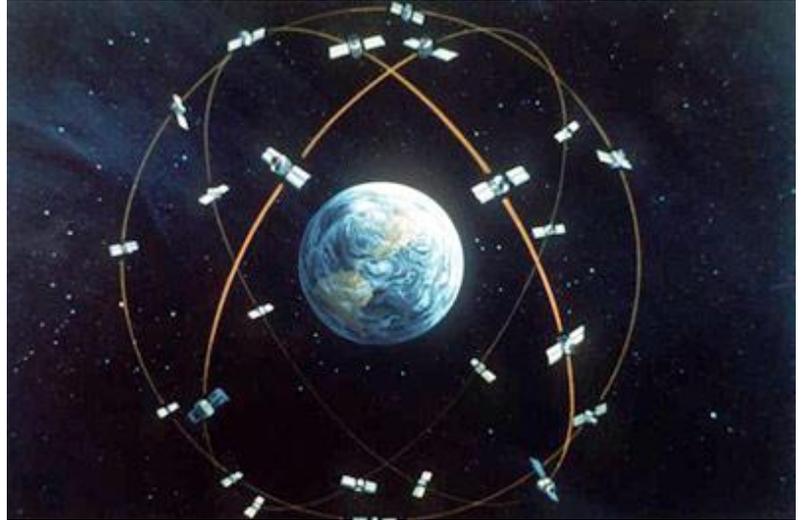


GPS 系統介紹和衛星運動軌跡

GPS 衛星為距地表高度 20000km 的中距離衛星，週期為 11 小時 58 分，目前共有 32 顆衛星環繞著地球（個別分布在六條相交 30 度的軌道）



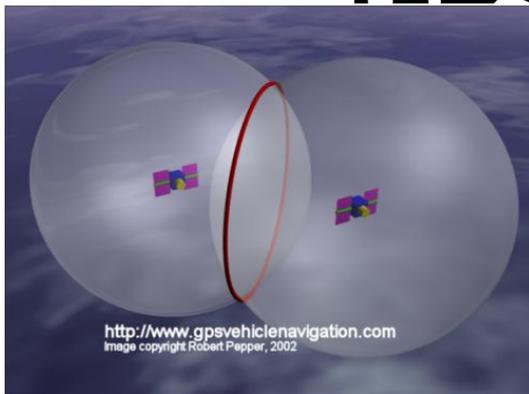
定位架構

- *最少三顆衛星
- *地面上 1 個主控站
- *3 個數據注入站
- *5 個監控站
- *用戶端的 GPS 接受器

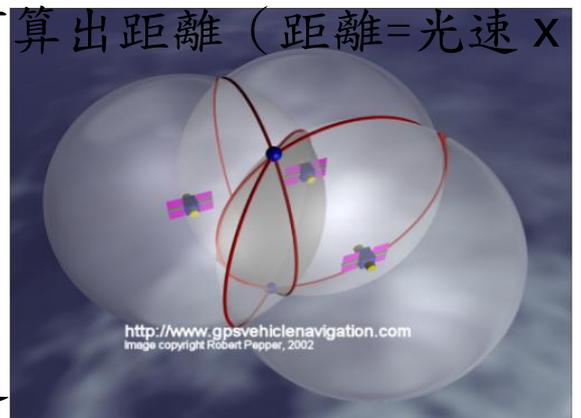
時間修正

衛星上配原子鐘（誤差為每 1400000 年差 1 秒），並讓時間每 2 小時做同步，使時間的誤差大為降低。

GPS 定位原理



利用 GPS 衛星跟地面上訊號傳遞的時間差即可算出距離（距離=光速 X 時間）。

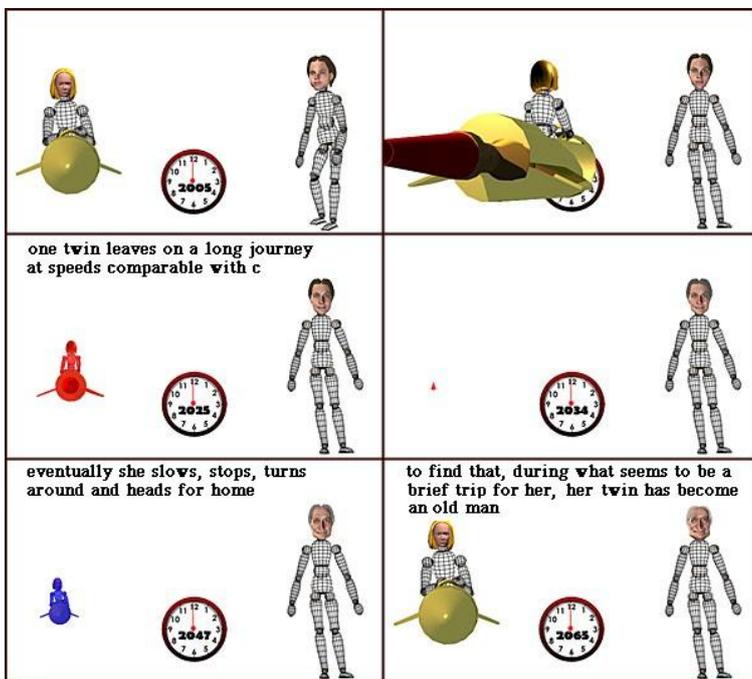


定位最少需要三顆衛星（如右圖）透過時間差算出使用者與三衛星之距，以其距離作球面方程式，其交點即為接收器的經緯度。

相對論的影響和時間修正

在 GPS 出現之前，廣義相對論只是少數理論物理學家所了解的理論，出現 GPS 之後，我們的生活開始需要靠廣義相對論的運算，ex.海上的航行、飛機飛行、沙漠旅行。雖然我們對相對論仍然沒有非常瞭解，但對我們的生活來說已是不可或缺的。

(1) 孿生子吊詭：

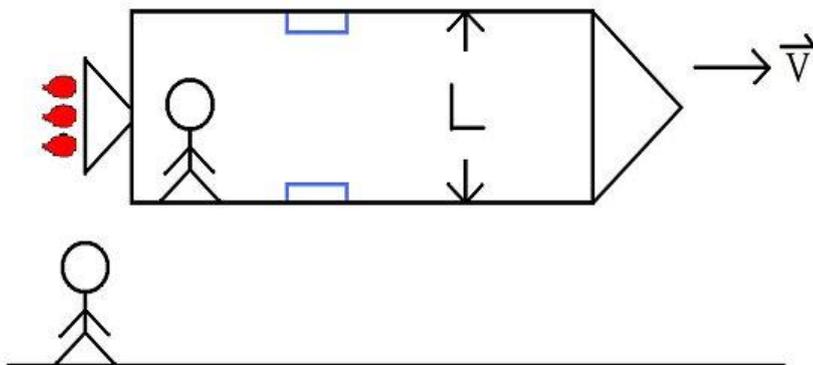


狹義相對論得知，兩具相對速度的座標系，若相對速度趨於光速，會產生時間延遲，此為 GPS 與相對論第一個關係。

狹義相對論：

速度越快，時間越慢。火箭與地面各有觀察者。藍色裝置會有光在內部反射，光來回一次

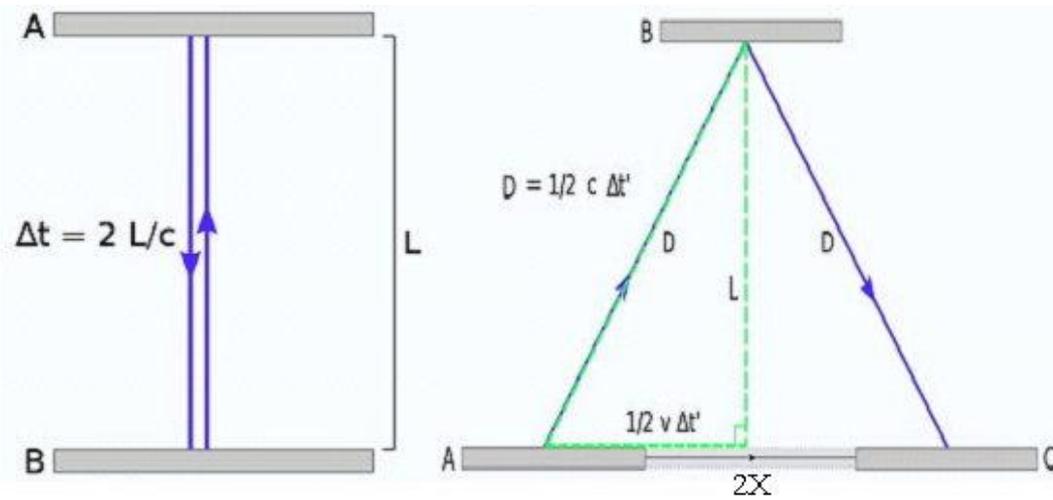
的時間為 Δt 。設火箭內的觀察者所記錄間為 Δt ，地面上的觀察者所觀察時間為 $\Delta t'$



當一火箭以 v 前進時，火箭內觀察者所觀測的路徑為左圖，地面上的觀察者所觀測的路徑為右圖

假設火箭在 $\Delta t'$ 秒所走得路徑長為 $2X$

光線在 $\Delta t'$ 秒內所走得軌跡為 $2D$



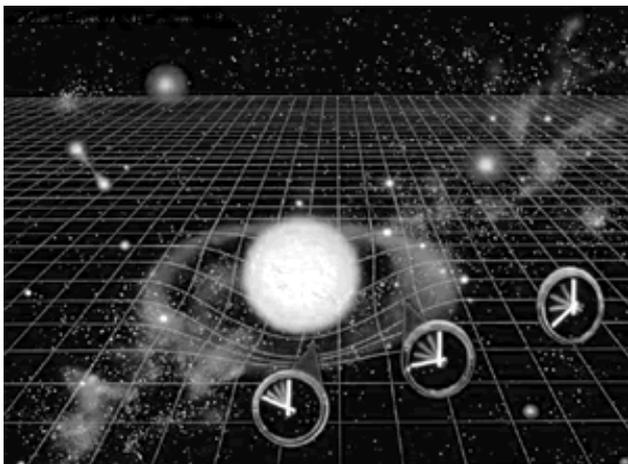
$$\Delta t = \frac{2L}{C} \quad D = \frac{C\Delta t'}{2} \quad X = \frac{V\Delta t'}{2}$$

$$\therefore L = \sqrt{D^2 - X^2} \quad \therefore \Delta t' = \frac{2L}{\sqrt{C^2 - V^2}} = \frac{2L}{C\sqrt{1 - V^2/C^2}}$$

$$\therefore \Delta t = \frac{2L}{C} \quad \therefore \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - V^2/C^2}}$$

ex : GPS 衛星速度約 3874 m/s

$$\Delta t' - \Delta t = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (3874/3 \times 10^8)^2}} - 1 \right) \times 86400 = 0.0000072$$



那麼根據狹義相對論，衛星上的「時間」每天比地面上的時間要慢 7.2 微秒。

(2) 廣義相對論：

愛因斯坦提出”宇宙並非時間均一”：

簡言之

在 A 地的時間與 B 地的時間，其流逝速度是不同的。其中最大的影響就是”引力”，引力弱的地方時間會快一點，所以在地球表面與兩萬公里高空的衛星時間也需要用到廣義相對論來修正（衛星受到的引力比較弱）。由於引力場弱的原因，GPS 衛星上的時間每天比地面要快 45.9 微秒。

以上兩項總和得 GPS 每天的時間要比地面快 38 微秒左右，雖 38 微秒數值很小，但將它和光速相乘，其誤差會達 10km，若我們沒有經過數據處理，那造成的誤差會很大。

鎖定衛星



利用 GPS 接收器配合 Visual GPS 可以定位出衛星的所在處，利用簡易電磁波望遠鏡(左圖)，接上電腦，我們可選擇衛星，將管口朝

向衛星方向，而我們就能鎖定他。

望遠鏡管長經計算，使訊號在管內產生駐波，因此駐波波腹處可量到最大的訊號。

鎖定 12 號衛星前

鎖定 12 號衛星後

