

前言

GPS 已深深的植入我們的生活中，現在，甚至是手機都已經具備 GPS 的功能

在深山中，GPS 絕對是我們的好幫手

但你是否曾想過 GPS 跟相對論有多麼重要的關聯性嗎？

在 GPS 出現以前，廣義相對論只是專業理論物理學家的興趣

在 GPS 出現以後，廣義相對論已走入我們日常生活當中！！

1. GPS 系統介紹和衛星運動軌跡

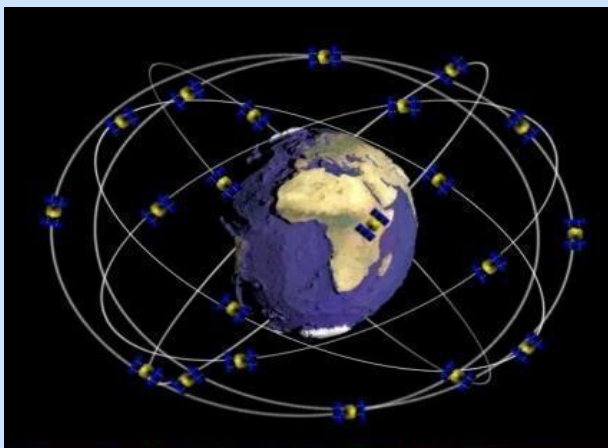
全球定位系統(Global Positioning System，簡稱 GPS)屬中距離圓形軌道衛星導航系統，由美國國防部研製與維護，使用者只需要接受器即可使用，無須付費。一般使用的衛星信號有兩種，分別為民用的標準定位服務(SPS)和軍規的精確定位服務(PSS)，我們一般民間使用的即屬 SPS 的信號。

a.GPS 的系統架構為太空中距地表高度 20000km 的 32 顆 GPS 衛星，個別分布在六條相交 30 度的軌道。

b.除了衛星外，地面上 1 個主控站、3 個數據注入站和 5 個監控站與用戶端的 GPS 接受器。

c.若要定位，最少需要三顆衛星即可完成經緯度與海拔高度的定位作用，接收衛星越多，定位越精確。

d.每一個衛星上配有原子鐘，其準確度約為每 1400000 年差 1 秒，是歷史上最準確的計時器，利用讓時間不斷 reset，使時間的誤差大為降低。



(此圖即為衛星軌道)

Figure 1. 衛星與地球相對位置

2. GPS 訊號

GPS 衛星信號它包含有三種訊號分量：「載波」、「測距碼」和「導航訊息」。每一個GPS衛星都可發射兩個L 波段的電磁波來傳送各種訊息，L 波段的電磁波為「載波」，通常分別以「L1」及「L2」表示。

每顆GPS 衛星上面都設置有原子鐘，所產生的基本頻率是10.23MHz，利用頻率綜合器產生所需要的頻率。以基本頻率的不同倍數值所組成的「虛擬隨機噪聲碼」有兩種，一種是「C/A 碼」，另一種是「P 碼」。並將之調制在L1 及L2 載波上，其中L1 載波上調制C/A 碼和P 碼，L2 載波上只調制P 碼；此外，載波上還載有「導航訊息」。

C/A 碼亦稱為S 碼，是測量衛星到接收器之間距離的工具，除了作為粗測碼外，還作為GPS 衛星信號的捕獲碼。P 碼是衛星的精測碼，其處理增益相當大，可絕對保證信號接收的可靠性和精度，專為軍方所用的。

所謂導航訊息，就是包含了有關衛星的星曆、衛星工作狀態、時間系統、衛星時鐘運行狀態、軌道攝動改正、大氣折射改正以及C/A 碼轉換到獲得P 碼等訊息。這些數據是以二進制碼的形式傳播給用戶，故導航訊息又稱為數據碼或稱為D 碼。

3. GPS 定位原理

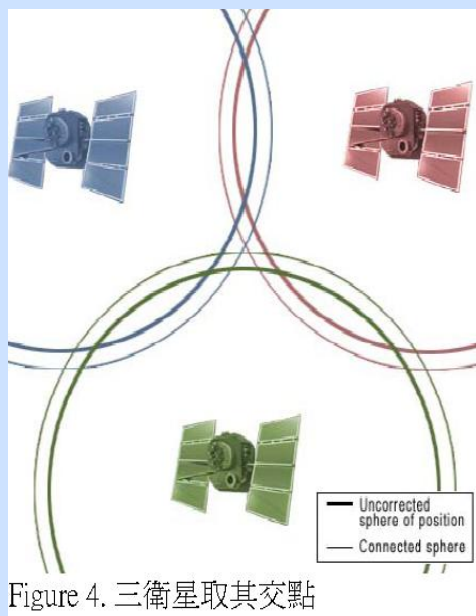


Figure 4. 三衛星取其交點

1849 年 Maxwell 意識到電磁波是一種光，所以利用 GPS 衛星跟地面上使用者之間訊號傳遞的時間差即可以算出兩者之間的距離(距離=光速 X 時間)。

定位最少只需要三顆衛星即可達到目的(如圖 4)，利用時間差算出使用者與三顆衛星之間的距離，將衛星和接收端之間的距離作球面方程式，取其交點即為使用者的經緯度。第四顆衛星可以確立出正確點的位置，也可以使位置更精確。時間修正方面是將地球上與衛星上的時間不斷 RESET，使時間不會產生誤差。

4. 相對論的影響和時間修正

1. 孿生子悖論：



在孿生子悖論的實驗中，哥哥搭上太空船進行快樂的宇宙之行，而弟弟留在地球上等候哥哥歸來。不知過了多久哥哥回來了，但也發現弟弟比哥哥不知衰老了多少。

由愛氏的狹義相對論得知，對於兩個具相對速度的座標系，如果 v 越大則時間膨脹影響就越大，不嚴謹的說法即如果達到光速則時間就會暫停，這就是 GPS 跟相對論之間的第一個關係(其中速度就是衛星的速度)。

根據狹義相對論，速度越快，時間越慢。

GPS 衛星的速度大約是每秒鐘 3.874 公里，也就是大約每小時 14 萬公里。那麼根據狹義相對論，衛星上的「時間」每天比地面上的時間要慢 7.2 微秒。

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots(1)$$

2. 廣義相對論：

第二個就是要來說說廣義相對論。當時愛氏提出了”宇宙並非時間均一”的說法，簡單來說就是你在 A 地的時間與 B 地的時間流逝速度是不相同的(還有 CDEFG 很多很多地)。

其中最大的影響就是”引力”，引力弱的地方時間會快一點，所以在地球表面與兩萬公里高空的衛星時間也需要用到廣義相對論來修正(衛星受到的引力比較弱)。由於引力場弱的原因，GPS 衛星上的時間每天比地面要快 45.9 微秒。

所以由以上兩項總和得出 GPS 衛星上的時間每天要比地面快 38 微秒左右，雖然 38 微秒看起來數值很小，但若是將它和光速相乘，所造成的誤差會達到一萬公尺左右，因此若我們沒有經過地面主控站的數據處理，那所造成的誤差會很大。

5. 鎖定衛星



利用 GPS 接收器配合 Visual GPS 可以定位出衛星的所在處，利用我們的簡易電磁波望遠鏡，在距離管底 $\lambda/4$ 處放置 GPS 接收器，接上電腦後，我們可以選擇我們要的衛星，將管口朝向那方向，讓我們只接收到那個衛星的訊號，左圖就是我們自製的簡易電磁波望遠鏡。

望遠鏡管長有經過計算，使 GPS 的訊號會在管內產生駐波，因此我們在駐波波腹處可量到最大的訊號。



鎖定 12 號衛星前

左圖為 Visual GPS 軟體用來標出衛星位置的方向角及仰角圖，每一圈代表仰角 15 度，方向角 360 度為北方，每個衛星都會註明出方向角及仰角，因此我們可以知道衛星的位置並且鎖定他。

鎖定 12 號衛星後

