

## A. 數與計算的教材及教法

1. 應用題佈題及解題-2

## 分數除法的題目 Ma, Li-ping (1999)

1. 計算: 
$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

學題。

## 23位美國教師分數除法的呈現方式 1/2

• 即使有43% 的美國老師能成功的計算

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$
,只有一位老師能為  $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ 

編個故事。

## 23位美國教師分數除法的呈現方式 2/2

- · 在這23位老師中,有6位無法舉出適當的例子,16 位在舉例時產生迷失概念,如下:
- \*除以 $\frac{1}{2}$ 和除以2的困惑
- \*困擾除以 $\frac{1}{2}$ 和乘以 $\frac{1}{2}$ 的困惑
- \* 三個概念的困惑: 除以  $\frac{1}{2}$  ; 除以2; 乘以  $\frac{1}{2}$

· 總數72位的中國教師之中,有65位可以寫 出總數80題運用分數除法的應用問題。

共三種除法的模式:<u>測量模式、分割模式</u> 以及乘積和商的模式。

- $1\frac{3}{4}$ 呎÷ $\frac{1}{2}$ 呎= $\frac{7}{2}$ (測量模式)。
  - $1\frac{3}{4}$  呎 $\div\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$  呎 (分割模式)
  - $1\frac{3}{4}$  平方呎 $\div\frac{1}{2}$  呎 $=\frac{7}{2}$  呎 (乘積和商的模式)

和上面式子相對應的問題可能是:

1. 一個 $\frac{3}{4}$  呎長的物品可以分成幾個  $\frac{1}{2}$  呎?

和上面式子相對應的問題可能是:

2.如果一個物品的一半長是 1 分 呎,請問這一個物品的全長有多少?

和上面式子相對應的問題可能是:

3. 如果一個長方形的面積是  $1\frac{3}{4}$  平方呎,它的一邊是  $\frac{1}{2}$  呎,請問另一邊是多少?

• 測量模式的除法:

「找到裡面有幾個  $1\frac{3}{4}$ 」或「找到 $1\frac{3}{4}$ 是 $\frac{1}{2}$ 的幾倍」

- 教師們所提出的題目中,有16題的應用題 所呈現的是這兩種概念。
- 有8題是代表「找到 $1\frac{3}{4}$ 裡面有幾個 $\frac{1}{2}$ 」的概念。

#### 應用問題:

1. 有一輛火車在兩個車站之間行駛,從A站到B站是上坡,從B站到A站是下坡。從B站到A站要花 1<sup>3</sup>小時,這只是從A站到B站到A站要花 1<sup>4</sup> 件時間,請問從A站到B站要花多少時間?

#### 應用問題:

2. 媽媽買了一盒糖果,她把糖果的<sup>1</sup>/<sub>2</sub>重量 1<sup>3</sup>公斤給奶奶,請問這一盒糖果原本全部 重多少公斤?

應用問題:

3.  $花1\frac{3}{4}$ 元去買 $\frac{1}{2}$ 塊蛋糕,請問整塊蛋糕賣多少元?

#### 應用問題:

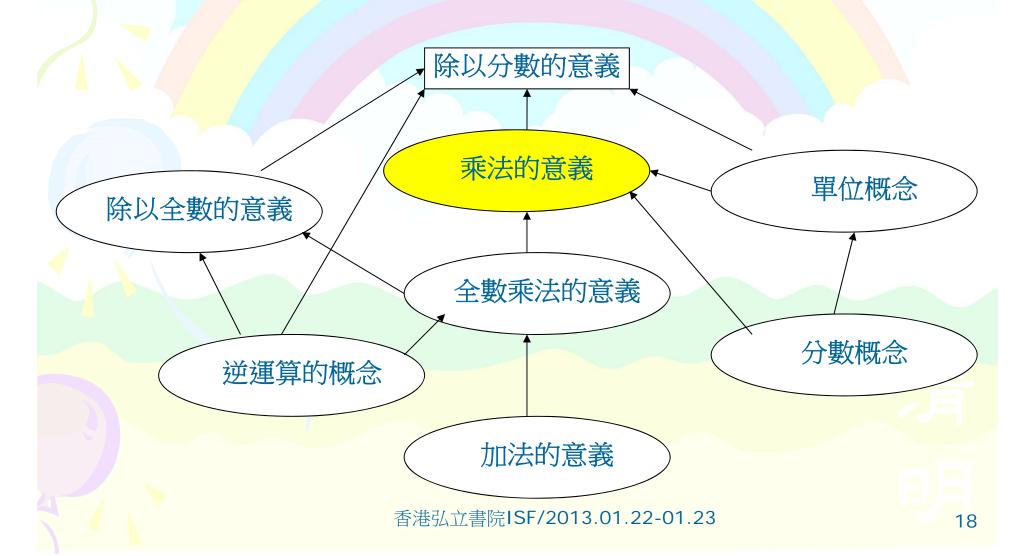
4. 吾人知道長方形的面積是長和寬的乘積。 假如長方形木板的面積是  $1\frac{3}{4}$ 平方公尺,寬是  $\frac{1}{2}$ 公尺,它的長是多少?

## 分數乘法的意義

透過分數除法出題可發現老師提到許多概念:全數乘法的意義、把除法視為乘法逆運算的概念、全數除法的模型、乘以分數的意義、分數的概念、單位的概念等等。

• 下頁圖簡要說明彼此關係:

## 分數乘法的意義



## A. 數與計算的教材及教法

2. 兩位數的加、減法

- 佈題的技巧
- (一)低年級加減法文字題的易難度,有幾個具體因素:
- ✓語意
- ✓ 數字大小
- ✓進退位及情境

#### 1. 語意共四種

• 改變型 CHANGE:數目之多少有轉變,是因為物件的多少,在時間一或二有添加(減少)的動作,使結果量有轉變。

	起始量	改變量	結果量		
1	$\checkmark$	$\checkmark$	×		
2	<b>✓</b>	×	<b>✓</b>		
3	×	<b>√</b>	<b>√</b>		

- 合拼型 GROUP
- 比較型 COMPARE
- 等同型 EQUALIZE

- 改變型 CHANGE
- 合拼型 GROUP
- 比較型 COMPARE
- 等同型 EQUALIZE
- 數字教學研究顯示,前二種較容易,後二者較難, 而同一數型中,未知數是結果量是最容易。

#### 2. 數字大小, 進退位

 若以100以內之數字,學童對加減可用數數字 (Counting)或計算方式來解。由於直式算法到十 位值(十進制),對小學一年級孩子來說,有困難。 因此,加減文字題之數字不宜太大,就算仍是2位數 的加減法文字題,進位題可用數數方式求解。

- 2. 數字大小, 進退位
- 例:19顆糖和2顆糖。

學童數19、20、21,接著得到「21」為答案,

若教師要求 19

+21

則學生未必易懂。

#### 3. 情境

熟悉的情境如公車站、文具店都是容易入手的,可是,陌生的題目,就算用相同的語意、相同的數字,對學生來說,其難度就變高。

- 佈題的技巧
- (二)如何使教科書的文字題更易懂? 教師口頭佈題技巧如下:
- (1)分段佈題
- 1-1 若題目過長,教師宜分段佈題(P.9第2題)。
- 例如:「買三杯東西共用多少元」可改為先買A,
- 再買B,合共多少,最後買C,才問三杯東西的價錢。

#### (1)分段佈題

1-2 若題目太直接「木瓜比蘋果多多少個」

可以先問木瓜多少個,再問蘋果多少個,然後增加一小題「到底木瓜多還是蘋果多?」,最後,才問此題,這分段方式佈題對孩子來說會比較容易。

#### (2) 使用教具用具體物表示題目中的物件

具體物可派上用場,教師可用圖卡,而學童可在座位中使用珠粒把題目的情況具體表示。半具體階段則是用圈圈(〇)代替。至於抽象的用阿拉伯數字,於具體或半具體階段通過後,才請學生寫下題目意思於算式中。

(由於教具分配問題,此部分不宜用數字太大的題目。)

#### (3) 對課本題目改變難度

- 操弄語意、數字大小或更換孩子喜愛之情境及人物。
- 小一題目如下: (參考康軒版本課本)

- 一年級:加和減的應用(第13單元)
- 1. 加法應用題(情境:零食店)
- 1-1 二位數加二位數(沒進位,合拼型,GROUP)
- 1-2 二步驟題(有進位,合拼型,GROUP)
- 2. 减法應用題(情境:旅遊車)
- 2-1 二位數減個位數(沒退位,比多,COMPARE)
- 2-2 二位數減二位數(沒退位,比少,COMPARE)
- 2-3 二位數減二位數(沒退位,等同,EQUALIZE)

- 一年級:加和減的應用(第13單元)
- 3. 加減應用題(合共GROUP、改變CHANGE、倍加GROUP)
- 3-1 二位數加二位數(沒進位,合共GROUP)
- 3-2 二位數減二位數(沒退位,改變CHANGE)
- 3-3 二位數加二位數(有進位,合共GROUP)
- 3-4 二位數減二位數(沒退位,比少,COMPARE)
- 3-5 二位數減二位數(沒退位,比少,COMPARE) 小數字先呈現,大數字後呈現
- 3-6 二位數加二位數(沒進位,比多,COMPARE)
- 3-7 二位數加二位數加二位數(有進位,合共GROUP;連加) 問共有羊、鴨和雞(均是動物)多少隻?

- 分析:教師於佈題前宜檢查以上課本之安排是 否合適,再因應下列因素去佈題:
- ✓語意
- ✓數字
- ✓情境

#### • 佈題的技巧

(三)比較型題目之教材處理:

教師若以A比B為主旨,可以使用合宜之數字大小以及熟悉的情境,務求讓學生接觸到各種比較型的題目。

比較型題目結構中包含三個量: 參照量、比較量、差異量

• 例一:水餃比多題

爸爸吃水餃15粒,媽媽吃水餃10粒,爸爸比媽媽多吃 幾粒?

參照量:爸爸的15粒

比較量:媽媽的10粒

差異量:未知(答:5粒水餃)

對學生來說,通常比多題較易,以下的比少型(例二)
則較困難。

• 例二:水餃比少題

#### 做表看看:

參照量	比較量	差異量		
10	15	5		

說說看:媽媽吃水餃10粒,爸爸吃水餃15粒,媽媽比爸爸少吃幾粒?

例二的計算,仍是15-10=5,可是,此「比少」題較「比多」題(例一)難。

• 題目表徵型式測驗題型分佈情形

	表徵形式		複本甲		複本乙			複本丙		
	語意結構	圖畫	短語	文字	圖畫	短語	文字	圖畫	短語	文字
,	結果量未知(+)	(3)		(2)	(2)	(3)			(2)	(3)
	結果量未知(-)		(7)	(5)	(5)		(7)	(7)	(5)	
	改變量未知(+)		(14)	(11)	(11)		(14)	(14)	(11)	
	改變量未知(-)	(12)	(15)			(12)	(15)	(15)		(12)
	總數未知	(1)	(4)			(1)	(4)	(4)		(1)
1	差異量未知(+)		(10)	(8)	(8)		(10)	(10)	(8)	
	差異量未知(-)	(6)	(9)			(6)	(9)	(9)		(6)
-	參照量未知(+)	(18)		(20)	(20)	(18)			(20)	(18)
	參照量未知(-)	(19)		(21)	(21)	(19)			(21)	(19)
	多餘資訊題(3 題)	(3)	(17)	(16)	(16)	(13)	(17)	(17)	(16)	(13)
	合計	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	總計	21			21			21		

註:(1)~(21)表示複本甲、乙、丙的題號

• 活動:教師佈題

請老師把加減法撲克牌洗牌,平均分配後,抽一張

- 1. 用算式寫下題目意思,例如:13-8=5
- 2. 語意是:改變/合拼/比較/等同(請圈出)
- 3. 情境:熟悉/陌生(請圈出)
- 4. 用你認為你的學生易懂的語意或情境,再出一題數字相約的題目,寫下來。

~~~~~謝謝~~~~Thank you~~~~~~

~~~~~~~休息片刻~~~~~~~





明

#### 1. 教師佈題

「一條緞帶」6m長, $\frac{1}{2}$ m長可做蝴蝶結一個,問一共可做幾個蝴蝶結?」

S1:6、5
$$\frac{1}{2}$$
、5、4 $\frac{1}{2}$  ... (遂次遞減法);

(停止數下去)答:12個。

S2:
$$\frac{1}{2}$$
、 $\frac{2}{2}$ 、 $\frac{3}{2}$  ...  $\frac{12}{2}$  (往上數法);

(停止數下去)答:12個。

#### 1. 教師佈題

「一條緞帶」6m長, $\frac{1}{2}$ m長可做蝴蝶結一個,問一共可做幾個蝴蝶結?」

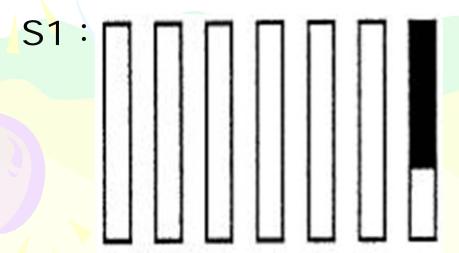
S3:6÷
$$\frac{1}{2}$$
 = 6× $\frac{2}{1}$  = 12,答:12個。(除法)

$$S4:\frac{1}{2} \times 12=6$$
,所以是12個。(乘法)

#### 2. 重新佈題 I 【分數÷分數】

另一條緞帶 $6\frac{2}{3}$ m長,做一個蝴蝶結用 $\frac{5}{6}$ m長的緞帶,問可做幾個?

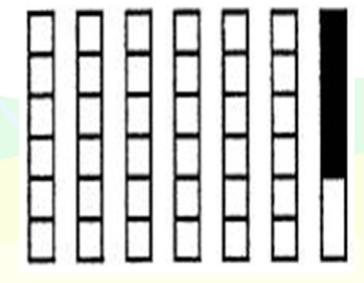
由於此分數不好加減,學生可能出現之方法如下:



#### 2. 重新佈題 I 【分數÷分數】

另一條緞帶 $6\frac{2}{3}$ m長,做一個蝴蝶結用 $\frac{5}{6}$ m長的緞帶,問可做幾個?

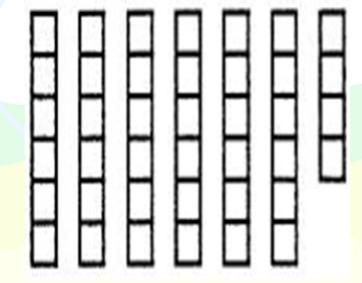
S2 :



#### 2. 重新佈題 I 【分數÷分數】

另一條緞帶 $6\frac{2}{3}$ m長,做一個蝴蝶結用 $\frac{5}{6}$ m長的緞帶,問可做幾個?

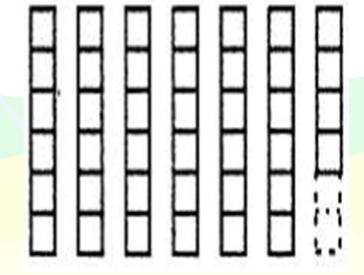
S3:



#### 2. 重新佈題 I 【分數÷分數】

另一條緞帶 $6\frac{2}{3}$ m長,做一個蝴蝶結用 $\frac{5}{6}$ m長的緞帶,問可做幾個?

S4:



#### 2. 重新佈題 I 【分數÷分數】

最後,學過算則的學生寫:

$$6\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$$

$$= \frac{20}{3} \times \frac{6}{5}$$

答:8個。

## Thank You.

leung@mail.nsysu.edu.tw



香港弘立書院ISF/2013.01.22-01.23