，首先一定要先理解題目中語句間的意思，然後才可以進行解題，另外，在解題的過程中，也會隨時自我監控本身的解題表現，希望可以獲得最後的答案。

(二) 低自我調整學習策略策略組

1. 小優：

在 MSLQ 動機學習策略量表中的自我調整學習策略的平均分數 4.28、z 分數為-0.2725 (N=50, S=1.41, M=4.70)，顯示小優在數學學習的自我調整策略上是較沒有效率的，從晤談內容中可以發現道小優在面對一個新的題目時，他的自我調整學習策略是先用很快的速度把題目看完，在了解所要求的目標之後，就擬定解題計畫和執行解題策略，但最後卻很少再重新檢查答案是否正確。另外，小優也表示平時在課堂中，他會聽聽看老師和同學所分享的解題方法，且會再思考看看是不是還有其他的解題方法。不過他也表示他其實很不喜歡練習額外的數學題，所以，為了避免要練習大量的數學題，他會認真地完成數學測驗。例如：他當他遇到不會的題目時，他會先選擇跳過，然後回頭再思考解題方法。

從他的解題歷程來看，可以發現小優會透過自我說明的方式，注意到題目中的關鍵句子，例如：在【N-01 睡眠時間】中，當他閱讀完題目時，他便指出題目中已知條件和所求目標間的關係間的關係：

小優：最晚要幾點上床睡覺喔，喔，平均睡 8 小時...

同樣地，在【N-02 生日蛋糕】中也是同樣的情況，當他閱讀完題目時，他也是先注意到題目中的關鍵詞：

小優：1/3 存起來，很像我最近的作法...

因此，我們可以發現小優雖然沒有明確的圈出題目中的關鍵字，

但他卻會透過自我說明的方式去理解題目中已知條件和所求目標間的關係。不過，我們也可以發現在五個題目的解題歷程中，他都沒有表現出自我監控的行為，但是，當他完成解題的時候，他會透過自我解釋的方式，再重新說明一次他的解題方法，已確定他的答案是否合理和正確，例如在【M-02 木匠】中：

小優：所以 C 和 A 中間都空了很多部分（畫上輔助線），所以它是可行的，因為就算把木柴減掉一公尺，它還是可以圍出這個圖形。因為如果把這這個角拿開，他們不就省材料了嗎，所以答案是可行的。

從上述中得知小優在解題過程中，他的自我調整學習策略就是先透過自我說明的方式，理解題目中條件和目標間的關係，接著，擬定解題計畫和執行解題策略，然後，透過自我解釋的方式，確認所求得的答案是否合理，最後在重新計算一次檢查答案是否正確。

2. 阿布：

在 MSLQ 動機學習策略量表中的自我調整策略的平均分數 4.2272、z 分數為 -0.3353 (N=50, S=1.41, M=4.70)，顯示阿布在數學學習的自我調整策略上是較沒有效率的。從晤談的內容中可以發現阿布在面對一個新的題目時，為了可以理解題目中所要表示的意思，因此他會準備一枝螢光筆，將題目中的關鍵字圈起來，然後，他會思考一下怎麼解決這個問題，首先，他會先想一下老師教過的方法，如果不可行，那麼他就會試一下自己的方法，若還是不行的話，那麼他就會直接選擇放棄繼續解題。此外，他也表示平時雖然在課後練習大量的數學題目，但是，對數學成績的提升並沒有明顯地幫助。不過，為了避免因為成績的不理想而被安親班老師或父母責備，所以他在完成解題時，會再重新將題目再看過一次，並用原來的解題方法再重新計算

一次，檢查答案是否和原來相同，以確保最後的答案是正確的。

從他的解題歷程中也可以發現，阿布在分析完題目時，如果可以完全理解題目中的意思時，他會選擇繼續完成解題任務，相反的，如果他無法理解題目中的條件和目標間的關係時或是不清楚如何計算時，則他會選擇放棄繼續解題。如他在【N-01 睡眠時間】和【N-02 生日蛋糕】中的表現：

阿布：不確定，但我不想算了。

此外，我們也可以發現阿布【M-01 披薩】中，他會先確認題目中所要求的目標之後，然後在之後探索的過程中，表現出自我監控的行為：

阿布：先算出正方形的面積 $30 \times 30 = 900$ ，然後它的售價是 600 元，所以是 $900 \div 600$ ，價錢就知道，等一下，(把 $900 \div 600$ 擦掉)， $20 \times 20 = 400$ ，這個.....大得比較划算。

然而，在【M-02 木匠】和【L-01 匯率】兩個題目中，卻未出現自我監控的行為，可能的原因是因為【M-01 披薩】這個題目的內容和生活經驗相似且所包含的數學概念較為具體，因此他可以透過自我解釋的方式監控自己的解題過程，例如：

阿布：因為小的面積 400，可是價錢只有賣 300，然後大的面積 900，然後售價賣 600 元，所以把他們的價錢相減， $600 - 300 = 300$ ，所以可以買兩個小的，就是.....因為大的價錢是小的兩倍，它有可能是兩個小的蛋糕變成的，譬如說：這是一個小的蛋糕，這是一個大的蛋糕，這個大的蛋糕有可能是兩個小蛋糕組成的，所以大的蛋糕賣 600 元可以買兩個小的，所以小的比較划算。

而在【M-02 木匠】和【L-01 匯率】中，由於所包含的數學概念則較為抽象，因此，他無法以平時練習的解題經驗和生活經驗做進一步的監控行為。此外，在進行放聲思考試題施測的當時，學校課程進度正在進行「平行四邊形、梯形面積計算」的單元，因此，他在看到【M-02 木匠】時，就直接採用面積的解題策略和方法完成解題。另外，在【L-01 匯率】中，在完成執行階段之後，他的驗證方法就是將所列出的式子再重新計算一次，檢查看看答案是否和原來相同。也就是說，阿布並沒有真的監控自己的解答是否合理，相對的，他只是重複的計算看答案是否正確罷了。

從上述中得知阿布的自我調整學習策略是在課外練習大量的數學題，以便熟悉課本中的題型。然後，再應用到解題的過程中，例如：他會先畫出題目中的關鍵字，藉此了解題目的意思，然後思考老師和課本所教過的解題方法，希望可以求得最後的答案。而他的驗證方法只是將所列出的式子再重新計算一次，並不會嘗試再使用新的方法去計算看看答案是否相同。

從上述討論中，可以知道學生本身的高低自我調整學習策略對其其解題行為影響的差異性，如表 4-3-1 所示：

表 4-2-1 高低自我調整學習策略對解題行為的影響

四名學生 自我調整學習策略策略	高自我調整學習策略 策略		低自我調整學習策略 策略	
	高成就	低成就	高成就	低成就
1. 課後會練習大量的數學題目	√	√	×	√
2. 上課會聽老師和同學的解題方法	△	√	√	√
3. 閱讀題目時會將關鍵字圈起來	√	√	×	√
4. 會嘗試使用自己的解題方法	√	√	√	×
5. 會透過自我解釋或自我說明的方式監控自己的解題表現	√	√	△	×
6. 會用新的方法檢查答案是否合理	√	√	×	×
7. 遇到困難的題目會先跳過再回頭想	√	√	√	×

說明：「√」表示具有該項自我調整學習策略策略、「△」表示偶爾會使用該項自我調整學習策略策略、「×」表示不具有該項自我調整學習策略策略

從表 4-2-1 中可以發現數學高成就的學生，他們的自我調整學習策略最大的差異性在：

1. 是否會在課後練習大量的數學題
2. 是否會將題目中的關鍵字圈起來
3. 是否會監控自己的解題表現
4. 是否會用新的方法重新驗證答案是否正確

此外，從學習成就結果來看，可以發現高成就但低自我調整學習策略策略的學生很容易因為粗心或沒有看清楚題目所要求的目標而造成成績不如高成就但高自我調整學習策略的學生。

另外，從表 4-2-1 中也可以發現數學低成就的學生，他們的自我調整學習策略策略最大的差異性在：

1. 是否會嘗試使用新的方法
2. 是否會透過自我解釋或自我說明的方式監控自己的解題表現
3. 是否會監控自己的解題表現
4. 是否會用新的方法重新驗證答案是否正確

從晤談中也可以進一步的知道，阿信和阿布平時皆會練習大量的數學題目，因此，若是遇到例行性的題目時，他們會選擇模仿老師和課本所教過的解題策略進行解題，因此，在正常的情況下，他們應該可以成功的完成解題任務，但「是否會監控自己的解題表現」和「是否會用新的方法重新驗證答案是否正確」之自我調整學習策略策略卻會影響他們數學的成就表現，亦即是否粗心計算錯誤等原因造成解題失敗的結果。相反的，如果是非例行性的題目時，則因為兩人缺少「數學知識和數學能力」及「無法辨別題目中條件和目標間關係」的能力，導致他們在大部分的情況下皆無法成功的完成解題任務，造成他們的數學學習成就表現沒有差異性。

因此，從上述得知高成就的學生不論高低自我調整學習策略策略，由於他們本身具有足夠的數學知識和數學能力，因此他們可以維持在一定的數學成就水平上，唯一的差別在於是否粗心造成解題錯誤。相反的，低成就的學生同樣的則是因為數學知識和技能的不足，導致他們在解題的過程中容易遇到障礙，因而無法

完成解題。

第三節 自我效能和內部價值對解題歷程、解題行為與表現的差異性

在本節當中，研究者將比較自我效能和內部價值對學生解題歷程、解題行為與表現影響的差異性。首先，將從四名學生在 MSLQ 學習策略動機量表中自我效能和內部價值所得到分數將四名學生分為 1. 高自我效能組、內部價值組，包括：小威（高成就）、阿信（低成就）2. 低自我效能、內部價值組，包括：小優（高成就），阿布（低成就）。然後，在解題的空檔中，研究者詢問學生過去學習數學的經驗和父母態度等會影響他們學習數學之自我效能、內部價值和學習目標導向等相關問題。希望藉此可以知道學生本身的自我效能、內部價值和學習目標導向對其解題歷程、解題行為與表現的影響。

根據 Zimmerman (2002) 所提出的自我調整學習策略結構，我們可以知道學習者在學習的過程中，包含有事先考慮階段 (Forethought phase)、實行階段 (Performance phase)、自我反思階段 (Self-Reflection phase)，其中學生的自我效能和學習學習目標導向會影響他們在事先考慮階段的表現，而認知策略和自我調整學習策略策略則會影響他們在實行階段和自我反思階段的表現。因此，以下研究者將分別說明自我效能高低的學生其解題的表現和行為，並比較其差異性，說明如下：

（一）高自我效能、內部價值組

1. 小威（高成就）：

在 MSLQ 學習策略動機量表中的自我效能和內部價值的平均分數為 6.44、z 分數為 1.059 (N=50, S=1.60, M=4.75)，由此可知小威對於數學有很高的自我效能及精熟學習目標導向。而從晤談的內容中，也可以發現他對數學有很高的自信及興趣，因為他不僅認為自己在班上的數學成績不錯，同時也表示他喜歡數學和自然這兩個科目。如下所示：

老師：你覺得自己在班上的數學成績表現如何？

小威：還不錯。

老師：在所學的科目中，你最喜歡的科目是哪一科？

小威：數學和自然。

此外，他也認為數學成績的好壞和本身的智力及努力有很大的關係，同時，他也表示平時他會練習課本以外的數學題，至於考試的成績則並不會影響他之後準備數學的心情。由此可知，小威對於數學的學習學習目標導向較傾向於精熟學習目標導向。如下所示：

老師：你覺得如何可以拿到好的數學成績？

小威：常算，智力也很重要。

老師：你比較喜歡練習簡單的題目還是有挑戰性的題目？

小威：都喜歡。

老師：上次的考試成績會影響你下次準備考試的心情嗎？

小威：沒差。

而從小威的解題歷程中來看，可以發現當他遇到困惑的時候，他會願意再重新讀題和思考可能的解答方法和策略。此外，從他對解題所表現的堅持度也許可以反應出他本身對數學的高動機信念。

2. 阿信（低成就）：

在MSLQ學習策略動機量表中自我效能和內部價值的平均分數為6.33、z分數為0.9875（N=50, S=1.60, M=4.75），由此可顯示阿信對數學有很高的自我效能，但從晤談的內容中，卻可以發現雖然他喜歡數學，但卻知道自己在班上的成績表現並非很好。如下說明：

老師：你喜歡數學嗎？

阿信：喜歡。

老師：你覺得你在班上的數學成績好嗎？

阿信：還好耶。

另外，他也認為數學成績的好壞和練習多寡有很大的關係。若成績不盡理想，則他會更努力練習數學題目，希望可以達到好成績。此外，他也表示他喜歡練習有挑戰性但難度不要太高的數學題目。如下說明：

老師：你比較喜歡練習課本的題目還是具有挑戰性的題目呢？

阿信：都可以，但最好是不要太難的。

老師：你覺得數學成績的好壞和什麼有關呢？

阿信：有沒有努力，還是有沒有粗心錯，或是環境如果太吵也會影響我考試有沒有辦法專心。

老師：這次考試的成績會不會影響你下次準備的心情呢？

阿信：會，如果考不好就會跟自己說要再更努力一點。

由此可知，阿信對數學有高度的興趣，且不會因為成績的好壞影響他練習數學的心情，相對的，他希望透過更努力的練習可以得到好的成績表現，而從他的解題歷程中來看，可以發現阿信在五個數學題中，皆表現出高度的堅持力，希望可以達到最後的解題目標，例如：在【N-01 睡眠時間】中，即使他沒有真的理解題目中已知條件和所求目標間的關係，但他依然不斷地探索可能的解題方向，甚至在最後，以本身的生活經驗去猜測一個可能的答案：

阿信：因為他這樣子要 50 分鐘，啊這樣子譬如說，他如果是六點起來，做完這些事情就要 6 點 50 嘛，然後他走到學校至少要 15 分鐘，所以這樣走去學校也不會遲到啊？所以如果往前面睡覺 8 小時的話，所以我覺得應該差不多是 10 點。

而這也顯示出也許是因為阿信的高自我效能支持他對解題的堅持度。

(二) 低自我效能、內部價值組

1. 小優（高成就）：

在MSLQ學習動機策略量表中的自我效能和內部價值的平均分數4.84、z分數為0.0562（N=50, S=1.60, M=4.75），顯示小優對數學的自我效能和學習學習目標導向接近平均值，沒有明顯地高或低。而從晤談內容中可以發現小優對學習數學有他本身的想法，他認為自己的成績在班上算是中間表現，但他相信自己的能力。如下所示：

老師：你覺得自己在班上的成績如何？

小優：我覺得還好，應該是在中間吧。

老師：你喜歡數學嗎？

小優：很好玩啊。

老師：你覺得考試考不好和能力有關係嗎？

小優：我相信自己的能力。

接著，在對數學的學習學習目標導向方面，他表示他喜歡看有邏輯性和挑戰性的數學題目，但他並不喜歡練習它們。不過，他也認為數學成績的好壞除了和本身的努力與否有關係之外，個人對數學的邏輯性也很重要。此外，他也表示數學成績的好壞並不會影響他學習數學的心情，如下所示：

老師：你比較喜歡練習簡單的題目還是具有挑戰性的題目呢？

小優：困難但有邏輯性的題目。

老師：你會因為這次考試成績不理想而影響你之後學習數學的心情嗎？

小優：還好，但我知道如果考試考得不好，我就必須要寫更多的練習題。

老師：你覺得考試成績的好壞和什麼有關係？

小優：粗心大意和不夠努力。

由此可知，小優本身對自己的數學能力有很大的自信，但卻認為自己在班上的數學表現普通。也許是因為他認為他有足夠的能力可以回答

具有挑戰性和邏輯性的題目，同時，他也認為認為數學成績的好壞和努力與否及推理邏輯的能力有關，但他卻表示他並不喜歡動手做。因此，他的學習學習目標導向傾向於表現學習目標導向，因為，他認為如果考試成績不理想的話，他就必須要寫更多的練習題，為了避免受到這樣的處罰，因此他會盡量的提高自己的考試成績。

由於這次的放聲思考數學題屬於非例行的題目，因此，小優在晤談過程中也表示他喜歡寫這種類型的數學題目，因此，在解題歷程中，他都表現出高度的興趣完成所有的解題任務。

2. 阿布（低成就）：

在MSLQ學習動機策略量表的自我效能和內部價值的平均分數為4.4444、z分數為-0.1937（ $N=50, S=1.60, M=4.75$ ）中，顯示出阿布對數學的動機信念是低於一個標準差的，而從晤談的內容中可以發現阿布很討厭數學，對數學也顯得很沒有自信，如下所示：

老師：你喜歡數學嗎？

阿布：其實我最恨數學了。

老師：那你覺得自己在班上的數學成績好還是不好？

阿布：還好。

老師：你對數學有自信嗎？

阿布：沒有。

此外，他也表示他比較喜歡練習和數學課本相似的題目，因為比較容易計算，而且可以得到比較高的分數。另一方面，他也承認數學成績的好壞會影響他之後學習數學的動機，如果考試成績不理想的話，他會完全沒有動力再繼續練習，相反的，如果成績不錯的話，則會比較又動

力繼續練習數學，希望可以得到好成績。如下所示：

老師：數學成績會影響你之後準備數學的心情嗎？

阿布：會啊，如果考得不好，會想說不要再念了，如果考得好的話，會變得比較想繼續練習數學，希望可以得到好成績。

老師：你覺得考試考不好的原因是什麼？

阿布：粗心、有沒有看懂題目在說什麼、有沒有努力。

老師：數學要得到好成績要怎麼做？

阿布：努力練習相似的題目。

從上述可以得知阿布本身並不喜歡數學，且學習數學的心情會受到考試成績的影響，因此，他喜歡練習和課本相似的題目，並不喜歡具有挑戰性的題目，由此可知，阿布的學習學習目標導向傾向表現學習目標導向。而從他的解題歷程來看，可以發現他對數學的低自我效能深深地影響他的解題歷程、解題行為與表現，例如：在【N-01 睡眠時間】中，因為無法想出可能的解題方向，而感到挫折的同時，他選擇放棄繼續解題，如下所示：

阿布： $480+10+5+20+15=530$ 分，530 分等於 8 時 30 分，然後再去除以 20 分，然後 $530\div 20=26.5$ ，因為一天只有 24 小時.....，這題我懶得算了....。

同樣地，在【N-02 生日蛋糕】中，他也是因為在不懂題目意義的情況下，最後選擇放棄繼續解題，如下所示：

阿布：不確定，但我不想算了。

所以，我們可以推測也許是因為阿布對數學本身的自我效能不高，導致他在解題歷程中表現出較低的堅持度，亦即只要遇到困難就會傾向

選擇放棄繼續解題。而這也顯示出自我效能會影響其解題行為。

研究者將上述討論結果整理如表 4-3-1，從表中可以知道學生本身對數學的自我效能和內部價值確實會間接地影響他們的解題行為，例如：有較高動機信念的學生在解題歷程中會表現出較高的堅持度。而這可以促進他們更努力的思考可能的解題方向或方法，獲得最後的解答。

表 4-3-1 高低自我效能和內部價值對解題行為的影響

動機信念 學生成就	自我 效能	內在價值		解題行為
		學習學習 目標導向	興趣	
高成就	高	精熟	高	解題歷程中表現出高度的堅持力，會仔細地閱讀題目理解其中條件和目標間的關係。
低成就	高	表現	高	解題歷程中表現出高度的堅持力，會努力地找出可能的解題策略和可能的答案。
高成就	中	表現	中	解題歷程中會視題目類型和情況決定是否要認真作答，例如：平時會逃避練習做數學練習題，但月考時就會認真地完成解題任務。
低成就	低	表現	低	解題歷程中很容易受到挫折而放棄繼續解題，因此，比較喜歡計算和課本題型相似的練習題。

第五章 結論與建議

本研究之研究目的是：探討國小五年級數學高低數學成就學生之自我調整學習策略、自我效能和內部價值對其解題歷程、解題行為與表現之差異性，以下將根據研究結果提出結論與建議。

第一節 研究結論與建議

一、數學學業成就高低之同學之解題歷程、解題行為與表現之差異性

Polya(1945)認為解題的歷程分為以下四個階段：1.理解問題 (Understanding the problem) 、2.擬定計畫 (Plan) 、3.完成計畫 (Carrying out the plan) 、4.回顧解答 (Looking back)，此外，Mayer (1992) 認為解題時需要具備有以下五種知識範疇：語言知識 (Linguistic knowledge)、語意知識 (Semantic knowledge)、基模知識 (Schematic knowledge)、策略知識 (Strategic knowledge) 和程序知識 (Procedure knowledge)，及需要具備有問題表徵能力和問題解決能力，如此才可能得以順利進行解題。

而在本研究中，研究者想要了解數學成就高低的學生其解題歷程和行為表現有何差異性，因此，研究者參考 Schoenfeld (1985)的解題原案巨觀分析架構表，重新制定一份符合國小五年級學童之解題歷程階段區分表，藉此來比較分析出成就高低學生之解題歷程和表現的差異性。說明如下：

1. 高成就的學生數學知識夠，卻不一定可以正確的完成解題任務：

從小威和小優的解題歷程中，他們的確表現出足夠的數學知識和技巧，但是，卻可能因為問題轉譯的能力不足或錯誤，造成最後的解題失敗。

2. 高成就的學生數學知識夠，所以願意花較多的時間在閱目和分析題目上：

從小威和小優的解題里程中，可以發現他們願意花較多的時間比例在閱讀題目上，也就是說他們在初次見到一個新的問題時，他們會先研究題目中的條

件和目標間的關連性，之後才擬定適合的解題計畫和進行運算，由此可知，了解題目中的條件和目標間的關連性對解題成功與否來說是一個很重要的階段。

3. 堅持度是影響解題表現的關鍵因素：

從阿信和阿布的解題歷程來看，可以發現他們兩個人的數學知識和技巧皆不足，但兩人解題歷程中的解題表現卻完全不同，研究發現阿信在解題過程中即使遇到很大的挫折，但他願意用本身的經驗、重新閱讀題目、嘗試可能的解題方法，只希望可以找到可能的解題方向，雖然礙於知識的不足而造成解題失敗，卻表現出很大的毅力和堅持度。相反的，阿布同樣地也因為數學基本知識的不足夠，屢屢在解題過程中發生錯誤，此時，他會表現出放棄的態度，不願意在再多花時間試試看去找尋可能的解題方法。

從上述討論可以知道不同的學生有其不同的學習特質和知識技巧，因此，如果課室中的老師面對高成就的孩子，應該要提升他們的學習動機，鼓勵他們主動的使用不同的解題策略進行解題獲得最後的答案，也許可以利用非例行性的數學問題，讓這些高成就的學生有興趣去挑戰看看，藉此提升他們的解題能力。另外，有一部分的高成就學生也許只是有足夠的數學知識而已，但其問題表徵和問題解決能力卻是不足的，因此，老師可以利用小組討論的方式，幫助這些學生說出本身的解題方法，透過大家的回饋幫助他釐清和修正原本的解題方法。

另外，老師在面對低成就的學生則應該優先加強他們的數學基本知識和技巧，因為從研究結果中發現，數學知識和技巧是影響解題結果和表現的重要因素，接著，要提升他們的學習動機，老師可以透過讚美的方式和引導的方式，幫助這些低成就的學生可以增加他們的自信心，如此願意思考可能的解題方法，進而提升他們的解題能力。

二、自我調整學習策略高低對解題行為與表現之差異性

Zimmerman (1989) 認為應該鼓勵學生使用自我調整學習的策略，例如：重新檢查是否計算錯誤，如此不僅可以獲得答案是否正確的資訊，同時也可以提升個人的自我效能，因此，研究者認為在解題的過程中，如果可以善加利用不同的自我調整學習策略，也許可以提升他們的解題表現和自我效能。以下研究者將依據第四章第二節所得到的研究結果整理如表 5-1-1 所示，說明如下：

表 5-1-1 高低自我調整學策略對高低數學成就學生之解題行為與表現的影響

學生類型 解題行為與表現	高自我調整學習 策略策略		低自我調整學習 策略策略	
	高成就	低成就	高成就	低成就
1. 課後會練習大量的數學題目	√	√	×	√
2. 上課會聽老師和同學的解題方法	△	√	√	√
3. 閱讀題目時會將關鍵字圈起來	√	√	×	√
4. 會嘗試使用自己的解題方法	√	×	△	×
5. 會先模仿老師和課本中的解題方法	×	√	△	×
6. 會透過自我解釋或自我說明的方式 監控自己的解題表現	√	√	△	×
7. 會用新的方法檢查答案是否合理	√	√	×	×
8. 遇到困難的題目時會先跳過再回頭 想	√	√	√	×

說明：「√」表示符合該項說明內容、「×」表示不符合該項說明內容、「△」表示偶而會有這樣的情況

從表 5-1-1 中，可以發現自我調整學習策略和他們的數學成就表現沒有直接的關係，例如，阿信具有很豐富自我調整學習策略，但其數學成就卻不如預期，相反的，小優則沒有表現出很多的自我調整學習策略，但是他的數學成就卻很好。因此，在一般的課室中，研究者認為可以透過形成性評量的方式，幫助每個學生都可以達到隨時監控自己和監控別人想法的目的(Paris 和 Paris, 2001)，另外，也可以提升班級數學對話的氣氛，如此也是為了幫助大家釐清彼此的解題想

法和策略是否合適(Bandura, 2002)。此外，老師也應該多觀察每個學生之課後練習所表現的解題方法，如果有發現錯誤，要立刻給予指導並加以修正等。研究者認為學生本身的自我調整學習策略會間接地影響他們的解題歷程和表現，但是，最重要的依然是先提升每個學生的數學知識和技巧，如此才可以進一步的提升他們的解題能力。

三 自我效能和內部價值對解題歷程、解題行為與表現之差異性

Zimmerman (2000) 研究也發現學生在概念改變的過程中，動機扮演著中介的角色，而從和學生晤談的內容中，同樣地也可以發現家長和老師的態度會間接的影響他們平常的解題歷程和表現。研究者將研究結果整理如表 5-1-2 所示，說明如下：

表 5-1-2 高低自我效能和內部價值對高低數學成就學生之解題歷程、解題行為與表現的影響

學生類型 解題行為和表現	高自我效能和內部價值		低自我效能和內部價值	
	高成就	低成就	高成就	低成就
1. 解題歷程中會表現高度的堅持度	✓	✓	×	×
2. 會仔細閱讀題目中條件和目標間的關係	✓	✓	△	×
3. 努力地尋求可能的解題方向和策略	✓	✓	△	×
4. 努力得到好成績是為了外在的獎賞或逃避受到處罰	×	✓	✓	✓
5. 比較喜歡計算具有挑戰的題目	✓	×	✓	×

說明：「✓」表示符合該項說明內容、「×」表示不符合該項說明內容、「△」表示視情況而定

從表 5-1-2 中可以得知學生本身的自我效能會間接地影響他們的解題行為和表現，例如：自我效能愈高的學生在解題過程中會表現出較高的堅持度，同時，也會較仔細地閱讀和研究題目中的條件及目標間的關係。另外，我們也可以發現學生本身的內部價值同樣地也會間接地影響他們的解題行為，例如：學習目標導向傾向精熟目標的學生，比較喜歡計算具有挑戰性的數學題目，相反的，表現不標導向的學生則比較喜歡計算課本中常見的練習題，因為可以得到較高的分數。

從上述討論得知，高低數學成就學生其本身的數學知識和數學能力有所不同，因此會直接的影響他們的解題歷程、解題行為和表現。然而，更進一步的來

看，我們也可以發現每個學生的自我調整學習策略來自父母或老師的提醒和教導，例如：從晤談內容中可以發現多數的老師和父母會教導學生在進行數學測驗時，一定要再一次地檢查所有的題目，或是在閱讀題目時，要拿螢光筆把關鍵字圈起來，或是要拿到高分一定要多練習數學題目等自我調整學習策略。甚至，大人們為了鼓勵學生可以拿到好的數學成績，會施以獎賞或懲罰的手段，如此卻造成學生為了得到好成績，因而決定採取模仿老師和課本所提供的解題方法或是重複地大量練習和課本相似的題目，進而愈來愈傾向表現目標導向或對數學失去學習興趣。

因此，為了提升學生主動學習的意願，也許課室中的老師在面對大部分的學生時，應該先了解每個學生的學習特質，如此可以有效的進行補救教學以提升他們的數學知識和能力。因為每個學生在面對數學題目的時候，都會先判斷自己是否有能力完成這個題目，同時也會進一步的搜尋既有的知識和技巧，為了可以完成解題，甚至在解題的過程中，會有自己的監控過程 (Zimmerman, 2002)。另外，也可以透過數學遊戲或非例行性的問題讓學生思考可能的解題方向和策略，如此可以讓學生在思考的過程中，體悟到數學和生活經驗是緊密相結合的，最後，老師可以提供足夠的時間讓不同程度的學生思考如何解題，如此不僅可以促進學生達到目標的動機，同時也可以提升他們解題的技巧和意願。

另外，老師也可以透過非例行性的題目，讓學生進行小組討論，透過同儕間的回饋和自我解釋及說明的過程，重新審視和修正原本的解題方法，如 Nicol 和 Macfarlane-Dick (2006)所認為的：好的回饋可以幫助學生重新省思自己的解題想法和解題方法是否合適和正確，因此，研究者認為，除了傳統的紙筆測驗以外，老師也可以利用形成性評量的方式來判斷學生學習數學的狀況。

第二節 對未來研究的建議

對於未來進一步的研究，研究者將從研究對象、研究方法、研究工具等方面提出一些建議。

- 一、 研究對象方面：本研究的樣本侷限於高雄市某國小五年級學童共四位，故研究所得之結果，是否會因為地區而有所不同，有待探究。另外，本研究是採用四年級的數學平均成績和 MSLQ 學習策略動機量表的分數做為挑選本研究樣本的依據，但也許是因為樣本數的不足，以至於所挑選出的四名學生在解題歷程、解題行為和表現上並未如預期所呈現，因此，在未來的研究上，研究者將再晤談更多的學生，如此可以更準確地找出不同變因所造成的研究結果。
- 二、 研究資料的收集：本研究採用放聲思考法、晤談法。對於學生解題歷程及自我調整學習策略策略方面的研究，尚有許多研究方法可以採用，例如：可以參考他們平時的上課表現，回家作業或考試時的解題表現，而可以更多元的理解他們的解題歷程。另外，改以量化的研究方法統計學生之學習成就與自我調整學習策略策略間之相關性，以利研究結果的整合。
- 三、 研究工具方面：本研究所採用的非例行性試題是參考 PISA 試題類型和五年級課程內容所編寫的，未來也許可朝開發這類測驗工具而努力。另外，本研究所採用的 MSLQ 學習策略動機量表 (Pintrich & Groot,1990)，最初是用在測量青少年學生對科學學習的動機信念和自我調整學習策略上，然而，對於國小五年級的學生來說，也許他們的年紀還太小，其對數學練習的自我調整策略、自我效能和內部價值尚未成熟，容易受到父母、老師和外環境的影響，因而導致本研究中所選取的學生其解題表現和行為並未如預期所示。因此，在往後的研究中，也許可以選取較多的學生，以利之後研究結果的比較，希望更可以清楚地比較出高低成就學生解題歷程的自我調整學習策略和動機信念的差異性。

參考文獻：

一、中文部分

莊裕庭 (2001)。國二高低數學成就學生解題之後設認知個案研究。國立高雄師範大學數學教育研究所未發表碩士論文，高雄市。

蔡啟禎 (2004)。國小中年級數學解題歷程分析。國立中山大學教育研究所碩士論文，高雄市。

陳怡靜、劉祥通(2013)。國中數學解題能力量表編製之理念。科學教育，(357), 29-37.

二、英文部分：

Bandura, A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. *Educational psychologist*, 28(2), 117-148.

Bandura, A. (2002). Social cognitive theory in cultural context. *Applied Psychology*, 51(2), 269-290.

Bassanini, A., & Duval, R. (2006). The determinants of unemployment across OECD countries: Reassessing the role of policies and institutions. *OECD Economic Studies*, 42(1), 7.

Bielaczyc, K., Pirolli, P. L., & Brown, A. L. (1995). Training in self-explanation and self-regulation strategies: Investigating the effects of knowledge acquisition activities on problem solving. *Cognition and instruction*, 13(2), 221-252.

Blanton, M. L., & Stylianou, D. A. (2003). The nature of scaffolding in under-graduate students' transition to mathematical proof. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education held jointly with the 25th annual conference of PME-NA, Vol. 2* (pp. 113-120). Honolulu, HI: University of Hawai'i.

- Boekaerts, M., & Corno, L. (2005). Self-regulation in the classroom: A perspective on assessment and intervention. *Applied Psychology, 54*(2), 199-231.
- Chapman, J. W. (1988). Learning disabled children's self-concepts. *Review of Educational Research, 58*(3), 347-371.
- Cifarelli, V., Goodson-Espy, T., & Chae, J. L. (2010). Associations of Students' Beliefs With Self-Regulated Problem Solving in College Algebra. *Journal of Advanced Academics, 21*(2), 204-232.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational psychologist, 31*(3-4), 175-190.
- Collins, J. L. (1985). Self-efficacy and ability in achievement behavior (Unpublished Doctoral dissertation, Stanford University).
- Como, L., Collins, K., & Capper, J. (1982). Where there's a way there's a will: self-regulating the low-achieving student. *Paper presented at the annual meeting of the American Education Research Association, New York, NY.*
- Desoete, A., Roeyers, H., & Buysse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities, 34*(5), 435-447.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American psychologist, 34*(10), 906.
- Garofalo, J., & Lester Jr, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for research in mathematics education, 16*3-176.
- Hoffman, B., & Spatariu, A. (2008). The influence of self-efficacy and metacognitive prompting on math problem-solving efficiency. *Contemporary Educational psychology, 33*(4), 875-893

- Kazemi, E., & Stipek, D. (2001). Promoting conceptual thinking in four upper-elementary mathematics classrooms. *The Elementary School Journal*, 59-80.
- Kilpatrick, J. (1978). Variables and methodologies in research on problem solving. *Mathematical problem solving*. In L. Hatfield (Ed.), *Mathematical problem solving* (pp. 7-20). Columbus, OH: ERIC.
- Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. In Silver, E.A.(Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research erspectives*.(pp.1-15). Hillsdale, N.J. : Erlbaum Associates.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American educational research journal*, 27(1), 29-63.
- Mayer, R.(1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research erspectives*.(pp.123-138). Hillsdale, N.J. : Erlbaum Associates.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. 387-414. New York : W. H. Freeman and Company
- Mayer, R. E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26(1-2), 49-63.
- Montague, M., & Applegate, B. (1993 a). Mathematical problem-solving characteristics of middle school students with learning disabilities. *The Journal of Special Education*, 27, 175-201.
- Nicol, D. J., & Macfarlane-Dick, D. (2006). Formative assessment and self-regulated

- learning: A model and seven principles of good feedback practice. *Studies in Higher Education*, 31(2), 199-218.
- Pajares, F., & Miller, M. D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 193.
- Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs in academic settings. *Review of Educational Research*, 66(4), 543-578.
- Pajares, F., & Graham, L. (1999). Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, 24(2), 124-139.
- Pajares, F., & Schunk, D. (2001). The development of academic self-efficacy. , Development of achievement motivation. United States. In A. Wigfield & J. Eccles (Eds.), *Development of Achievement Motivation*. (pp.1-27)
- Pape, S. J., Bell, C. V., & Yetkin, İ. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 179-202.
- Paris, S. G., & Paris, A. H. (2001). Classroom applications of research on self-regulated learning. *Educational Psychologist*, 36(2), 89-101.
- Pintrich, P. R., & De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 33
- Pintrich, P. R., Marx, R. W., & Boyle, R. A. (1993). Beyond cold conceptual change: The role of motivational beliefs and classroom contextual factors in the process of conceptual change. *Review of Educational research*, 63(2), 167-199.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It: a new aspect of mathematical method*, ed. London:

Penguin.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically : problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Macmillan Publishing Company, Maxwell Macmillan Canada.

Schunk, D. H. (1984). The self-efficacy perspective on achievement behavior. *Educational Psychologist, 19*, 208-218

Schunk, D. H. (1985). Self-efficacy and classroom learning. *Psychology in the Schools, 22*(2), 208-223.

Schunk, D. H. (1986). Verbalization and children's self-regulated learning. *Contemporary Education Psychology, 11*, 347-369

Schunk, D. H., Hanson, A. R., & Cox, P. D. (1987). Peer-model attributes and children's achievement behaviors. *Journal of Educational Psychology, 79*(1), 54

Schunk, D. H. (1991). Self-efficacy and academic motivation. *Educational psychologist, 26*(3-4), 207-231

Schunk, D. H., & Ertmer, P. A. (1999). Self-regulatory processes during computer skill acquisition: Goal and self-evaluative influences. *Journal of Educational Psychology, 91*(2), 251.

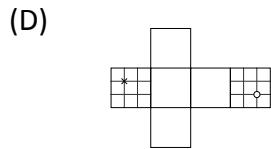
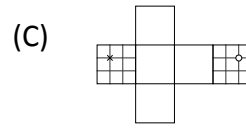
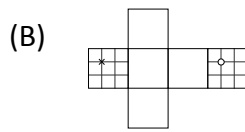
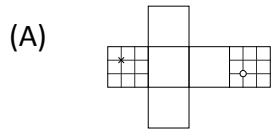
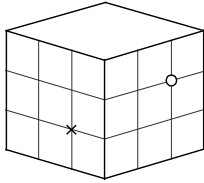
Stanic, G. Kilpatrick. J.(1988). Historical perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In R. Charles & E. Silver (Eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving* (pp.1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A

- review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research*, 78(3), 516-551.
- Zimmerman, B. J., & Pons, M. M. (1986). Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies. *American Educational Research Journal*, 23(4), 614-628
- Zimmerman, B. J. (1989). A social cognitive view of self-regulated academic learning. *Journal of Educational Psychology*, 81(3), 329.
- Zimmerman, B. J., & Bandura, A. (1994). Impact of self-regulatory influences on writing course attainment. *American Educational Research Journal*, 31(4), 845-862
- Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into Practice*, 41(2), 64-70.

(附錄A) 放聲思考練習題(P1、P2)

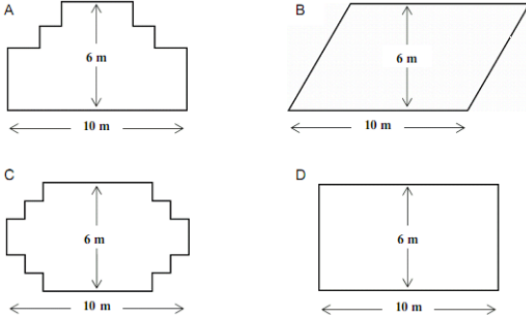
1. 將下圖正方體的相鄰兩面上各畫分成九個全等的小正方形，並分別標上○、
 兩符號。若下列有一圖形為此正方體的展開圖，則此圖為何？(99.基測二)



2. 在參加派對時，每個人見到另一個人的時候，都會握手打招呼，當天總共有
 20個人參加派對，請問，大家總共握了幾次手？

(附錄 B) 非例行性試題暨相對應指標

題號	題目內容	相對應指標
N-01 睡覺 時間	<p>學校規定 7:20~7:40 是上學時間，小明每天平均睡 8 小時，刷牙洗臉 10 分鐘，穿衣服 5 分鐘，吃早餐 20 分鐘，然後從家裡走到學校至少要 15 分鐘，請問小明平均前一天晚上最晚要幾點上床睡覺，第二天才不會遲到？</p>	<p>5-n-13 能解決時間的乘除計算問題。</p>
N-02 生日 蛋糕	<p>姊姊和妹妹決定送給媽媽一個生日禮物，姊姊說：「我每天有 30 元的零用錢，如果我每天把零用錢的$\frac{1}{3}$存起來，30 天後就可以買一個大蛋糕送給媽媽了」；妹妹則說：「如果我每天把零用錢的$\frac{1}{2}$存起來，30 天後我也可以買跟你相同的蛋糕送給媽媽了」。</p> <p>(1) 請問一個生日蛋糕要多少元？ (2) 請問妹妹一天的零用錢多少元？ (3) 姊姊和妹妹經過商量決定要一起存錢送蛋糕給媽媽，於是，姊姊每天把零用錢的$\frac{1}{3}$存起來，妹妹每天把零用錢的$\frac{1}{2}$存起來，請問，幾天後他們就可以送給媽媽生日蛋糕了？</p>	<p>5-n-07 能理解乘數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。</p>
N-03 集點 活動	<p>某超商推出「熱血集點送玩偶」活動，活動辦法為「滿 75 元一點，每 35 元再多一點，集滿 40 點就可免費獲得一個玩偶」；或是「滿 75 元一點，集滿 5 點在加 59 元，也可獲得玩偶一個」，請問要得到一個玩偶，最少要花多少錢？</p>	<p>5-a-01 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。 5-a-02 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。</p>

M-01 披薩	<p>阿寶披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的正方形披薩，大披薩的邊長 30 公分，售價是 600 元，小披薩的邊長 20 公分，售價是 300 元，請問哪個披薩比較划算，為什麼？</p>	5-n-19能理解容量、容積和體積間的關係。
木匠	<p>木匠有32公尺的木材，他想要在花園周圍做圍欄，他考慮將花園設計成以下的造型。</p>  <p>上面哪一種花園的設計是可以用長度 32 公尺的木板來圍成？</p>	<p>5-n-16能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。</p> <p>5-a-04能用中文簡記式表示簡單平面圖形的面積，並說明圖形中邊長或高變化時對面積的影響。</p>
匯率	<p>阿比寒假要去日本玩，他需要將新台幣兌換成日幣，阿比發現一元新台幣等於 3.7 元日幣，根據此貨幣兌換匯率，阿比打算將 20000 元的新台幣換成日幣，請問阿比可以換到多少元的日幣？</p>	5-n-12 能認識比率及其應用（含「百分率」、「折」）。

(附錄 C) 非例行性試題學生作答情況

學生編號	題目一 睡覺 時間	題目二 生日 蛋糕	題目三 集點 活動	題目四 披薩			題目五 木匠	題目六 匯率	成績 (第四題3 分,其餘1 分共8分)
S1	X	X	X	X	X	X	X	X	0
S2	X	X	X	X	X	X	X	O	0
S3	X	X	O	O	X	X	O	O	4
S4	X	X	X	X	X	X	X	O	0
S5	X	X	X	O	O	X	X	O	3
S6	X	X	X	O	O	O	X	O	4
S7	X	X	X	O	X	X	X	X	1
S8	X	O	X	X	X	X	X	X	1
S9	X	O	X	O	O	X	X	O	4
S10	X	O	X	O	X	X	X	X	2
S11	O	O	O	O	X	X	O	O	5
S12	X	O	X	X	X	X	X	X	1
S13	O	O	O	O	O	O	O	O	8
S14	O	O	O	O	O	O	O	O	8
S15	O	O	O	X	X	X	X	O	4
S16	O	O	O	O	O	O	O	O	8
S17	O	O	O	O	O	O	X	O	7
S18	O	X	X	X	X	X	X	X	1
S19	O	X	X	X	X	X	X	X	2
S20	O	X	O	O	O	O	O	O	6
S21	X	X	X	O	X	X	X	X	1
S22	O	O	O	O	O	X	O	O	7
S23	O	O	X	O	O	O	O	O	7
S24	O	O	O	O	O	O	O	O	8
S25	O	O	O	O	O	O	O	O	8

註1:「O」表示答對;「X」表示答錯

註2:本張考卷的平均分數4分,標準差2.981

(附錄D) 學生數學解題表現的動機與自我調整學習策略之研究問卷

各位小朋友：

本問卷想要了解你們在學習數學過程中的「動機信念」、「自我調整學習信念」與「解題策略」相關情形的知覺感受，以供相關教育人員研究參考與建議。

你的填答非常珍貴，對學術研究將有很大貢獻，因此請你照實填寫，本問卷調查採記名方式作答，調查的結果純供學術研究之用，所填答的內容絕不予外洩或移作他用，謝謝你。

國立中山大學教育學系 碩士班

指導教授：梁淑坤 博士

研究生：李昱葳 敬啟

中華民國一百零二年十一月

【問卷填答說明】

本問卷共分為五大部分：第一部分為「基本資料」共7題；第二部分為「自我效能」問卷共9題；第三部分為「內部價值」問卷共9題；第四部分為「認知策略的使用」問卷共13題；第五部分為「自我調整」共9題，請你逐一閱讀題目依據實際狀況填答。

【第一部分：基本資料】 (請於勾選之)

姓 名：_____

性 別： (1) 男 (2) 女

你的出生年月日：_____年 _____月 _____日

就讀學校：_____國小 五年 _____ 班

你有參加課外的補習嗎？ (1) 國語 (2) 數學 (3) 其他：_____

【第二部分：自我效能問卷】

(請於選項 1234567 內圈選符合的選項)	完全 做不 到	總 是 做 不 到	經 常 做 不 到	有 時 做 到 有 時 做 不 到	經 常 做 到	總 是 做 到	完 全 做 到
1. 在數學課裡我期待(預期)我可以表現得比其他同學還要 好。	1	2	3	4	5	6	7
2. 我很確定我可以理解老師在數學課中所教過的概念內容。	1	2	3	4	5	6	7
3. 我期待可以在數學課中表現得非常好。	1	2	3	4	5	6	7
4. 在數學課裡和其他同學比較,我認為我是一個好學生。 . .	1	2	3	4	5	6	7
5. 我很確定我可以解答出老師所提出的問題。	1	2	3	4	5	6	7
6. 我認為我可以在數學課裡拿到很好的成績。	1	2	3	4	5	6	7
7. 在數學課裡,我覺得我的學習技巧比其他同學都還要優 秀。	1	2	3	4	5	6	7
8. 在數學課裡,我認為我比其他同學知道更多數學的概念和 內容。	1	2	3	4	5	6	7
9. 我知道我有能力學習老師在數學課中所教的概念和內容。	1	2	3	4	5	6	7

【第三部分：內部價值】

(請於選項 1234567 內圈選符合的選項)	完全 做不 到	總 是 做 不 到	經 常 做 不 到	有 時 做 到 有 時 做 不 到	經 常 做 到	總 是 做 到	完 全 做 到
1. 我比較喜歡具有挑戰性的隨堂作業,因為這樣我可以學到 新的知識。	1	2	3	4	5	6	7
2. 在數學課中學習老師所教的內容對我來說很重要。	1	2	3	4	5	6	7
3. 我喜歡數學課中我正在學習的內容。	1	2	3	4	5	6	7
4. 我認為我可以把在學校學到的數學概念用在其他的領域 (例如:自然)。	1	2	3	4	5	6	7
5. 我經常會選一些課外的題目來練習,即使我可需要花費較 多的時間去完成它們。	1	2	3	4	5	6	7
6. 即使我考試成績不盡理想,我也會試著從錯誤中學習。	1	2	3	4	5	6	7

7. 我認為我在數學課中學到的內容對我知道新知識有所幫助。	1	2	3	4	5	6	7
8. 我認為我在數學課裡學到的內容很有趣。	1	2	3	4	5	6	7
9. 理解數學對我來說很重要。	1	2	3	4	5	6	7

【第四部分：認知策略使用問卷】

(請於選項 1234567 內圈選符合的選項)	完全 做不 到	總 是 做 不 到	經 常 做 不 到	有 時 做 到 有 時 做 不 到	經 常 做 到	總 是 做 到	完 全 做 到
1. 當我為了考試而學習數學的時候，我會把在班上學到的內容融入課本內容中。	1	2	3	4	5	6	7
2. 當我在寫數學功課的時候，我會試著回憶老師在課堂中所提到的內容，以至於我可以正確地回答正確的答案。	1	2	3	4	5	6	7
3. 對我來說要從所閱讀過的內容中決定什麼才是重要的概念是很困難的。	1	2	3	4	5	6	7
4. 當我在研究數學的時候我會把重要的概念重新用自己的話再說一遍。	1	2	3	4	5	6	7
5. 上數學課的時候，就算我沒有很清楚老師在說什麼，我也會試著去理解老師所要傳達的概念內容。	1	2	3	4	5	6	7
6. 當我為了考試複習數學的時候，我會盡可能地去記憶很多學過的內容。	1	2	3	4	5	6	7
7. 在我學習數學的時候，我會複習我的筆記內容去幫助我記憶學過的數學內容。	1	2	3	4	5	6	7
8. 當我為了考試而複習數學的時候，我會一再重複地對自己說出重要的概念和內容。	1	2	3	4	5	6	7
9. 我會使用我曾經從回家作業及課本所學過的內容去做新的數學題目。	1	2	3	4	5	6	7
10. 當我在學習數學的一個單元的時候，我會試著去把單元內的內容結合在一起。	1	2	3	4	5	6	7
11. 當我在數學課裡閱讀數學教材內容的時候，我會一再地重複告訴自己題目在說什麼，這樣可以幫助我去記憶題目內容。	1	2	3	4	5	6	7
12. 我會在我的課本裡把這個單元的重點，這樣可以幫助我學習。	1	2	3	4	5	6	7

13. 當我閱讀數學題目的時候，我會試著把做一個大綱我正在閱讀的內容和我已經知道的內容去做連結。	1	2	3	4	5	6	7
--	---	---	---	---	---	---	---

【第五部分：自我調整問卷】

(請於選項 1234567 內圈選符合的選項)	完全做不到	總是做不到	經常做不到	有時做到 有時做不到	經常做到	總是做到	完全做到
1. 我會問我自己問題確保我已經知道學過的內容。	1	2	3	4	5	6	7
2. 當我覺得數學功課很難的時候，通常我會選擇放棄或老只是溫習簡單的部分。	1	2	3	4	5	6	7
3. 即時在平常沒有要考試的時候，我也會練習很多的數學題目和回答課本中每個單元後面的問題。	1	2	3	4	5	6	7
4. 當我在學習數學內容的時候，不管內容是無聊還是不無聊，我都會把所有的題目完成。	1	2	3	4	5	6	7
5. 在我開始學習數學的時候我會先思考我需要學習的內容。	1	2	3	4	5	6	7
6. 我常常發現我在數學課裡讀過很多的數學內容，但是我都不知道這些內容是什麼意思。	1	2	3	4	5	6	7
7. 我發現當老師在說話的時候，我常常會想別的事情或是沒有真正地去聽老師所說的內容。	1	2	3	4	5	6	7
8. 一旦當我停止閱讀數學時，我會在停頓時間內去複習前面所讀的內容。	1	2	3	4	5	6	7
9. 就算我不喜歡數學課，但是我依然會努力去爭取較佳的成績。	1	2	3	4	5	6	7

～問卷到此結束，感謝你的協助～

(附錄 E) 學生學期成績與自我調整學習信念之平均分數與 z 分數

學生編號	101 年度下學期 數學平均成績 (N=25, S=8.12, M=82.27)		動機信念 (N=50, S=1.60, M=4.75)		自我調整策略 (N=50, S=1.41, M=4.70)		自我調整學習信念 (N=50, S=1.36, M=4.73)	
	平均 成績	z 分數	平均 分數	z 分數	平均 分數	z 分數	平均 分數	z 分數
S1	95.25	1.5967	5.4444	0.4312	5	0.2127	5.2222	0.3619
S2	94.625	1.5197	6	0.7812	5.7272	0.7285	5.8636	0.8335
S3	94.5	1.5043	6.2222	0.9187	5.9545	0.8897	6.0883	0.9987
S4	92.75	1.289	6.4444	1.059	6.1818	1.0509	6.3131	1.1640
S5	92.375	1.2428	5.5555	0.5	5.1363	0.3094	5.3459	0.4528
S6	91.25	1.1044	4.84	0.0562	4.28	-0.2725	4.56	-0.125
S7	90.875	1.0583	5.2777	0.325	5	0.2127	5.1388	0.3005
S8	90.75	1.0429	4.5	-0.156	3.2272	-1.0445	3.8636	-0.6370
S9	90.125	0.966	4.5555	-0.125	5	0.2127	4.7777	0.0350
S10	89.875	0.9352	5.0555	0.1906	5.3636	0.47	5.2095	0.3525
S11	89.625	0.9045	5.67	0.575	6.96	1.6028	6.315	1.1654
S12	86.125	0.4739	4.3333	-0.2625	4.2272	-0.3353	4.2802	-0.3307
S13	85.75	0.4278	4.6666	-0.0562	4	-0.49	4.3333	-0.2916
S14	85.5	0.3971	5.2777	0.325	5.7272	0.7285	5.5024	0.5679
S15	84.75	0.3048	4	-0.4687	4.0454	-0.4642	4.0227	-0.52
S16	82.5	0.028	4.5555	-0.125	3.909	-0.56	4.2322	-0.366
S17	82.125	-0.0179	3.8888	-0.5382	4.1363	-0.3397	4.0125	-0.5275
S18	78.5	-0.4638	4.17	-0.3625	3.96	-0.5248	4.065	-0.4889
S19	72.25	-1.2328	6.3333	0.9875	5.8181	0.7929	6.0757	0.9894
S20	72.05	-1.2574	3.7777	-0.6125	3.3181	-0.98	3.5479	-0.8691
S21	71.85	-1.282	3.8333	-0.575	5.0454	0.2449	4.4393	-0.2137
S22	71.75	-1.2943	4.4444	-0.1937	4.2272	-0.3353	4.3358	-0.2898
S23	71.05	-1.3817	3.7777	-0.575	3.3181	-0.98	3.5479	-0.8691
S24	56.125	-3.2163	1.1111	-2.275	1.4545	-2.30	1.2828	-2.5347
S25	33.25	-6.0302	1.3333	-2.1375	2.1363	-1.8182	1.7348	-2.2023

註 1：上面黑色粗框為高成就組的學生；下面黑色粗框則是低成就組的學生

註 2：黑色網底標示分數為這次晤談對象之相關分數

註 3：斜體字編號的學生將是研究者晤談的六位對象

註 4：動機信念的分數包含自學生的自我效能及目標導向兩個分數，研究者取其平均值

註 5：自我調整策略分數包含學生的認知策略及自我調整策略兩個分數，研究者取其平均值

註 6：自我調整學習信念分數為「動機信念」與「自我調整策略」之平均分數

(附錄 F)放聲思考指導語

各位同學大家好：

老師對於你們在解題數學讀題目時腦中到底在想些什麼相當有興趣，所以正在進行小學生數學解題的研究，這個研究需要你的幫助和協助，研究過程所獲得的數據和資料都不會讓任何人知道，此外，對你們的在校數學成績也沒有任何的影響。

研究開始的時候，我會請你們分別解幾個數學題目，在解題的過程中你們要將腦袋裡所想到的事情和內容都大聲的說出來，而這樣的過程我們稱作「放聲思考」。

由於老師無法在很短的時間之內把你的解題過程和想法全部記錄下來，因此老師會用錄影和錄音的方式記錄你所說的想法及解題過程，讓我可以將你的解題及思考過程做一個完整且清楚地描述。

在解題的過程中，有幾點需要你們的協助和配合：

1. 在解題之前，請將每個題目大聲地唸出來。
2. 在解題的時候，不論腦中出現什麼想法依定要大聲的說出來，並盡量讓別人知道你在表達什麼？
3. 在答案紙計算時，請把每一個步驟寫清楚：
4. 請不要塗掉任何的解題步驟，如果你決定不要之前的計算方式，請你在原來的算式上畫上一條線，並在後面重新寫出新的計算方法。
5. 如果你決定要改變的話，請你一定要大聲的說出：你正在改變什麼。
6. 因為每位同學都會寫相同的題目，因此請你不要和其他同學討論題目的內容，否則無法得知那位同學的真正想法，我也無法給予那位同學適當的建議和指導。

謝謝你的協助！

(附錄 G) 半結構性解題自我調整行為晤談大綱

本半結構解題自我調整行為晤談大綱的向度是依據 Zimmerman (2002) 所提出的自我調整的三個循環階段所組成的：

向度	自我調整能力	觀察重點	晤談內容
事先考慮階段	任務分析:目標設定和任務計畫	會注意题目的關鍵字句、條件並進行整理嗎? F	1. 你覺得题目的關鍵字句、條件是哪一個?
	自我動機:學習的信念, 包括自我效能、自我動機等	表現出躍躍欲試或抗拒退卻的態度呢?	1. 你覺得你有能力完成這個題目嗎? 2. 你喜歡挑戰這種類型的題目嗎?
實行階段	自我控制:特定的方法和策略的使用	會由题目所提供的條件來列式, 或適當的運用來解題嗎?	1. 可以請你解釋你寫出的內容和理由嗎?
	自我觀察:自我紀錄個人事件軌跡可能的原因, 而自我監控則是一種隱藏地覺知形式	1. 一種解題方法解題不出來時會換另一種解題方法嗎? 2. 解題時使用哪些策略?(在使用眼前這個方法時腦袋是否閃過其他的解題方法) 3. 能控制解題時間的分配及掌握解題歷程中每個步驟的正確性嗎? 4. 如何確定結果是正確的呢?(是否知道下一步要做什麼?且知道自己在解題歷程中對或錯的原因?自己能確認嗎?)	1. 你目前使用什麼方法來解決這個題目? 2. 除了這個方法以外你還有想到其他的方法嗎? 3. 你如何確定這個算式是正確或錯誤的呢?理由為何? 4. 在做题目的時候, 你可以知道下一個步驟要做什麼嗎? 5. 你認為解題的結果是正確的嗎?
自我反思階段	自我判斷:亦即自我評鑑, 和因果歸因	1. 能選擇自己較有把握或較熟悉的題目先做, 並正確地計算出來嗎? 2. 目前所使用的策略能評估其可行性嗎? 3. 對於考試成績的歸因信念為何?	1. 一看到這個題目, 你覺得你有把我把答案算出來嗎? 2. 當初使用這個策略的時候你覺得可行嗎? 3. 你覺得考試成績和智力有關還是運氣有關來是努力有關呢?
	自我反應:自我滿足的感覺對解題表現的影響	1. 是否因為解題表現好而表現出更正向的態度在往後的解題表現上?	1. 考試成績的好壞會不會影響你對數學的興趣呢? 2. 外在的獎賞會不會影響你練習數學的表現或動機呢?

(附錄 H) 半結構性個人背景晤談大綱

本晤談的目的，是想要理解你對數學的看法、學習數學的方式、對數學解題的觀感。答案沒有正確或錯誤，只是純粹想知道你對數學的一些看法而已，你的回答不會讓人知悉，僅供分析做為教學參考，所以請依據自己的想法據實回答。

1. 求學經歷：

- (1) 你最喜歡的數學老師是哪一位？為什麼？
- (2) 你幾年級的數學最好？
- (3) 現在你最喜歡哪一科？為什麼？（如果不是數學，請問數學排第幾？為什麼？）

2. 對數學的看法：

- (1) 你喜不喜歡數學？為什麼？
- (2) 你覺得你在寫數學題目如果有人說你的答案是錯的，請問你對你的答案有信心嗎？
- (3) 你覺得你的計算能力如何？
- (4) 本學期數學領域中哪一個單元你覺得最困難？為什麼？
- (5) 本學期數學領域中哪一個單元你覺得最簡單？為什麼？
- (6) 在練習數學題目的時候，你最常犯的錯誤是什麼？
- (7) 練習完數學題目時，你會檢查所寫過的題目嗎？你是檢查答案還是過程呢？通常你都如何檢查？
- (8) 你覺得數學題目都只有一種答案嗎？
- (9) 只要你看過的你都會做嗎？

3. 平常練習數學的方式：

- (1) 你平常都在那裡寫作業？何時寫？
- (2) 你需要在安靜的環境下還是吵雜的環境下練習數學練習題？
- (3) 你會自己做數學重點整理嗎？老師上課所教的重點你都會記錄下來嗎？
- (4) 寫錯的題目你會訂正並再複習一次嗎？
- (5) 上數學課之前你會先預習老師還沒有教的數學內容嗎？
- (6) 你通常都如何準備月考和小考呢？
- (7) 在寫練習題時，如果依下次你想不出來要怎麼解題的話，通常你會怎麼做呢？
- (8) 你的數學作業都是自己一個人做的嗎？還是和別人一起做的？
- (9) 你會使用參考書嗎？
- (10) 你會自己找額外的數學練習題來練習數學嗎？
- (11) 你有補習數學嗎？
- (12) 你習慣一邊說一邊練習數學嗎？
- (13) 你在考完數學後會不會猜測自己可以考幾分？猜的準嗎？
- (14) 平常上課的時候，你會聽其他同學所提供的解題方法嗎？還是你只會聽老師所講的內容？
- (15) 考試的時候，你通常會用老師所講過的解題方法還是會想想看有沒有其他的解題方法呢？
- (16) 如果考試題目是你從來沒有見過的，你會直接放棄還是會試著想想看可能的解題方法？

(附錄 I) 原案資料

說明：以下各階段代號是依據表表 2-1-4 本研究之解題歷程階段區分表中的各個解題階段所表現的行為來區分的，分別是：

R1：閱讀題目：包括閱讀問題中所有或部分問題的條件與描述。

R2：重讀題目：學生在解題的過程中會重新閱讀題目。

A1：重述題意

A2：辨別條件：知道已知數、未知數和隱含的條件

A3：畫圖表徵

A4：以字詞、圖形或符號等方式來簡化問題

A5：回憶相關訊息（如相關的概念、問題或方法等）

A6：尋找規則

A7：測試或嘗試錯誤：解題者先以數字代入測試

E1：找到新的切入點：學生可以找到題目中的條件或目標思考可能的解題方法或方向。

E2：嘗試：學生會先用數字算算看

E3：使用不相關的計算方法：學生會想要嘗試看看不同的解題方法，而這些解題方法可能無法完成題目所要的目標。

E4：考慮題目中條件和目標的關聯性，並列出可能的計算算式，求得最後的答案。

P1：有明確的目標和方向並對解題行為進行局部或全面的計畫。

P2：會隨時監控這個計畫是否可行。

I1：學生會依照擬定的計畫運用算式或之前學過的數學技巧進行解題。

I2：學生會隨時監控自己的解題行為

V1：檢查結果是否合理：學生可以用任何的方法去檢查他們所得的結果是否符合題意。

V2：會逐步的檢查每個解題的步驟。

(一)小威

【N-01 睡眠時間】

口 語 資 料	階段代號
101：讀題。(9'')	R1
102：辨別條件。(11'')	A2
103：先把所有的時間相加起來(8時=480分， $480+10+15+20+5=530$ 分， $530\div 60=8\dots 50$ ，所以需要花8小時50分)，然後...，等一下...(53'')	E4
104：重新閱讀題目(5'')。	R2
105：7點05分，最晚要7點05分出門(10'')	E1
老師：為什麼最晚要7點05分出門？	
106：因為他走路要15分鐘...，等一下等一下...，(劃掉7:05)， $10+15+20+5=50$ ，然後 $8+12=20$ ， $20:00-6:30=13:30$ ，然後...，所以最晚要6點半起床(65'')	E4
107：我知道了，要先算出他幾點起床，這樣就可以知道他幾點睡覺了。(5'')	P1
老師：為什麼最晚要6點半起床？	
108：因為睡覺時間要8小時，然後8小時要減6點半..... $8:00-6:30=1:30$ ， $12:00-1:30=10:30$ ，所以10點半要睡覺。(141'')	I1
老師：你怎麼確定你的答案是對的？	
109：因為他可以睡到6點半，所以要8小時減6:30，然後，剩下的時間就是晚上要幾點睡，所以再用 $12:00-1:30=10:30$ ，所以最晚要10點半睡，因為從12點睡到早上6點半，只有6個小時30分，所以要再往前算1個半小時，才會睡剛好8小時。(65'')	V2

【N-02 生日蛋糕】

口語資料	階段代號
201：讀題。(20'')	R1
202：因為 30 的 $\frac{1}{3}$ 是 10，一個月是 30 天。(6'')	A2
203：所以要先算一天存多少錢，再乘以 30。(3'')	P1
204： $30 \div 3 = 10$ ； $10 \times 30 = 300$ ，所以一個蛋糕是 300 元。(3'')	I1
老師：你確定你的答案是對的？	
205：恩。(1'')	V1
老師：好，那第二小題呢？	
206：讀題。(7'')	R1
207：因為姊姊零用錢的 $\frac{1}{3}$ 和妹妹零用錢的 $\frac{1}{2}$ 相同，所以...。(10'')	A1
208：先知道妹妹一天也是存 10 元，就可以知道妹妹一天的零用錢是多少元了。(3'')	P1
209：30 元的 $\frac{1}{3}$ 是 10 元；20 元的 $\frac{1}{2}$ 是 10 元；因為兩個人都是存 30 天，所以妹妹的零用錢是 20 元。(14'')	I1
老師：你確定你的答案是對的？	
210：恩。(1'')	V1
老師：好，那第三小題呢？	
211：讀題。(5'')	R1
212：因為他們兩個各存 15 天。(3'')	A2
213：所以 $30 \div 2 = 15$ 天完成。(2'')	I1
老師：你確定你的答案是對的？	
214：恩。(1'')	V1

【M-01 披薩】

口語資料	階段代號
301：讀題。(16'')	R1
302：哪一個划算。(2'')	A1
303：把小披薩和大披薩每公分的價錢算出來就可以知道哪一個划算了。(4'')	P1
304：小披薩 1 公分要賣 $300 \div 20 = 15$ 元，大披薩 1 公分要賣 $600 \div 30 = 20$ ，所以小的比較划算。(28'')	I1
老師：你如何確定你的答案是對的？	
305：因為小的 1 公分要 15 元，大的 1 公分要 20 元，所以小的比較划算。(10'')	V1

【M-02 木匠】

口語資料	階段代號
401：讀題。(40'')	R1
402：D 是長方形。(1'')	A5
403：所以長和寬相加起來好像可以。(2'')	P1
404：10+6+6+10=32，所以 D 可以。(2'')	I1
老師：那 B 可以嗎？	
405：因為它是平行四邊形，把右邊的斜線挪到左邊就可以變成一個長方形，所以可以。(13'')	A7
老師：可是這個圖形原本是斜線，你這樣挪過去就會變成直線了，那不是很奇怪嗎？	
406：右下角會對左下角，所以一樣，就是把右邊的三角形切掉，移到左邊，所以底部就是 10 公尺，寬就會變成 6 公尺。(30'')	P1
407：10+6+6+10=32，所以 B 可以。(2'')	I1
老師：你確定你的答案是正確的嗎？	
408：確定，因為我先確定木材夠不夠，再來假設它是不是要蓋斜的，所以 B 是對的。(5'')	V1
老師：那 A 可以嗎？	
409：因為.....把小的邊往外挪，寬的長度就會變得一樣了，所以長也是一樣。(31'')	A7
410：所以四個邊相加起來就可以知道有沒有 32 了。(5'')	P1
411：10+6+6+10=32，所以 A 和 C 都可以。(2'')	I1
老師：你確定你的答案是正確的嗎？	
412：確定。(1'')	V1

【L-01 匯率】

口語資料	階段代號
501：讀題。(15'')	R1
502：可以換多少日幣？。(2'')	A1
503：20000÷3.7=...，不對。(12'')	E2
504：因為要用新台幣換成日幣，因為 1 元新台幣等於 3.7 元日幣。(6'')	P1
505：所以 20000×3.7=74000 元。(5'')	I1
老師：你確定你的答案是正確的嗎？	
506：確定。(1'')	V1

(二) 小優

【N-01 睡眠時間】

口語資料	階段代號
101：讀題。(11'')	R1
102：最晚要幾點上床睡覺喔，喔，平均睡 8 小時.....。(21'')	A1
103：先把所有的時間加起來，然後用最晚上學時間扣掉，就可以知道他最晚睡覺時間了。(53'')	P1
104：10+5+20+15=50，然後把他最晚上學的時間減掉他零零總總全部要做的事情的時間，所以是 7:40-50=6:50，這 6 時 50 分是他上學之前要做的事情的時間，然後睡覺要八小時，所以 8 小時扣掉 6 點 50 分，就是 12 點以前要睡覺的時間，所以就是 8-6:50=1:10，這個 1 小時 10 分是他已經在睡覺的時間了，然後再 12:00-1:10=10:50，所以最晚睡覺時間是晚上 10 點 50 分。(109'')	I1
老師：你確定這個答案是對的嗎？	
105：等一下，我看一下（把所有的算式的答案再重新算一次），確定。(28'')	V2

【N-02 生日蛋糕】

口語資料	階段代號
201：讀題。(7'')	R1
202：1/3 存起來，很像我最近的作法。(18'')	A2
203：所以說她一天如果有 30 塊錢，他要存 1/3，所以應該就是 30 塊錢分成 3 份。然後再把每天存的錢乘以 30 天就可以買一個可愛的蛋糕。(10'')	P1
204：30÷3=10，所以她的 1/3 就是 10 塊錢，然後 10×30=300。所以第一題的答案是 300 塊錢。(18'')	I1
205：請問妹妹一天的零用錢是多少？好，它講 1/2、30 天，好，這是它給我們可愛的小重點，恩，我想想.....，唉，300、1/2、30 天。(35'')	A1
206：讀題。(10'')	R2
207：20×30=600，30×10=...。(12'')	E4
208：喔，對喔，我忘記有這邊了（10×30=300），它說她零用錢把 1/2 存起來，30 天後她就可以買一個蛋糕了。(13'')	A1
209：所以說 10×30=300，所以說這個 10 就是她的零用錢的 1/2。(15'')	P1
210：10×2=20，所以她的零用錢是 20 元。(2'')	I1
211：所以請問妹妹一天的零用錢多少元？20 元。(4'')	V1
212：讀題。(19'')	R1

213：好，首先姊姊一天存 10 元，加上妹妹一天也存 10 元。(3'')	A2
214：然後把一個蛋糕的錢再除以他們共存的錢就可以知道要存幾天了。(18'')	P1
215： $10+10=20$ ， $300\div 20=15$ ，所以說他們的天數會減半，那就把天數除以 2 就好了，所以就會等於 15 天。(9'')	I1
老師：所以你確定你的這題答案是對的？	
216：嗯。(1'')	V1

【M-01 披薩】

口語資料	階段代號
301：讀題。(7'')	R1
302：它沒有講厚度是否相同啊？。(2'')	A2
303：重新讀題。(3'')。	R2
304：喔！有，相同厚度 (2'')	A1
305：一個是 600 (寫下 600)，一個是 300(寫下 300)。(8'')	E1
306：然後把大蛋糕和小蛋糕一公分的錢算出來就可以知道哪個比較划算了。(8'')	P1
307：所以要 $600\div 30=20$ ，這是大蛋糕一公分要 20 元，感覺有點貴，然後小蛋糕邊長 20 公分，所以 $300\div 20=15$ ，這是小蛋糕一公分要 15 元，所以小蛋糕的售價比較划算。(47'')	I1
老師：你確定這個答案是對的嗎？	
308：等一下，我看一下 (把所有的算式的答案再重新算一次)，對。(9'')	V1

【M-02 木匠】

口語資料	階段代號
401：讀題。(2'')	R1
402：這是一個不規則的圖形.....這個，是要我們算面積嗎？。(13'')	A2
403：重新讀題。(12'')	R2
404：所以說他的意思是說全部的周長圍起來要剛好是 32 公尺嗎？.....可是，我不會算 (12'')	A1
老師：想想看	
405：.....，我最討厭把題目放在折角上面了.....，先算比較單純的這兩題好了 (B) 和 (D)，D 這個圖形就是兩邊是 6，另外兩邊是 10.....？ (31'')	E3
406：所以說，它是要我們求周長囉。(2'')	P1
407： $(10+6)\times 2=16\times 2=32$ ，長度 32 公尺，喔，那剛好啊，所以 D 可以。(24'')	I1

408：接下來，B 平行四邊形，平行四邊形有教過周長嗎？好像有。(12'')	A5
409：因為這邊的高是 6，所以它的斜線一定會比 6 再多一些 (18'')	P1
410：所以，B 絕對是否。(5'')	I1
411：數字都一樣喔。(2'')	R2
老師：對	
412：那我就只要算一個就好了啊。(2'')	P2
413：所以 C 和 A 中間都空了很多部分 (話上輔助線)，所以它是可行的，因為就算把木柴減掉一公尺，它還是可以圍出這個圖形。因為如果把這這個角拿開，他們不就省材料了嗎，所以答案是可行的。(35'')	I1
老師：但你確定題目是這樣說的嗎？	
414：等一下.....。(5'')	R2
415：還是可以，因為這邊貼近來這邊，這邊貼近來這邊，所以周長長度是剛好的。(26'')	I1
416：所以這兩個圖形都是同樣的道理。(3'')	I2
417：所以只有 B 是不可行的。(1'')	V1

【L-01 匯率】

口 語 資 料	階段代號
501：讀題。(26'')	R1
502：20000 元是他要換的。(3'')	A2
503：所以要 20000 元新台幣乘以 3.7。(5'')	P1
504：20000×3.7=.....我最討厭算這一大堆 0 了，等一下，2×3.7=.....好，等一下再加上 4 個 0 就好了，所以答案是 74000。(50'')	I1
老師：所以答案是 74000？	
505：我覺得不太對的感覺，大腦告訴我不對，但我說不出一個所以然。(29'')	V1
老師：你確定你的答案是對的？	
506：再重新計算一次答案，真的耶，跟我原來算的答案是一樣的，用最單純的算法在算一次，就是直接 20000×3.7=74000。(25'')	V2

(三) 阿信

【N-01 睡眠時間】

口語資料	階段代號
101：讀題。(20'')	R1
102：他平均每天睡八小時，刷牙洗臉 10 分鐘，然後穿衣服 5 分鐘，然後吃早餐 20 分鐘，走到學校要 15 分鐘，然後平均前一天要幾點上床睡覺，這樣才不會遲到。(33'')	A1
103：因為學校規定 7 點 20 到 7 點 40 是上學的時間，所以我就先把它減起來再算後面這些要做的事情的時間，所以 $7:40-7:20=20$ 分鐘，然後 $10+5+20+15=50$ ，平均八小時.....50 分鐘，等一下喔， $7:40-7:20=20$ ，中間有 20 分鐘.....好難..... $50+20=70$(142'')	E4
104：老師，這個算起來是幾點幾分嗎？。(4'')	A1
老師：對啊	
105：所以要把這兩個相減的時間再加上摸魚的時間，然後再去除以 8 就可以知道他最晚要幾點上床。(18'')	P1
106： $20+50=70$ ， $70\div 8=8\dots 6$ 。(27'')	I1
107：最晚要幾點睡覺喔。(5'')	R2
108：所以最晚要 8 點 6 分睡覺，等一下，我感覺我好像算錯了。(7'')	I2
老師：為什麼？	
109：因為他不可能這麼早睡吧。(2'')	V1
110：這裡摸了 50 分鐘，.....睡八小時喔，老師，他沒有說他要幾點起床嗎？(60'')	A2
老師：沒有耶，那你覺得他最晚要幾點起床呢？	
111：他要睡八小時.....好難喔，我想一下我想一下。(65'')	R2
112： $50\div 8=6\dots 2$ 。(6'')	E2
老師：為什麼要 $50\div 8=6\dots 2$	
113：嗯...算錯了算錯了。(3'')	V1
老師：你看得懂題目嗎？	
114：看得懂啊，他就是說學校規定 7:20~7:40 是上學的時間，然後小明平均每天就是睡八個小時，然後其他事情要花了 20，10，15，5 分鐘，他要問的是前一天晚上要幾點上床睡覺？。(45'')	A1
115：我大概覺得是 10 點。(7'')	E1
老師：為什麼？	
116：因為他這樣子要 50 分鐘，啊這樣子譬如說，他如果是六點起來，做完這些事情就要 6 點 50 嘛，然後他走到學校至少要 15 分鐘，所以這樣走去學校也不會遲到啊？所以如果往前面睡覺 8 小時的話，所以我覺得應該差不多是 10 點。(30'')	E4

老師：所以你覺得大概 10 點睡覺？	
117：對。(1'')	E4
老師：你確定你的答案是對的？	
118：確定，因為我是用猜的。(2'')	E4

【N-02 生日蛋糕】

口語資料	階段代號
201：讀題。(21'')	R1
202：1/3 要怎麼乘啊？.....1/3 要怎麼乘啊？老師，30 的 1/3 等於多少啊，我不會算。(20'')	A5
老師：1/3 就是分成三等份的意思。	
203：所以就是 $30 \div 3 = 10$ ，然後每天有 30 份。(5'')	P1
204：所以一個蛋糕是 $10 \times 30 = 300$ 元。(5'')	I1
205：重新讀題。(10'')	R2
206：所以這個 1/2(把 1/2 圈起來)也是 10 喔。(2'')	A2
207：所以...妹妹的零用錢是 15 元。(19'')	E2
208：等一下，因為妹妹每天都存 15 元，存 30 天，所以一個蛋糕是 $15 \times 30 = 450$ 元，奇怪，不一樣。(38'')	V1
老師：哪裡奇怪？	
209：因為.....1/2 就是 $20 \div 10$ ，啊，我寫錯了，妹妹的零用錢是 10 元，所以.....一個蛋糕是 $10 \times 30 = 300$ 元。(38'')	V1
老師：你確定你的答案是正確的嗎？	
210：不確定。(3'')	V2
211：重新讀題。(11'')	R2
212：確定，因為妹妹每天存 10 元，就是她的零用錢的 1/2，所以她的零用錢是 10 元，然後她會存 30 天，所以就是 10 乘以 30 就會得到 300，就是一個蛋糕的錢了。(20'')	V1
213：重新讀題。(30'')	R2
214：所以就是 $300 + 300 = 600$ 。(2'')	A7
老師：為什麼？	
215：因為他們 1/3 和 1/2 的錢全部存起來，啊，不是。(10'')	A7
216：這兩個人每天都有 10 元，她現在是要算幾天後，所以應該是要先把兩個人的錢加起來，再用蛋糕的錢去除才對。(18'')	E4
217：恩....1/3 和 1/2 的錢....重新讀題。(56'')	R2
218：我就是不懂 1/3 的錢和 1/2 的錢差在哪裡。(2'')	A2
老師：想想看	

219：30 天。(5'')	E2
老師：為什麼？	
220：因為題目說他們存 1/2，和存 1/3，每天存 10 元，.....恩，就 30 天好了。(46'')	V1

【M-01 披薩】

口 語 資 料	階段代號
301：讀題。(6'')	R1
302：耶，這題我看得懂，披薩的邊長是 30 公分，就要 600 元，邊長 20 公分就要 300 元，要看哪一個划算。(3'')	A1
303：所以就要 600 除以 30，300 除以 20，這樣就可以知道哪一個比較划算了？(13'')	P1
老師：為什麼？	
304：因為這樣求起來就是每個披薩 1 公分的價錢，所以就可以知道哪一個划算。(2'')	P1
305：600÷30=20，所以 30 公分是 20 元。(24'')	I1
306：老師，這個有小數點嗎？(10'')	I2
老師：沒有啊	
307：300÷20=15，所以 20 公分是 15 元。(25'')	I1
308：所以 15>20，等一下，我寫錯了，應該是 15<20 才對，所以小的比較划算。(9'')	I2
老師：為什麼？	
309：因為邊長 30 公分要 600 元，小的邊長 20 公分就要 300 元。(8'')	V1
老師：你怎麼確定你的答案是對的？	
310：我不確定，因為 600 和 300 剛好剖一半，啊大披薩和小披薩中間是插 10，啊 600 和 300 之間是差 300，就是這一個完整的要 600 元，可是剖一半後就是要 300 元，這個剖一半後就變 20，所以因為邊長 20 公分就要 300，邊長 30 公分就要 600，所以大的比較便宜。(67'')	V2
老師：可是你剛剛說是小的比較便宜？	
311：恩...不知道耶。(10'')	V1

【M-02 木匠】

口語資料	階段代號
401：讀題。(8'')	R1
402：這些圖形都是 32 公尺設計成的，看我們能不能圍成這些圖形。這個題目太誇張了，設計成這個樣子。(5'')	A2
403：圖 A 就是底乘高，因為它算是個梯形，所以...等一下，它是要算周長嗎？(21'')	E1
老師：嗯	
404：那先看 D 好了。(1'')	P1
405： $(10+6) \times 2 = 32$ ，因為 D 剛好足夠。(20'')	I1
406：那 B 的話，B 是平行四邊形，所以 B 也可以。(5'')	I1
老師：你如何確定 B 可以？	
407：因為這邊和這邊四個邊加起來就是 32，所以 B 可以，.....我想一下，那可能不行，因為它沒有跟我們說這兩條斜線的長度，所以可能就不行。(31'')	V1
408：接下來，A 是一個很奇怪的圖形.....就是 $10+6$ ，因為他這裡一階一階的，所以有可能大於 32，所以 A 不行。(27'')	E3
老師：你確定嗎？	
409：不知道。(2'')	V1
410：假設這段是 5 公分，這段是 10 公分。(5'')	E2
老師：但全部的總長只有 6 公分而已。	
411：喔，那就假設一段是 2，一段是 1，一段是 3 公分，那橫的一段假設是.....2，2，6，2，2。(153'')	E2
412：所以相加起來應該是夠。(5'')	P1
413：把所有的數字相加起來，所以 A 可以。(27'')	I1
老師：你確定你的答案是對的嗎？	
414：確定。(2'')	V1
415：C 和 A 有點類似，所以算法和 A 一樣。(20'')	P1
416：每一段都假設是 1 公分，然後.....假如說這裡是 2 公分，每一邊都假設是 2 公分好了，這樣加起來就會是 $2 \times 12 + 1 \times 12 = 48$ ，所以 C 不可以。(142'')	I1
T：你確定嗎？	
417：嗯.....。(5'')	V2

【L-01 匯率】

口語資料	階段代號
501：讀題。(10'')	R1
502：一元新台幣等於 3.7 元日幣。(5'')	A1
503：然後 20000 除以 3.7 就是他要換的日幣，因為這樣就可以知道他分得多少元的日幣了。(25'')	P1
504：所以 $20000 \div 3.7 = 5405.05$ 。(71'')	I1
老師：你確定你的答案是對的嗎？	
505：確定。(2'')	V1

(四) 阿布

【N-01 睡眠時間】

口語資料	階段代號
101：讀題。(13'')	R1
102：這題真的有點難解耶.....這個上學時間有 20 分鐘，然後他睡 8 小時。(20'')	A1
103：8 小時=480 分鐘，然後 $480+10+5+20+15=$ 。(54'')	E4
104：我現在先把他要花的時間先加起來，看他總共要花幾分鐘，然後再把它變成時，再去除以 20 分鐘這樣就可以知道他最晚上床睡覺時間了。(18'')	P1
老師：為什麼要除以 20 分？	
105：因為 7 點 40 分和 7 點 20 分中間相隔 20 分鐘，所以如果要算他幾點睡覺應該是要用除的。(8'')	P1
106： $480+10+5+20+15=530$ 分，530 分等於 8 時 30 分，然後再去除以 20 分，然後 $530\div 20=26.5$ ，因為一天只有 24 小時.....，這題我懶得算了....。(9'')	I1

【N-02 生日蛋糕】

口語資料	階段代號
201：讀題。(23'')	R1
202： $30\div 1/3=...$ (3'')	A7
203：姊姊有 30 元，她說每天要存 1/3 起來。(17'')	A1
204：所以 $30\div 1/3=30\div 10/30=3/1$ 。(22'')	E4
205：然後妹妹的零用錢每天要存 1/2。(5'')	A1
206：所以 $1/2=15/30$ 。(5'')	E1
老師：為什麼你都要先把分母變成 30？	
207：因為我覺得如果要換就先換成相同數字。(2'')	E3
208：所以 15/30 要乘以 30 天就知道妹妹一天存的，然後 30 天就知道可以存多少元。(30'')	P1
209：所以就是 $15/30\times 30=45/30=1/2$ ，所以蛋糕是 1/2 元。(15'')	I1
老師：你確定你的答案是對的嗎。	
210：不確定，但我不想算了。(2'')	

【M-01 披薩】

口語資料	階段代號
301：讀題。(15'')	R1
302：哪一個便宜喔？。(3'')	A1
303：先算出正方形的面積 $30 \times 30 = 900$ ，然後它的售價是 600 元，所以是 $900 \div 600$ ，價錢就知道，等一下，(把 $900 \div 600$ 擦掉)， $20 \times 20 = 400$ ，這個.....大得比較划算。(43'')	E4
老師：為什麼？	
304：因為小的面積 400，可是價錢只有賣 300，然後大的面積 900，然後售價賣 600 元，所以把他們的價錢相減， $600 - 300 = 300$ ，所以可以買兩個小的，就是.....因為大的價錢是小的兩倍，它有可能是兩個小的蛋糕變成的，譬如說：這是一個小的蛋糕，這是一個大的蛋糕，這個大的蛋糕有可能是兩個小蛋糕組成的，所以大的蛋糕賣 600 元可以買兩個小的，所以小的比較划算。(106'')	I1
老師：可是你剛剛說大的比較划算？	
305：我剛剛看錯題目了。(2'')	I2
老師：你確定這個答案是對的嗎？	
306：確定。(9'')	V1

【M-02 木匠】

口語資料	階段代號
401：讀題。(15'')	R1
402：這些是什麼圖形啊。(5'')	A5
403：我先算 D 好了，因為長方形的面積是長 \times 寬 $\div 2$ 。(15'')	P1
404：所以 $10 \times 6 \div 2 = 30$ ，所以 D 可以。(10'')	I1
405：那 B 是 $10 \times 6 = 60$ ，所以 B 不可以。(5'')	I1
406：那 A 不行，因為 A 的每邊應該都不到 10，所以不行。(5'')	I1
407：因為 A 和 C 類似，所以 C 也不可以。(5'')	I1
老師：你確定嗎？	
408：應該吧。(2'')	V1

【L-01 匯率】

口語資料	階段代號
501：讀題。(4’)	R1
502：20000÷3.7=這樣就可以知道要換多少日幣。(3’)	P1
503：所以 20000÷3.7=5405.05。(15’)	I1
老師：你確定你的答案是對的嗎？	
504：確定。(29’)	V1

(附錄 J)原案分析

(一) 小威(高成就高自我調整)

第一題(N-01)睡眠時間

學校規定 7:20~7:40 是上學時間，小明每天平均睡 8 小時，刷牙洗臉 10 分鐘，穿衣服 5 分鐘，吃早餐 20 分鐘，然後從家裡走到學校至少要 15 分鐘，請問小明平均前一天晚上最晚要幾點上床睡覺，第二天才不會遲到？

【解題歷程順序和時間】

睡眠時間												
讀題(R)												
分析(A)												
探索(E)												
計畫(P)												
執行(I)												
驗證(V)										⊗		
時間(秒)	9	11	53	5	10	65	5	141	65			
說明：⊙ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗												

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R1)：

閱讀問題中所有或部分問題的條件與描述。

2. 分析階段(A2)：

辨別題目中的條件，包括已知數、未知數及隱含的條件。從之後的結果來看，可以發現小威在分析階段中，沒有正確地辨認出隱含的條件，也就是最晚到學校的時間應該是 7 點 40 分而非 7 點 20 分，因為在此階段中小威的辨認錯誤，導致於他在這個題目中的解題是失敗的。

3. 探索階段(E4)：

考慮題目中條件和目標間的關聯性，並列出可能的計算算式，求得最後的答案。例如：先把所有的時間相加起來（8 時=480 分， $480+10+15+20+5=530$ 分， $530\div 60=8\dots 50$ ，所以需要花 8 小時 50 分）。

4. 讀題階段(R2)：

重新閱讀題目中的條件與描述。

5. 探索階段(E1)：

找到新的切入點，例如：7點05要出門，因為他發現可以先算出要幾點出門，然後知道也許可以先求出他最晚要幾點起床的時間，就可以知道要幾點睡覺，此外，我們也可以發現學生在探索的過程中，會出現不合常理的做法，例如： $8+12=20$ ， $20:00-6:30=13:00$ ，雖然在之後執行的過程中，他已經將此作法改為 $8:00-6:30=1:30$ ，但在此也可以看出學生在探索的過程中，意圖尋找新的切入點和考慮題目中條件及目標間的關聯性，並進一步地列出可能的計算方式。

6. 計畫階段(P)：

確定先把出門的時間求出來，然後再往回推算最晚要幾點起床，最後就可以知道最慢要幾點上床睡覺，在計畫的過程中，同時他也隨時監控自己的計畫是否合適，發現不合理的時候，也會立即做修正。

7. 執行階段(I)：

會按照自己所設定的計畫執行，列出計算的式子，並求得可能的答案。

8. 驗證階段(V)：

在驗證階段中，他很清楚地說出如何求得最後答案的理由和邏輯，並把所列出的計算式的答案再重新計算一次，確保最後的答案是正確的。

第二題(N-02)生日蛋糕

姊姊和妹妹決定送給媽媽一個生日禮物，姊姊說：「我每天有 30 元的零用錢，如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，30 天後就可以買一個大蛋糕送給媽媽了」；妹妹則說：「如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，30 天後我也可以買跟你相同的蛋糕送給媽媽了」。(1)請問一個生日蛋糕要多少元？(2)請問妹妹一天的零用錢多少元？(3)姊姊和妹妹經過商量決定要一起存錢送蛋糕給媽媽，於是，姊姊每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，妹妹每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，請問，幾天後他們就可以送給媽媽生日蛋糕了。

【解題歷程順序和時間】

生日蛋糕																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)															☺	
時間(秒)	20	6	3	3	1	7	8	2	14	1	5	3	3	1		
說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

閱讀題目中所有的條件與描述。

2. 分析階段(A)：

由於此題是一個題組，包含了三個小題，每次小威都可以清楚地辨別題目中的已知數、未知數及所隱含的條件，譬如：30 的 $\frac{1}{3}$ 是 10，一個月就是 30 天，或是姊姊零用錢的 $\frac{1}{3}$ 會和妹妹零用錢的 $\frac{1}{2}$ 相同，藉由這些分析，可以準確地擬定計畫，並列出接下來的計算算式，求得可能的答案。

3. 探索階段(E)：

小威在此題中並沒有進行探索的過程，或許他在分析當中已經明確的知道他要如何求得正確的答案了，因此他跳過了探索的過程。

4. 計畫階段(P)：

由於小威在這個題目中對題目中的條件和目標間的關聯性分析得很清楚，因此在擬訂計畫的過程中，會依循著分析的模式去擬定他的解題計畫，譬如：他分析「30 的 $\frac{1}{3}$ 是 10、一個月有 30 天」，所以在計畫中就知道先「求出姊姊一天的零用錢，再乘以 30 就可以知道蛋糕的價錢了」，在第二小題也是，但在第三小題中，則跳過了計畫的部分，而直接求得答案，或許是因為解題過程中的分析很清楚，讓他不需要再計畫了，而可以直接獲得答案。

5. 執行階段(I)：

會按照自己所設定的計畫執行，列出計算的式子，並求得可能的答案。不過小威在這個題目中的執行上，有時並沒有列出式子，而是利用邏輯推理的方式寫出答案，譬如：「因為兩個人都是存 30 天，30 元的 $\frac{1}{3}$ 是 10 元，20 元的 $\frac{1}{2}$ 也是 10 元，所以妹妹的零用錢就是 20 元。」

6. 驗證階段(V)：

在這個題目中，小威的驗證階段就是把題目再重新看一次，藉此看答案是否正確。

第三題(M-01)披薩

阿寶披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的正方形披薩，大披薩的邊長 30 公分，售價是 600 元，小披薩的邊長 20 公分，售價是 300 元，請問哪個披薩比較划算，為什麼？

【解題歷程順序和時間】

披薩																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)						⊗										
時間(秒)	16	2	4	28	10											
說明：⊙ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

小威閱讀完題目中的條件及描述。

2. 分析階段(A)：

小威指出題目中所要求的目標，譬如：「哪一個比較划算」

3. 探索階段(E)：

小威在此題中並沒有進行探索的過程，或許他在分析當中已經明確的知道他要如何求得正確的答案了，因此他跳過了探索的過程。

4. 計畫階段(P)：

小威知道要算出大小披薩一公分的價錢，這樣就可以知道大小披薩哪一個划算了。

5. 執行階段(I)：

會按照自己所設定的計畫執行，列出計算的式子，並求得可能的答案。

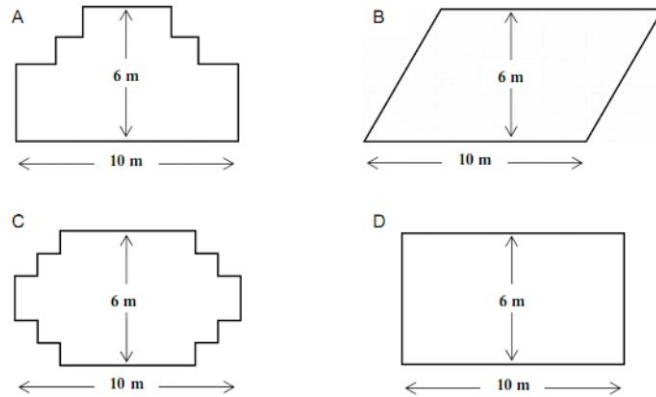
6. 驗證階段(V)：

小威會把所列出的算式之答案再重新計算一次，看答案是否正確。但是因為他只是把答案再重新算一次，看是否有計算錯，然而他在一開始分析題目的時候，就發生錯誤了，因此

他之後的解題過程就失敗了，再加上他的驗證行為僅是把算是再重新計算一次，而不是把題目重新看一次，因而導致這個題目解題失敗。

第四題(M-02)木匠

1. 木匠有32公尺的木材，他想要在花園周圍做圍欄，他考慮將花園設計成以下的造型。



上面花園的設計是否可以用長度32公尺的木板來圍成，在下表中的每一種設計圈出是或否。

花園的設計	是否能用長度32公尺的木板圍成?
A設計	是/否
B設計	是/否
C設計	是/否
D設計	是/否

【解題歷程順序和時間】

木匠														
讀題(R)														
分析(A)														
探索(E)														
計畫(P)														
執行(I)														
驗證(V)													⊗	
時間(秒)	40	1	2	2	13	30	2	5	31	5	2	1		
說明：⊙ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗														

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

在這個題目中，小威花了一段時間但只看過一次題目，之後他就沒有回頭閱讀題目了。

2. 分析階段(A)：

小威在這個題目中，每次他都會先分析每個圖形是什麼形狀，譬如：「D是長方形」或「B是平行四邊形」，如果遇到不規則的圖形，他也會分析每一段的長度為何，譬如：「把這一小段往外挪，那麼他的寬就會變成6公分了。」。

3. 探索階段(E)：

小威在此題中並沒有進行探索的過程，或許他在分析當中已經明確的知道他要如何求得正確的答案了，因此他跳過了探索的過程。

4. 計畫階段(P)：

因為小威在分析題目上很清楚，所以同樣地他也很明確地擬定出解題計畫，譬如：「把長和寬相加看是否有32公分」，可是在圖形B中，因為小威對此圖形的分析上有所錯誤，所以他所擬定的計畫就不對，因而導致之後的執行過程中也一併發生錯誤。

5. 執行階段(I)：

會按照自己所設定的計畫執行，列出計算的式子，並求得可能的答案。

6. 驗證階段(V)：

小威會把所列出的算式之答案再重新計算一次，看答案是否正確。

第六題(L-01)匯率

阿比寒假要去日本玩，他需要將新台幣兌換成日幣，阿比發現一元新台幣=3.7元日幣，根據此貨幣兌換匯率，阿比打算將20000元的新台幣換成日幣，請問阿比可以換到多少元的日幣？

【解題歷程順序和時間】

匯率																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)							☺									
時間(秒)	15	2	12	6	5	1										
說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

小威閱讀完題目中的條件及描述。

2. 分析階段(A)：

小威指出題目中所要求的目標，譬如：「要換多少元日幣」

3. 探索階段(E)：

小威在此題中先試著將 20000 除以 3.7，但馬上就發現寫錯了，因為 1 元新台幣等於 3.7 元日幣是用新台幣換成日幣，所以日幣應該變多而不是變少。

4. 計畫階段(P)：

小威知道要將日幣等於台幣乘以 3.7。

5. 執行階段(I)：

會按照自己所設定的計畫執行，列出計算的式子，並求得可能的答案。

6. 驗證階段(V)：

在此題中，小威的驗算方式就再重新計算一次，看是否有計算錯誤。

(二) 小優：(高成就低自我調整學習)

第一題(N-01)睡眠時間

學校規定 7:20~7:40 是上學時間，小明每天平均睡 8 小時，刷牙洗臉 10 分鐘，穿衣服 5 分鐘，吃早餐 20 分鐘，然後從家裡走到學校至少要 15 分鐘，請問小明平均前一天晚上最晚要幾點上床睡覺，第二天才不會遲到？

【解題歷程順序和時間】

睡眠時間																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)						☺										
時間(秒)	11	21	53	109	28											
說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R1)：

可以知道題目所要傳達的意思及條件。

2. 分析階段(A1)：

重述題意中的條件或要求的目標之相關的句子，例如：「最晚要幾點上床睡覺」、「平均睡八小時」。

3. 計畫階段(P1)：

有明確的目標和方向並對解題行為進行全面的計畫，例如：「把所有的時間相加起來，然後用最晚的時間扣掉，就可以知道他最晚睡覺的時間了。」

4. 執行階段(I1、I2)：

會按照自己所設定的計畫執行，列出計算的式子，並求得可能的答案，例如：

「 $10+5+20+15=50$ ，然後把他最晚上學的時間減掉他零零總總全部要做的事情的時間，所以是 $7:40-50=6:50$ ，這 6 時 50 分是他上學之前要做的事情的時間，然後睡覺要八小時，所以 8 小時扣掉 6 點 50 分，就是 12 點以前要睡覺的時間，所以就是 $8-6:50=1:10$ ，這個 1 小時 10 分是他已經在睡覺的時間了，然後再 $12:00-1:10=10:50$ ，所以最晚睡覺

時間是晚上 10 點 50 分」，另外，我們也可以發現小優在執行計算的過程中，也會隨時監控本身的解題行為。

5. 驗證階段(V)：

把算式重新再計算一次，檢查看看是否有計算錯誤。

第二題(N-02)生日蛋糕

姊姊和妹妹決定送給媽媽一個生日禮物，姊姊說：「我每天有 30 元的零用錢，如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，30 天後就可以買一個大蛋糕送給媽媽了」；妹妹則說：「如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，30 天後我也可以買跟你相同的蛋糕送給媽媽了」。(1)請問一個生日蛋糕要多少元？(2)請問妹妹一天的零用錢多少元？(3)姊姊和妹妹經過商量決定要一起存錢送蛋糕給媽媽，於是，姊姊每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，妹妹每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，請問，幾天後他們就可以送給媽媽生日蛋糕了。

【解題歷程順序和時間】

生日蛋糕																
讀題(R)																☺
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)																
時間(秒)	7	18	10	18	35	10	12	13	15	2	4	19	3	18	9	1
說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

因為此題有三個小題，小優在第二小題一開始的時候，並沒有在重新讀題一次，而是在探索完之後才回頭重新讀題，也許他記得一開始讀過題目中的條件與描述，但探索

後可能又要再回去確認一次，因此在重新讀題一次。

2. 分析階段(A)：

小優在分析題目的過程中，會加入自己的經驗，譬如：「這很像我最近的作法」，另外，他也會注意題目中的關鍵句子，譬如：「 $1/3$ 存起來」或「 $1/2$ 存起來，30 天後就可以再買一個蛋糕了」，最後，他也會隨時監控是否忽略題目中的任何一個條件，藉此分析題目中的已知數和未知數，譬如：「啊！我忘了已經算好的 $10 \times 30 = 300$ 了」

3. 探索階段(E)：

在第二小題中，小優才有探索的行為出現，首先他會先藉由分析中所得到的相關條件去找出可能的解題方向，接著，他會嘗試性的算算看可能的解題方法，在探索的過程中，一方面找出新的切入點，譬如：「這些小重點」另一方面也列出可能的計算算式，譬如：「 $20 \times 30 = 600$ ， $30 \times 10 =$ 」，希望可以求得最後的答案。

4. 計畫階段(P)：

當小優很肯定地分析完題目時，接著他就會擬定解題的計畫，譬如在第二小題中，小優在一開始對題目的分析只是重述提議而已，因此他沒有立即地擬定出解題的計畫，而是進行探索，一直到他了解題目中已知數、未知數及隱含的條件後，他才開始擬定解題的計畫。而在第三小題，他也是清楚地知道題目中所含條件之間的關係，譬如：「姐姐一天存 10 元、妹妹一天也存 10 元」之後，才開始擬定出解題的計畫。

5. 執行階段(I)：

小優不僅會照個擬定的計畫去列出可能的計算式子，同時在運算的過程中，他也同樣地會隨時監控自己的運算過程，譬如：「那就把天數去除以 2 就好了，還是等於 15 天。」

6. 驗證階段(V)：

把算式重新再計算一次，檢查看看是否有計算錯誤。

第三題(M-01)披薩

阿寶披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的正方形披薩，大披薩的邊長 30 公分，售價是 600 元，小披薩的邊長 20 公分，售價是 300 元，請問哪個披薩比較划算，為什麼？

【解題歷程順序和時間】

讀題(R)																				
分析(A)																				
探索(E)																				
計畫(P)																				
執行(I)																				
驗證(V)											⊗									
時間(秒)	7	2	3	2	8	8	47	9												

說明：☺ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

小優在此題中先閱讀題目中的條件及相關的描述，然後在之後的分析上注意到好像沒有提到大小披薩厚度是否相同，因此再重新閱讀題目一次，由此我們也可以發現，小優在閱讀題目的同時就已經在分析題目了。

2. 分析階段(A)：

小優注意到題目中條件與目標間的關係，因此他又從新在閱讀題目，已確定真的有辨別出已知數，未知數及隱含的條件。

3. 探索階段(E)：

小優在探索的過程中，試著寫出 600 和 300，希望藉此找到解題的新方向。

4. 計畫階段(P)：

小優在探索完題目之後，明確地擬定出解題的計畫，譬如：「先算出大小披薩 1 公分的價錢，就可以知道哪一種大小的披薩比較划算了」。

5. 執行階段(I)：

小優會依照所擬定的計畫去列出可能的算式並求出答案，在這個過程中，小優同時也

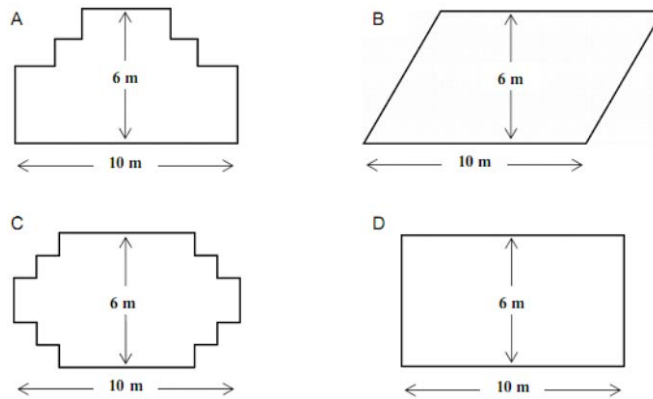
會監控自己的解題行為，並說出自己的想法，譬如：「這個蛋糕真的有點貴」。

6. 驗證階段(V)：

小優會把把算式重新再計算一次，檢查看看是否有計算錯誤。然而在此題中，小優在一開始的計畫階段就出現錯誤了，以至於之後的答案是錯的。

第四題(M-02)木匠

2. 木匠有32公尺的木材，他想要在花園周圍做圍欄，他考慮將花園設計成以下的造型。



上面花園的設計是否可以用長度32公尺的木板來圍成，在下表中的每一種設計圈出是或否。

花園的設計	是否能用長度32公尺的木板圍成?
A設計	是/否
B設計	是/否
C設計	是/否
D設計	是/否

【解題歷程順序和時間】

木匠																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)																☺
時間(秒)	2	13	12	12	31	2	24	12	18	5	2	2	35	5	29	1
說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

小優在這個題目中，除了在一開始把題目中的條件和描述看過一次以外，之後只要遇到不確定的狀況時，他也會回頭再重新打題目讀一次。

2. 分析階段(A)：

小優在分析題目的時候，主要是確定題目中的目標，譬如：「這是要算面積嗎？」或是回憶曾經學過的內容，譬如：「我們有學過平行四邊形的周常如何計算嗎」。

3. 探索階段(E)：

小優在這個題目中，只有在一開始的時候，面對圖 B 和圖 D 時，會嘗試將邊長計算看看，然後試著找出解題方向。

4. 計畫階段(P)：

在分析和探索完題目之後，小優確定要找的是每個圖形的周長，因此便擬定解題計畫，如何可以求得目標。

5. 執行階段(I)：

小優在執行的過程中，會依據之前所擬定的計畫去找出目標，但當遇到不太懂的時候，就會重新再讀一次題目。

6. 驗證階段(V)：

把算式重新再計算一次，檢查看看是否有計算錯誤。

第六題(L-01)匯率

阿比寒假要去日本玩，他需要將新台幣兌換成日幣，阿比發現一元新台幣=3.7元日幣，根據此貨幣兌換匯率，阿比打算將20000元的新台幣換成日幣，請問阿比可以換到多少元的日幣？

【解題歷程順序和時間】

匯率																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)						☺										
時間(秒)	26	3	5	50	54											
說明：☺ 表示解題成功、☹ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

小優在此題中先閱讀題目中的條件及相關的描述。

2. 分析階段(A)：

小優在此題中重新確定題目的目標是要換 20000 元的新台幣。

3. 探索階段(E)：

小優在此題中沒有任何的探索行為。

4. 計畫階段(P)：

小優在分析完題目之後，就擬定他的解題計劃就是 20000 乘以 3.7 就是可以得到的日幣。

5. 執行階段(I)：

小優會依照所擬定的計畫去列出可能的算式並求出答案，在這個過程中，小優同時也會監控自己的解題行為，並說出自己的想法，譬如：「我真的不喜歡算這一堆的 0 了」。

6. 驗證階段(V)：

在驗證過程中，小優會用平常的解題經驗回頭檢視這個解題是否正確，譬如：「我覺得不太對」，然後會重新再把題目看一次，然後再重新計算一次，確定自己的解題是正確的。

(三) 阿信 (低成就高自我調整)

第一題(N-01)睡眠時間

學校規定 7:20~7:40 是上學時間，小明每天平均睡 8 小時，刷牙洗臉 10 分鐘，穿衣服 5 分鐘，吃早餐 20 分鐘，然後從家裡走到學校至少要 15 分鐘，請問小明平均前一天晚上最晚要幾點上床睡覺，第二天才不會遲到？

【解題歷程順序和時間】

睡眠時間																
讀題(R)	■			■			■			■			■			
分析(A)		■		■						■				■		
探索(E)			■									■			⊗	
計畫(P)					■											
執行(I)						■			■							
驗證(V)									■				■			
時間(秒)	20	33	142	4	18	27	5	7	2	60	65	6	3	45	40	
說明：⊙ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R1):

閱讀題目中的條件與描述。

2. 分析階段(A1):

阿信重述了題目一次。

3. 探索階段(E4):

阿信花了相當多的時間在探索階段上，在一開始的時候，她會從一個明確地方向上下去探索，但是，之後開始嘗試將不同的數字做運算，想要試試看是否可以出現正確的解答，例如：「先將 $15+5+20+15=50$ 所有做做的事情的時間相加，然後再把 7 點 40 減掉 7 點 20，然後再把 $50+20=70$」，我們可以發現在這個探索的階段中，阿信希望可以找到解題的方向。

4. 分析階段(A1):

重新在覆述題目中的所要求的目標，例如：「這個是要算幾點幾分嗎？」

5. 計畫階段(P1)：

第一次出現全面的解題計畫，亦即「把這兩個相減的時間再加上摸魚的時間，然後再除以 8 就可以知道她最後幾點要上床睡覺了」。很明顯地，阿信的解題計畫是依據她在探索階段中所得到的方向而擬定的，因為她在探索階段中的方向已經錯誤，以至於她所擬定的解題計畫也是錯誤的。

6. 執行階段(I1)：

阿信的確有確實地照著他上述所設定的計畫列出計算算式，並求出可能的答案。

7. 讀題階段(R2)：

也許阿信覺得所得到的答案不太合理，因此她又回頭再重新閱讀題目一次，確認題目中所要求的目標為何，例如：「最晚要幾點睡覺喔」。

8. 執行階段(I2)：

阿信確認題目中所要求的目標之後，確定此題的答案為 8 點 6 分，但同時她也監控自己的解題行為，認為她好像算錯了，例如：「等一下，我感覺我好像算錯了」。

9. 驗證階段(V1)：

阿信認為結果不合理，亦即：「因為他不可能這麼早睡啊」。

10. 分析階段(A2)：

阿信重新分析題目中的已知條件、未知數及隱含的條件，例如：「這裡總共花了 50 分鐘.....，然後他要睡 8 小時」、「他有說要幾點起床嗎？」。

11. 讀題階段(R2)：

阿信重新閱讀題目中的條件和描述。

12. 探索階段(E2)：

阿信嘗試將既有的數字算算看，例如：「 $50 \div 8 = 6 \dots 2$ 」

13. 驗證階段(V1)：

阿信探索完之後，立即察覺自己算得不對，例如：「算錯了，算錯了」

14. 分析階段(A1)：

阿信重新覆述題意一次，並確定題目中所要求的目標為何。

15. 探索階段(E1、E4)：

阿信在最後的探索階段中，用平常的生活經驗去推理題目中的條件，然後猜測一個可能的答案，例如：「我猜大概是 10 點左右吧」。

第二題(N-02)生日蛋糕

姊姊和妹妹決定送給媽媽一個生日禮物，姊姊說：「我每天有 30 元的零用錢，如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，30 天後就可以買一個大蛋糕送給媽媽了」；妹妹則說：「如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，30 天後我也可以買跟你相同的蛋糕送給媽媽了」。(1)請問一個生日蛋糕要多少元？(2)請問妹妹一天的零用錢多少元？(3)姊姊和妹妹經過商量決定要一起存錢送蛋糕給媽媽，於是，姊姊每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，妹妹每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，請問，幾天後他們就可以送給媽媽生日蛋糕了。

【解題歷程順序和時間】

生日蛋糕																	
讀題(R)																	
分析(A)																	
探索(E)																	
計畫(P)																	
執行(I)																	
驗證(V)																	⊙
時間(秒)	21	20	5	5	10	2	19	79	11	20	30	12	18	56	2	5	46
說明：⊙ 表示解題成功、⊙ 表示解題失敗																	

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿信在解題的過程中，只要遇到不確定的狀況時，就會回頭再重新讀題，譬如：口語

資料 4010，就是因為在他不確定答案是否正確的狀況下，再重新讀題一次，希望可以了解題目中的條件和描述，另外，在口語資料 4016 同樣也是他再不懂 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$ 代表什麼意思的情況下，回頭再重新閱讀題目一次，因此，我們可以發現阿信共花了 128 秒的時間在閱讀題目上。

2. 分析階段(A)：

從阿信的解題歷程中來看，我們可以發現阿信對於「分數」的概念不是非常的清楚，因此他每次閱讀完題目之後，對於分數的意義就會非常的困惑，譬如：「30 的 $\frac{1}{3}$ 是多少啊」或「 $\frac{1}{2}$ 也是 10 喔」或「我就是不懂 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$ 的錢差在哪裡」，或許也因為不懂分數的概念，因此導致他之後解題上遇到很大的障礙。另外，再分析題目的過程中，阿信也會注意到題目中的關鍵字句，並將數字嘗試帶入看看，譬如：「他們 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$ 的錢全部存起來，所以是 $300+300=600$ 」，整個來看，阿信在分析題目的過程中遇到了很大的問題。

3. 探索階段(E)：

阿信在這個題目中，只有在第二小題中有探索的行為出現，它出現在題目分析完之後，阿信考慮題目中條件的關聯性，嘗試列出可能的計算方法，譬如：「每人每天都有 10 元，所以應該用蛋糕的錢去除」。但在之後他又被 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 的概念所困住，因此他並沒有明確地列出計算式子，因此，口語資料 2016 只能被認定是一個探索的過程而已。甚至，在探索的過程中，她會猜測一個和題目不相關的數字或答案，譬如，在口語資料 2018 「30 天」就是如此。

4. 計畫階段(P)：

阿信在這個題目中只有在第一小題中有明確地擬定出解題的計畫，並在之後列出運算的式子。

5. 執行階段(I)：

阿信的確有確實地照著他上述所設定的計畫列出計算算式，並求出可能的答案。

6. 驗證階段(V)：

阿信對於所求得的答案多表示不確定的態度，因此，她會回頭再重新閱讀題目、分析題目和探索可能的答案，但是，礙於對分數意義的不理解，因此，明知自己的答案不甚合理，卻又無法求得正確的答案。

第三題(M-01)披薩

阿寶披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的正方形披薩，大披薩的邊長 30 公分，售價是 600 元，小披薩的邊長 20 公分，售價是 300 元，請問哪個披薩比較划算，為什麼？

【解題歷程順序和時間】

披薩															
讀題(R)															
分析(A)															
探索(E)															
計畫(P)															
執行(I)															
驗證(V)						⊙									
時間(秒)	6	3	15	68	85										
說明：⊙ 表示解題成功、⊖ 表示解題失敗															

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿信在這個題目中花了很少的時間去閱讀題目中的條件及描述。

2. 分析階段(A)：

阿信在閱讀完題目之後，很開心的表示她有看懂題目，而這也反應在之後所擬定的非常明確地計畫上。

3. 探索階段(E)：

從分析階段中我們可以知道阿信明確地理解題目中條件之間的關係，因此，在這個題目中，她並沒有任何的探索行為出現，而是直接擬定解題的計畫。

4. 計畫階段(P)：

阿信所擬定的解題計畫很清楚，就是把大小披薩每公分的價錢算出來，這樣就可以知道何種大小的披薩比較划算。

5. 執行階段(I)：

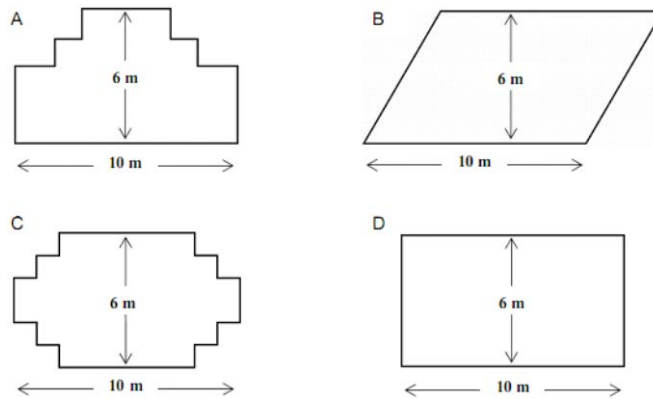
阿信的確有確實地照著他上述所設定的計畫列出計算算式，並求出可能的答案，然而，在解題的過程中，阿信對於除法的計算沒有很有把握，譬如：「老師，這個有小數點嗎？」，另外，阿信在計算的過程中，也會隨時監控自己運算的過程，因此，再發現自己算術錯誤的時候，會立刻做修正，譬如：「等一下，我寫錯了，應該是...」。

6. 驗證階段(V)：

再驗證階段，阿信會重新把題目再看一次，並用另一種解題方法重新檢查自己的答案是否正確，結果，因為用另一種方法來進行解題，因而發現和原先不一樣的答案，可是她卻不清楚為什麼。

第四題(M-02)木匠

3. 木匠有32公尺的木材，他想要在花園周圍做圍欄，他考慮將花園設計成以下的造型。



上面花園的設計是否可以用長度32公尺的木板來圍成，在下表中的每一種設計圈出是或否。

花園的設計	是否能用長度32公尺的木板圍成?
A設計	是/否
B設計	是/否
C設計	是/否
D設計	是/否

【解題歷程順序和時間】

木匠																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)																⊗
時間(秒)	8	5	21	1	25	31	23	2	155	5	27	2	20	142	5	
說明：⊙ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿信閱讀題目中所有的條件和描述。

2. 分析階段(A)：

阿信閱讀完題目之後，注意到題目中的關鍵條件，譬如：「這些圖形都是 32 公尺設計的，看我們能不能圍成這個圖形」。

3. 探索階段(E)：

阿信在這個題目中，花了相當多的時間在探索行為上，主要是因為圖形 A 和圖形 C 是不規則的圖形，小萱花了很多時間再假設每個邊長的長度是多少，但在探索的過程中，她並沒有考慮長度是否合理，也就是說，她對這個題目中的隱含條件並不清楚。

4. 計畫階段(P)：

阿信在這個題目中知道要求每個圖形的周長。

5. 執行階段(I)：

雖然阿信知道要求出每個圖形的周長，但除了圖形 D 以外，可以明確地用計算式求出正確答案以外，其他三個圖形都必須要靠本身的數學知識概念才可以解題，而阿信在解題的過程中，凸顯了她本身的空間概念是不足的，導致她的解題失敗了。

6. 驗證階段(V)：

阿信的驗證方法就是將所列出的計算式再重新算一次答案，看答案是否有算錯，可是因為在一開始就沒有真的了解題目中條件和目標間的關係，因此最後的驗證過程中就

算計算對，但最後的答案卻依然是錯的。

第六題(L-01)匯率

阿比寒假要去日本玩，他需要將新台幣兌換成日幣，阿比發現一元新台幣=3.7元日幣，根據此貨幣兌換匯率，阿比打算將20000元的新台幣換成日幣，請問阿比可以換到多少元的日幣？

【解題歷程順序和時間】

匯率													
讀題(R)													
分析(A)													
探索(E)													
計畫(P)													
執行(I)													
驗證(V)						⊖							
時間(秒)	10	5	25	71	2								

說明：⊕ 表示解題成功、⊖ 表示解題失敗

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿信在這個題目中花很少的時間去閱讀題目中的條件及描述。

2. 分析階段(A)：

阿信在閱讀完題目之後，有重新確定這個題目所要求的目標為何。

3. 探索階段(E)：

在這個題目中，阿信沒有任何的探索行為出現。

4. 計畫階段(P)：

阿信在確定這個題目的目標之後，所擬定的計畫就是將 20000 除以 3.7。

5. 執行階段(I)：

阿信的確有確實地照著他上述所設定的計畫列出計算算式，並求出可能的答案。

6. 驗證階段(V)：

阿信只是把計算式再重新計算一次，看是否有計算錯誤而以。

(四) 阿布(低成就低自我調整)

第一題(N-01)睡眠時間

學校規定 7:20~7:40 是上學時間，小明每天平均睡 8 小時，刷牙洗臉 10 分鐘，穿衣服 5 分鐘，吃早餐 20 分鐘，然後從家裡走到學校至少要 15 分鐘，請問小明平均前一天晚上最晚要幾點上床睡覺，第二天才不會遲到？

【解題歷程順序和時間】

睡眠時間															
讀題(R)															
分析(A)															
探索(E)															
計畫(P)															
執行(I)						⊕									
驗證(V)															
時間(秒)	13	20	54	26	9										
說明：⊕ 表示解題成功、⊖ 表示解題失敗															

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿布閱讀題目中所有的條件和描述。

2. 分析階段(A)：

阿布在讀完題目的時候，直接說這個題目有點難以理解，代表他確實有看完題目並知道他不太懂題目的意思，另外，他也將題目中的關鍵字句圈起來，包括有上學時間 20 分鐘，及睡覺 8 小時。

3. 探索階段(E)：

阿布先試圖回憶課堂中所學得的關於時間的相關概念，因此她先將 8 小時換算為 480 分鐘，然後再考慮題目中條件的關聯性，並列出可能的算式，包括 $480+10+5+20+15=$ ，但是最後他並沒有將答案算出來，而直接擬定解題計畫。

4. 計畫階段(P)：

阿布很清楚的將計畫設定好，包括先把所有要做的時間相加起來，而這個過程在探索階段就已經完成，接著，他認為要把所相加的時間換算為時之後，在去除以 20，這樣就可以知道最後的答案了。

5. 執行階段(I)：

阿布的確照著上述的計畫列出計算算式，並求出最後的答案 26.5，接著他有提到一天只有 24 小時，然後他就直接放棄不算了。可能的原因或許是他所得到的答案和他原本預計的答案有所差距，因此她不願意再繼續進行之後的解題行為了。

第二題(N-02)生日蛋糕

姊姊和妹妹決定送給媽媽一個生日禮物，姊姊說：「我每天有 30 元的零用錢，如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，30 天後就可以買一個大蛋糕送給媽媽了」；妹妹則說：「如果我每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，30 天後我也可以買跟你相同的蛋糕送給媽媽了」。(1)請問一個生日蛋糕要多少元？(2)請問妹妹一天的零用錢多少元？(3)姊姊和妹妹經過商量決定要一起存錢送蛋糕給媽媽，於是，姊姊每天把零用錢的 $\frac{1}{3}$ 存起來，妹妹每天把零用錢的 $\frac{1}{2}$ 存起來，請問，幾天後他們就可以送給媽媽生日蛋糕了。

【解題歷程順序和時間】

生日蛋糕																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)								⊗								
驗證(V)																
時間(秒)	23	20	22	5	7	30	15									
說明：☺ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿布閱讀題目中所有的條件和描述。

2. 分析階段(A)：

閱讀完題目之後，阿布先嘗試將數字帶入看看，譬如： $30 \div \frac{1}{3} =$ ，接著，再回頭分析題目中所要求的目標為何，和確定題目中的條件有哪些。然而我們可以發現小萱沒有完全地理解題目中條件之間的關係，甚至混淆，譬如：「題目中提到妹妹的零用錢的 $\frac{1}{2}$ 會和姐姐零用錢的 $\frac{1}{3}$ 相同，但阿布卻誤認是妹妹每天要存 $\frac{1}{2}$ 元」，因而導致之後的解題過程失敗

3. 探索階段(E)：

阿布在確定題目中所要求的目標及條件之後，便探索之些條件和目標間的關聯性，並嘗試列出可能的算式，甚至回憶學過的相關訊息，將分母都變成同樣的 30。可以發現阿布在探索的過程中，利用回憶所學的訊息嘗試列出可能的計算式子，希望可以得到正確的答案。

4. 計畫階段(P)：

阿布依據她之前探索所得到的答案，認為 $\frac{1}{2}$ 要再乘以 30 就可以知道妹妹一天可以存多少元，然後就是蛋糕的價錢了。

5. 執行階段(I)：

阿布確實依照著她所擬定的計畫去列出計算式子，並求出可能的答案。

6. 驗證階段(V)：

但對於所得到的答案卻感到不合理，但她沒有任何接下來的驗證動作，她只是憑經驗感到不合理罷了，最後選擇放棄不再進行解題。

第三題(M-01)披薩

阿寶披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的正方形披薩，大披薩的邊長 30 公分，售價是 600 元，小披薩的邊長 20 公分，售價是 300 元，請問哪個披薩比較划算，為什麼？

【解題歷程順序和時間】

披薩																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)						⊗										
時間(秒)	15	3	43	108	9											
說明：⊙ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿布閱讀題目中所有的條件和描述。

2. 分析階段(A)：

阿布閱讀完題目之後，注意到題目中的所要求的目標，譬如：「哪一個便宜」。

3. 探索階段(E)：

阿布在探索的過程中，先試著考慮題目中條件和目標間的關聯性，並列出可能的算式，譬如：「 $30 \times 30 = 900$ ，售價是 600，所以應該是 900 除以 600」，可是在探索的過程中，阿布並沒有很清楚的知道她正在探索什麼，因為她之後又把寫好的計算式擦掉，然後猜測可能的答案，譬如：「應該是大得比較划算吧」

4. 計畫階段(P)：

阿布在這個題目中並沒有擬定任何的解題計畫，也許是因為在探索的過程中，她並沒有很清楚地知道她所要追求的目標和題目中條件之間的關聯性。

5. 執行階段(I)：

阿布在這個題目中，沒有明確的執行過程，因為她在探索階段中，把可能的計算式列出來了，所以在執行階段中，她只是在進一步地解釋為什麼小的披薩比較划算，另外，

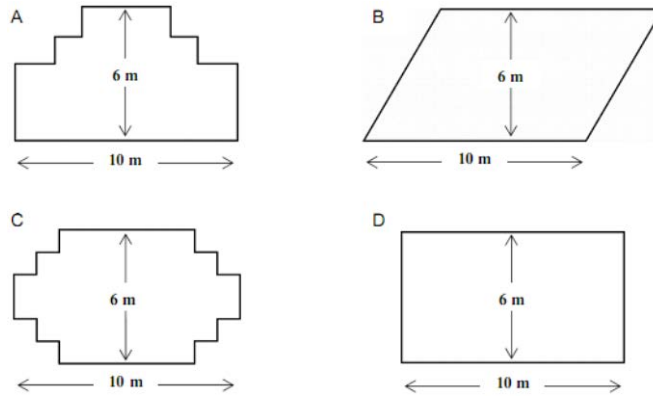
再解釋的過程中，她發現原來是小的披薩比較划算，甚至認為在探索過程中所認定的答案是錯的，因為她看錯題目了。

6. 驗證階段(V)：

阿布在最後非常地確定她的答案是對的，因為她在執行階段中說明得非常清楚，但其實她並沒有真的了解題目中條件及目標間的關係，她只是把圖畫出來，然後就是以生活經驗的方式來判斷是大披薩划算還是小披薩划算，因此，她會從主觀去判斷答案，而不是透過清楚的數學觀念和數學算是去求得正確答案。

第四題(M-02)木匠

4. 木匠有32公尺的木材，他想要在花園周圍做圍欄，他考慮將花園設計成以下的造型。



上面花園的設計是否可以用長度32公尺的木板來圍成，在下表中的每一種設計圈出是或否。

花園的設計	是否能用長度32公尺的木板圍成?
A設計	是/否
B設計	是/否
C設計	是/否
D設計	是/否

【解題歷程順序和時間】

木匠																
讀題(R)																
分析(A)																
探索(E)																
計畫(P)																
執行(I)																
驗證(V)						⊖										
時間(秒)	15	5	15	25	2											
說明：⊙ 表示解題成功、⊖ 表示解題失敗																

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿布閱讀完題目中的條件與描述。

2. 分析階段(A)：

阿布並沒有明確地分析此題目中的條件與目標間的關係，相對的，她只是說出她對這個題目的想法，譬如：「這是什麼題目啊」。

3. 探索階段(E)：

阿布在這個題目中並沒有任何的探索行為出現。

4. 計畫階段(P)：

阿布在這個題目中，試圖回想過去所學過的相類似的概念，因此，她認為這個題目的解答應該是要求面積，此外，阿布的長方形面積公式也記錯了。

5. 執行階段(I)：

阿布的確有確實地照著他上述所設定的計畫列出計算算式，並求出可能的答案，但在圖形 A 和圖形 C 中，因為圖形不規則，阿布只是用猜測的覺得他們的邊長應該是不足以 10 和 6，所以直接認定是不行的，也就是說，她並沒有任何明確的執行過程，而是依據本身的解題經驗去回答這個題目。

6. 驗證階段(V)：

阿布並沒有特別的去執行她的驗證工作，只是覺得應該對吧。

第六題(L-01)匯率

阿比寒假要去日本玩，他需要將新台幣兌換成日幣，阿比發現一元新台幣=3.7元日幣，根據此貨幣兌換匯率，阿比打算將20000元的新台幣換成日幣，請問阿比可以換到多少元的日幣？

【解題歷程順序和時間】

匯率															
讀題(R)															
分析(A)															
探索(E)															
計畫(P)															
執行(I)															
驗證(V)					⊗										
時間(秒)	4	3	15	29											
說明：☺ 表示解題成功、⊗ 表示解題失敗															

【解題階段分析】

1. 讀題階段(R)：

阿布閱讀題目中所有的條件和描述。

2. 分析階段(A)：

阿布閱讀完題目之後，注意到題目中的所要求的目標，譬如：「要換多少日幣喔」。

3. 探索階段(E)：

阿布在此題中沒有任何的探索行為出現

4. 計畫階段(P)：

阿布在確定題目中的目標和條間之後，就擬定她的解題計畫，就是用 20000 除以 3.7 就可以得到答案了。

5. 執行階段(I)：

阿布依據她所擬定的解題計畫列出計算式子並求得正確的答案。

6. 驗證階段(V)：

阿布最後只是再重新計算一次，檢查看答案是否算錯。

(附錄 K) 個案晤談內容

(一) 小威

小威本身是資優班的學生，所以他比別人有機會練習到更多較具有挑戰性的數學題目，所以，他覺得自己的成績在班上算是不錯的。此外，他並沒有參加課後的補習班，因此，平時在家所練習的數學通常都是他自己去找些課外的題目來做練習。同時，他也表示他喜歡練習有情境的、比較困難的數學題目。另外，他認為數學成績的好壞除了和努力與否有關以外，和本身的智力也有很大的關係。不過，他不會因為數學成績不好而影響他之後準備數學的心情，他覺得那是兩件事。

在家中，小威有個同樣身為資優生的哥哥，他透露爸爸媽媽並不會要求兄弟倆數學的成績，而他本身也不會和哥哥比較分數高低。在學校，他則很少聽老師在課堂中所講解的內容，因為他覺得老師所教的內容他聽不太懂，所以通常他都會自己照個課本算，真的不會時才會聽聽看老師的解題方法。另外，在考試的時候，他會先把題目中的關鍵字圈起來，然後再仔細地把題目看過一遍，通常他都會先嘗試自己的解題策略和方法，如果真的無法完成解題，才會想想看老師教過的方法。如果遇到不會計算的題目時，他採取的策略是先跳過，如果還有時間再回頭慢慢想。

最後，他表示在這個學習當中，他最不喜歡的單元是「估算」，因為要花很多的時間在計算上，而他覺得最簡單的單元是「多邊形的內角和」和「梯形面積」，因為只要帶入公式就可以得到答案了。

(二) 小優

小優在班上的數學成績表現不錯，但他對於自己在班上的成績表現卻認為只是普通而已，不過他也提到他其實很喜歡數學，且對自己的數學能力也很有自信，只是，他真的很討厭做數學題目，如果真的要練習的話，他比較喜歡練習有邏輯型和挑戰性的數學題目。

在做數學題目的時候，他會很快地把題目看過一遍，而且他很自豪自認為通常只要看完題目，他就已經知道題目在說什麼了，而這歸功於他平常有看長篇小說的習慣，讓他可以很快地知道題目要求的是什麼。也因此，困難的題目和簡單的題目對他來說都是一樣的，就是把答案求出來就好了。而平常上課的時候，他會很專心的聽老師和同學分享他們的解題方法，然後，順便思考自己的解題想法和他們有什麼不一樣。

在考試的時候，他表示前一天他也不會特別的去做複習，如果遇到不會計算的情況時，他會先想一下老師所教過的做法，不過，通常他會花很多的時間在求出最後的答案上，導致於後面的題目來不及寫完，但他表示他容許自己這樣。如果是他會算的題目，那麼他就會用自己的解題方法去計算，不過，他很討厭檢查題目，所以通常都是一寫完試題，他就會直接交卷。至於他覺得成績考不好的其中一個原因是邏輯對對，就是一開始就想錯方向了，另一個原因則是計算錯誤，所以如果真的要檢查的話，那麼他就會先看一下他的解題邏輯合不合理，然後再重新計算一次看答案有沒有錯誤。最後，他表示考試成績達到媽媽所期望的標準時，他最大的獎勵就是不用在寫很多的數學練習題，相反的，若成績考得不理想，就必須要寫大量的數學練習題。

而在本學期中，他表示他最討厭的單元是「面積」，但卻最喜歡計算「面積」，因為每次計算都可以慢慢地想，得到最後的答案是會很有成就感，另外他也表示考試的成績並不會影響他之後準備數學的心情。此外，他也表示他最喜歡的老師是中年級的老師，因為那個老師上課很認真。

(三) 阿信

阿信在班上的成績不是很好，他也認為自己在班上的成績表現還好。不過，他卻表示他很喜歡算數學，雖然他覺得數學很難。因為阿信在課後會去安親班補習數學，所以他在課後會練習大量的數學題目，如果遇到不會的問題時，在學校他會請教老師，在家裡，他則會請教他的爸爸，。他認為學校的老師和爸爸都會很有耐心的教他，直到他聽懂為止。而且他也透露爸爸媽媽不會因為他的成績不理想而加以責備他，反而會安慰他：「考不好，沒關係，懂就好了」。不過，他卻表示平常在上課的時候，他不太會去聽其他同學發表的內容，因為他聽不太懂他們在說什麼，所以他就會先練習課本中的練習題。

最後，他覺得如果要拿到好的數學成績，最重要的就是要努力的練習大量的數學題目，所以在家裡和在安親班中，他都會寫很多的數學題目，但都是和課本練習題相關的題目。所以，當他在進行解題的時候，他會先使用自己的方法試試看答案對不對，如果不行，才會想想課本和老師教過的方法。另一方面，就是要小心不要計算錯誤，所以在考試的時候，只要還有剩下的時間，他一定會檢查自己的答案對不對，而他的檢查方法就是把題目再重新看一遍，然後，他會用另一種計算方法再算算看，看所求的答案和原來的答案是否相同。最後，他也認為看不看得懂題目也很重要，因為，如果看得懂題目的話，就會寫了。通常此外，考試的成績其實會影響他之後準備考試的心情，若這次考得不好，他就會跟自己說：「沒關係，下次要再更努力一點」。

(四) 阿布

阿布在班上的數學成績並不好，而他自己也表示他也很不喜歡數學這個科目，因為只要數學成績不理想，他就會被媽媽和安親班老師處罰，甚至安親班老師會大聲斥責他說：「這不是教過你了嗎，怎麼還會寫錯」，而媽媽則會跟自己說：「下次再考好一點」，但不會罵他。另一方面，他也表示如果考試成績不錯的話，他媽媽並不會給他任何的獎勵，但他很想跟媽媽要求不要再去安親班了。

阿布因為在安親班的關係，所以有機會練習大量的數學題目，不過他卻表示寫這麼多的題目對他的成績只有一點點的幫助，因為，寫這麼多的題目可以讓他把很多的答案記下來，如果考試的題目剛好又是這類的題目，那麼他就可以考得很好了。因此，他比較喜歡練習和課本練習題相關的題目，而不喜歡練習有挑戰性困難的題目。而且，他更進一步的表示，如果遇到太難不會計算的題目時，通常他都會先選擇放棄，等到最後還有時間計算的時候，再回頭想想看，這時候，他會先想想看老師教過的方法，然後還是真的無法解題的時候，他就會放棄繼續解題了。

此外，他認為數學的成績好壞和努力有很大的關係，不過，他卻會因為這次的成績不理想而影響之後準備數學的心情，甚至會想說，乾脆放棄算了。相反的，如果這是考試成績很好的話，他也會提醒自己不可以太驕傲，不然就會忘記要繼續努力練習題目了。

而他在解題的過程中，首先他會先用螢光把題目中的關鍵字圈起來，然後想一下，有時候會用畫圖的方式幫助他理解題目中的意思，如果還是不懂的話，就會再重新看一次題目，然後想想看老師教過的方法，若真的不行，會選擇放棄，若完成解題，則會重新再把題目看一次，然後重新計算一次，看答案是否和原來的答案一樣。

最後，他表示因為在三四年級的時候，數學變難了，所以他的成績開始退步，從那個

時候開始，他就開始討厭數學，而且也對數學很沒有自信。此外，他覺得本學期中最難的單元是「時間的乘除」，因為常常在單位換算的過程中發生錯誤，而他覺得最簡單的單元是「因數倍數」，因為當他找到人家沒有發現的答案時，他會很有成就感。同時他也表示，如果考試都可以考只要背公式就可以得到答案的題目的話，他會覺得很高興。