



國立中山大學教育學系（研究所）碩士在職專班
碩士論文

國小五年級學童時刻、時距與時間化聚概念之研究

研究生：李如弘撰

指導教授：梁淑坤博士

中華民國九十七年六月

誌 謝

物換星移，馬齒徒長，對於自己的貧乏與不足深感不安，常以為，學如逆水行舟，而今輕舟已過萬重山。一路走來，點滴在心，這部論文的完成，要感謝很多的人，僅以此文表達我的誠摯謝意。

一切晃如昨日、歷歷在目。首先要感謝業師梁淑坤教授的諄諄教誨、耳提面命，雖然老師教學、研究繁忙，總是撥空給予主動關懷、指導及建議，費心指出論文中的許多問題，給資質駑鈍的我，在徬徨時，指引了一盞明燈，令論文的基礎得以成型，使授業如沐春風，受益匪淺，慈母般的溫暖，又豈「感動」二字道得盡，隻字片語，實難表謝。還要感謝兩位口試委員的指正和協助，使我獲益良多。求學過程，幸賴同學晉堅、德宗、啟銘、文燦的相互鼓勵及家人的精神支持，使我得以度過挫折與困難，並督促我持續努力的動力。

《左傳》云，「立功、立德、立言。謂之不朽。」論文的撰寫就是一種「立言」，雖不敢妄以「不朽」自居，但它無疑的是一份榮耀與責任。研究所三年的求學生涯即將結束，在這一段期間，必須兼顧學業、工作與家庭，白天上班，晚上拖著疲憊的身心去上課，回到家，為人父的角色亦責無旁貸，彷彿在十八層的獄火中淬煉，不過辛苦是有代價的、是甜蜜的。

有耕耘才有收穫，人生只有在不斷學習的過程中才會成長。畢竟
「生命有限、學海無涯」，回憶封存，他日回首定如釀酒一般越陳越
香。

李如弘 謹識

中華民國九十七年五月二十七日



摘要

本研究希望了解學生的時刻、時距概念及在時間計算問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間計算問題常犯之錯誤類型和可能原因，從學生的問題索解策略及錯誤類型分析探討，以做為將來教學上改進之依據，並提供學生學習時之鷹架輔助。

研究結果發現：

- 一、分辨時刻及時距方面：學生對於時距概念的撐握情形優於時刻概念。對於現在是幾點幾分所代表的時刻概念，因日常生活較常使用所以較能撐握。對於共花多少時間的敘述用法，因為與認知經驗相符，所以較能撐握。文字敘述愈長，學生對時刻及時距概念愈不易撐握。
- 二、解題類型方面：就使用人數的多寡，依序分別為：1. 先處理大單位。2. 先化後聚。3. 使用分數運算。4. 使用小數運算。5. 使用累加法運算。
- 三、錯誤類型方面：學生所呈現的錯誤類型為：1. 十進制的干擾。2. 時間進制間的相互干擾。3. 除法基本概念不足。4. 時間的高低階概念不清。5. 錯誤的演算。6. 受鐘面結構的影響。7. 錯誤的解題策略。8. 關鍵字的誤判。9. 忽略題目的條件。

關鍵字：時刻、時距、時間化聚概念

Abstract

The aim of this study is to understand students' solutions (to problems related to time, time interval, and time unit conversion) and to analyze their common errors and possible causes. Students' problem-solving strategies and error types were also categorized and used as a reference for improvement in teaching and a scaffold for supporting students' learning.

Findings in this research were three:

1. Distinction between time and interval. Students were performing better in the concept of interval than in the concept of time. They also performed well in total time consumed and in daily life problems such as clock time. However, problems with longer text description would make it harder for students to do problem solving in the concept of time and interval.
2. Problem-solving types. The problem-solving types ranked by the frequency are: (1) processing larger units first; (2) converting time from high scale to low scale and vice-versa; (3) using fractions; (4) using decimals; and (5) using addition.
3. Error types: The error types presented by students in solving time-related problems include: (1) interference of the decimal; (2) interference between non-decimal time conversion systems; (3) insufficient knowledge about division; (4) unclear concept about high and low scales of time; (5) incorrect calculation; (6) influence of the clock dial structure; (7) incorrect problem-solving strategy; (8) misjudgment of keywords; and (9) ignorance of problem conditions.

Keywords: time, time interval, concept of time unit conversion.

目 次

第一章 緒論	1
第一節 研究背景與動機	2
第二節 研究目的與待答問題	4
第三節 名詞解釋	5
第四節 研究限制	7
第二章 文獻探討	9
第一節 時間概念	9
第二節 九年一貫時間教材地位分析	18
第三節 兒童時間概念發展及相關研究	34
第三章 研究方法	54
第一節 研究設計	54
第二節 研究對象	58
第三節 研究工具	60
第四節 研究過程	66
第五節 資料處理與分析	67
第四章 研究結果與討論	69
第一節 學生在分辨時刻及時距概念的表現情形	69
第二節 解題類型及錯誤類型	74

第三節 三組學生時間化聚概念之比較	89
第五章 結論與建議.....	106
第一節 結論	106
第二節 建議	113
參考文獻	
中文部分	119
英文部分	127
附錄	
附錄一：施測說明	134
附錄二：測量工具	135
附錄三：測量工具複本.....	140
附錄四：研究工具、複本及學期成績數據	145

圖 次

圖 2-2-1：翰林版時間教材分析圖.....	31
圖 2-2-2：康軒版時間教材分析圖.....	32
圖 2-2-3：南一版時間教材分析圖.....	33
圖 3-1-1：研究目的與設計流程圖.....	56
圖 3-1-2：研究架構圖.....	57

表次

表 2-1-1：學者對時間概念詮釋的分類整理·····	12
表 2-2-1：發展層次與九年一貫時間教材各階段能力指標對照·····	23
表 2-2-2：九年一貫暫綱各階段的能力指標·····	24
表 2-2-3：九年一貫正式綱要各階段的能力指標·····	25
表 2-2-4：時間常用度量衡單位·····	27
表 2-2-5：時間標準用詞·····	27
表 2-2-6：我國國小數學課程時間教材能力指標比較·····	28
表 2-3-1：各學者的研究結果整理·····	40
表 2-3-2：依 Nesher 和 Hershkovitz 觀點的時間化聚加減法文字 題分類 ·····	45
表 2-3-3：依 Vergnaud 觀點的時間化聚乘法文字題分類·····	46
表 2-3-4：依 kouba 觀點的時間化聚除法文字題分類·····	46
表 2-3-5：依 Marshall 觀點的時間化聚文字題解題步驟的運算 分類 ·····	46
表 3-2-1：預試樣本資料·····	58
表 3-2-2：正式施測樣本資料·····	59
表 3-2-3：訪談樣本示意·····	59
表 3-3-1：評量工具第一大題双向細目表·····	62

表 3-3-2：評量工具第二大題双向細目表·····	62
表 3-3-3：評量工具第三大題双向細目表·····	63
表 3-3-4：評量工具第四大題單步驟文字題双向細目表·····	63
表 3-3-5：評量工具第四大題雙步驟文字題双向細目表·····	63
表 4-1-1：分辨時刻及時距概念答題表現·····	70
表 4-3-1：計算題答題表現 ·····	89
表 4-3-2：單步驟文字題答題表現 ·····	93
表 4-3-3：雙步驟文字題答題表現 ·····	96
表 4-3-4：三組學生的解題類型比較表·····	98
表 4-3-5：錯誤類型統計 ·····	98
表 4-3-6：高、中、低分三組學生錯誤類型統計·····	104

第一章、緒論

《學校數學的原則及標準》(Principles and Standards for School Mathematics, PSSM) 由美國數學教師學會(The National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 2000) 指出數學教育的公平原則、課程原則、教學原則、學習原則、評量原則及電算器原則六大基本概念。其序言中亦提到所有的學生都應透過理解，學習重要的數學概念和程序，以便落實概念和實際操作進而逐步索解。該學會除了推崇數學角色的重要性外，亦認為數學能力好的人會俱有較佳的競爭力(NCTM, 2000)。的確，研究者認為，在這逐漸高度文明化的世界上，數學知識及其伴隨的數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應配備的基本能力。而數學領域的學習首重循序累進的邏輯結構，數學是人類天賦本能的延伸，人類自出生之後，即具備嘗試錯誤、尋求策略、解決問題的生存本能，並具備形與數之初等直覺。除了數學知識外，計算能力、抽象能力及邏輯推演能力的培養亦是整個數學教育的主軸。全球軟體人才的重鎮，印度，培育出全球炙手可熱的軟體工程師，數學能力好是他們的共同點，數學從定義、定理推演，一步步把題目解出來，與寫軟體需要的分析、邏輯能力一致，由此可見數學教育的重要性。

我國自九十學年度起實施的九年一貫數學領域課程也強調學童問題的解決，重視培養學童與他人溝通、講理等能力，希望在數學領域教學中，培養孩子解決問題、主動思考、溝通、講道理、質疑辯證的能力（教育部，2000）。因此，研究者認為，有必要了解學生在面對問題時，尋求策略、解決問題的過程，以便能適時提供鷹架輔助，尤其是以非絕對量感，既無形體也無重量的時間教材之學習更是研究者興趣所在，因此本研究希望了解學生的時刻、時距概念及在時間計算問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間計算問題常犯之錯誤類型和可能原因，從學生的問題索解策略及錯誤類型分析探討，以做為將來教學上改進之依據，並提供學生學習時之鷹架輔助。

本章共分為四節：第一節為研究動機與目的；第二節為研究問題；第三節為名詞釋義；第四節為研究範圍與研究限制。

第一節、研究背景與動機

毫無疑問的，十進位數字系統因人們慣用而成自然，甚至某些人，例如：市場小販、收銀員…等，已因精熟學習而達到自動化程度。Aristotle（西元前 384 年至 322 年）提到十進位法，起源於人身體天生的理由（十個手指頭）。德國慕尼黑大學數學教授 Heinrich Tietze

在《數學上著名難題》中（第八章，163 頁）也曾說：習慣的力量，和我們自己的雙手，使我們認為十進位法系統很簡單，相對而言，十二進位系統便複雜和陌生多了。世界上最早採用十進位值制記數法的是中國人，印度亦很早就已使用十進位值記數法，十進位是數學上劃時代的發明，有了十進位以後，才有數學及各種科學的進步，雖然人們天生有十支手指，但若給你一張色紙，在沒有任何工具輔助下，要在邊緣精準分為十等分，或是八等分、四等分、二等分，我想對任何初具數學常識的人而言，後三者應該比前者簡單得多了。自古以來，人類習慣以十進位來計算事物，但也同時使用到其他數字進位系統，例如，我們也會用一打(12 個)這樣的單位來計算東西的數量，而英語系國家所使用的四夸特 (quarter) 一加侖 (gallon)；十六盎司 (ounce) 一磅 (pound)，及我國民間慣用的十六兩一斤，則是十六進位的痕跡。最後一個典型的例子就是時間的計算，其中，時與分的換算採六十進位；而日與時則為二十四進位；月與年則使用十二進位來計算。

胡豐榮 (1995) 指出國小五年級學生的非十進數概念，學習成就普遍不佳。另外，吳貞祥 (1980) 亦指出時間的計算，最難的是對其進位制的瞭解，這些複雜的關係在兒童的學習上，構成沉重的負擔。研究者亦嘗試於課堂上教學生其他的進位系統，例如：二進位、三進

位、四進位…等。學生雖能理解，亦能做簡單的換算，但是大多數學生仍然認為十進位系統較其他數字進位系統來的容易，可見學生已習慣十進位的運算規則，對於非十進位系統普遍認為困難。因此興起研究者想要了解學生在時間計算問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間計算問題常犯之錯誤類型和可能的原因，做為未來研究者在改進教學上的參考，以協助學生學習。

第二節、研究目的與待答問題

本研究旨在了解學生時刻、時距概念及在時間化聚問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間化聚問題常犯之錯誤類型和可能原因，以做為教學者將來改進教學的依據。

依據上述理由，本研究的主要研究目的如下：

壹、研究目的：

- (一) 探討學生的時刻、時距概念。
- (二) 探討學生在「時間化聚」問題的表現狀況。
- (三) 比較不同學生在「時間化聚」問題解題上的差異。

根據上述的研究目的，本研究將探討下列問題。

貳、研究問題：

- (一) 學生在分辨時刻及時距概念的表現情形為何？
- (二) 學生在「時間化聚」問題的表現方面分為：
 - (2-1) 學生在計算「時間化聚」問題的解題類型為何？
 - (2-2) 學生在計算「時間化聚」問題的錯誤類型為何？
- (三) 比較不同組別學生在「時間化聚」問題解題的表現上，研究者探討：
 - (3-1) 高、中、低分三組學生在「時間化聚」問題解題類型的差別情形如何？
 - (3-2) 高、中、低分三組學生在「時間化聚」問題錯誤類型的差別情形如何？

第三節、名詞解釋

壹、時間的單位量：

數學上表示時間的單位量是年、月、日、時、分、秒，其低階單位到高階單位的進位系統有：秒與分及分與時之間的關係皆為六十進位；時和日之間的關係為二十四進位；日與月之間的關係為三十進位；月與年之間的關係為十二進位。時間單位的進位系統是一個複雜的高低階關係。

貳、時刻 (epoch) 和時距 (interval)：

「時間」是對時刻和時距的泛稱。時刻為流動時間上暫停的點，若利用線段圖來說明「時刻」是一個時點，在數學用語上是指某一事件發生的時候 (鍾靜，1998)。至於「時距」，則是一個時區、時段，介於兩個時刻之間 (國立編譯館，2000)，若利用線段圖來說明，時距則為點與點之間的距離，即一個時刻到另一個時刻所經過的所有時間。

參、時間化聚：

時間化聚是時間單位間的「等量」運算，包含整數、分數與小數間的運算關係，就是時間單位量間的轉換，在時間單位量轉換過程應以時間的進制單位為基礎，由低階單位(例如：分)累成高階單位(例如：時)，叫做「聚」；由高階單位(例如：日)分成低階單位(例如：時)，叫做「化」(教育部，1997)。所以時間等量運算，是低階單位因運算需求要「聚」成等量高階單位時，就需除以(或連減)該兩階相關進位數值而換成新的時間單位，例如： $180 \text{ 秒} = 3 \text{ 分} (180 \div 60)$ ；高階單位要「化」成等量低階單位，就需乘以(或連加)該兩階相關進位數值而換成新的時間單位，例如： $4 \text{ 時} = 240 \text{ 分} (4 \times 60)$ 。

肆、解題類型：

本研究所謂「解題類型」是指個人在解題的行動中，所採取的具

體解決方法。例如：對高低階做正確的轉換，處理單名數及複名數相互間的化聚。

伍、錯誤類型：

本研究所討論之錯誤類型，係指學生在研究者自編之「時刻、時距概念及時間化聚問題」評量工具中導致錯誤的步驟，依據其犯錯的關鍵步驟及錯誤之概念所區分的幾種類型稱之。

陸、不同組別：

本研究中所稱不同組別，係指高、中、低分組。高分組為所有受試學生分數排序前三分之一的學生，低分組為所有受試學生分數排序後三分之一的學生，中分組則包括其它的學生。

第四節、研究限制

壹、研究對象的限制：

本研究樣本選取，以便利抽樣方式，以屏東縣四所常態編班的學校5個班，共143個學童為研究對象，因時間、人力、經費、施測學校配合度等因素之限制，無法達到全面性與完全隨機抽樣的理想方式，所得研究結果可供條件相似地區做更進一步擴大研究之參考，但不適宜做過度的推論。

貳、研究內容的限制：

本研究的對象為國小五年級學生，內容選取以國小高年時間教材為主，實施研究者自編的「時刻、時距與時間化聚概念問題」評量，以了解學生的答題表現及常犯的錯誤類型，所以本研究不適宜推論到其他年級的時間知識教學及其他學科或單元的教學上。

參、研究方法的限制：

時間化聚包含了時間高低階關係，非十進位制及整數、分數、小數等運算概念在內。本研究所探討之時間化聚錯誤概念，旨在了解學生在時間化聚問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間化聚問題常犯之錯誤類型和可能原因，根據量的研究比較受試學生高、中、低分三組答題情形及錯誤類型。並輔以質的探究，篩選受試學生高、中、低分三組中部分學生進行訪談而得，受限人力及時間，所以無法對全部受試者進行訪談以釐清所有受試者使用其解題策略的想法，對於未接受訪談者僅能根據類似表現者的訪談進行推估，訪談資料分析亦因受訪者的口語表達能力及訪視者主觀解題思考策略的影響。

第二章 文獻探討

第一節、時間概念

法國小說家兼劇作家巴爾札克曾說：「時間就像暴君，飛快流逝，總是不夠用。我們無法將時間延長，也無法使時間縮短。」誠然，時光流逝是大自然的定律，任誰都無法加以改變。美國著名之政治家兼哲學家富蘭克林亦曾說：「你大可凡事拖延，但時間卻不會等你。」當代管理學大師 Peter F. Drucke 亦說：「時間是最稀有的資源，除非被有效的管理，否則其他的資源也無從管理。」由以上三句話可見：時間是珍貴又為一不得不重視的量，歲月不待人是千古不變的真理，時間需要管理，以便做更妥善的運用。因此，我們重視時間則又非得要從了解時間不可。

壹、時間概念分類：

時間概念為何？在時間概念相關的研究中，諸多學者由於切入角度不同，界定面向不同，分類自有不同，不同學者對時間概念的分類與詮釋也有所不同。在探討學童時間概念理論的研究中，以 Piaget 與 Friedman 的理論最具代表性。Piaget (1969) 從心理層面探討，將時間分為物理時間 (physical time) 和心理時間 (inner time)。物理時

間是透過外在運動而認識的時間概念，易受視覺空間影響如：連續 (succession)、期間 (duration)。至於，心理時間是心理上對時間所產生的感覺。而 Friedman (1982) 則從心理及社會層面切入，提出經驗時間 (experiential time)、邏輯時間 (logical time) 和慣用時間 (conventional time)。第一個是經驗時間，它與 Piaget 的心理時間觀點雷同，是指有關事件順序及期間的主觀經驗，提供所有理解的基礎。第二個是邏輯時間，是指用大腦推理而得的時間概念，指時間是持續之向度而被用作推理之用，例如，某一個事件比另一個事件較晚發生和較早結束，則必花費較少時間，它類似於 Piaget 所談的物理時間。第三個為慣用時間，指的是社會上所共同制定，用單位來分割連續的時間成為不連續的週期。以上 Piaget 與 Friedman 對時間的外在邏輯推理 (例如連續、期間等) 和心理主觀經驗都提出相似的看法，但兩者之別，則是 Friedman 另外還提出一個慣用時間的概念，也就是在社會中所共同使用的時間單位 (例如：時、分、秒等)。

Goudsmit, Samuel A. & Robert Claiborne (1966/1980) 則是以數線的觀點來分類時間概念，提出時刻 (epoch) 和時距 (interval) 之說。時刻所指為數線上的點，時距則為點與點之間的距離。黃武鎮 (1975) 也指出所謂「時刻」是表示時間序列中瞬間的位置，而「時間」則是表示時刻與時刻間經過的量。雖然 Goudsmit, Samuel A. &

Robert Claiborne 和黃武鎮所用的名詞不同，但是都提出時刻和時距（時間量）這兩個重要的時間概念。

Thornton & Vukelich（1988）與 Muir（1986）則是以測量時間的工具來對時間概念作分類，將時間區分為：時鐘時間（o'clock time）、月曆時間（calendar time）、歷史時間（historical time），其中歷史時間亦可稱之為年代表（chronology）。

Aristotle 認為時間並非任何事物的主體或依附體，提出所謂「時間不是動，也不是變動」的概念，指出時間其實是不變動的，而是人們藉著外在事物的變動才能認識時間的存有（引自張振東，1989），其觀點與物理時間、邏輯時間類似。

Fraisse（1984）則認為時間包含的概念有兩個：順序和期間，順序就是比較多個事件發生的先後順序，而期間就是指時間間隔的概念，它代表兩個先後發生的事件之間所經歷的時間（引自張州甫，1998），由此可知 Fraisse 主要談到的時間概念為事件的順序和時刻間的時間量（期間）。Nelson（1982）認為時間概念是兒童對時間單位和期間的了解以及他們兩者與事件之間的關係，也就是說時間單位和事件發生的時刻與時間量之間關係的瞭解，是重要的時間概念，Nelson 的概念中已包含 Friedman 的慣用時間（conventional time）單位及 Goudsmit, Samuel A. & Robert Claiborne 時刻（epoch）和時

距 (interval) 的概念了。

Boring 認為時間概念主要由五個基本概念組成 (引自張州甫, 1999): (一) 時間先後順序的概念 (二) 時間連續的概念 (三) 從日常生活中, 建立起時間長短的概念 (四) 學習感應週遭 (present) 環境的訊號 (五) 了解事件順序及接連發生的模式與規律。從上述得知, Boring 提出的時間概念主要包含時間的順序、時間連續且勻速進行、邏輯時間、經驗時間、週期以及時間量感等概念。

研究者綜合以上學者對時間概念的分類, 並參考國科會九十一年度兒童時間概念調查及診斷教學研究之成果報告將學者對時間概念的詮釋整理如下表:

表 2-1-1: 學者對時間概念詮釋的分類整理

學者	探討層面/ 分類依據	概念分類	主要概念
Piaget (1969)	心理層面	物理時間 (physical time)	透過外在物體的運動而認識的時間概念, 但易受視覺空間影響。如: 連續 (succession)、期間 (duration)。
		心理時間 (inner time)	心理上對時間的知覺。
Samuel 和 Robert (1966/1980) 黃武鎮 (1975)	以數線的 觀點	時刻	時間數線上的點/時間序列中瞬間的位置
		時距	時間點與點之間的距離/時刻與時刻間經過的量
Friedman (1982)	心理層面 和社會層 面	經驗的時間	有關事件順序及期間的主觀經驗, 它提供所有其他理解的基礎。
		邏輯的時間	大腦推理而得的時間概念, 指時間是一持續向度, 而被用來作為推理, 一個事件比起另一事件較晚發生和較早結束, 則必花費較少時間。
		慣用的時間	慣用時間指的是社會上共同制定, 用單位來分割連續的時間成為不連續的週期。

Fraisse (1984) (引自張州甫, 1998)	心理層面	順序概念	比較多個事件發生的先後順序。
		時間量概念	時間間隔的概念, 即兩個先後發生的事件之間所經歷的時間。
Boring (引自張州甫, 1998)	心理層面 社會層面	順序概念	比較多個事件發生的先後順序
		期間概念	期間就是指時間間隔的概念, 它代表兩個先後發生的事件之間所經歷的時間
		時間長短的概念	由日常生活中的作息去建立
		週期概念	了解先後多個事件接連發生的模式與規律
Thornton & Vukelic(1988) 與 Muir(1986)	以測量時間的工具	時鐘時間	使用數字表示法來計算或判斷鐘錶的時間單位。
		月曆時間	使用數字表示法來計算或判斷月曆的時間單位。
		歷史時間 (年代表)	用某些時間用語去描述過去的人地事物。

由以上各學者對時間概念的描述可知, 若要對時間得以覺知及掌握, 須具有時序、時距、時刻概念、及了解慣用時間單位, 而且能善用工具上比對刻度的觀點, 從測量工具上刻度的變化才得以對時間覺知及掌握。

貳、時間的特性：

時間是工具量, 它不同於「重量」、「容量」、「長度」、「面積」、「體積」和「角度」這類絕對量感, 時間是不可以從實物存在性質上入手的感官量(鍾靜, 1994)。它既無形體, 也無重量, 是一種建基在「刻度上變化的相對性質」之工具量, 必需藉由工具上比對刻度的觀點, 從刻度的變化方得以掌握此類量(工具量)的相對量感。丁祖蔭(1996)也指出時間是工具量, 認為時間是流動的, 連續的勻速進行而又不可逆的, 對時間的感知亦無專門的分析器。在實際生活中, 是以事物的勻速變化, 如鐘錶上時針的移動作為信號, 再由別的知覺識別這種信

號而感知時間。此外，時間亦有其相對性，它存在於變動中，變動中的事物有「先」、「後」的變動連續狀態，變動中的時間也必有「先」與「後」的連續情形，而「先」與「後」的連接點就是「現在」（張振東，1989）。學者亦運用表徵來表達「先、後、現在」，例如：Fischbein（1987）是以數線的觀點提出用數線上的原點表示為「現在」的時間，負向為「過去」的時間，正向為「未來」的時間，來說明「時間」有次序先後上的關係。為了嘗試去覺知與掌握時間，諸多學者亦歸納其特性。

Leushina（1991）指出時間客觀獨立地存在我們的知覺之外，具有流動性、不可逆性及缺乏觀測方式…等三個特性，分述如下：

（一）流動性：時間是不斷地在運行。此觀點和丁祖蔭（1996）所提

時間具勻速流動的特性一致。

（二）不可逆性：時間是無法再重回到過去的。學者丁祖蔭（1996）

亦持相同看法。

（三）缺乏觀測的方式：時間看不到也聽不到。此觀點與鍾靜（1994）

提出時間是無法從實物存在性質上入手的感官量，及

丁祖蔭（1996）指出時間無專門的分析器，需藉由其

他知覺識別時鐘信號而得以感知的觀點類似。

至於目前社會上所使用的時間單位，它是人類社會所制定的一種

計時工具，即 Friedman (1982) 所稱的慣用時間，它具有以下顯著的特徵：

- (一) 分為高低階不同的子系統，如年、月、星期（週）、日…等。
- (二) 具有次序和循環（recurrence）的特性。
- (三) 其系統概念特徵是連結數的概念。例如：數字成為時鐘和日期的元素，也就是說數字能表示小時、日期和月份等等。

綜合上述，可知時間非感官量，它缺乏觀測方式，而是須藉由工具來測量的工具量，同時勻速連續不中斷的流動，且有先、後順序上的不可逆性。如同一條由無限個點（時刻）所成的集合，綿延、連續，向遙遠的過去與無窮的未來無盡地延伸。至於人類社會所制定的慣用時間因其包含不同高低階的子系統、循環週期的特性及結合數字表達的概念，使得人類的生活作息更有所依循，因此雖然時間概念既無形且抽象，但因其所具有之特殊性質，使得吾人對它仍得以覺知與掌握。

參、時間的單位：

時間單位量較其他的單位量複雜，它的進位系統非慣用的十進位，是個多單位量，夾雜著複雜的高低階關係，目前我們在生活上和數學計算上常使用的時間，依 Friedman 的分類指的是慣用時間，分為配合天體運行週期而產生的年、月、日等自然因素的時間單位，以及人類為了生活作息與宗教活動上的方便而制定並約定成俗而產生

的時、分、秒、週等人為因素的時間單位。研究者依單位大到小分述如下：

一、以年為單位：地球繞太陽一周並且自轉 365.26 周所需的時間，平年為 365 日，閏年為 366 日；且有名稱年和區間年之分，它們都形成一年的週期。名稱年固定以每年的 1 月 1 日為起日，12 月 31 日為終日；是以「日」為單位。區間年以某月某日為起日，次年同日的前一日為終日。

二、以月為單位：兩次月圓之間的時間，亦即月球繞地球旋轉一周的時間。1、3、5、7、8、10、12 月為 31 日，是大月；4、6、9、11 月為 30 日，是小月；2 月在平年時是 28 日，在閏年時是 29 日；這是文化上約定俗成的事（鍾靜，1998）。

三、以日為單位：以太陽兩次通過地球上空最高點之間的時間，就定義而言「日」，亦即地球自轉一周所需的時間。對於人類來說，地球的自轉週期（一天）也許是最自然的時間單位。亦分有名稱日和區間日之分，它們都是以連續 24 小時形成一日週期。

四、以週為單位：一週又稱為一星期，一週有七天。一星期七天的由來，一般的說法是與聖經中創世紀有關，亦即上帝工作了六天而在第七天休息，中國古代曆法把二十八宿按日、月、火、水、木、金、土的次序排列，七日一週，周而復始，稱為“七曜”。日本、韓國則稱

“七曜日。

五、以時為單位：西方把一天的時間分成二十四時，而中國早期則分成十二個時辰，以子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥表之，每一個時辰相當於兩小時，1 小時即時針在鐘面上圓心角位移了 30 度。

六、以分為單位：將一小時劃分為 60 等分，每一等分為一分，1 分鐘即分針在鐘面上圓心角位移了 6 度的時間量感距離。

七、以秒為單位：人們對細分時間的需求加劇，將 1 分再細分為 60 秒，1 秒鐘即一分鐘平分成 60 等分中的一等份，即秒針在鐘面上圓心角位移了 6 度的時間量感距離。秒是時間的基本國際單位，科學家給了一個更精確的定義，即銻 133 原子基態超精細能階躍遷的 9192631770 個週期所持續的時間，稱為一秒。

以上已分述七個時間的單位（年、月、日、週、時、分、秒）。配合天體運行週期而產生的年、月、日等自然因素的時間單位，可以藉由觀察天體的運行而得以粗估，但配合人類生活作息與宗教活動而產生的時、分、秒、週等人為因素製定的時間，是在實物上不存有的量，所以要回答「一時」、「一分」或「一秒」是什麼的時候，是不可能具體的如取 10 公分長的線段一樣，拿出一個 5 分鐘時距來讓兒童有明確的體驗，只能借助工具，例如：時鐘的長短針、節拍器等，配合生

活事件，來經驗時間的量感。所以對時間的知覺，必須藉由工具上比對刻度的觀點，從刻度的變化才得以掌握（鍾靜，1998）。

肆、時間進位制：

在多數的語文中，命數系統多以不同的「單位字」（表示數量的符號）來指稱不同階層的數量單位（張永傑，2000）。且多數的單位量皆以十進位為其進數結構。但時間進位制並非以常用的十進位為基準的進制單位，常見的時間進位制系統有三百六十五進位（日聚為年）、六十進位（秒聚為分、分聚為時）、三十進位（日聚為月）、二十四進位（時聚為日）、十二進位（月聚為年）、七進位制（日聚週），此外時制又分為十二時制和二十四時制。也因它牽連高低兩階或多階時間單位，內容極為複雜，以致學生忽略了時間的換算單位是多進位制的，也因為複雜的多進位制化聚換算，因而常造成學生在時間學習上的困難。

第二節、九年一貫時間教材地位分析

數學課程在世界上多數國家均佔重要地位。在二次大戰後，將義務教育提高至初級中學，數學就與語文同時列為必修的科目，可見數學教育在基礎教育中的地位與重要性，似乎是無庸置疑的。到八十年

代，文明國家的課程專家已明確的提出普及數學教育，讓更多人獲得學習數學的機會，學到好的數學能力，同時獲得高階思考的能力。我國從民國 64 年公佈課程標準，經 82 年新課程標準的修訂，90 年推出九年一貫課程實施暫行綱要，兩年後，修訂暫行綱要；九年一貫課程數學領域綱要於 92 年 11 月 14 日正式公佈，並將於 94 學年度起全國自一年級及七年級同步逐年實施。數學的學習首重循序累進的邏輯結構，因此，過去國內外數學教材的演進，概遵循此邏輯結構，以保證數學教育的穩定性。

因此為研究需要，首先必需了解九年一貫數學學習領域的教學理念，其次分別為，國小課程數學領域時間教材的認知結構層次、能力指標（含分段能力指標及其細目）、時間度量衡單位及標準用詞表，最後再對時間教材在數學課程領域中的地位做分析。以上共分五個部分，分述如下：

壹、九年一貫數學學習領域的教學理念：

數學是較能進行國際性評比的學習領域，教學的成效亦有較客觀的標準，因此，數學教育成效的評估應有其客觀基礎。數學之所以被納入國民教育的基礎課程，有三個重要的原因：

一、數學是人類重要的資產，為科學、技術及思想發展的基石及文明演進的指標與推手。

二、數學是理性與自然界對話時最自然的語言。

三、數學知識是人類的生存本能及初等直覺經過文明累積的陶冶與教育的具體延伸，並形成有力的思維能力。

九年一貫課程強調以學習者為主體，以知識的完整面為教育的主軸，以終身學習為教育的目標。在進入二十一世紀且處於高度文明化的世界中，數學知識及數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應具備的基本能力。

數學領域將九年國民教育區分為四個階段：階段一（一~三年級）、階段二（四、五年級）、階段三（六、七年級）、階段四（八、九年級）。數學內容則分為數與量（N）、幾何（S）、代數（A）、統計與機率（D）、連結（C）等五大主題。連結主題即是指數學內部的連結可貫穿前四個主題，強調的是解題能力的培養，數學外部的連結則強調生活及其他領域中數學問題的察覺、轉化、解題、溝通、評析諸能力的培養（教育部編印，2001），具備這些能力，一方面增進學生的數學素養，能適切地應用數學，來提高生活品質，另一方面也能加強其數學的思維，有助於個人在生涯中求進一步的發展。

九年一貫數學學習領域的教學總體目標為：（一）培養學生的演算能力、抽象能力、推論能力及溝通能力（二）學習應用問題的解題方法（三）奠定下一階段的數學基礎（四）培養欣賞數學的態度及能

力。國民小學階段的目標為：(五)在第一階段(一至三年級)能掌握數、量、形的概念(六)在第二階段(四至五年級)能熟練非負整數的四則與混合計算，培養流暢的數字感(七)在小學畢業前，能熟練小數與分數的四則計算；能利用常用數量關係，解決日常生活的問題；能認識簡單幾何形體的幾何性質、並理解其面積與體積公式；能報讀簡單統計圖形並理解其概念。國民中學階段的目標則為：(八)能理解坐標的表示，並熟練代數的運算及數的四則運算。(九)能理解三角形及圓的基本幾何性質，並學習簡單的幾何推理。(十)能理解統計、機率的意義，並認識各種簡易統計方法。

貳、時間教材的認知結構：

國民中小學九年一貫課程綱要中，數學領域「數與量」主題之下的「量與實測」部分是國小數學的核心課程之一，包含長度、重量、容量、角度、面積、體積、時間等生活中常用的七種量，前六種量屬於幾何(感官)量，處理上可以依賴學生的幾何經驗，比較容易，時間則可稱為工具量(鍾靜，1994/1998)。時間它不同於「重量」、「容量」、「長度」、「面積」、「體積」和「角度」這類絕對量感，可以從實物存在性質上入手的感官量(鍾靜，1994)。它沒有形體也無重量，是一種建基在「刻度上變化的相對性質」的工具量，需藉由工具上比對刻度的觀點，從刻度的變化掌握此類量的相對量感。而在九年一貫

課程綱要中，對「時間」概念並未提出認知發展形成歷程，所以工具量教材架構是承襲 82 年版小學數學課程標準(教育部，1993)中的說明，其教材內容都在台灣省國民學校教師研習會數學小組研發的實驗版以及國立編譯館的部編本中具體呈現，學者據此將時間定義為「工具量」，並將國小課程中有關時間的教材分為四個層次，分層分年級編寫課程(鍾靜，1998/2001；魯炳寰、林素微，2001)。分述如下：

層次一(比對刻度現點)：以工具上的不同刻度作為不同情境指標。

本階段完全不涉及量感，更不是從數學結構開始，而是以長、短針在鐘面的位置或數字在月曆的位置進行教學；例如：以二針所指刻度，直接報讀幾時幾分。

層次二(建立量感階段)：以比較紀錄上的差異引入刻度上的變化概念，從而建立所謂的相對量感。此階段開始配合生活事件建立各時間量的量感，例如：6 時到 7 時的刻度變化，配合生活事件，認識 1 時的量感。

層次三(建立等量感階段)：由等相對量感的不同階刻度的變化，引出及應用不同刻度間的關係。大部份中年級的時間教材在此階段。

當兒童有了各階(年、月、日、時、分、秒)的量感後，開始建立連續二階、三階間的化聚活動；例如：經歷相同事件，都是從 6 時到 7 時，用小時計算是 1 小時，用分鐘計算是 60 分鐘，進而引發二階單

位間 1 小時等於 60 分鐘的關係。

層次四（計算與應用）：例如：時間(量)的加、減、乘、除法問題，時刻與時間(量)交互關係的問題。

表 2-2-1：發展層次與九年一貫時間教材各階段能力指標對照

階段	年級	發展層次	能力指標	分段能力指標	備註
一	一	1. 比對刻度	N-1-13	1-n-08	日期與鐘面上整點、半點的時刻
	二			2-n-11	報讀幾點幾分時刻
	三	2-n-12		認識不同的時間子系統及其關係	
	四	3-n-11		認識時間單位及單名數高低階間的化聚關係，並作同單位時間量的加減計算。	
二	四	3. 建立等量感	N-2-15	4-n-12	複名數與單名數的化聚計算，以及時刻與時間量的加減問題
	五	4. 計算與應用		5-n-13	整數的時間化聚
三	六				含分數與小數間的時間化聚

（灰底部分為本研究的範圍）

由於一、二年級階段完全不涉及量感，且不是從數學結構開始，而是以長、短針在鐘面的位置或數字在月曆的位置進行教學；三年級時間的計算，只進行「時」或「分」同單位時間量之加減計算，因此不在本研究探討之列，本研究的時間認知結構屬於建立等量感及計算與應用層次。

參、九年一貫課程綱要時間教材能力指標、分段能力指標及其細目：

在第二節曾提過，九年一貫課程數學領域綱要自 92 年 11 月 14 日正式公佈之後，將於 94 學年度起全國自一年級及七年級同步逐年

實施，在國小階段小一由 94 年 8 月起實施，中年級由 96 年 8 月起實施，高年級要直到 98 年 8 月起才實施，90 年暫綱承襲了 82 年版課程標準的理念，重視概念的理解，但卻弱化了計算能力的培養，除了數學概念的理解外，計算亦是數學的基礎，熟練數的計算，是銜接下一階段數學的基石。加上以階段劃分，能力指標過於籠統、簡略，以致解讀因人而異，缺少分年細目的設計，亦造成不同版本教科書內涵的嚴重落差。本研究針對國小五年級的學童，在課程設計上仍是根據 90 暫綱的能力指標，但部分教科書已加入 92 正綱的能力指標了，所以將 90 暫綱及 92 正綱中關於時間教材的能力指標整理如下表。

表 2-2-2：九年一貫暫綱各階段的能力指標

階段	年級	發展層次	能力指標	銓釋
一	1~3	具體操作 /視覺	N-1-11	能區分幾個事件發生的先後順序。
			N-1-12	能報讀鐘面上的幾點、幾點半以及數字鐘上的時刻，以便溝通。
			N-1-13	能透過查月曆報讀幾月幾日星期幾，並知道一年有 12 個月及各月之日數。
			N-1-16	能透過感官活動感覺一個物體運動的快慢。
			S-1-2	能依據二維、三維基本形體的外觀做簡單分類。
			S-1-3	能複製二維、三維的基本形體。
二	4~5	具體表徵 /察覺樣式	N-2-8	能報讀(鐘面上的)時刻以及點算兩時刻間的時間；能理解 24 時制並應用在生活中。
			N-2-11	能理解生活中，各種量的測量工具上刻度間的結構，進而對以同單位表達的量作形式計算。
			N-2-12	能知道同類量中二階單位之間的關係及使用二階單位作描述，並利用此關係作整數化聚。
			N-2-18	能用時間的長短，描述一物體在固定距離內的運動速率；

能用距離，描述一物體在固定時間內的運動速率。

三	6~7	類化具體 表徵/辨 識樣式間 的關係	N-3-9	能理解同類量中不同單位間的關係，並作化聚活動(可以有分數、小數)。
			N-3-16	能用平均速率的概念描述一個物體運動的狀態，並認識速率的普遍單位米/秒、千米/時等，應用在生活中。
			N-3-17	能掌握米/秒和千米/時之間的關係，並利用此關係作化聚。 (灰底部分為本研究的範圍)

表 2-2-3：九年一貫正式綱要各階段的能力指標

階段	年級	能力指標	分年細目	細目詮釋
第一階段	一	N-1-13 能報讀時刻，認識常用的時間單位，並做時或分同單位的加減計算。	1-n-08 能認識常用時間用語，並報讀日期與鐘面上整點、半點的時刻	<p>◎先進行幾個事件發生先後順序的辨識活動。</p> <p>◎能使用常用時間用語，如上午、中午、下午或今天、昨天、明天，並知道其先後順序。</p> <p>◎能查閱日曆、月曆或年曆上的日期，知道今天是「幾月幾日星期幾」。</p> <p>◎能認識鐘面上的長、短針，並報讀時鐘上常用的時間刻</p> <p>度，在一年級只作整點或半點的報時。如「1 點鐘」、「3 點半」。</p>
			2-n-11 能認識鐘面上的時刻是幾點幾分	<p>◎1-n-08 的時鐘報讀是以「半個鐘頭」為單位。二年級先利用鐘面上小刻度位置所對應的幾分時刻，進行幾點幾分的報讀；再由「五個一數」，知道鐘面上的數字所對應的幾分時刻，進行鐘面時刻的有效報讀。教學上應讓學童與長度測量之刻度尺相連結。</p> <p>◎在報讀鐘面時刻的活動中，配合連續撥鐘活動進行「7 點 55 分的時針接近 8，但還不到 8 點」、「8 點 5 分是時針接近 8，但超過 8 點」的練習，協助學童掌握時針所在位置代表的正確數值。</p>
二			2-n-12 能認識「年」、「月」、「星期」、「日」，並	<p>◎學童藉查看年曆，認識一年有 12 個月，以及各月的日數、每星期的日數，並藉由二月份日數的不同，區分「平年」、「閏年」。</p> <p>◎例：藉由查看月曆，點算 7 月加 8 月的總日數。</p> <p>◎例：藉由查看月曆，點算暑假的天數。</p> <p>◎例：知道每月至少有（大概有）4 星期。</p>

知道「某月有幾日」、「一星期有七天」。

3-n-11 能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並作時或分同單位時間量的加減計算。

◎能認識「1 日=24 時」、「1 時=60 分」及「1 分=60 秒」的關係。

◎例：能用馬表報讀同學跑 50 公尺，所用的時間（幾「日」、

「時」、
「分」、
「秒」及
時 0 分。

◎由於時間的計算，牽涉到時間單位的複雜進位（24 進位、60 進位）與數的 10 進位記數系統混合的問題，必須完全仰賴單位的換算，比其他量要困難。因此在三年級時，只宜進行「時」或「分」同單位時間量之加減計算。

◎例：知道現在的鐘面是 5 時 53 分，而且差 7 分就是 6 時。

◎例：媽媽說「我再過 2 小時會回來。」，現在時鐘是 3 時 20 分，請問媽媽什麼時候會回來？

◎例：小麗上學出門時是 7 時 42 分，走到學校時已經是 7 時 55 分，請問小麗從家裡到學校走了多少時間？

<p>第二階段</p>	<p>四</p>	<p>N-2-15 能認識測量的普遍單位，並處理相關的計算問題。</p>	<p>4-n-12 能解決複名數的時間量計算，以及時刻與時間量的加減問題。</p> <p>◎本細目之加減計算含「日」、「時」、「分」、「秒」。</p> <p>◎例：2 時 35 分=60 分×2+35 分=155 分。60 時=2 日 12 時。</p> <p>◎例：「現在是早上 10 時 50 分，再過 90 分是幾點？」，由於 90 分是 1 時 30 分，所以再過 90 分是 11 時 80 分，即 12 時 20 分，知道是午後 20 分。</p> <p>◎例：「現在是早上 10 時 30 分，再過多久是午餐時間？再過多久是放學時間？」，這個問題的答案以各校之課表時間為準，教師要協助學生處理經過正午的時間計算問題。</p> <p>◎例：現在是下午 5 時，知道再過 24 時，是明天下午 5 時。再過 36 時是後天早上 5 時。</p> <p>◎例：「小明上學出門時間是 7 時 45 分，如果他走路需要花 20 分，請問小明會不會遲到？」</p> <p>◎例：「小英今晚看卡通的時間是 30 分，洗澡 15 分，吃</p>
-------------	----------	--------------------------------------	---

五	5-n-13 能 解決時間 的乘除計 算問題。	<p>飯 50 分，請問小英做這些事，總共花了幾時幾分？」</p> <p>◎例：「電影片長 2 小時 15 分，如果已經播了 57 分鐘，還有多久才播完？」</p> <p>◎本細目的單位換算與計算限於整數範圍。</p> <p>◎例：如果知道練習彈奏一首鋼琴曲要 5 分 30 秒，連續彈奏三次需要多少時間？</p> <p>◎例：連續播放一首歌曲五遍共需 31 分 15 秒，只播放一遍需要多少時間？</p>
	第 三 階 段	<p>六</p> <p>研究者認為此階段時間化聚的處理才涉及分數、小數的等量關係。</p>

(灰底部分為本研究的範圍)

肆、時間度量衡單位及標準用詞表：

一、時間常用度量衡單位表 (表：2-2-4)

表 2-2-4：時間常用度量衡單位

類別	單位	說明
時間	日 (d)、時 (h)、分 (min)、秒 (s)	1 日 = 24 時，1 時 = 60 分，1 分 = 60 秒

(依據經濟部標準檢驗局於中華民國九十二年六月十三日，經標字第 09204608060 號公告修正之「法定度量衡單位及其所用之倍數、分數之名稱、定義及代號」，相關資訊網

<http://www.bsmi.gov.tw/upload/b04/public/files/metrologyunit.doc>)

二、時間標準用詞表 (表：2-2-5)

表 2-2-5：時間標準用詞

年級	數與量		幾何	代數	統計與 機率
	數與計算	量與實測			
一年級		◎上午、中午、下午、昨天、今天、明天、幾月 幾日星期幾、幾點鐘、幾點半			
二年級		◎年、月、日、星期 ◎時、分、幾點 (時) 幾分			
三年級		◎秒、日			
四年級					

五年級					
六年級		◎速度、距離、時間			

伍、各版本時間教材地位分析：

為了能確切了解國小五年級學生，時間單元的學習內容，研究者將 64 年版、82 年版、90 年公佈之九年一貫暫行綱要及 92 年之九年一貫正式綱要中關於時間教材的能力指標整理成比較表，並參考目前國小數學教材主要版本教師手冊、相關文獻及其他參考資料，分析並繪製各版本教科書五年級時間教材地位圖，除了對整個時間教材的沿革有更深的了解外，亦對之後的研究提供更適合的定位。

一、時間教材沿革比較表：

表 2-2-6：我國國小數學課程時間教材能力指標比較

課程年級	64 年版	82 年版	九年一貫暫行綱要(90 年)	九年一貫正式綱要(92 年)
一年級	1. 幾點鐘、幾點半的認識 2. 幾月幾日星期幾的認識	1. 認識幾點鐘、幾點半。 2. 以幾點鐘、幾點半來報讀時刻。 3. 認識幾月幾日星期幾。 4. 以幾月幾日星期幾來報讀日期	N-1-11 能區分幾個事件發生的先後順序。 N-1-12 能報讀鐘面上的幾點、幾點半以及數字鐘面上的時刻，以便溝通。 N-1-13 能透過查月曆報讀幾月幾日星期幾，並知道一年有 12 個月及各月之日數	N-1-13 能報讀時刻，認識常用的時間單位，並做時或分同單位的加減計算。 1-n-08 能認識常用時間用語，並報讀日期與鐘面上整點、半點的時刻。

二年級	1. 幾點幾分的認識 2. 時、日、月、年的認識	1. 認識幾點幾分。 2. 以幾點幾分來報讀時刻。			2-n-11 能認識鐘面上的時刻是幾點幾分。 2-n-12 能認識「年」、「月」、「星期」、「日」並知道「某月有幾日」、「一星期有七天」。
三年級	1. 時刻的認識 2. 秒與分的認識 3. 時間的實測與求法	1. 認識時、日、月、年間的關係。 2. 時、日、月、年的化聚。			3-n-11 能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並作時或分同單位時間量的加減計算。
四年級	1. 簡易的時分化聚 2. 複名數的加減	1. 認識時、分、秒間的關係。 2. 時、分、秒的化聚。 3. 時間的實測及求法。	N-2-8 能報讀(鐘面上的)時刻以及點算兩時刻間的時間；能理解 24 時制並應用在生活中。 N-2-10 能認識各種量的普遍單位，應用在生活中的實測和估測活動，並培養出量感(普遍單位：千米、毫米、公升、毫公升、時、分、秒)。	N-2-15 能認識測量的普遍單位，並處理相關的計算問題。	4-n-12 能解決複名數的時間量計算，以及時刻與時間量的加減問題。
五年級	1. 複名數的乘除	1. 時間的化聚與計算。 2. 運用小數、分數記錄時間及簡化化聚和計算過程。	N-2-12 能知道同類量中二階單位之間的關係及使用二階單位作描述，並利用此關係作整數化聚。		5-n-13 能解決時間的乘除計算問題。
六年級			N-3-9 能理解同類量中不同單位間的關係，並作化聚活動(可以有分數、小數)。		

上表中，灰底黑字的部分為本研究的研究範圍，由表中可知五年級學童對於時間教材的學習，不管是根據那一年版本的課程教材能力指標而言，理應能清楚分辨時刻、時距概念以及做時間的整數化聚活動。至於運用小數、分數進行時間化聚和計算，82 年版是在放在五年級的課程；90 年暫綱則要到六年級才出現，至於 92 年正綱雖然在分年細目 5-n-13 的細目詮釋中提及在本階段單位換算與計算限於整

數範圍，但因部分版本教科書於五年級上學期已出現小數和分數教材，所以若部分學生運用小數、分數處理時間化聚問題，則一並探討，就以上說明，研究者認為以國小五年級學童為對象，進行時刻、時距與時間化聚概念之研究，是合宜且可行的。

二、各版本教科書時間教材地位圖：

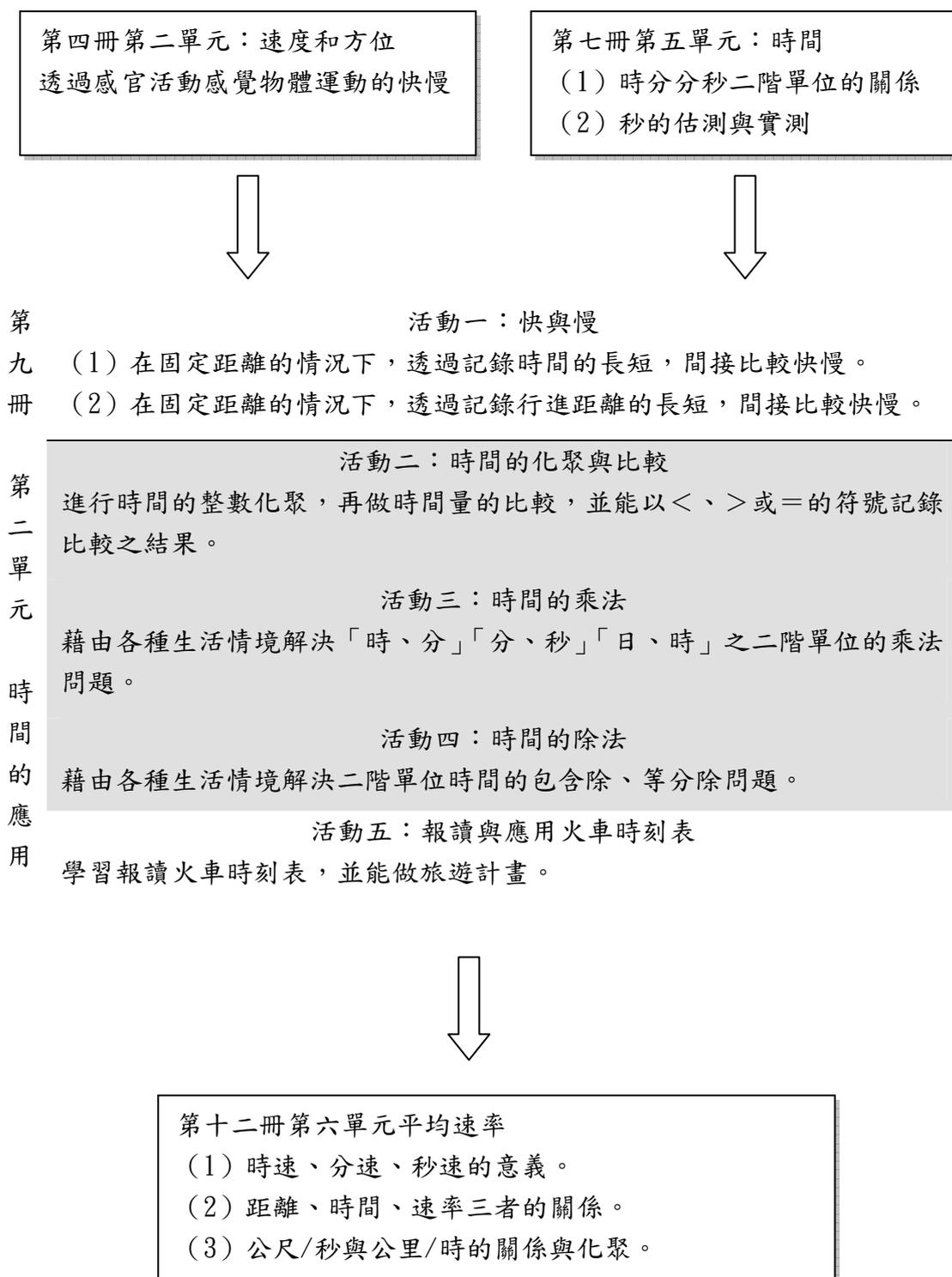


圖 2-2-1：翰林版時間教材分析圖（灰底部分為研究範圍）

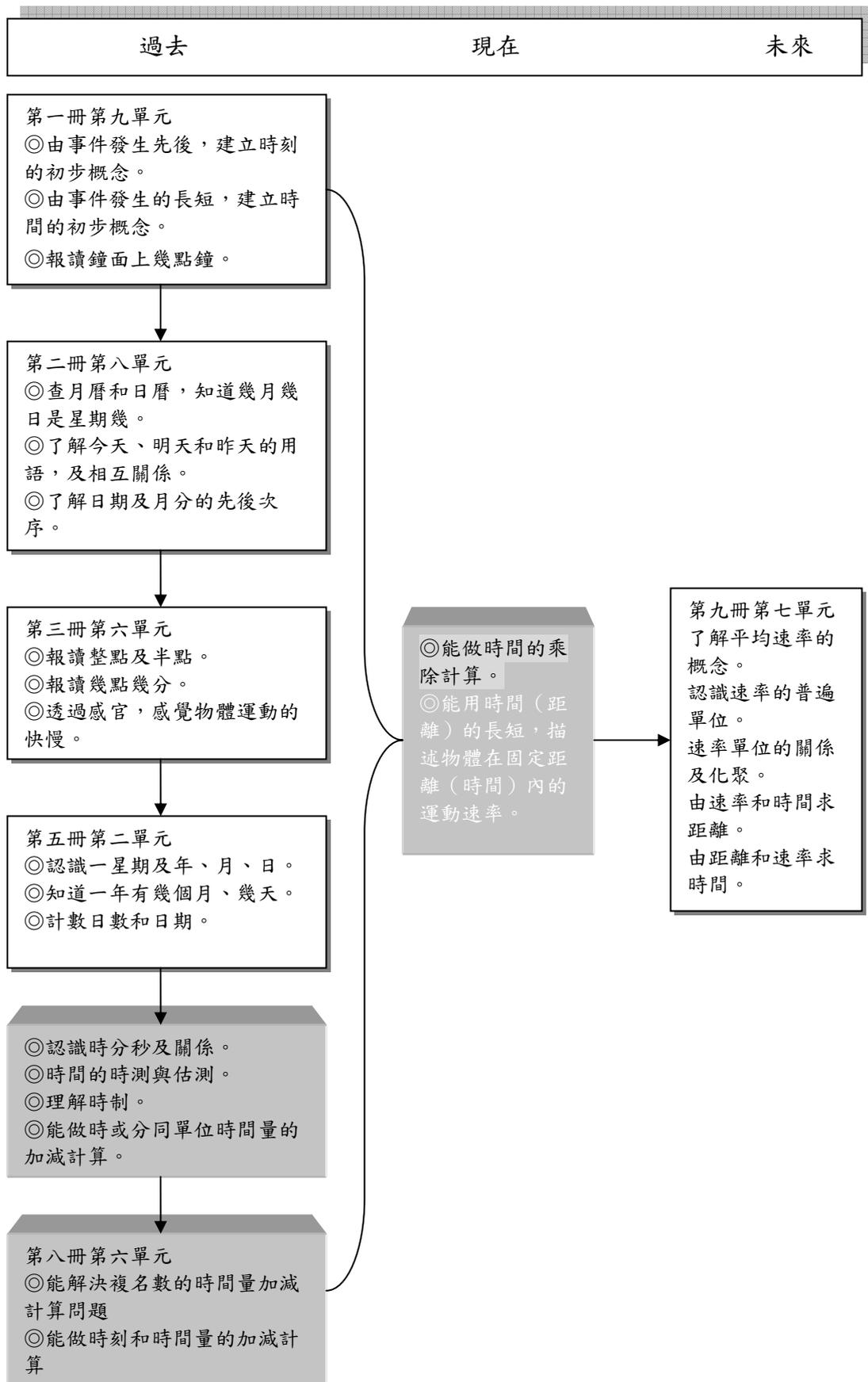


圖 2-2-2：康軒版時間教材分析圖（灰底黑字部分為研究範圍）

第七冊 單元二

- ◎ 時分及分秒及日時的換算。
- ◎ 認識 24 時制的幾點幾分
- ◎ 認識 1 小時是 60 分鐘

第八冊 單元十一

- ◎ 解決時刻與時間量的加減問題。
- ◎ 解決複名數的時間量計算（以直式呈現）

第 九 冊 活動一：快慢的直接比較。

九

冊 活動二：快慢的間接比較。

第

◎能察覺比較快慢的條件是移動的時間和距離。

二

◎能以兩物體在固定距離移動所用的時間長短來比較快慢。

單

◎能描述一個物體在固定時間內移動的距離。

元

◎能以兩物體在相同時間所移動的距離來比較快慢。

活動三：時、分的整數倍。

◎能解決時、分的整數倍問題，用二階單位描述計算結果。

活動四：時間的乘法。

◎利用日、時；時、分的化聚，解決時間的乘法問題。

活動五：時間的除法。

◎利用日、時；時、分；分、秒的化聚，解決時間的除法問題。

活動六：兩時刻的時間量的乘法。

◎能算出兩時刻中的時間量，解決時間的乘法問題。

活動七：兩時刻的時間量的除法。

◎能算出兩時刻中的時間量，解決時間的除法問題

第十二冊 單元三

- ◎ 用小數、分數表示時間並進行換算。
- ◎ 認識速度。

圖 2-2-3：南一版時間教材分析圖（灰底部分為研究範圍）

第三節、兒童時間概念發展及相關研究

壹、兒童時間概念：

Piaget (1969) 認為正確之時間概念和兒童的基本科學與數學概念一樣，都隨兒童的認知發展而逐漸獲得。往後多位學者的研究結果也證實，兒童時間概念的發展必須經過一段時間的學習與成長，亦即兒童時間概念是隨著年齡不同而逐漸的發展，不同年齡的兒童會呈現出不同的時間概念表現特徵。根據 Piaget 的看法，時間並非一種先驗的概念，而是個體在發展過程中，隨著認知結構的不斷重組而逐漸建構而成的。因為時間是一種很抽象的東西，所以兒童時間概念發展很慢，但是它卻是人們日常活動的中心，所以有必要對兒童時間概念及其發展情形做個探討。

Piaget (引自俞筱鈞譯著，1988) 將時間概念的發展分為序列期、超序列期及精確度量衡期三個發展分期。

(一) 序列期 (Ordinal Stage)：大約實足七歲和八歲的兒童屬於此分期。

1. 注意經過視線之情況。
2. 對次序的感覺。
3. 強調結果，如：「同時到達」。

4. 排列事情之先後，但限於同一件事內之細則。

(二) 超序列期 (Hyperordinal Stage): 兒童約在九至十足歲間屬於此分期。

1. 能序列事物情況的先後，也能考慮到所牽涉的空間以及經過的時間。

2. 能比較時距。

3. 走的遠一點認為速度快，多做一點事，認為時間長一點。

(三) 精確衡量期 (Stage of Metric Time): 兒童約在十一、十二足歲時，可以達到此分期之發展。

1. 強調所涉及之空間，完成的事，以及從開始到終止所經過之時間關係。

2. 明瞭速度與頻率之補償作用。

3. 追溯及預測。

研究者認為，以上三個時期，配合國小教材的有「序列期」中所提的對次序的感覺，同一事件的先後排列，例如：分年細目 1-n-08 細目詮釋中所提的，幾個事件發生先後順序的辨識活動，能使用常用時間用語，並知道其先後順序。分年細目中 3-n-11 所提能認識時間單位間的關係，並做同單位量的加減計算（比較時距），則配合「超序列期」中所提能比較時距及對速度具初步概念。至於細目 4-n-12

中所提時刻與時間量的加減及 5-n-13 解決時間的乘除計算，則符合「精確衡量期」中能依問題中的條件做時刻及時距相互關係的運算，強調所涉及之空間，完成的事，並追溯及預測，開始到終止所經過之時間關係。可見配合九年一貫能力指標的安排活動，有考慮以上三個分期。

Friedman (1982) 利用兒童解決時間問題的外在表徵模式，獲得兒童在不同年齡階段性的發展，依年齡分為以下三個階段：

(一) 約六至八歲的學童對時間的知覺可延伸至一年之長，他們能區別許多的規律，例如每日與每週的例行性公事，並能將自身的經驗、自然界的特徵與這些慣用時間做結合，另外對事件的順序性亦可以了解。研究者認為此階段相當於 Piaget 所稱的序列期，例如對次序的感覺及對事件順序的排列。

(二) 約八至九歲的學童逐漸學習秒、分和時...等時間測量單位，進而利用慣用時間來測量時間的間距。研究者認為此階段相當於 Piaget 所稱的超序列期，例如能比較時距及考慮所經過的時間。

(三) 約至十一歲時才可以理解任意期間的單位，但不能解釋原因。研究者認為此階段相當於 Piaget 所稱的精確衡量期，已具備追溯和預測的能力。

Case, Sandieson, and Dennis (1986) 探討兒童在時刻報讀的時間

概念，他們將時間概念的發展區分為四個階段：

(一) 前維階段 (predimensional stage)：大約三歲半至五歲的兒童能以整體或分明的變量來概念化時間，並能了解時鐘的形式，了解時間與事件的起點和終點有關。

(二) 單維階段 (unidimensional stage)：大約五至七歲的兒童能量化時間，建立「數、線」的關連到「時間線」，比較時間線上兩個點的先後，還能分辨長短針、注意鐘面上小時的刻度，報讀整點。

(三) 雙維階段 (bidimensional stage)：大約七至九歲的兒童能了解雙維度，並開始理解 60 分等於 1 小時及含指針的鐘之二維刻度。同時能報讀含指針的鐘之整點和五分鐘時刻以及數字鐘的任何時刻。

(四) 複雜雙維階段 (elaborated bidimensional stage)：大約九至十一歲的兒童精熟度比雙維度佳，能報讀整點、五分鐘時刻和一分鐘時刻。

研究者認為能力指標 1-n-08 細目銓釋中所提，認識長、短針及報讀時刻符合「單維階段」。分段能力指標 2-n-11、2-n-12 則包含「雙維階段」至「複雜雙維階段」的概念。

另外其他國內外學者的研究，研究者依兒童在不同年齡層應用時間系統模式的階段性發展過程歸納如下：

一、幼兒階段：

Friedman (1982) 指出，四歲的兒童會藉由排列較少數量的卡片，

呈現明顯空間上的變化，六至八歲的兒童可以背誦星期、季節、月份的順序。Fivush, R., & Mander J. M. (1985) 調查四歲、五歲、六歲幼稚園階段兒童對排列事件的能力，發現三組兒童均呈現類似的反應模式，即最早排列者為向前即已熟悉的事件，然後是向前的不熟悉之事件，再來是向後的熟悉事件，最後是不熟悉的向後的事件。Creekmore et al (1989) 發現兒童須具有具體物不變性及可逆性的概念發展時，才具備數字鐘報讀時刻的能力。黃希庭 (1994) 指出，五歲兒童尚無法區辨空間關係與時間關係，常以空間關係代替時間關係，六歲兒童可以分辨兩者，但不完全，至七歲時方能區辨時空關係。周煥臣(1981) 指出小孩五到七歲可辨認事件順序、時間變化和人與事件之間的關係，陳雪枝 (2002) 的研究結果指出，幼稚園和一年級 (8 歲) 的學童尚無時刻概念。

二、國小低年級階段：

Thornton & Vukelich (1988) 的研究結果指出，兒童在時鐘概念方面的發展，係從大的單位到小的單位，例如從時到分到秒；而在日曆時間概念方面的發展則是先能辨識較小的時間單位，例如日，而後到星期，而後月，最後才是年。在八歲時可稱呼最近的節日、月份、星期，開始會將有意義的人物和事件配合起來。Friedman (1982) 指出八歲的兒童可以學習週期性結構的特徵。Nibbelink & Witzenberg

(1981) 以實驗法對二年級兒童施測來比較兩種報讀時刻的教學方法，結果發現以記憶刻度位置的數字為主的教學效果較以傳統的數數為主的好。陳佩玉(2002) 研究學童對時間量的掌握，發現二年級(9歲) 學童逐漸會使用時間單位量來描述，並且隨著年齡的增加還會有不同層次的描述方式

三、國小中年級階段：

陳雪枝(2002) 指出二年級(9歲) 到三年級(10歲) 之間的學童已具備初步時刻概念，四年級(11歲) 以上的學童則更能精確掌握時刻概念。Friedman(1982) 指出十一歲的兒童可以區辨時間系統中自然的性質和任意的時間期間。陳穗秋(2002) 的訪談結果中指出四年級學童(11歲) 以上才具有完整的順序概念。周煥臣(1981) 指出十一歲是歷史時間概念的重要發展時期，能了解歷史日期的真正涵意時，已非常熟悉時鐘時間和日曆時間。

四、國小高年級階段：

Friedman(1982) 指出十一到十三歲的兒童對於公制時間(非慣用時間) 與慣用時間系統採取交換使用。Thornton & Vukelich(1988) 指出兒童十二歲時能將年代日期與適當歷史事件和人物配起來。陳穗秋(2002) 的訪談結果中指出至於完整的週期概念則是六年級(13歲) 以上的學童才具備。

以下將針對各位學者對兒童時間概念發展過程及發展分期的研究結果整理如下表：

表 2-3-1：國內外學者研究整理

年齡 學者	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13~
Piaget (1969)				序列期			超序列期		精確衡量期		
Friedman (1982)				1. 將自身的經驗、自然界的特徵與這些慣用時間做結合 2. 了解事件的順序性			1. 學習秒、分和時等時間測量單位。 2. 利用慣用時間來測量時間的間距。		理解任意期間的單位		
Case, Sandieson, and Dennis (1986)		前維度階段 (predimensional stage)		雙維階段 (bidimensional stage)				單維階段 (unidimensional stage)		複雜雙維階段 (elaborated bidimensional stage)	
Thornto and Vukelich (1988)						1. 可稱呼最近的節日、月份、星期。 2. 開始會將有意義的人物和事件配合起來。				能將年代日期與適當歷史事件和人物配起來	
Creekmore et al (1989)				具備報讀時刻的能力							
黃希庭 (1979, 引自李丹)				部分兒童能區辨空間關係與時間關係	能將時空關係區分出來						
周煥臣於 (1981)			可辨認事件順序、時間變化和人與事件之間的關係						能了解歷史日期的真正涵意，已非常熟悉時鐘時間和日曆時間		
吳政諺 (1998)							43% 左右具有時間單位的推理能力				具有時間單位的推理能力
陳穗秋 (2002)						有初步的順序概念，但不具備週期概念。		具備完整順序概念，但週期概念未臻完備			具備完整順序與週期概念
陳雪枝 (2002)						沒有時刻概念不知有標準時刻	具備初步時刻概念		精確掌握時刻概念		
陳佩玉 (2002)						不能使用時間單位量來描述	能使用時來描述時間量		能使用分來描述時間量		能使用秒來描述時間量

綜合上述多位學者的研究結果，可以歸納如下：

- (一) 時間是一種建基在掌握刻度變化上的工具量 (鍾靜, 1998)。
- (二) 兒童的報讀時刻教學，應以記憶時鐘刻度所在位置數字的圖像表徵法較為有效 (Nibbelink & Witzenberg, 1981)。
- (三) 兩時刻間時距的求得，以往上數策略解題較易 (譚寧君, 1999)，這和學生普遍認為加法較減法來得容易的觀點吻合。
- (四) Thornton & Vukelich (1988) 指出兒童在時鐘概念的發展，先由大單位到小單位 (即時到分到秒)，日曆時間由小單位到大單位 (即週到月到年)。
- (五) 先由事件順序的辨認，到熟悉時鐘時間和日曆時間，最後發展出歷史時間概念 (周煥臣, 1981)。
- (六) 黃希庭 (1994) 指出兒童時間概念的發展，由時間關係與空間關係混淆，過渡到動輒以空間關係代替時間關係，最後能區辨時空關係。

由以上歸納可以得知，雖然兒童個體在時間概念的發展上存在著相當大的差異性，但大體上是循序漸進的，需由辨認事件順序，了解人與事間時間變化的關係，而後熟悉理解時鐘時間和日曆時間，了解歷史日期的真正涵意，掌握任意期間的單位，具備完整順序與週期概念，皆依循一定的發展期不斷重組而逐漸建構而成的。

貳、時間化聚類型探討：

日常生活與時間學習常涉及時刻和時刻間、時刻和時間、時間和時間交互作用而導致時間量的變化，為了運算方便及習慣用法而有時間化聚過程，時間化聚是時間單位間的「等量」運算，包含整數、分數與小數間的運算關係，就是時間單位量間的轉換，在時間單位量轉換過程應以時間的進制單位為基礎，時間化聚過程中牽涉到複雜且不同時間的進位制，但是大多數學生已習慣十進位的運算規則，認為十進位系統較其他數字系統來的容易，對於非十進位系統普遍認為困難，因此常造成學生學習上的混淆，以下將對時間問題的分類進行探討，以釐清學生的觀念，幫助學生學習。

一、以時間單位的換算分類：以時間的進制單位為基礎，進行時間單位量間的轉換過程，時間等量運算，因低階單位「聚」成等量高階單位及高階單位「化」成等量低單位，就問題中所呈現不同高低階單位間及單名數及複名數間進行等量換算可區分如下。

(一) 兩階單名數與單名數化聚：

1. 相鄰兩階換算（一次換算）：例如，1 分 = 60 秒；1 時 = 60 分。
2. 非相鄰兩階換算（須經二次以上換算）：例如，1 時 = 3600 秒（60 分 = 60×60 秒）。

(二) 兩階單名數與複名數化聚：例如，90 秒 = 1 分 30 秒；50 時 =

2 日 2 時。

(三) 複名數與複名數時間單位化聚：例如，1 時 30 秒 = 60 分 30 秒；

40 時 20 秒 = 1 日 16 時 20 秒。

(四) 多階單名數與複名數化聚：例如，3930 秒 = 1 時 5 分 30 秒。

二、以時刻與時距的關係分類：常見的時間加減法文字題可依題目中呈現時刻與時距（或稱為時間（量））的交互關係分為：

(一) 時刻 ± 時距 = 時刻：例如，小華從 9 時 45 分開始游泳，游了 1 時 20 分，請問小華何時上岸？（求時刻）

(二) 時刻 ± 時刻 = 時距：例如，小華從 9 時 45 分開始游泳，11 時 30 上岸，請問小華共游了多久？（求時距）

(三) 時距 ± 時距 = 時距：例如，小英看叢林故事上冊花了 2 時 48 分，下冊花了 1 時 54 分，請問她總共花了多少時間看完叢林故事？（求時距）

三、以文字題的運算類型來分類：數學文字題的分類有許多不同的標準，有以「情境」、「語意結構」、「運算」為標準的，也有以「教學層面」、「文字題性質的變項」為標準的，但最普遍的分類方法則是以解題過程中使用到的運算種類來分類，這種分類方式同時考慮到加、減、乘、除四則運算。

(一)、加減法運算文字題：

Nesher & Hershkovitz (1994) 針對加、減法文字題，將其區分為改

變型、比較型和合併型三類。「改變型」和「比較型」又可依未知數的性質再細分為「結果量未知」、「改變量未知」、「起始量未知」三類；「合併型」又分為「總數未知」、「子集合未知」二類。時間化聚加減法文字題亦適用於文字題分類，故依 Nesher 和 HersHKovitz 觀點分類如下：

表 2-3-2：依 Nesher 和 HersHKovitz 觀點的時間化聚加減法文字題分類

類別	未知數性質	例題
改變型	結果量未知	上午 10 時 10 分上課，一節課是 40 分鐘，下課是幾時幾分？
	改變量未知	<u>子平</u> 每天從上午 6 時 30 分練直排輪，直到 7 時 15 分才結束，請問 <u>子平</u> 共練多久？
	起始量未知	<u>詩縈</u> 吃晚餐用了 30 分鐘，吃完時是 7 時 40 分，她是從幾點幾分開始吃的？
比較型	結果量未知	<u>國鐘</u> 上學步行需 2 時 50 分； <u>珮婷</u> 上學步行需 1 時 30 分；兩人花的時間相差幾時幾分？
	改變量未知	從 <u>台北</u> 到 <u>高雄</u> ，搭自強號火車比搭莒光號火車快 1 時 20 分，如果搭莒光號火車要 5 時 35 分，那麼搭自強號火車要多久？
	起始量未知	<u>琮閔</u> 寫功課花了 1 時 25 分，比 <u>亭劭</u> 快了 20 分，請問 <u>亭劭</u> 寫功課花多少時間？
合併型	總數未知	<u>玫廷</u> 參加登山活動，上山時花了 3 時 25 分，下山時花了 2 時 45 分，來回路程共花了幾時幾分？
	子集合未知	自強號火車從 <u>台北</u> 到 <u>高雄</u> 要 4 時 30 分，若已行駛了 3 時 10 分，還需要多少時間才會到站？

(二)、乘法運算文字題：Vergnaud (1983) 從概念域的觀點，認為所謂「乘法」應包括乘法、除法、比、比例、分數、有理數、笛卡兒乘積…等。因此他將乘法分為三種類型：量數同構型 (isomorphism of measures)、量數的乘積型 (product of measures)、多重比例 (multiple proportion)，依其觀點可分類如下：

表 2-3-3：依 Vergnaud 觀點的時間化聚乘法文字題分類

類別	例題
量數同構型	遊園列車繞動物園一圈要花 2 時 18 分，繞 4 圈要花幾時幾分？
量數的乘積型	※時間教材中幾乎無此類文字題
多重比例	8 個人每天工作 12 小時可完成一項為期二個星期的工程，請問 6 個人要每天須工作幾小時才能在同樣的時內完成？

(三)、除法運算文字題：kouba (1986) 對除法問題的情境模式，區分為包分除與等分除兩種基本類型，按其分類方式例舉如下：

表 2-3-4：依 kouba 觀點的時間化聚除法文字題分類

類別	例題
包含除	家菱寫一題計算題平均需要 1 分 40 秒，10 分鐘可以寫幾題？
等分除	姜仁花了 2 小時 15 分完成 3 項作業，平均完成 1 項作業花了幾分？

(四)、以步驟區分：Marshall 將文字題分為 Change、Group、Compare、Restate、Vary 五種類型，在解題步驟的運算中以上述五種類型進行，只需一步驟可解題屬於單步驟題，若經過兩步驟以上則統稱二步驟題。分類如下：

表 2-3-5：依 Marshall 觀點的時間化聚文字題解題步驟的運算分類

類別	例題
單步驟	妹妹看書，從下午 6 時 30 分到 8 時 20 分，共看了幾時幾分？
雙步驟	每部廣告片長 1 分 28 秒，從下午 2 時 48 分開始，連續播放 9 部，中間不休息，播完時是什麼時候？

參、錯誤類型/可能原因：

一、錯誤類型：

計算上錯誤可分為兩種，一種是由於不小心做錯而產生的，稱為疏忽或粗心 (slips)，其產生是不規則的，所以並沒有引起太大的注意 (Anderson & Jeffries, 1985)；另一種稱為系統性錯誤 (systematic

errors)，則是由於學習錯誤的觀念或程序而產生的（李芳樂，1993）。

Engelhardt(1982)將學生的錯誤分成四種基本的類型：機械性的錯誤、粗心的錯誤、計算上的錯誤、演算過程的錯誤。

Robert(1968)針對小學三年級學生的計算錯誤歸納出四種類型：

1、錯誤的演算：學生在演算題目時，只是在完成演算的過程，而不是在獲得問題的答案。

2、明顯的計算錯誤：過程雖然正確卻看錯題目的數字、運算符號或算錯答案。

3、不完全的計算過程：學生使用正確的演算法，同時數字也沒有計算錯誤，卻錯在演算過程的某一步驟上，因而沒有完成該題目。

4、隨便回答：所算出的答案與該題目的無關聯。

Brown & burton (1978)認為計算程序通常由部分組成，如果這些組成的部分發生錯誤，整個程序便發生錯誤；其原因是由於某種錯誤知識，或是缺乏某些知識引起的，因此受到許多研究者的重視。

Marshall(1987)將學生的解題錯誤分為六大類：(1)處理語言訊息的錯誤(2)解釋空間訊息的錯誤(3)選擇適當步驟的錯誤(4)概念連接的錯誤(5)應用不相干的規則或訊息(6)不專心。

Robert (引自李芳樂，1993)認為學生在計算題所犯的錯誤並

非是粗心或不知如何進行所引起，在其研究中找出四種類型的錯誤：

(1) 錯誤的運算 (2) 明顯的計算錯誤 (3) 有缺陷的演算程序 (4) 隨機的反應。

林清山、張景媛(1994)將學生解題錯誤分成四類：(1) 問題轉譯的錯誤 (2) 問題整合的錯誤 (3) 解題計劃及監控的錯誤 (4) 解題執行的錯誤。

Cox (1975)針對加法的錯誤分成三大類：(1) 系統性的錯誤：重複使用錯誤的算則或規則 (2) 隨機的錯誤：無規則可循的錯誤 (3) 粗心的錯誤：受試者瞭解如何去做，只是算錯而已。

歸納以上學者的觀點，研究者認為學生錯誤類型不外乎，假性錯誤，即受試者知道如何去做，只是算錯而已，又可分為計算上的失誤及解題步驟上的錯誤，但因只是一時的疏忽所致，故較無探討必要。另外事實上的錯誤，則可分為運算上的錯誤、解題程序及策略上的錯誤、漫無目的回應等幾類，其中又以解題程序及策略上的錯誤，值得深入探討。

二、錯誤的可能原因：

(一)、建構主義觀點：

建構主義主張學生的知識是由學生自行建構而成的，而學生的先前知識對其知識建構正確與否影響甚大，若先前知識與專家概念相去

甚遠時，不但會干擾學習，也會影響思考過程，形成錯誤概念。

Siegel(1981) 與 Shuell(1990)認為學生數學概念的建立，特別強調原有概念的重要性，學習數學的心理歷程都是由前面的知識為基礎不斷的建構出個人的知識結構，且不斷的獲得新訊息以擴充整個知識的內涵。Pines(1980)提到人類概念的形成正如一個圓錐形的結構，底部是延伸的部分，包含某一概念的許多小的事例；而圓錐形的頂部則是一種內涵，即所謂概念的特質，學習時，由底部的事例歸納至上層，即是概念化歷程；由上層的概念推理至下層，即是應用。由下往上的概念化過程中有可能獲得不正確的內涵，再由上往下將不正確的內涵應用出來時，就會產生錯誤。而此種錯誤的概念(misconception)則是學生在知識自我建構的歷程中逐步形成。

(二)、修補理論 (Repair Theory)：

Brown 與 Vanlehn(1980)提出的「修補理論」指出學生在解答問題過程中，如於某一部份遇到困難，他們通常不會立刻放棄，而會尋求其他的法則來解決做為一種解難過程 (problem solving process)，易言之，當其知識系統有漏洞時，學生就會想辦法去使用其他的規則或知識，來彌補此項缺失使解題得以繼續。即使沒做對，至少他做了，完成了老師交代的任務。找出一個說服自己的解決辦法，修補成功，而這得以自圓其說的修補辦法便會成為一條法則，若在尋求替代方案

的過程中有錯誤，則整個解答過程便發生錯誤。

(三)、錯誤類化 (misgeneralization)：

Matz (1982) 認為錯誤是由於學生對正確的規則做出錯誤類化或過分類化所產生。當學生學習一種新的數學方法時，有時由於能力不足，退回到沿用舊的方法解決新的問題。Sutton 與 West (1982)，Head (1986) 等人都曾提出產生錯誤概念的主要原因有七種：(1) 與生俱來 (2) 從日常生活而來的 (3) 從隱喻而來的 (4) 從類比產生的 (5) 來自同儕文化 (6) 正式或非正式的教學 (7) 字義的聯想、混淆、衝突或缺乏知識。

(四)、不完全學習：

呂溪木(1983) 則認為學生錯誤概念的產生，有可能來自學生日常生活所學得的，也有些是來自學生對於教師機械式教學的一知半解。Ginsburg (1989) 認為當學生不瞭解教師所教授的知識和書本的說明時，往往因為缺少完整的概念或不當的使用數學規則，因而造成錯誤。Baxter & Dole(1990) 則指出錯誤是由於不完全的學習和漸漸養成習慣所造成的。林清山、張景媛(1993) 研究指出，學生在課堂教學時會因語言溝通上的問題而產生錯誤概念。

由以上各學者的觀點，研究者認為學生解題錯誤產生的可能原因可大略分為：自我建構上的錯誤、企圖修補而尋求替代的錯誤方案、

錯誤概念的類化、新知識與舊經驗的順攝及倒攝抑制、第六感判斷、斷章取義的關鍵字判斷……等，所導致解題上的錯誤。

三、時間化聚上的錯誤：

胡豐榮（1995）指出國小五年級學生在進數結構概念的學習成就普遍不佳，認為非十進數的進數結構概念，超乎現階段學生的思考範圍，學生在解時間單位換算的學習困難有：

- 1、不知道時、分、秒單位間的換算關係。
- 2、知道時、分、秒單位間的換算關係，但不確定計算的程序是否正確，而導致最後瞎猜答案。

呂玉琴、譚寧君（1996）指出時間的化聚概念，一般學生顯然較為不足，從單名數化成複名數表現較好，反之從複名數聚成單名數則表現較差。

譚寧君（1998）與國小五、六年級的學生晤談得知，學生在解時間單位換算有下列的錯誤解法：

- 1、僵化的使用十進位系統，忽略了時、分進位的關係。
- 2、了解時、分的進位關係，但分數概念不足。

張宗育（2003）發現數學學習困難學生在時間化聚的解題之錯誤類型如下：

- 1、時間單位的高低階關係不清楚：不了解「日、時、分、秒的關係」。

- 2、時間複名數的意義不了解：例如：部分學生可以理解 2 小時，卻對 2 小時 10 分的意義產生困擾。
- 3、時間化聚的意義不了解：這部分學生不知道「化聚」就是一種等量運算。
- 4、受鐘面結構的影響：學生對低年級學習的鐘面結構存有迷思概念，以致有錯誤的時間進位制產生，如 1 時=12 分，1 分=5 秒。
- 5、時間單位進位制與 10 進位制混淆：這部分的學生可能了解時間單位高低階關係，也可能不了解，但在解題時，卻以 10 進位制為時間進位制，如 5 時=50 分，5 分=500 秒等。
- 6、無法由題目條件判斷時間進位制（24 與 60 進位制的混淆）：這部分的學生知道 1 日=24 時，1 時=60 分，1 分=60 秒，這是他們的生活經驗；但在實際運用時卻無法藉由題目所出現的時間單位，選擇正確的時間進位制。類似的結果也出現在胡豐榮(1995)、譚寧君(1998)的研究中。
- 7、不同的時間單位造成解題困擾：在實際的解題過程，這部分的學生並不了解，同一種量若只有單位改變，其運算是不變的。

綜合以上各學者對時間化聚的研究，可以得知造成高年級學生在時間化聚的解題上，產生錯誤的可能原因有：十進制的干擾、不清楚時間單位間的關係（日、時、分、秒的關係）、複雜的計算（從單名數化成

複名數表現較好，反之從複名數聚成單名數則表現較差)、錯誤的解題程序及小數和分數的概念不足。

第三章 研究方法

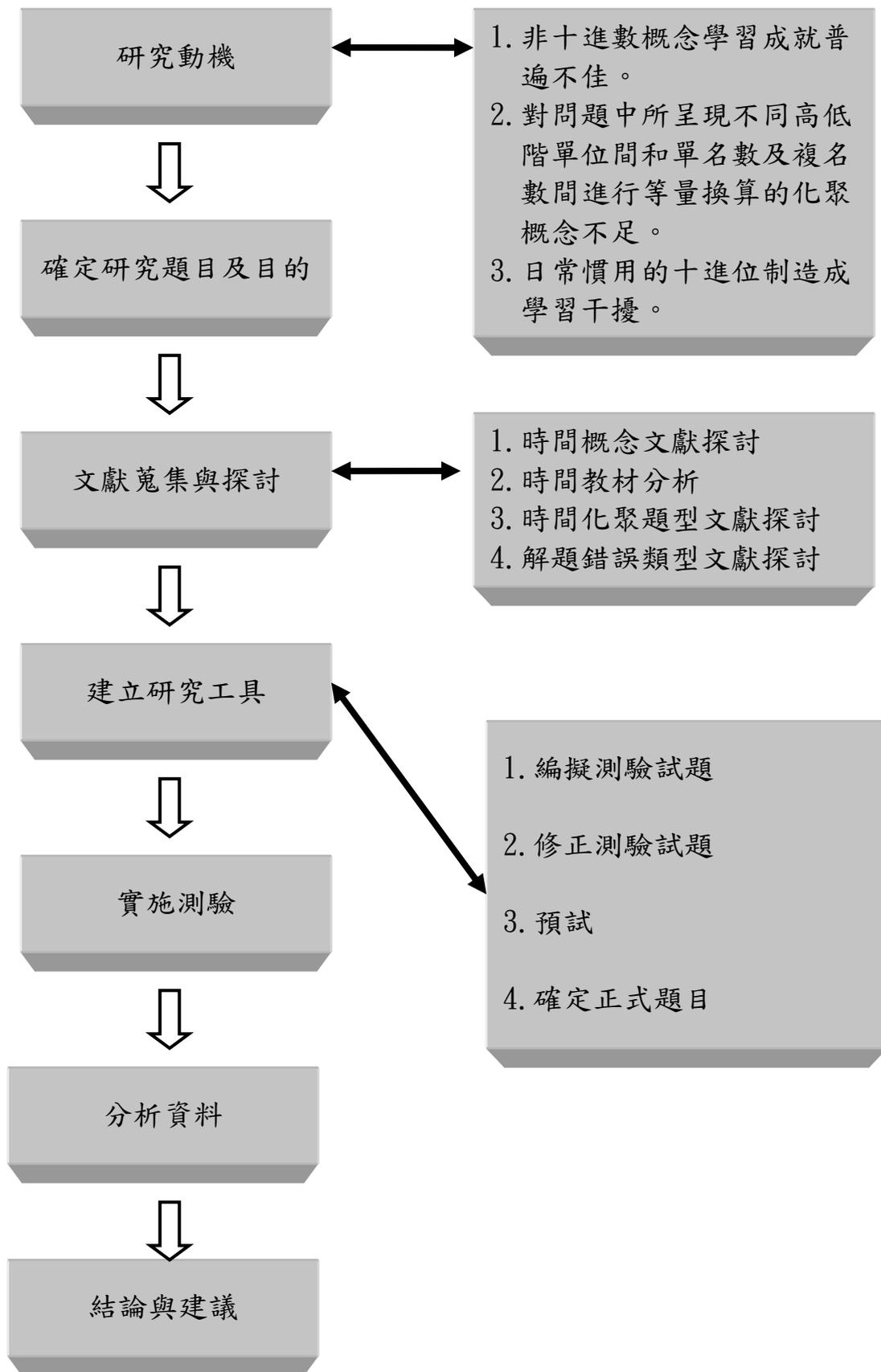
為了解九年一貫課程第二階段之五年級學童在學習時間教材後，其時刻、時距概念及時間化聚的解題表現及類型，本研究希望藉由施測的結果，分析學生是否能區別時刻、時距概念以及在時間化聚解題上所運用之解題歷程與策略，探討五年級學童時間化聚解題常見錯誤類型及原因，以提供未來教師在時間教材教學上之參考及改進教學之依據。本章內容共包含五小節說明研究之方法與歷程，第一節闡述研究設計並說明研究流程，第二節說明研究樣本選樣方式及背景，第三節闡述研究工具的設計，第四節敘述本研究之研究程序，第五節則是對資料分析方式的描述。

第一節 研究設計

由文獻得知學生在學習時間教材時，因對時距(或稱為時間(量))與時刻概念混淆不清，以致不了解時間變化量的意義(鐘靜，1998；蕭欣蓉，2002)，並對問題中所呈現不同高低階單位間和單名數及複名數間進行等量換算的化聚概念不足，加以時間計算單位進位制不同於日常慣用的十進位制，造成學習干擾，進而影響學生在時間化聚與應用上的困難。因此，本研究主要目的是了解現行九年一貫課程第二階段之五年級學童在時間概念的發展上是否達到預期之目標。

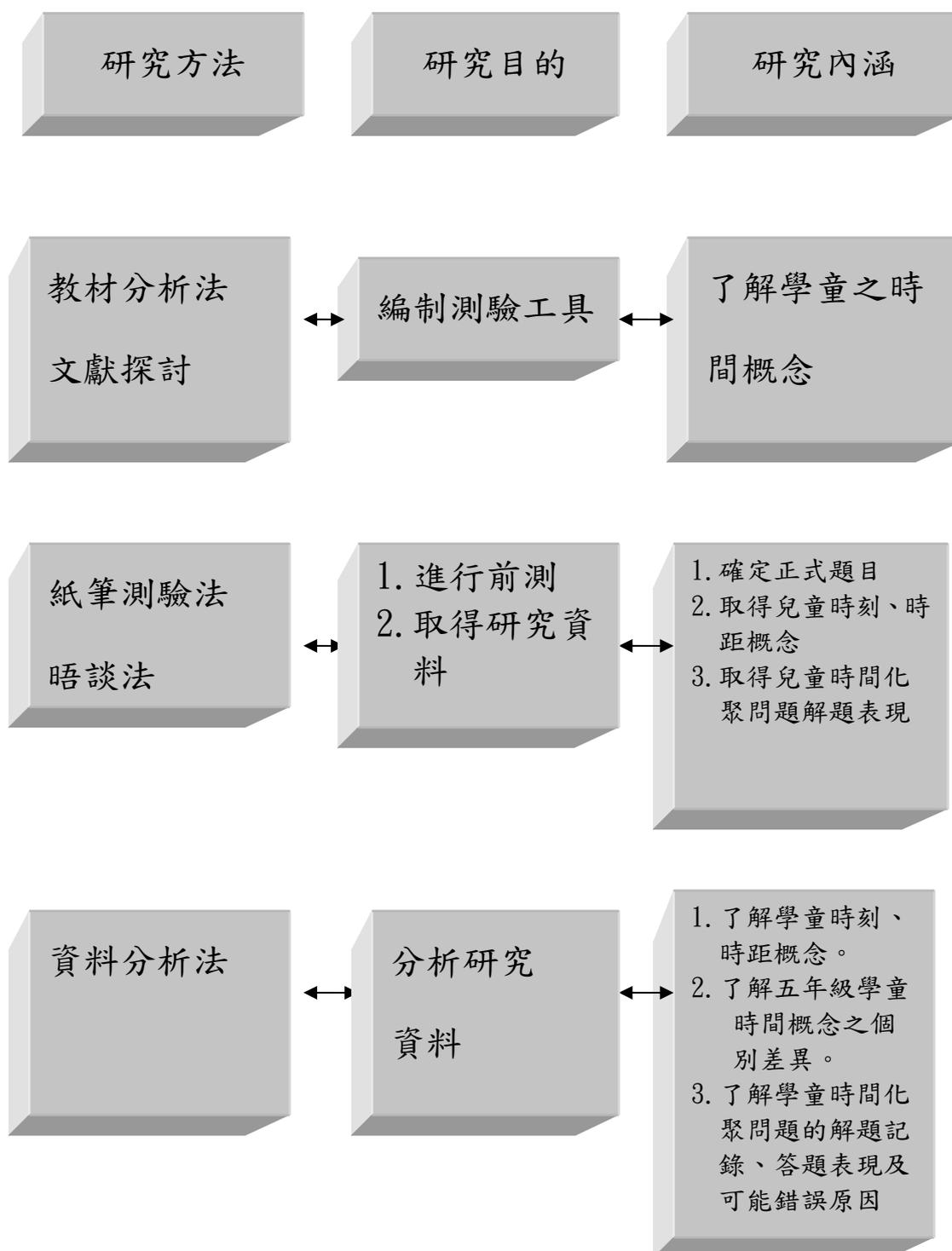
研究者先確定本研究的研究目的，也就是探討學生時刻、時距概念及時間化聚之學習表現及錯誤類型和可能原因，再透過國內外文獻之研究以及參考目前九年一貫數學領域課程時間教材能力指標，彙整編製成「時刻、時距概念及時間化聚」筆試試題作為本研究之研究工具，再根據專家學者意見，修正測驗工具，於預試後，透過分析刪除或修改不適合之題目並訪談受測學生，對題目用語再行修正以便使學生能更準確了解題意，減少誤差，並敦請數學領域專家及多位國小教師，就試題的內容進行專家效度檢核後再編製成為正式測驗。

本研究採用紙筆測驗的目的，一為蒐集學童的解題記錄和答題表現，以探討學習表現及分析學生錯誤解法，另一方面則由此篩選出訪談的樣本，藉由測驗工具呈現學童在時刻、時距概念及時間化聚問題的解題記錄及答題表現，並依據學童的成績表現，將參與測驗學童分成低分組、中分組、高分組三類，再與參與受測班級之級任導師討論後，尋求導師之協助，從此三種不同組別的學童中，各選取二位對該組別具代表性的學童進行個別訪談，了解其錯誤產生的可能原因，在蒐集整個紙筆測驗和訪談相關資料之後，進行資料的整理和分析，最後，著手撰寫論文。依據研究之目的與設計，整理流程如下圖（圖 3-1-1）：



(圖 3-1-1：研究目的與設計流程圖)

此外，研究者將本研究所採用之方法、欲得到之研究目的以及擬探討之內涵彙整建立成研究架構（圖 3-1-2）。



（圖 3-1-2：研究架構圖）。

第二節 研究對象

本研究的進行分為預試、正式施測及訪談三部分。每一階段的樣本的選擇敘述如下。

壹、預試樣本：

本研究之預試樣本為研究者服務學校之五年級學生共二十四位學生為預試的對象，本階段主要在觀察研究工具的施測情形是否流暢，過程中出現的任何問題，學生的反應。預試後訪談四名學生，並藉由訪談學生的回饋，來修正研究工具設計，以便對題目用語再行修正使學生能更準確了解題意，減少誤差，以利未來正式施測的進行。茲將預試班級資料整理如下表。

表 3-2-1：預試樣本

學校	學校班級數	學生		訪談學生	
		男	女	男	女
A	6	13	11	2	2

貳、正式施測樣本：

時間概念試題的正式施測，採取便利取樣的方式，以屏東縣四所學校五個班的五年級學童共 143 人為研究對象。

各校各班級施測人數如下表。

表 3-2-2：正式施測樣本

學校別	學校班級數	施測班級數	男生人數	女生人數	受測人數
A	6 班	1	16	15	31
B	14 班	1	17	12	29
C	18 班	1	15	12	27
D	24 班	2	30	26	56
合計		5	78	65	143

參、訪談樣本：

為了深入探討受試者解答時間化聚問題的想法及思考模式，將受測學生依筆試測驗的成就表現，按分數高低排序分為三組，各組中選取二位學生為訪談對象，了解受試者解時間化聚問題時的思考模式、解題策略及易犯的錯誤型態與可能誤答的原因。訪談樣本如下表（表 3-2-3）：

測驗分數排序		
低分組	中分組	高分組
(分數排序後三分之一學生)	(其餘學生)	(分數排序前三分之一學生)
訪談二位學生	訪談二位學生	訪談二位學生

階段二為訪談階段，訪談內容主要為針對階段一紙筆測驗試卷的分析結果，在施測的試卷分析中，選擇學生的錯誤類型具代表性、特殊性、或是不易了解者進行訪談。由訪談的過程中釐清學生解題的歷程、想法、及犯錯的原因。

第三節 研究工具

本研究希望藉由施測的結果，分析學生是否能區別時刻、時距概念及在時間化聚解題上表現情形，所以本研究之工具，包括「時刻、時距概念及時間化聚」評量試題與「訪談資料」。評量試題由研究者自編，再依學生在評量試題的成就表現，按分數高低排序分為三組，各組中選取二位學生為訪談對象，深入探討受試者解答時間化聚問題的想法及思考模式，協助蒐集研究所需的資料，以下將分別敘述評量試題的編製過程、內容分析及訪談工具。

壹、自編的「時刻、時距概念及時間化聚」評量試題

一、編製依據：

本研究時間評量試題，參考九年一貫數學能力指標、國小數學課程標準及各審定本的教師手冊、教學指引、數學科課本、數學習作、出題光碟，並參考教師研習會出版之時間教材分析，對國小時間教材進行探討。此外並參考國內外兒童時間概念發展、時間化聚學習、解題歷程、常犯錯誤類型及可能原因等相關文獻，再依研究目的編製本研究工具。

二、試題架構與內容：

本研究在探究五年級學童對時刻、時距概念能否清楚的分辨，及

學生在解決時間化聚問題上的表現，是否能熟悉同類量中各單位間的化聚及利用學過的概念做四則運算。

1、測驗內容：

- (1) 了解時間單位：本研究工具含日、時、分、秒之時間單位，學生必需先具備「1 日=24 時」、「1 時=60 分」、「1 分=60 秒」的先備知識，並對同類量中各單位量間的轉換做化聚運算。
- (2) 了解時刻與時距的概念：對題目中呈現時刻與時距（或稱為時間（量））的交互關係做四則運算，例如：時刻 \pm 時距=時刻；時刻 \pm 時刻=時距；時距 \pm 時距=時距。
- (3) 不同高低階單位，單名數及複名數間進行等量換算：例如：兩階單名數與單名數化聚；兩階單名數與複名數化聚；複名數與複名數時間單位化聚；多階單名數與複名數化聚。
- (4) 能運用加減乘除四則運算，解決單步驟及雙步驟時間的問題。

2、評量題型及概念分析：

第一大題單獨句辨識題，題目內容主要為評量學生能否清楚分辨時刻與時距概念。第二大題複句辨識題則希望了解學生是否能由較長的文字敘述中時間的用語，找出何者代表時刻？何者代表時距？第三大題計算題含時間題型加減乘除四則運算，主要是了解學生在同類量不同高低階單位間的化聚及單名數與複名數相互關係間等量換算的

解題表現，排除文字敘述以純計算方式，了解學生在解時間化聚問題時，十進位和非十進位系統相互干擾情形，及可能的錯誤原因。第四大題文字題分為二個主題，文字題（一）為單步驟文字題，主要是想瞭解同樣是時間化聚的四則運算，學生對文字題和計算題的解題表現差異。文字題（二）為雙步驟文字題，希望了解較複雜的計算過程，對學生解題過程的影響程度。

3、双向細目表：以下是本研究評量工具各大題與主要評量概念的双向細目表。

(1) 單獨句辨識題：

表 3-3-1：研究評量工具第一大題双向細目表

題號 概念	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
時刻 概念		*	*		*	*			*	*
時距 概念	*			*			*	*		

(2) 複句辨識題：

表 3-3-2：研究評量工具第二大題双向細目表

題號	第一題			第二題		
概念	①	②	③	④	⑤	⑥
時刻概念	*	*	*			
時距概念				*	*	*

(3) 計算題：

表 3-3-3：研究評量工具第三大題双向細目表

概念分類	化聚關係			高階化低階			低階聚高階		
	化聚	加減	乘除	化聚	加減	乘除	化聚	加減	乘除
兩階單名數與單名數	②								
兩階單名數與複名數	⑥		⑦ ⑧ ⑮ ⑱	③ ④ ⑤	⑩ ⑫				
複名數與複名數		⑨	⑭ ⑯ ⑰ ⑳		⑪	⑬ ⑲			
多階單名數與複名數							①		

(4) 單步驟文字題：

表 3-3-4：研究評量工具第四大題 (一) 双向細目表

概念分析	化聚關係		高階化低階		低階聚高階	
	改變型	比較型	合併型	量數乘積型	量數同構型	多重比例
加減法	改變型		②			
	比較型		③			
	合併型					①
乘法	量數乘積型					
	量數同構型					④ ⑤
	多重比例					⑥
除法	包含除		⑨ ⑩			
	等分除		⑦ ⑧			

(5) 双步驟文字題：

表 3-3-5：研究評量工具第四大題 (二) 双向細目表

概念分析		題號			
		①	②	③	④
加減法 改變型	起始量未知				
	改變量未知		*		*
乘法	結果量未知	*		*	
	量數乘積型				
	量數同構型	*		*	
除法	多重比例				
	包含除				*
	等分除		*		

4、評分方式：

- (1) 單獨句辨識題：共 10 題，答對一題給二分，錯誤不給分。
- (2) 複句辨識題：題組二題，共十二分，各子題獨立計分，答對一格給一分，錯誤不給分。
- (3) 計算題：共 20 題，每題二分，答對一題給二分，錯誤不給分。
- (4) 文字題：
 - a. 單步驟文字題：共 10 題，每題二分，為部分給分題，全對二分；
列式對，計算錯誤給一分
 - b. 雙步驟文字題，共 4 題，每題二分，全對給二分，完成部分步驟給一分，完全錯誤不給分。

經統計後總分數愈高者，表示對時間化聚問題的理解認知愈佳。

5、編修評量試題：

將編製好試題初稿，附上雙向細目表及專家審核修訂意見表，送請三位資深教師針對題目內容加以審核修訂。研究者彙整專家審核修

訂意見，並與指導教授討論後，修改試題而成為本研究所用的預試評量試題。

6、試題信、效度：

本研究工具採複本信度，以皮爾遜積差相關求得評量工具與複本相關係數.95，效度則採效標關聯效度與五年級數學學期成績求得相關係數.85。

7、決定正式試題：

預試後，就學生對文字題敘述用語的理解情形，修改部分文字題的敘述說明，並根據學生答題狀況修改部分數據，最後再根據指導教授意見，編製為正式測驗題目內容（附錄二：研究工具）。

貳、訪談：

為了深入探討受試者解答時間化聚問題的想法及思考模式，將受測學生依筆試測驗的成就表現，按分數高低排序分為三組，各組中選取二位學生為訪談對象，了解受試者解時間化聚問題時的思考模式、解題策略及易犯的錯誤型態與可能誤答的原因，訪談時選擇安靜不受干擾的場所來實施，同時在訪談前先向學生說明訪談的目的，讓學生在和諧輕鬆沒有壓力的情境下，讓受訪學生按照自己的思考架構說出解題過程，即使學生說出的解題過程是錯誤的，亦不給予任何的暗示或指正，鼓勵學生繼續思考，以了解造成學生解題過程錯誤的真正原

因。

第四節 研究過程

本研究過程內容分為準備階段、正式施測階段、結果分析階段及撰寫論文，說明如下

準備階段：民國 95 年 6 月至 12 月。

(一) 確定研究主題：搜尋、閱讀相關文獻、理論以確定研究者之研究方向。

(二) 編製研究工具：分析時間化聚問題時常犯的錯誤類型，蒐集研讀與數學文字題、數學解題、錯誤類型及時間概念等相關文獻資料報告，並參考九年一貫數學能力指標、國小數學課程標準、各審定本的教師手冊、教學指引、數學科課本、數學習作，及參考教師研習會出版之時間教材分析對國小時間教材進行探討，最後編制本研究工具。

(三) 進行前測：先由任教學校班級先行施測，修正題目敘述用語，並經由題目內容分析以及與同學、同事及指導教授討論審核後確定施測題目。

正式施測階段：民國 96 年 12 月。

資料分析階段：民國 97 年 1 月。

論文撰寫階段：民國 97 年 2 月至 民國 97 年 4 月。

此階段為將研究期間蒐集之各種資料加以彙整與建檔、並將時間概念成就測驗選用適當的統計方法加以分析，依分析結果，撰寫結論與建議，並完成論文。

第五節 資料處理與分析

本節分二部份，一是紙筆測驗資料分析；二則是訪談資料分析，紙筆測驗資料之處理乃是將蒐集到的資料分類整理、記分、登錄與輸入電腦建立資料檔，並進行資料檢查及校正的工作，訪談資料則以將錄音資料轉錄後，進行比對分析，以求達到資料正確無誤的要求，茲對筆試、訪談之資料處理敘述如下：

壹、筆試資料分析：

筆試施測後將資料做下列處理：

一、將受測學生依筆試測驗的成就表現，按分數高低排序分為三小組

（前 1/3 為高分組，後 1/3 是低分組，其餘為中分組）。

二、將各大題中各小題的答對率依答對比率排序。

三、統計各組的平均數。

四、將筆試測驗的成績以 Excel 統計軟體進行資料分析

將以上資料製成統計表，並根據測驗的內容，分析比較學生的學習表現。

貳、訪談之資料分析：

為了確認研究者在量分析上的推測，及了解受試者解答時間化聚問題的想法及思考模式，研究者再進行個別的訪談，訪談內容除針對其解題上錯誤，由筆試資料中無法判讀者進行訪談外，另針對研究對象相同錯誤佔受測人數超過 20%的題目做更深入了解。

第四章 研究結果與討論

本研究旨在了解學生時刻、時距概念及在時間化聚問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間化聚問題所呈現之錯誤類型和可能原因。透過「時刻、時距概念及時間化聚」筆試試題研究工具去收集學生的問題解決策略及錯誤類型，來分析探討學生的相關概念，並比較三組研究對象在時間化聚問題的表現狀況及在時間化聚問題解題上的差異，以及歸納分析三組研究對象在解時間化聚問題時，常犯的錯誤類型與可能的錯誤原因。

本章依據研究目的分成三部份，第一節為學生在單獨句及複句辨識題中分辨時刻及時距概念的表現情形，統計各大題學生答對率，並對各題的概念就學生的表現做簡單的分析。第二節探討學生在計算題中「時間化聚」的解題類型及錯誤類型。第三節係分析研究工具的計算題及文字題（即第三、四大題）；其分析包含三組研究對象，解題類型及錯誤類型的差別並做歸納。

第一節 學生在分辨時刻及時距概念的表現情形

在本研究中，接受筆試測驗的研究對象總計143人，以筆試測驗

成績高至低排序，分別為1~66名，取前1/3 之學生 (n=23) 為高分組，

測驗成績排序後1/3學生 (n=48) 為低分組，其餘72 人為中分組。

研究者將研究對象在分辨時刻及時距概念的表現整理如下表(4-1-1)：

題型	測驗內容	題號	低分組各題答對率	低分組 (48人) 整體答對率	中分組各題答對率	中分組 (72人) 答整體對率	高分組各題答對率	高分組 (23人) 整體答對率	整體各題答對率	整體答對率
第一大題 填一填	時距	1	77.1	65.2	88.9	90	95.7	95.7	86	82.6
	時刻	2	87.5		100		100		95.8	
	時刻	3	54.2		81.9		82.6		72.7	
	時距	4	60.4		93.1		95.7		82.5	
	時刻	5	66.7		98.6		100		88.1	
	時刻	6	62.5		77.8		100		76.2	
	時距	7	60.4		93.1		91.3		81.8	
	時距	8	60.4		88.9		91.3		79.7	
	時刻	9	60.4		94.4		100		83.9	
	時刻	10	62.5		83.3		100		79	
第二大題 第1小題 第二大題 第2小題	時刻	(1) -1	47.9	51.7	66.7	81.1	78.3	92.2	62.2	73
	時刻	(2) -1	52.1		86.1		95.7		76.2	
	時刻	(2) -2	47.9		83.3		91.3		72.7	
	時刻	(3) -1	64.6		87.5		95.7		81.1	
	時刻	(3) -2	45.8		81.9		100		72.7	
	時距	(1) -1	35.4		81.9		100		69.2	
	時距	(1) -2	56.3		83.3		95.7		76.2	
	時距	(2) -1	54.2		84.7		100		76.9	
	時距	(2) -2	60.4		91.7		95.7		81.8	
	時距	(3) -3	45.8		86.1		95.7		74.1	
小題	時距	(3) -1	45.8	83.3	100	73				
	時距	(3) -2	77.1	81.9	100	83				

(表4-1-1：筆試第一、二大題答題表現)

綜合分析表 (4-1-1) 的結果，可歸納如下：

壹、單獨句辨識題 (第一大題) 分析：

一、全體143位學生在單獨句辨識題 (第一大題10小題) 中分辨時距與

時刻概念，整體答對率為82.6% (高分組答對率為95.7% ，中分組為

90% ，低分組為65.2%)。從以上的百分率來看，高分組及中分組學生有九成以上能清楚分辨時刻與時距概念，低分組學生則僅六成五的學生能清楚分辨時刻與時距概念。本次受測的全體學生(n=143)仍有將近二成的人數，無法清楚的分辨時刻與時距。

二、低分組學生表現方面，對於第2小題（現在是中午12時30分）的慣用說法答對率87.5%，表現明顯優於其他小題，但對於第6小題（我9點鐘上課）的說法則有近五成的學生無法分辨其所指的是時刻或時距。

三、中分組學生表現方面，則對第3小題（學校8 點40分上第一節課）、第6小題（我9點鐘上課）最感困擾，答對率分別只有77.8%及81.9%，但對於第2小題（現在是中午12時30分）則全數通過。

四、高分組學生表現方面，則在第3、7、8小題表現較不理想，即對於8點40分上課；早1小時；每隔20分的說法較無法完全清楚分辨是時距或時刻，在第2、5、6、9、10小題則能全數答對。

從學生在第2、5小題的表現來看，表示只要是中等程度的學生對於目前是幾點幾分的慣用語，皆能清楚的分辨其指的是時刻，不管就整體的答對率或是各組的答對率而言，皆是答對率最高的一題，可以得到證實。另外不管是整體、高分組或低分組對於第3小題的答對率均為最低，就訪談資料歸納，可能是受一節課40分鐘影響，而認為其

指的是時距因而誤答。中分組則對第6小題（我9點鐘上課）答對率表現最差。就本研究工具單獨句辨識題（第一大題）的結果而言，五年級中等程度以上學童有九成以上可以清楚分辨時刻與時距概念，低分組則仍無法清楚分辨，整體而言答對率82.6%表現尚可。

貳、複句辨識題（第二大題）分析：

一、複句辨識題分為二小題，對比單獨句辨識題而言，複句辨識題要

求學生由一段表示時間概念的文字敘述中去分辨何者是時距？

何者是時刻？整體答對率為74.4%，表現不甚理想。就各子題而

言以1-（1）題（小玉洗澡花了15分）答對率最低，因本題概念

不難，整體答對率卻最低，就連高分組答對率亦只有78.3%，可

能是該題只有單一選項缺乏對照，以致增加學童在作答時誤判的機率。

二、高分組在複句辨識題的答對率為95.2%與單獨句辨識題答對率

95.7%相當，表示高分組學生對時間概念的掌握情形良好，不管

文字敘述長短，皆能清楚的分辨時距與時刻概念。

三、中分組在複句辨識題的答對率為82.9%與單獨句辨識題答對率90

%相較，有一段差距，可見文字敘述愈長對於中等以下程度的學

童在判斷上愈不利。

四、低分組在複句辨識題答對率降至五成左右（52.6%），遠低於單

獨句辨識題的答對率（65.2%），可見文字敘述愈長，對低分組學童在解題的過程中負擔愈大，造成判斷錯誤及失去耐性而胡亂猜測的機率愈大。

五、學童在複句辨識題第2小題的答對率均略高於第1小題，表示學童在掌握時距概念優於時刻概念。

複句辨識題的答對率除了高分組的表現與其在單獨句辨識題的表現相當外，不論是全體、中分組或低分組的答對率均遠低於在單獨句辨識題的表現，就訪談結果而言，學童皆認為複句辨識題冗長的文字敘述較單獨句辨識題難，可見語文程度對於程度中等以下學生在解題上的確造成很大的困擾。

綜合學童在分辨時刻及時距的表現，可以歸納以下幾點：

- 一、學生對於時距概念的掌握情形優於時刻概念。
- 二、全體學生對於現在是幾點幾分所代表的時刻概念較能掌握，可能是日常生活中較常使用而較熟悉使然。
- 三、對於共花多少時間（走路要花多少時間；坐車要花多少時間；從某地到某地花多少時間）的敘述用法，各組學生的答對率均較高，可能與學生日常生活經驗中，物體移動一段距離需要一段時間的認知經驗符合，所以較能掌握。
- 四、文字敘述愈長，對時刻及時距概念愈不易掌握，尤其是對中分組

及低分組學生而言。

第二節 解題類型及錯誤類型

本節將再就學生在各題的表現做深入分析與探究，首先是解題類型部分，雖然在時間化聚的問題上，存在著一般或較普遍性的解題方法，但因學生在學習表現上存在著個別差異，在問題索解上亦有個人習慣，所以學生在時間化聚的的解題上，呈現多樣的解題方法，所以研究者認為將學生的解題類型呈現有其必要性。接下來再就學生在各題的錯誤類型做深入分析與探究，由相關文獻得知，學生在時間化聚的解題表現常犯的錯誤原因大概可以分為：高低階關係不清楚、十進位制的干擾、不了解化聚的意義、各時間單位間進位制的交互干擾、對時間複名數的意義不了解、時制間的混淆、時刻與時距的區辨能力不足，乘除法四則運算的概念不足……等，但研究者發現以上原因除了單獨出現外，其實也交互出現，並反覆的對學習者在解題上做出干擾，所以本節的第二部分將針對學生的錯誤類型中，一般及特殊的實例做分析並試著去解釋其原因。

壹、解題類型：

研究者針對學生在本研究工具計算題及文字題的答題表現，歸納

出五種解題類型，包括（1）先處理大單位；（2）先化後聚；（3）用分數運算；（4）用小數運算；（5）用累加法運算。再按使用的人數比例多寡排列報告如下：

一、先處理大單位：學生在解題時是先處理複名數中，高階單位，再把餘數退位化成低階單位，最後做運算。

解題實例：

(14) 10分48秒 \div 8 = (1)分(21)秒 (8) 14時 \div 8 = (1 / 45)時(45)分

$$\begin{array}{r} \text{分} \quad \text{秒} \\ 8 \overline{) 10 \text{ 分 } 48 \text{ 秒}} \\ \underline{-8 \text{ 分}} \\ 2 \text{ 分 } 48 \text{ 秒} \\ \phantom{2 \text{ 分 }} \underline{-16 \text{ 秒}} \\ 12 \text{ 秒} \\ \phantom{12 \text{ 秒 }} \underline{-8 \text{ 秒}} \\ 4 \text{ 秒} \\ \phantom{4 \text{ 秒 }} \underline{-4 \text{ 秒}} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{時} \quad \text{分} \\ 8 \overline{) 14 \text{ 時}} \\ \underline{-8 \text{ 時}} \\ 6 \text{ 時 } 0 \text{ 分} \\ \phantom{6 \text{ 時 }} \underline{-4 \text{ 時 } 30 \text{ 分}} \\ 2 \text{ 時 } 30 \text{ 分} \\ \phantom{2 \text{ 時 }} \underline{-2 \text{ 時 } 0 \text{ 分}} \\ 30 \text{ 分} \\ \phantom{30 \text{ 分 }} \underline{-20 \text{ 分}} \\ 10 \text{ 分} \\ \phantom{10 \text{ 分 }} \underline{-10 \text{ 分}} \\ 0 \end{array}$$

分析：呈現本解題類型的學生，會先處理高階單位，餘數化成次階單位，再進行運算，最後索解。通常對於時間高低階單位概念清楚，且計算能力佳及乘除法概念清楚的學生，較會呈現出此一解題類型。例如在上圖右第（8）題學生先用8除10，餘數再退位化成120秒，加上48後再除以8而得到答案為1分21秒。

二、先化後聚：學生在解題時是先將複名數化成最小時間單位，之後完成運算，最後再依題意聚成單名數或複名數。

解題實例：

(14) 10分48秒 \div 8 = (1)分(21)秒

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 10 \\ \hline 600 \\ + 48 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 8 \overline{) 81} \\ \underline{64} \\ 17 \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$$

A: 1分21秒

(8) 14時 \div 8 = (1)時(45)分

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 14 \\ \hline 240 \\ + 60 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ 8 \overline{) 840} \\ \underline{840} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 60 \overline{) 60} \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

A: 1時45分

分析：呈現本解題類型的學生，在處理時間化聚的計算時，傾向於先將單名數或複名數化成等量的最小時間單位，再依題意聚成高階單位。例如在上圖左第(14)題，學生先將10分48秒化成648秒，再除以8，餘數81再聚成1分21秒。

三、用分數運算：學生在處理時間的化聚問題時，會依題意使用分數約分的方法來處理時間的除法問題。

解題實例：

(7) 80分 \div 2分40秒 = ()

$$\frac{80}{2} \times \frac{60}{60} = 0$$

分析：因為五年級上學期課程包含分數單元，加上鐘面的結構和分數單元中，老師習慣用來表示幾分之幾教學用的圓餅圖十分類似，所以部分學生會用分數中約分及擴分的概念來處理時間的乘除計算問題。例如在上圖第(7)題學生用分數約分的概念來處理兩個時間單位間的倍數問題，通常呈現此解題類型的學生對時間的高低階單位清楚而且熟練分數的四則運算。

四、用小數運算：學生在解題時會依題意使用小數的方法來處理時間

的除法問題。

解題實例：

(8) $14 \text{ 時} \div 8 = (1) \text{ 時} (45) \text{ 分}$
 $14 \div 8 = 1.75$
 $0.75 \times 60 = 45$

分析：某些學生會用小數的概念來處理時間化聚的問題。如上圖第(8)題學生用14除以8得到1.75，再將0.75時乘以60化成45分，得到1時45分。用小數來處理時間化聚問題的學生屬於少數，究其原因為除了一刻鐘、三刻鐘、半點鐘外，用小數處理，有除不盡的問題，徒增困擾，所以較少人使用。

五、用累加法運算：學生在解題時使用乘法累加的概念來處理時間乘法或高階化低階的問題。

解題實例：

(2) $3 \text{ 時} = (180) \text{ 分}$

$$\begin{array}{r} 60 \\ +60 \\ 60 \\ \hline 180 \end{array}$$


(3) $400 \text{ 秒} = (6) \text{ 分} () \text{ 秒}$

$$\begin{array}{r} 60 \quad 60 \quad 60 \quad 60 \quad 60 \quad 60 \quad 60 \\ \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \\ 120 \quad 120 \quad 120 \quad 120 \quad 120 \quad 120 \\ \hline 360 \quad 400 \end{array}$$

三、算一算 (40%):

(1) $3930 \text{ 秒} = (3) \text{ 時} (30) \text{ 分} (30) \text{ 秒}$

$$\begin{array}{r} 60 \times 60 = 3600 \\ 3930 - 3600 = 330 \\ 330 \div 60 = 5 \text{ 分} \\ 30 \text{ 秒} \end{array}$$

(2) $3 \text{ 時} = (180) \text{ 分}$

$$\begin{array}{r} 60 \\ +60 \\ 60 \\ \hline 180 \end{array}$$

分析：對乘除法不熟悉的學生則會用累加法，或連減的方法去處理時

間化聚的問題。如上圖中的第(2)題及第(3)題，學生用累加的方法解題，至於在上圖左下第(1)題雖然最後沒解答成功，但仍試圖運用累加法去索解。使用本解題類型對於數字較大或涉及較複雜計算的題目，較不易索解成功，而且較費時。

學生在時間化聚問題的解題上不外乎呈現以上五種解題類型，以使用人數的比例而言，以先處理大單位的方法為最多人使用，此方法相較於先化後聚的方法而言，也是較有效率的，而且呈現此解題類型的學生對於時間高低階單位的掌握也會優於使用先化後聚方法的學生。另外使用分數及小數處理時間化聚問題的學生屬於高分組學生中的少數，由筆試資料中可以看出這些學生會針對題目的類型及數字，去靈活運用整數、分數及小數的四則運算以最具效率的方法解題，而且幾乎無固定的解題模式，即使是同類型的問題，也會針對題目中的數字去調整其解題方法。使用累加法的學生皆為低分組的學生，佔本次受測者的人數最少，使用此方法對於較繁複的計算容易出錯，由筆試資料中可以發現，學生對於乘除法較不熟練的學生會使用累加法。

貳、錯誤類型：

以下針對學生在本研究工具中計算題及文字題的答題表現，例舉學生所呈現的錯誤類型，並做分析。

一、十進制的干擾：

人類習慣以十進位來計算事物，加上九年一貫國小數學課程「數與量」的學習，在四則運算及慣用公制單位的進位制部分，都採十進位制，所以，相對而言，學生對於時間單位的進位制是比較不習慣的，除造成學生學習上的困擾之外，學生一粗心就會犯錯。

錯誤類型一：十進制的錯誤類化

(1) 3930 秒 = (3) 時 (9) 分 (30) 秒

(2) 3 時 = (30) 分

~~3 時 = 30~~

(12) 1 日 12 時 + 4 日 22 時 = (34) 時

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 22 \\ \hline 34 \end{array}$$

錯誤原因分析：上圖的錯誤雖是由於十進制的干擾，但此錯誤明顯的是由學生對正確的規則做出錯誤類化或過分類化所產生。當學生學習到時間的高低階化聚時，由於能力不足，或概念不清所以退回到沿用舊的方法解決新的問題，即十進制的概念，如 $123 = 1$ 個百 + 2 個拾 + 3 個一，所以認為 3990 秒 = 3 時 9 分 30 秒； 3 時 = 30 分，因而導致了錯誤。

錯誤類型二：進退位十進制的干擾

(9) $4\text{分}26\text{秒} - 2\text{分}44\text{秒} = (2)\text{分}(22)\text{秒}$

$$\begin{array}{r} 4\text{分}26\text{秒} \\ - 2\text{分}44\text{秒} \\ \hline 2\text{分}82\text{秒} \\ \hline 2\text{分}22\text{秒} \end{array}$$

(13) $5\text{時}30\text{分} \times 3 = (75)\text{時}(30)\text{分}$

$$\begin{array}{r} 5\text{時}30\text{分} \\ \times 3 \\ \hline 15\text{時}90\text{分} \\ \hline 175\text{時}30\text{分} \end{array}$$

(3) 墨墨摺一隻紙鶴用了2分27秒，摺一隻青蛙用了3分20秒，摺一枝青蛙比摺一隻

紙鶴多花了幾分幾秒？

$$\begin{array}{r} 3\text{分}20\text{秒} \\ - 2\text{分}27\text{秒} \\ \hline 0\text{分}93\text{秒} \\ \hline 1\text{分}33\text{秒} \end{array}$$

A: 1分33秒

(12) $1\text{日}12\text{時} + 4\text{日}22\text{時} = (6.1)\text{時}$

$$\begin{array}{r} 1\text{日}12\text{時} \\ + 4\text{日}22\text{時} \\ \hline 5\text{日}34\text{時} \\ \hline 6\text{日}10\text{時} \end{array}$$

錯誤原因分析：如上圖左上第(9)題中兩數相減，借位受十進制干擾，在1分82秒聚成2分22秒的過程中，學生用60進位制，可知，學生很清楚時、分、秒間的進位關係，但是在計算過程中因十進制的干擾而產生錯誤；在上圖右上第(13)題中學生清楚知道60分=1時，但在聚的過程受到十進制的干擾，直接把60+15而成75時；在上圖右下第(12)題中，複名數加複名數後要變成單名數，原本二個單位的時間量變成一個單位的時間量，不知不覺中又受到，公制單位十進制的干擾。

二、時間進制間的相互干擾：

錯誤類型一：24進位制的干擾

(6) $5\text{時}22\text{分} = (142)\text{分}$

$$\begin{array}{r} 5 \times 24 + 22 \\ = 142 \end{array}$$

(5) $165\text{分} = (6)\text{時}(21)\text{分}$

$$\begin{array}{r} 165 \div 24 \\ = 6 \dots 21 \end{array}$$

(13) $5\text{時}30\text{分} \times 3 = (18)\text{時}(18)\text{分}$

時	分
5	30
x	
15	90
18	18

時	分
18	18

錯誤原因分析：學生雖然知道時間之間的進位制，但在實際解題時，卻無法根據題目呈現的時間單位，使用正確的進位制，因而索解失敗，如上圖三個題目中的錯誤很顯然的是受24進位制的干擾，通常對於時、分、秒間的化聚，呈現本錯誤類型的學生相對而言比日、星期和其他時間單位的化聚來得較少。

錯誤類型二：60進位制的干擾

(19) $4\text{日}15\text{時} \times 7 = (29)\text{日}(45)\text{時}$

日	時
4	15
x	
28	105
29	45

(4) $57\text{時} = (57)\text{日}(0)\text{時}$

時
57
x 60
00
342
3420

日	時
57	0

(20) $1\text{日}4\text{時} + 1\text{時}20\text{分} = (48)\text{分}$

1日4時 = 3840分
 $60 \times 1 = 60$
 $60 \times 60 = 3600$
 $60 \times 4 = 240$
 $3600 + 240 = 3840$
 1時20分 = 80分
 $60 \times 1 = 60$
 $60 + 20 = 80$

分
3840
+ 80
3920

(10) $3\text{日}14\text{時} = (194)\text{時}$

日	時
3	14
x 60	
180	0
+ 14	
194	

(12) $1\text{日}12\text{時} + 4\text{日}22\text{時} = (334)\text{時}$

日	時
1	12
+ 4 22	
5	34

時
12
x 60
720

時
22
x 60
1320

時
300
+ 34
334

錯誤原因分析：上圖的題目都是涉及日、時二個時間單位間的化聚計

算，很明顯的呈現以上錯誤的學生是受60進位制的干擾。

錯誤類型三：24及60進位制的交叉干擾

(4) 57時 = (14) 日 (6) 時

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 57 \\ \hline 420 \\ 300 \\ \hline 3420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 3420} \\ \underline{240} \\ 1020 \\ \underline{960} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

(12) 1日12時 + 4日22時 = (370) 時

$$\begin{array}{r} 1 \text{ 日 } 12 \text{ 時} \\ + 4 \text{ 日 } 22 \text{ 時} \\ \hline 5 \text{ 日 } 34 \text{ 時} \\ \hline 6 \text{ 日 } 10 \text{ 時} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 60 \\ \hline 360 \\ + 10 \\ \hline 370 \end{array}$$

(16) 5時21分 ÷ 1時47分 = (1 $\frac{34}{107}$)

$$5 \times 24 = 120$$

$$120 + 21 = 141$$

$$1 \times 60 = 60$$

$$60 + 47 = 107$$

(10) 3日14時 = (912) 時

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 14 \\ \hline 960 \\ + 72 \\ \hline 1032 \end{array}$$

錯誤原因分析：上圖中學生所呈現的誤錯類型是24及60進位制的交叉干擾，如在上圖右上第(12)題，學生在第一步驟知道將5日34時聚成6日10時但在化成154時，就受60進制干擾。上圖左下第(16)題在時化成分的過程中，1時47分=107分(1×60+47)是正確的，5時21分=141分(5×24+21)是錯誤的，可見學生對於時間的進位制是知道的，但是仍然無法避免干擾。

三、除法基本概念不足：

錯誤類型一：分不清被除數及除數

(7) 80分 ÷ 2分40秒 = (2)

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 2 \\ \hline 120 \\ + 40 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$$

(15) 1日 ÷ 1時12分 = (3分)

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 12 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$72 \div 24 = 3$$

錯誤原因分析：呈現本錯誤類型的學生對於除法中的被除數及除數分不清楚，而且受到在國小階段一般除法的題目都是被除數的數字大於除數的數字所致，此外呈現本錯誤類型的學生對於時間化聚的概念亦可能不甚了解。

錯誤類型二：削去法的誤用

$$(3) 400 \text{ 秒} = (6) \text{ 分} (4) \text{ 秒}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 6 \overline{) 400} \\ \underline{36} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 4 \end{array}$$

(13) 5時30分 $\times 3 = (16)$ 時 (3) 分
 $(5 \times 60) + 30 = 330$
 $330 \times 3 = 990$
 $990 \div 60 = 16 \dots 30$

錯誤原因分析：除法中，被除數和除數同時把0削去是方便計算，其功能類似於分數的約分，但是除法會有餘數問題，呈現本類型錯誤的學生不明白時間除法中把0削去是為方便計算用，餘數要把削去的0補回來。本錯誤概念的產生，有可能來自學生對於除法中削去法的一知半解，因為缺少完整的概念或不當的使用除法規則，因而造成錯誤。如上圖左第(3)題，單名數與複名數化聚，400除以60，削去0，餘數要補0，成為餘40而不是4，但呈現本類型錯誤的學生因一知半解的知識而錯誤。

錯誤類型三：同類量相除的概念迷失

$$(17) 20 \text{ 分 } 50 \text{ 秒} \div 2 \text{ 分 } 5 \text{ 秒} = (10 \text{ 分 } 10 \text{ 秒})$$

$$20 \text{ 分} \div 2 = 10 \text{ 分}$$

$$50 \text{ 秒} \div 5 = 10 \text{ 秒}$$

$$(17) 20 \text{ 分 } 50 \text{ 秒} \div 2 \text{ 分 } 5 \text{ 秒} = (610) \text{ 秒}$$

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 分 } 10 \text{ 秒} \\ \hline 2 \text{ 分 } 5 \text{ 秒} \overline{) 20 \text{ 分 } 50 \text{ 秒}} \\ \underline{10 \text{ 分 } 5 \text{ 秒}} \\ 10 \text{ 分 } 10 \text{ 秒} \\ \underline{10 \text{ 分 } 10 \text{ 秒}} \\ 0 \end{array}$$

$$10 \text{ 分 } 10 \text{ 秒} = 610 \text{ 秒}$$

錯誤原因分析：呈現本錯誤類型的學生可能對於同類量才存在著倍數關係有迷失概念，所以對於時、分，採分開處理方式，即20分 \div 2分；50秒 \div 5秒，得到10分10秒的答案，卻不知時間是一高低階關係的量，單名數及複名數可以相互化聚。

錯誤類型四：餘數解釋困難

$$(8) 14 \text{ 時} \div 8 = (1) \text{ 時 } (6) \text{ 分}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 8 \overline{) 14} \\ \underline{8} \\ 6 \end{array}$$

$$(18) 80 \text{ 分} \div 15 = (5) \text{ 分 } (5) \text{ 秒}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 15 \overline{) 80} \\ \underline{75} \\ 5 \end{array}$$

錯誤原因分析：呈現本類型錯誤的學生不明白時間除法中，餘數的意義，意即基本的除法運算沒問題，但算完之後不了解餘數的單位為何？自然也就無法依題目條件對餘數再做化聚。如上圖左第(8)題，14時除以8餘6，但呈現本類型錯誤的學生不知餘6代表的是餘6時，需進一步將其化成分，所以不了解其步驟只完成一半，因而錯誤。

錯誤類型五：自行加上單位的錯誤

(15) 1日 ÷ 1時12分 = (20)分

1日 = 24時 = 1440分

$$\begin{array}{r} 20 \\ 72 \overline{) 1440} \\ \underline{144} \\ 0 \end{array}$$

1時12分 = 72分

(16) 5時21分 ÷ 1時47分 = (3)分

5時21分 = 321分

$$\begin{array}{r} 3 \\ 107 \overline{) 321} \\ \underline{321} \\ 0 \end{array}$$

1時47分 = 107分

錯誤原因分析：二個時間量相除，只存在著單純的倍數關係。呈現本錯誤類型的學生，對於時間的化聚計算，基本上都沒問題，但會在計算二個時間量相除後的答案加上單位。例如上圖左第(15)題的20分；第十六題的3分，而且呈現本類型錯誤的學生以中、高分組居多，可能受平時在計算加減乘除問題時，老師會要求學生在答案上註明單位的影響。

四、時間的高低階概念不清：

(12) 1日12時 + 4日22時 = (32)時

$$\begin{array}{r} 1日12時 \\ + 4日22時 \\ \hline 5日32時 \end{array}$$

(14) 10分48秒 ÷ 8 = (81)分 (0)秒

$$\begin{array}{r} 10分 = 600 \\ + 48 \\ \hline 648 \end{array} \quad \begin{array}{r} 81 \\ 8 \overline{) 648} \\ \underline{64} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$$

(10) 3日14時 = (912)時

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 314 \\ \hline 12 \\ 912 \\ \hline 942 \end{array}$$

(8) 小明花了14分24秒跑操場8圈，平均跑1圈要花了幾分幾秒？

$$\begin{array}{r} 14分24秒 \\ = 864 \\ 8 \overline{) 864} \\ \underline{8} \\ 64 \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$$

A: 108分0秒

錯誤原因分析：本錯誤類型的學生不了解時間單位的高低階關係，雖然對乘除計算沒問題，但因不了解時間單位的高低階單位，所以會出現誤答情形。

五、錯誤的演算：

(8) $14 \text{ 時} \div 8 = (105) \text{ 時} (45) \text{ 分}$ (9) $4 \text{ 分} 26 \text{ 秒} - 2 \text{ 分} 44 \text{ 秒} = (102) \text{ 分} (42) \text{ 秒}$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 14 \\ \hline 240 \\ 60 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ 8 \overline{) 840} \\ \underline{80} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 105} \\ \underline{60} \\ 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 4 \\ \hline 240 \\ + 26 \\ \hline 266 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 2 \\ \hline 120 \\ - 164 \\ \hline 102 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 102} \\ \underline{60} \\ 42 \end{array}$$

錯誤原因分析：學生在演算題目時，只是在完成演算的過程，而不是在獲得問題的答案。

六、受鐘面結構的影響：

(4) $57 \text{ 時} = (4) \text{ 日} (9) \text{ 時}$

$$\begin{array}{r} 57 \div 12 \\ = 4 \text{ 日} 9 \text{ 時} \\ \text{A: } 4 \text{ 日} 9 \text{ 時} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12 \overline{) 57} \\ \underline{48} \\ 9 \end{array}$$

錯誤原因分析：表示時間的方法分為十二時制及二十四時制，這種錯誤的來源可能是在低年級報讀時刻階段，沒有正確的學習，以致形成了迷思概念及對「時、分、秒」的關係沒弄清楚，因而受了鐘面結構的影響。

七、錯誤的解題策略：

(3) 麗麗摺一隻紙鶴用了2分27秒，摺一隻青蛙用了3分20秒，摺一枝青蛙比摺一隻

紙鶴多花了幾分幾秒？

$$\begin{array}{r} \text{分} \quad \text{秒} \\ 3 \quad 20 \\ + 2 \quad 27 \\ \hline 5 \quad 47 \end{array}$$

A: 5分47秒

(6) 8個人每天工作12小時可以在二個星期完成一項工程，請問6個人每天須工作幾

小時才能在同樣的時期內完成？

$$\begin{array}{r} 15 \\ 8 \overline{) 120} \\ \underline{80} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 6 \\ \hline 90 \end{array}$$

A: 9 時

錯誤原因分析：學生使用了錯誤的解題策略所致。

八、關鍵字的誤判：

(2) 小華從9時45分開始游泳，11時30分上岸，請問小華共游了多久？

$$\begin{array}{r}
 \text{時} \quad \text{分} \\
 9 \quad 45 \\
 + 11 \quad 30 \\
 \hline
 20 \quad 75 \\
 \hline
 21 \quad 15
 \end{array}$$

A: 21時15分

錯誤原因分析：學生對於文字題，使用關鍵字去判斷，而非依題意去構思解題策略，例如看到「共」就用加法，看到「差」就用減法，而導致錯誤。

九、忽略題目的條件（只完成一步驟）：

(9) $4\text{分}26\text{秒} - 2\text{分}44\text{秒} = (\quad)\text{分}(82)\text{秒}$ — A: 38

$$\begin{array}{r}
 4:26 \\
 - 2:44 \\
 \hline
 1:82
 \end{array}$$

(8) 小明花了14分24秒跑操場8圈，平均跑1圈要花了幾分幾秒？

$$\begin{array}{r}
 14 \text{分} 24 \text{秒} \\
 \times 60 \\
 \hline
 864
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{) 864} \\
 64 \\
 \hline
 224 \\
 240 \\
 \hline
 64 \\
 64 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

A: 8分

(11) $3\text{時}24\text{分} + 1\text{時}45\text{分} = (4)\text{時}(69)\text{分}$

$$\begin{array}{r}
 \text{時} \quad \text{分} \\
 3 \quad 24 \\
 + 1 \quad 45 \\
 \hline
 4 \quad 69
 \end{array}$$

A: 4時69分

(4) 媽媽每天工作8小時20分，工作3個星期，則工作幾日幾小時幾分？

$$\begin{array}{r}
 8 \text{時} 20 \text{分} \\
 \times 3 \\
 \hline
 24 \text{時} 60 \text{分} \\
 25
 \end{array}$$

25時 = 1日1時05分

A: 1日1時05分

(13) $5\text{時}30\text{分} \times 3 = (15)\text{時}(90)\text{分}$

$$\begin{array}{r}
 5:30 \\
 \times 3 \\
 \hline
 15:90
 \end{array}$$

錯誤原因分析：本錯誤類型的學生忽略了題目的條件，少了一個步驟，以致未完成解題過程，呈現本錯誤類型的學生並非一定不了解題目

意思或是不會算，甚至可能只是粗心大意，因一時的疏忽，未將低階單位再聚成高階單位，而導致錯誤。

十、雙重錯誤概念相互干擾：

研究者發現以上的錯誤類型除了單獨出現外，其實也交互出現，並反覆的對學習者在解題上做出干擾，但因其所呈現的錯誤類型為上述二個以上的錯誤概念相互干擾所致，所以研究者將其統稱為雙重錯誤概念相互干擾，不做另外分類，並分述如下：

(一) 十進制干擾及除法概念誤用：呈現本錯誤類型的學生對於十進制做錯誤類化，乎略了複名數包含非十進制的高低二階單位，而且誤用除法將包含二個時間單位所合成的複名數當做一個數來處理。

(二) 十進制干擾及乘法概念誤用：呈現本錯誤類型的學生對於十進制做錯誤類化，乎略了複名數包含非十進制的高低二階時間單位，對所學的時間化聚概念一知半解，而且將十進制的乘法概念做錯誤的類化，因而導致解題錯誤。

(三) 高低階概念不清及除法誤用：呈現本錯誤類型的學生對於時間單位的高低階關係搞不清楚，只知 $1\text{時}=60\text{分}$ ； $1\text{分}=60\text{秒}$ ，在二階單位之間反覆換算，自己都搞不清楚，加以對除法中的被除數、除數、商及餘數的結果和其所代表為何？解釋困難，在演算題目時，只是在完成演算的過程，對於所獲得的答案自己亦無法肯定。

綜合以上學生在時間化聚問題的解題上所呈現的錯誤，可知造成學生錯誤的產生，有時是單一因素，有時是二個以上的多重錯誤概念相互干擾或誤用所產生的，如同多數的研究結論一般，加強語文方面的理解及摘要題意的能力；加強四則運算的基本能力及乘除法的解釋能力；培養學生自我監控的後設認知能力，似乎是不二法門。

第三節 三組學生時間化聚概念之比較

本節分為兩大部分，首先統計學生在計算題、文字題的答對率並針對題目涉及的概念及高、中、低分組學生的表現做簡單的分析，以了解學生較容易犯錯的題型，之後再分析比較高、中、低分組學生的解題類型及常犯的錯誤類型。

壹、答題分析：

研究者將研究工具計算題(第三大題)學生的答對率及各題概念整理如下表：

(表4-3-1：第三大題答題表現)

概念分類	題號	答對率				化聚關係	進位制
		低分組	中分組	高分組	整體		
多階單名數與複名數	(1)	14.6	50	69.6	41.3	*	60
兩階單名數與單名數	(2)	72.9	95.8	100	88.8	*	60
兩階單名數與複名數	(3)	62.5	75	95.7	74.1	*	60
	(5)	58.3	87.5	100	79.1	*	60
	(6)	50	95.8	100	81.1	*	60
	(4)	47.9	93.1	100	79.1	*	24

	(10)	33.4	87.5	87	69.3	*	24
複名數+複名數	(11)	64.6	86.1	95.7	80.4		60
	(12)	27.1	73.6	91.3	60.8		24
複名數-複名數	(9)	43.8	76.4	91.3	67.9		60
單名數的除法	(8)	10.4	36.1	82.6	35		60
	(18)	0	27.6	73.9	25.9		60
複名數的除法	(14)	22.9	68.1	95.7	57.3		60
複名數的乘法	(13)	60.4	86.1	100	79.7		60
	(19)	12.5	59.7	69.6	45.5		24
單名數÷複名數	(7)	14.6	58.3	95.7	49.7		60
	(15)	12.5	63.9	95.7	51.7		60 24
複名數÷複名數	(16)	35.4	81.9	95.7	68.5		60
	(17)	35.4	80.6	91.3	67.1		60
	(20)	6.25	52.8	82.6	42		60 24

表(4-3-1) 計算題結果分析，可歸納如下：

一、低分組：

低分組學生在兩階單名數與單名數化聚表現最好，在兩階單名數與複名數化聚的表現次之，在多階單名數與複名數化聚表現則最差。在單純兩階間的時間化聚表現而言，低階聚高階比高階化低階的表現較好。就複名數與複名數的加減而言，在複名數加複名數的表現優於複名數減複名數。涉及時間的乘除運算方面，在時間乘法的表現又比時間除法表現好，但在時間的乘除表現都低於時間的加減表現。在複名數除複名數的表現優於單名數除複名數。若以時間的高低階單位而言，涉及日和其他時間單位間的化聚比涉及時、分、秒和其他單位間的化聚答對率低。

二、中分組：

中分組學生在兩階單名數與單名數的表現最好，有95.8%的答對率，在兩階單名數與複名數的化聚中表現亦不錯，兩者的答對率差異不大，但第(3)題因除法概念不足(除法削去法的誤用)的影響答對率只有75%，在多階單名數與複名數化聚表現則最差，答對率只有五成。在高階化低階的題型答對率略高於低階聚高階的題型。在時間加減類型中，複名數加複名數答對率高於複名數減複名數。涉及時間的乘除計算則答對率大為降低，其中在時間的乘法計算又優於除法計算。在時間的除法方面，複名數除法答對率優於單名數除法答對率。在兩個時間相除方面，複名數除複名數的答對率優於單名數除複名數。

三、高分組：

高分組學生在兩階單名數與單名數及單名數與複名數的化聚，表現差別不大，幾乎都全數答對，只有第(2)題因涉及24進位制(日、時的化聚)答對率只有87%。第(1)題多階單名數與複名數化聚，高、中、低三組學生表現都不佳，就連高分組答對率也只有69.6%，究其原因，為除法概念不清，學生雖然了解時間單位高低階的關係，但實際計算上，在低階聚成高階過程中，不了解其商及餘數所代表為何？(哪一位階)所以即使計算過程無誤，但卻不知解答為何？此外，因涉及三階以上的化聚，計算過於複雜，也因此提高誤答率。高分組學生

在單純時間化聚問題上（不同時間單位間的轉換，即不涉及兩個時間單位間的運算）化與聚表現相當，兩個時間之間的乘除計算方面亦無明顯差異，但對於乘除完後仍需進行化聚的題型，則會因為疏忽而降低答對率，如第(19)題，加減後若仍需進行化聚的題型亦如此，如第(11)、(12)題，尤其以涉及24進位制的題型影響更大。

就學生在計算題的表現而言可歸納如下：

- 一、全體學生對於多階單名數與複名數化聚（3930 秒 = () 時 () 分 () 秒）的表現不佳，除了除法概念不清外，因為涉及三階以上的化聚，計算過程煩複，對學生造成困擾，以致誤答率大增。
- 二、學生對於時、分、秒間的化聚較能掌握，日及星期和前述三個時間單位間的化聚則表現較差，究其原因，因時、分、秒換算皆為六十進位制，日、時之間為二十四進位制，一星期等於七日，因各高低階間換算倍率不一，所以常相互干擾，且時、分、秒在日常生活作息中較常使用，例如：日課表、電視節目表、上放學時間……等，所以學生也就較容易掌握。
- 三、學生對於二階單名數與單名數化聚表現最好、兩階單名數與複名數化聚次之，對多階單名數與複名數化聚表現最差，這也反應了越複雜的計算步驟，越不利學生的解題，單名數與單名數化聚，只涉及相鄰二階或不相鄰兩階的化聚，其概念類似於二個大小不

同單位間的換算，學生較容易掌握。至於多階單名數與複名數化聚，則需連減數次或經過連除，方能解題，一般學生後設認知能力不足，加以對除法結果解釋困難，所以即使計算過程無誤，但仍無法有效答題。

四、低、中分組學生對於時間的除法問題表現最差，乘法次之，對於加減問題則表現較好，其中對加法問題的表現又比減法問題的表現好。

五、高分組學生則對於時間的加減乘除運算表現差異不大。

六、學生在複名數除複名數的表現優於單名數除複名數，主因為受除法概念不足（餘數解釋困難）影響所致。

第四大題單步驟文字題學生的答對率及各題概念整理如下表：

(表4-3-2：第四大題單步驟文字題答題表現)

題號	答對率			概念分析							時進制			
	低分組	中分組	高分組	加減法			乘法		多量 重 比 例	除 法	包 含 除 除	7	24	60
				整 體	改 變 型	比 較 型	合 併 型	量 乘 積 型						
(1)	41.7	76.4	95.7	67.7			*							*
(2)	22.9	72.2	95.7	59.4	*									*
(3)	22.9	76.4	95.7	61.5		*								*
(4)	4.2	16.7	69.6	21					*		*	*	*	*
(5)	41.7	84.7	95.7	72					*					*
(6)	14.6	23.6	52.2	25.2						*				
(7)	16.7	68.1	91.3	54.5							*	*		
(8)	10.4	58.3	78.3	45.5						*				*

(9)	2.1	41.7	87	35.7	*	*
(10)	6.25	51.4	78.3	40.6	*	*

第四大題單步驟文字題分析：

一、低分組：

低分組學生在時間加減法文字題的表現仍舊比時間乘除法文字題的表現好。在時間加減法方面，加法合併型的文字題表現要優於加減法改變型及比較型的文字題，在加減法改變型及比較型文字題的表現上相當。低分組學生在時間乘法量數同構文字題的表現比時間乘法多重比例文字題的表現佳，若以同為乘法量數同構型的第(4)、(5)題相比較，雖然第(4)題概念不難，但因時間單位涉及星期，以致影響答題表現。第(7)題答對率16.7%，第(10)題答對率6.25%，第(8)題答對率10.4%，第(9)題答對率2.1%，第(9)題、第(10)題答對率皆未滿一成，低分組學生在時間等分除的文字題表現優於時間包含除文字題。明顯的，低分組學生對於除法文字題的表現普遍不佳。

二、中分組：

學生在第(1)題答對率76.4%，第(2)題答對率72.2%，第(3)題答對率76.4%，在時間加減法合併型和比較型的文字題答對率皆為76.4%，比改變型的文字題答對率稍高，但差異不大。在時間乘法文字題，第(5)題答對率84.7%，第(6)題答對率23.6%，中分組學

生在乘法量數同構文字題表現遠優於多重比例文字題，第（4）題和第（5）題同屬時間乘法量數同構文字題，但因其涉及星期和其他單位的換算所以答對率只有16.7%。第（7）題答對率68.1%，第（10）題答對率51.4%，第（8）題答對率58.3%，第（9）題答對率41.7%，中分組學生在時間等分除的文字題表現明顯優於時間包含除文字題。

三、高分組：

學生在第（1）題、第（2）題、第（3）題答對率皆為95.7%，高分組學生在時間加減法文字題三個類型的題目上表現相當。第（5）題答對率95.7%，第（6）題答對率52.2%，高分組學生在時間乘法多重比例文字題第（6）題的表現不佳，甚至是本大題所有題型中表現最差的一題。第（7）題答對率91.3%，第（10）題答對率78.3%，第（8）題答對率78.3%，第（9）題答對率87%，高分組學生在時間等分除和包含除文字題的表現相當。

整體而言可歸納如下：

一、全體學生在時間加法文字題的表現以合併型最佳，比較型次之，

改變型最差。

二、全體學生在時間乘法文字題的表現以量數同構型優於多重比例型

的文字題，量數乘積型因在時間單元的文字題中幾乎無此類問

題，所以無法提供學生在類似題型的表現來做比較。

三、全體學生在時間等分除的文字題表現優於時間包含除文字題。

四、同類型的時間化聚文字題，學生在內容涉及7及24進位制答對率低於60進位制。

將第四大題雙步驟文字題學生的答對率及各題概念整理如下表：

(表4-3-3：第四大題雙步驟文字題答題表現)

題號	答對率				概念分析						
	低分組	中分組	高分組	整體	加減法改變型			乘法		除法	
					起 始 量 未 知	改 變 量 未 知	結 果 量 未 知	量 數 乘 積 型	量 數 同 構 型	多 重 比 例	包 含 除
①	8.3	68.1	100	53.1			*	*			
②	2.1	22.2	60.9	21.7		*					*
③	6.3	44.4	95.7	39.9			*	*			
④	6.3	44.4	91.3	39.2		*					*

第四大題雙步驟文字題分析：

一、低分組：

學生在第(1)題答對率8.3%，第(2)題答對率2.1%，第(3)題答對率6.3%，第(4)題答對率6.3%，低分組學生在雙步驟文字題的表現中以第(1)題的答對率最高，其概念內容為涉及結果量未知及量數同構的題型，第(2)題的答對率最低，其概念內容為涉及改變量未知及等分除的題型。但低分組學生在雙步驟文字題的表現不理想，在訪談中亦發現大部分低分組學生對於題意無法完全理解，再加上原本對於時間各位階的概念不清及計算能力不足，所以本大題對

低分組學生而言，似乎太難而鑑別度不佳。

二、中分組：

學生在第(1)題答對率68.1%，第(2)題答對率22.2%，第(3)題答對率44.4%，第(4)題答對率44.4%，中分組學生對第(1)題的表現最好，其餘各題的答對率均未滿五成，對於第(2)題的表現最差，第(3)題和第(4)題的表現相當。

三、高分組：

學生在第(1)題答對率100%，第(2)題答對率60.9%，第(3)題答對率95.7%，第(4)題答對率91.3%，高分組學生第(1)題全數答對，對第(2)題(含加減法改變量未知及包含除二步驟)的表現雖然明顯優於中、低分組，但仍然不佳，第(3)題、第(4)題的答對率則超過九成。

整體而言，除了高分組外，中、低分組學生在雙步驟文字題的答對率皆低於單步驟文字題，可見中等程度以下的學生對於文字題的學習表現仍然不佳。學生在時間單步驟文字題的表現上，等分除的文字題表現優於包含除文字題，但在雙步驟文字題第(2)題(含加減法改變量未知及等分除的概念)的表現卻比雙步驟文字題第(4)題(含加減法改變量未知及包含除的概念)的表現差，研究者亦無法解釋其原因，故值得再深入探討。

貳、三組學生解題類型及錯誤類型差別：

以下再就三組學生的解題類型及錯誤類型再做更進一步的探究。

一、解題類型比較：

(表4-3-4：三組學生的解題類型比較表)

組別	解題類型
高分組	先處理大單位
	先化後聚
	用分數運算 用小數運算
中分組	先化後聚
	先處理大單位
低分組	先化後聚
	先處理大單位 累加法

以上是三組學生在處理時間化聚問題時，所使用的解題類型統計，由表(4-3-4)得知高分組學生在時間化聚及時間的四則運算方面，呈現較多元的解題類型，中分組及低分組學生則呈現較一般性的解題類型。受測學生中，在二階單名數和單名數、二階單名數與複名數化聚中，低分組學生有5人用累加的方法解題，中、高分組則無人使用此方法。在單名數及複名數除法的題型，高分組學生傾向於先處理高階單位，餘數再退位化成低階單位，再運算的方法；低分組學生傾向於將複名數化成最小時間單位，再完成運算；中分組學生使用上述二種方法的人數比率相當。在單名數 \div 複名數、複名數 \div 複名數的題型中，有少數高分組學生使用分數及小數來解題，中低分組則無人使用分數及小數方法來解題。

二、錯誤類型比較：

在本章第二節，曾例舉學生的錯誤類型，以下再將本次施測資料

中學生的錯誤類型與所犯的錯誤概念整理如下表：

(表4-3-5：錯誤類型統計)

錯誤類型	錯誤概念
十進制的干擾	十進位制的錯誤類化 (例： $5\text{分}28\text{秒}=528$) 進退位十進位制的干擾 24進位制的干擾 60進位制的干擾
時間進制間的相互干擾	24及60進位制的交互干擾 被除數及除數分辨不清 對除法中削去法的一知半解
除法基本概念不足	不明白除法中餘數的意義 同類量相除的概念迷失 (例： $20\text{分}50\text{秒}\div 2\text{分}5\text{秒}=10\text{分}10\text{秒}$) 加上錯誤的單位 (例： $5\text{時}\div 5\text{分}=60\text{分}$)
時間的高低階概念不清	不了解時間單位的高低階關係
錯誤的演算	只在完成演算的過程，胡亂的將數字相加減或乘除
受鐘面結構的影響	對鐘面結構存有迷思概念
錯誤的解題策略	使用了錯誤的解題策略
關鍵字的誤判	使用關鍵字去判斷，而非依題意去構思解題策略
忽略題目的條件(只完成一步驟)	忽略了題目的條件，少了一個步驟，以致未完成解題過程

高、中、低分三組學生在解題類型呈現差異，同樣的在錯誤類型亦呈現相當的差異。以下針對各組學生解時間化聚問題的錯誤類型分述如下：

(一) 高分組學生常犯的五種錯誤類型：

1、不明白時間除法餘數的意義：

少數高分組的學生不明白時間除法餘數的意義，意即基本的除法運算沒問題，但算完之後不了解餘數的單位為何？例如：單名數的除

法【 $14\text{時}\div 8 = (\quad)\text{時}(\quad)\text{分}$ 】少數高分組學生會回答1時6分，即對餘數為何？缺乏了解。

2、對除法中削去法的的一知半解：

除法中，被除數和除數同時把0削去是為了方便計算，其功能類似於分數的約分，但是除法會有餘數問題，少數高分組的學生犯本類型的錯誤，例如：單名數與複名數化聚【 $400\text{分} = (\quad)\text{時}(\quad)\text{分}$ 】少數高分組的學生會將被除數及除數的0削去，以 $40\div 6 = 6\cdots\cdots 4$ ，而誤答為6時4分。

3、加上錯誤的單位：

本錯誤類型是高分組及中分組特有的錯誤，在此次的研究樣本中，低分組學生並未發現呈現本類型錯誤。二個時間量相除，只存在著單純的倍數關係，少數高分組的學生會在計算二個時間量相除後的答案自行加上單位，例如： $5\text{時}\div 5\text{分} = 60\text{分}$ ，可能受平時在加減乘除計算問題時，老師會要求學生在答案上註明單位的影響。

4、錯誤的解題策略：

學生使用了錯誤的解題策略所致，高分組學生中只有二位犯本類型錯誤。

5、忽略題目的條件（只完成一步驟）：

犯本錯誤類型的高分組學生因一時的疏忽，未依題意將低階單位

再聚成高階單位，而導致錯誤。

(二) 中、低分組學生常犯的十種錯誤類型：

1、十進位制的錯誤類化：

少部分的中分組學生出現本類型錯誤，亦即對十進制做錯誤類化所致，例如 $123 = 1$ 個百 + 2 個拾 + 3 個一，所以將其概念類化誤將 3990 秒當成 3 時 9 分 30 秒；3 時當成 30 分，因而導致了錯誤。

2、十進位制的干擾：

本類型錯誤不同於十進位制的錯誤類化在於學生清楚時間的高低階關係，但是在計算過程中的進退位因十進制的干擾而產生錯誤。

3、24進位制的干擾：

24進位制干擾其他的時間進位制。

4、60進位制的干擾：

60進位制干擾其他的時間進位制，相較而言，呈現本錯誤類型的人數多於 24 進位制的干擾。

5、不明白除法中餘數的意義：

呈現本類型錯誤的學生不明白時間除法餘數的意義，基本的除法運算沒問題，但算完之後不了解餘數的單位為何？

6、對除法中削去法的的一知半解：

犯本類型錯誤的學生，以中分組學生居多，低分組學生反而較少。

7、時間的高低階概念不清：

本錯誤類型的學生不了解時間單位的高低階關係，此錯誤類型以低分組學生居多，中分組次之，高分組學生則未見。

8、錯誤的演算：

犯本錯誤類型的學生，猶如「修補理論」中的概念，只在完成演算的任務，胡亂的將題目中的數字相加減或乘除。

9、錯誤的解題策略：

學生使用了錯誤的解題策略所致。

10、忽略題目的條件（只完成一步驟）：

本錯誤類型的學生忽略了題目的條件，少了一個步驟，以致未完成解題過程，犯本錯誤類型的中分組學生可能不了解題意或是不會算，也可能只是一時的疏忽。

除了上述中分組及低分組學生共同性的錯誤類型外，以下再針對前述二組學生非共同性的錯誤再做說明。

（三）中分組的錯誤：

1、同類量相除的概念迷失：

本錯誤類型在高分組及低分組中並未發現，少數中分組的學生對於同類量才存在著倍數關係有迷失概念，所以對於複名數 \div 複名數的問題採同單位除以同單位的分開處理方式（例如： $20\text{分}50\text{秒}\div 2\text{分}5\text{秒}=10$

分10秒；即 $20\text{分}\div 2\text{分}=10\text{分}$ ， $50\text{秒}\div 5\text{秒}=10\text{秒}$ ），卻不知時間可以等量換算。

2、加上錯誤的單位：

例如： $5\text{時}\div 5\text{分}=60\text{分}$ （學生自己加上單位），此錯誤類型，出現在中、高分組的學生，低分組學生並未發現。

3、受鐘面結構的影響：

此錯誤類型在本次施測樣本中不多見，只有二位中分組學生在解題中出現 $1\text{日}=12\text{時}$ 的錯誤概念。

（四）低分組學生的錯誤：

1、24及60進位制的交互干擾：

呈現本誤錯類型的低分組學生對於時間的進位制可能知道也可能一知半解，以致在時間化聚的過程中出現24及60進位制的交互干擾。

2、被除數及除數分辨不清：

低分組的學生對於除法中的被除數及除數分不清楚，而且受到在國小階段一般除法的題目都是被除數的數字大於除數的數字所致，加上對於時間化聚的概念亦可能不甚了解，因而導致錯誤。

3、關鍵字的誤判：

低分組學生對於時間文字題，使用關鍵字去判斷，而非依題意去構思解題策略，例如：看到「共」就用加法，看到「差」就用減法，

而導致錯誤。在本研究工具的第四大題單步驟文字題的第(1)、(2)題，低分組學生在解題時出現本錯誤類型。低分組的學生，因為本錯誤類型而降低了第(2)題的答對率，但卻也可能因為使用正確的關鍵字判斷而增加了第(1)題的答對率

以下針對上述三組學生的錯誤，分類統計如下：

(表 4-3-6：高、中、低分三組學生錯誤類型統計)

	錯誤類型
高分組	不明白除法中餘數的意義 對除法中削去法的一知半解 加上錯誤的單位(例： $5\text{時}\div 5\text{分}=60\text{分}$) 錯誤的解題策略 忽略題目的條件(只完成一步驟)
中分組	十進位制的錯誤類化(例： $5\text{分}28\text{秒}=528$) 進退位十進位制的干擾 24 進位制的干擾 60 進位制的干擾 不明白除法中餘數的意義 對除法中削去法的一知半解 同類量相除的概念迷失(例： $20\text{分}50\text{秒}\div 2\text{分}5\text{秒}=10\text{分}10\text{秒}$) 加上錯誤的單位(例： $5\text{時}\div 5\text{分}=60\text{分}$) 時間的高低階概念不清 錯誤的演算(只在完成演算的過程，胡亂的將數字相加減或乘除) 受鐘面結構的影響 錯誤的解題策略 忽略題目的條件(只完成一步驟)
低分組	十進位制的錯誤類化(例： $5\text{分}28\text{秒}=528$) 進退位十進位制的干擾 24 進位制的干擾 60 進位制的干擾 24 及 60 進位制的交互干擾 不明白除法中餘數的意義 對除法中削去法的一知半解

被除數及除數分辨不清

時間的高低階概念不清

錯誤的演算(只在完成演算的過程,胡亂的將數字相加減或乘除)

錯誤的解題策略

關鍵字判斷

忽略題目的條件(只完成一步驟)

第五章 結論與建議

本研究是透過研究工具筆試測驗了解學生的時刻、時距概念及在時間計算問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間計算問題常犯之錯誤類型和可能原因，從學生的問題索解策略及錯誤類型分析探討，研究結果已詳細描述於第四章。本章再就第四章的分析提出結論，最後再進一步提出具體建議。本章共分兩節，第一節為結論，第二節為建議。

第一節 結 論

壹、時刻及時距概念的表現：

- 一、高分組有九成五以上能清楚分辨時刻與時距概念，對時間概念的掌握情形良好，而且不管文字敘述長短，皆能清楚的分辨時距與時刻概念。
- 二、中分組學生有九成以上能清楚分辨時刻與時距概念，對於目前是幾點幾分的慣用語，皆能清楚的分辨其指的是時刻，由於中分組人數佔本次受測者中最多數，而且分數落差大，文字敘述愈長對於中等以下程度的學童在判斷上愈不利，在解題上的確造成很大的困擾。
- 三、低分組學生則僅六成五左右的學生能清楚分辨時刻與時距概念，

文字敘述愈長，對低分組學童在解題的過程中負擔愈大，造成判斷錯誤及失去耐性而胡亂猜測的機率愈大。語文理解能力對於語文程度中等以下學生在解題上的確造成很大的困擾。對中分組及低分組學生而言，文字敘述愈長，其對時刻及時距概念愈不易掌握。

四、全體受試者答對率82.6%，表示仍有將近二成的人數，無法清楚的分辨時刻與時距概念。

五、學童在掌握時距概念優於時刻概念。

六、全體學生對於現在是幾點幾分所代表的時刻概念較能掌握，可能是日常生活中較常使用而較熟悉使然。

七、對於走路要花多少時間；坐車要花多少時間；從某地到某地花多少時間的敘述用法，各組學生的答對率均較高，可能與學生日常生活經驗中物體移動一段距離需要一段時間的認知經驗符合，所以較能掌握。

貳、時間化聚表現：

一、解題類型：

(一) 先處理大單位：以使用人數的比例而言，以先處理大單位的方法為最多人使用，此方法相較於先化後聚的方法而言，也是較有效率的，而且呈現此解題類

型的學生對於時間高低階單位的掌握也會優於使用先化後聚方法的學生。

(二) 先化後聚：先將複名數化成最小時間單位，完成運算之後，再依題意聚成單名數或複名數。

(三) 用分數運算：部分版本在五年級上學期已有分數單元，加以鐘面的結構和分數單元中，老師習慣用來表示幾分之幾教學用的圓餅圖十分類似，所以部分學生會用分數中約分及擴分的概念來處理時間的乘除計算問題。使用分數處理時間化聚問題的學生屬於高分組學生中的少數，由筆試資料中可以看出這些學生會針對題目的類型及數字，去靈活運用整數、分數及小數的四則運算以最具效率的方法解題，而且幾乎無固定的解題模式，即使是同類型的問題，也會針對題目中的數字去調整其解題方法。

(四) 用小數運算：某些學生會用小數的概念來處理時間化聚的問題，用小數來處理時間化聚問題的學生屬於少數，其原因為用小數處理，有除不盡的問題，徒增困擾，所以較少人使用。

(五) 累加法：對乘法不熟悉的學生則會用累加法，或連減的方法去處理時間化聚的問題，此解題類型對於數字較大或涉及較複雜計算的題目，較不易索解成功，而且較費時。

二、學習表現：

(一)、全體學生對於多階單名數與複名數化聚（3930 秒 = () 時 () 分 () 秒）因涉及三階以上的化聚，計算過程繁複且對於除法概念不清，所以表現不佳。

(二)、學生對於60進位制的化聚因日常生活作息中較常使用，所以較能掌握，7、24進位制的化聚則表現較差。

(三)、學生對於二階單名數與單名數化聚表現最好、兩階單名數與複名數化聚次之，對多階單名數與複名數化聚表現最差，反應了越複雜的計算步驟，越不利學生的解題，加以一般學生後設認知能力不足及除法結果解釋困難，所以即使計算過程無誤，但仍無法有效答題。

(四)、學生對於時間的除法問題表現最差，乘法次之，對於加減問題則表現較好，其中對加法問題的表現又比減法問題的表現好。

(五)、學生在時間加法文字題的表現以合併型最佳，比較型次之，

改變型最差。

(六)、學生在時間乘法文字題的表現以量數同構型優於多重比例型的文字題。

(七)、全體學生在時間等分除的文字題表現優於時間包含除文字題。

(八)、除了高分組外，中、低分組學生在雙步驟文字題的答對率皆低於單步驟文字題，可見中等程度以下的學生除了對於文字題的學習表現不佳外，算計步驟的多寡仍然影響其解題表現。

三、錯誤類型：

時間化聚的錯誤原因，除了單獨出現外，其實也交互出現，並反覆的對學習者在解題上做出干擾。

(一)、十進制的干擾：

本錯誤有二種類型，一種是對十進制的規則做錯誤類化或過分類化所致，例如 $123 = 1$ 個百 + 2 個拾 + 3 個一，所以將其概念類化誤將 3990 秒當成 3 時 9 分 30 秒； 3 時當成 30 分。另一種不同於十進位制的錯誤類化之處，在於學生清楚時間的高低階關係，但是在計算過程中的進退位因十進制的干擾而產生錯誤。

(二)、時間進制間的相互干擾：

學生雖然知道時間之間的進位制，但在實際解題時，卻無法根據題目呈現的時間單位，使用正確的進位制，如： 24 進位制干擾其他的

時間進位制；60進位制干擾其他的時間進位制；24及60進位制的交叉干擾。

(三)、除法使用上的錯誤：

因為缺少完整的概念或不當的使用除法規則，本研究中學生所呈現的除法錯誤概念包含如下：1. 被除數及除數分不清楚，加以受到在國小階段一般除法的題目都是被除數的數字大於除數的數字所致，此外呈現本錯誤類型的學生對於時間化聚的概念亦可能不甚了解。2. 削去法的一知半解，除法中，被除數和除數同時把0削去是為了方便計算，其功能類似於分數的約分，但是除法會有餘數問題，餘數要把削去的0補回來。3. 不明白時間除法餘數的意義，意即基本的除法運算沒問題，但算完之後不了解餘數的單位為何？4. 對於同類量的量才存在著倍數關係有迷失概念，所以對於時分採分開處理方式，即 $20\text{分}\div 2\text{分}$ ； $50\text{秒}\div 5\text{秒}$ ，得到10分10秒的答案，卻不知時間是一高低階關係的量，單名數及複名數可以相互化聚。5. 二個時間量相除，只存在著單純的倍數關係，少數學生會在計算二個時間量相除後的答案自行加上單位

(四)、時間的高低階概念不清：

學生對於時間單位的高低階關係搞不清楚，只知 $1\text{時}=60\text{分}$ ； $1\text{分}=60\text{秒}$ ，在二階單位之間反覆換算，自己都搞不清楚，加以對除

法中的被除數、除數、商及餘數的結果和其所代表為何？解釋困難，所以反覆的在高低階之間換算。

(五)、錯誤的演算：

學生只是在完成演算的過程，胡亂的將題目中的數字相加減或乘除，藉此完成演算的過程，而不是在獲得問題的答案。

(六)、受鐘面結構的影響：

表示時間的方法分為十二時制及二十四時制，學生在低年級報讀時刻階段，沒有正確的學習，以致形成了迷思概念及對「時、分、秒」的關係沒弄清楚，因而受了鐘面結構的影響。

(七)、錯誤的解題策略：

學生使用了錯誤的解題策略所致。

(八)、關鍵字判斷：

學生對於文字題，使用關鍵字去判斷，而非依題意去構思解題策略，例如看到「共」就用加法，看到「差」就用減法，而導致錯誤。

(九) 忽略題目的條件（只完成一步驟）：

學生並非一定不了解題目意思或是不會算，甚至可能只是粗心大意，或因一時的疏忽，忽略了題目的條件，未依題意將低階單位再聚成高階單位，少了一個步驟，以致未完成解題過程而導致錯誤。

第二節 建議

以下提供時間化聚教學上的建議。

壹、設計時間數線教具：

設計時間數線教具輔助教學，國內外學者 Goudsmit, Samuel A. & Robert Claiborne (1966/1980) 和黃武鎮 (1975) 都曾以數線的觀點來對時間做定義，鍾靜 (1994) 也提出時間非感官量，必需藉由工具上比對刻度的觀點才得以掌握，所以研究者認為在時間的教學上可以設計諸如測量公制長度單位直尺般的時間量尺，全長 24 時(1 日)，按照各高低階化聚關係標上刻度，讓對於時間高低階概念不清的學生可以藉由實際操作，慢慢由具體操作過渡到形式運思。

貳、加強時間位值的觀念：

在時間的加減乘除計算時，可用定位板的觀念，加上時間單位，使學生在化聚過程中避免因位值概念不清強而產生錯誤。例如：

1.	時 3	分 24
	×	3

2.	分 7	秒 45
	+	8 40

3.	時 1	分 45
	8) 14	

$$\begin{array}{r} 9 \quad 72 \\ \hline 10 \quad 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \quad 85 \\ \hline 16 \quad 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 6 \\ \hline 0 \quad 360 \\ \quad 32 \\ \hline \quad 40 \\ \quad 40 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

畫上隔線的方法，可以減少十進制的錯誤類化及在進退位時十進制的干擾。

參、加強乘除法的計算能力：

由分析學生的紙筆測驗資料中發現，時間的乘除計算，除了十進制的錯誤類化及在進退位時十進制的干擾外，學生的乘法計算能力不足，很多都是在計算上產生失誤，所以加強學生乘法計算的訓練有其必要性，至於除法方面，因錯誤原因較複雜，所以分述如下：

一、避免削去法的誤用：在教學上，宜並列長除法及長除法中使用削去法的例題，讓學生能分辨異同以避免錯誤。例如：

$$(3) 400 \text{ 秒} = (6) \text{ 分 } (40) \text{ 秒} \quad (3) 400 \text{ 秒} = (6) \text{ 分 } (40) \text{ 秒}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 60) 400 \\ \quad 360 \\ \hline \quad 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 60) 400 \\ \quad 36 \\ \hline \quad 40 \end{array}$$

二、避免被除數及除數分辨不清：對於呈現此錯誤的學生，在教學上不妨用算式填充題及長除法並列的方式，加深學生印象，減少在互換的過程中產生失誤。

三、避免同類量相除的概念迷失：呈現本錯誤類型的學生可能對於同類量才存在著倍數關係有迷失概念，所以對於複名數 \div 複名數採分開

處理方式，即 $20 \text{ 分} \div 2 \text{ 分}$ ； $50 \text{ 秒} \div 5 \text{ 秒}$ ，得到 10 分 10 秒的答案，此錯誤概念的產生，除了不知時間是一高低階關係的量，複名數及單名數可以相互化聚外，學生對於結合律和分配律的概念亦可能不了解，所以在教學上，可以再加強學生對結合律和分配律概念的了解及配合前述時間數線教具來輔助教學，加強學生時間高低階間的化聚概念。

四、改善餘數解釋困難：呈現本類型錯誤的學生不明白時間除法餘數的意義，意即基本的除法運算沒問題，但算完之後不了解餘數的單位為何？改善之道為加強除法解釋能力，除了加強除法概念及除法運算能力外，應設法提升學生的後設認知能力，隨時在解題的過程中，自我監控，自我提問，對於除法中各元素（被除數、除數、商、餘數）代表為何？都能了解，自然就能解釋商數及餘數代表的意思了。

五、改善自行加上單位的錯誤：二個同類量的除法（如： $1 \text{ 時} \div 20 \text{ 分}$ ； $100 \text{ 公尺} \div 5 \text{ 公分}$ ），只存在著單純的倍數關係。呈現此錯誤類型的學生，對於時間的化聚計算，基本上都沒問題，但會在計算二個時間量相除後的答案加上單位，此錯誤類型不只出現在時間的除法問題，在研究者教學的現場，只要是涉及二個同類量的除法問題，學生都可能犯本類型的錯誤，改善之道，除了上述加強學生的除法解釋能力外，亦可配合分數約分的概念來向學生說明，以釐清其觀念。

肆、加強除法及分數、小數的概念連結：

本次的研究，就學生所呈現的紙筆測驗資料中發現，學生的時間小數化聚與分數化聚能力遠低於整數化聚，除少數高分組外，使用者極少，就成功解題的類型中，原因除了「時間概念」清楚外，分數與小數概念更是關鍵，熟習分數與小數概念的學生，會針對題目的類型及數字，去靈活運用整數、分數及小數的四則運算以最具效率的方法解題，而且幾乎無固定的解題模式，即使是同類型的問題，也會針對題目中的數字去調整其解題方法，所以在教學上加強除法及分數、小數的概念連結就更顯必要。

伍、適時提供鷹架輔助：

引導學生的邏輯解題觀念，很多學生其實不是不會算，也不是時間化聚的概念不清，而是語文的解讀能力很差（文字題），邏輯觀念更差，所以適時提供鷹架輔助，對學生做解題步驟上的提示，隨時釐清學生的錯誤概念，並讓學生多練習、多思考，以增進解題技巧和構思如何作答，小心驗收才能真正提升學習成效。

陸、加強語文能力：

解數學文字題的教學一直被認為是數學教育的焦點，主要是因為在文字題的解題歷程中，涉及計算能力、數學概念與語文理解等知識，它屬於綜合能力的培養，語言是學習知識的根基，特別是在學習抽象化的知識，學生必需將文字形式的數學問題轉換成心理表徵，再

轉換成數學符號的運思，在表徵問題中的問題轉譯過程需具備語言的以及語意的知識，很多學生解題產生困難，往往不是因為概念理解錯誤或是數學能力不足，而是語文理解出現了障礙。只要題目敘述稍長，他們很容易就掉進文字的迷宮，搞不清楚要求的目標，或是隱含的資訊，所以讓孩子大量閱讀，提高孩子的語文理解能力以增進文字題的解題能力有其必要。

柒、對未來研究的建議：

- 一、本研究以五年級學童為對象，所以學童使用小數或分數來處理時間化聚的樣本不多，未來可以以六年級學童為研究對象，進一步針對時間小數或分數的化聚做深入的研究，了解學生犯錯的學習歷程，蒐集更完整的時間化聚解題資料，以提供教學者在教學上更完整的參考。
- 二、時刻和時距（時間（量））不同，但是生活上我們都以時間一詞統稱之。因研究者在教學過程中，發現學生不容易明白，時常對代表時距的時間（量）與包含時刻和時距（時間（量））的時間一詞產生混淆，蕭蓉欣（2002）的研究中亦提出類似看法，所以在本研究中，研究者有鑑於此，乃以時距一詞代替時間（量），以求減少學生因對用詞混淆而誤答的機率，進而影響研究結果，但這畢竟只是個人淺見，在九年一貫課程正式綱要中對於時距一

詞是以時間稱之，因此建議後續的研究，可以配合九年一貫課程正式綱要中時間的用語，以時間一詞代替時距，與本研究做對照，做進一步的探討，以利提出更周詳的建議，以決定是否需對時間（時距）與時刻及包含前述二者的時間一詞的用語做明確劃分，以幫助學生理解並區辨三者時間概念上所代表的不同意義。

參考文獻

一、中文文獻：

- 丁祖蔭 (1996)。中國大陸兒童青少年感知覺發展與教育。載於朱智賢主編：中國兒童青少年心理發展與教育，28-33。台北：五南圖書出版公司。
- 王文科 (1991)。認知發展理論與教育-Piaget 理論的應用。五南圖書出版公司。
- 朱振生 (2002)。國小五年級學生時間化聚學習表現與補救教學之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 向守平、江濤 (譯) (1993)。P. Coverney 著。時間之箭。台北：藝文。
- 辛慧如 (1991)。台灣學齡前學童時間與空間指示詞之發展研究。國立台灣師範大學英語研究所碩士論文。
- 呂溪木 (1983)：從國際科展看我國今後科學教育的發展方向。科學教育月刊，第 64 期，13-19 頁。
- 呂玉琴、譚寧君 (民85)。國小教師對學生認知知識了解之探討。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告。NSC84-2513-152-002。
- 李芳樂 (1993)：數學錯誤成因的探討。香港中文大學初等教育學報四卷第一期 77- 82 頁。
- 吳政諺 (1999)：學童時間單位和時間轉移概念發展與學習的研究。

國立台灣師範大學物理研究所碩士論文。

吳貞祥(1978)。兒童數量時間與空間概念的發展。臺北市立師範專科學校兒童發展叢書，2，24-28。

林碧珍(1989)。國小學生數學解題的表現及其相關因素的研究。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。

林碧珍(1991)。國小學童對於乘除法應用問題之認知結構。新竹師院學報，5，221-288。

林明哲(1990)。國中學生數學解題行為之分析研究。國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文。

林清山、張景媛(1994)。國中生代數應用題教學策略效果之評估。教育心理學報，27，35-62。

林清山、張景媛(1993)。國中生後設任知、動機訓練與數學學習之關係暨代數應用題教學策略效果之評估。教育心理學報，26，115-137。

周啟(1991)。我國學生時間與空間概念發展之研究(Ⅰ)。行政院國家科學委員會專題研究計畫期末報告，計畫編號：NSC79-0111-S110-003-D。

周啟(1992)。我國學生時間與空間概念發展之研究(Ⅱ)。行政院國家科學委員會專題研究計畫期末報告，計畫編號：

NSC80-0111-S110-004-D。

周煥臣(1981)：《幼稚常識科教材教法研究》。嘉義師專。

俞筱鈞譯著(1988)。《認知發展實驗：理論與方法》。中國文化大學出版部。

胡豐榮(1994)。《國小五年級學生理解『十進數』單元位值相關概念之探討》。國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文。

柯華葳(1989a)。《兒童歷史概念研究》。國教學報，2，127-152。

柯華葳(1989b)。《兒童日常生活時間概念研究》。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告，計畫編號：NSC77-0301-H081-001。

耿來祿(2002)。《國小學童時間概念之直觀類型的探究》。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文。

陳佩玉(2002)。《國小學童時間單位量概念之研究》。國立台北師範學院碩士論文。

陳佩玉、鍾靜(2003)。《國小學童時間單位量概念之研究》。國教學報，15，61-88。

陳雪枝(2002)。《兒童報讀時刻之研究》。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文。

陳雪枝、鍾靜(2003)。《兒童報讀時刻之現象與概念》。國立臺北師範學院學報，16(2)，71-96。

- 陳穗秋、鍾靜 (2003)。國小學童的時間順序與週期概念。科學教育研究與發展季刊，33，91-118，。
- 陳朝陽 (1992)。國小兒童的時間概念與教學。教師之友，33 (3)，46-54。
- 陳穗秋 (2002)。國小學童的時間順序與週期概念。國立臺北師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 陳溢年、陳秀女 譯 (1975)。Samuel和Robert著。時間。荷蘭：時代。
- 教育部 (1975)。國民小學課程標準。台北：教育部。
- 教育部 (1993)。國民小學課程標準。台北：教育部。
- 教育部 (2001)。國民中小學九年一貫課程暫行綱要。台北：教育部。
- 黃敏晃 (2000)。規律的尋求。台北市：心理出版社。
- 黃敏晃 (1987)。如何解數學題？—數學解題策略簡介。科學月刊，18，515-522。
- 黃希庭 (1994)。未來時間的心理結構。心理學報，26(2)，121-127。
- 黃湘武 (2001)。我國學生運動、時間、空間概念的認知發展研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫報告 (NSC-87-2511-S-003-022)。
- 黃武鎮 (1975)。小學數學科教學。台北：台灣省政府教育廳編印。

- 張景媛(1994)：數學文字題錯誤概念分析學生建構數學概念的研究。
國立台灣師範大學心理與輔導學系教育心理學報。第27期，
175-200頁。
- 張州甫(1998)。學童等時性概念和液體量守恆概念發展研究。國立
台灣師範大學物理研究所碩士論文。
- 張振東(1989)。時間的基本概念。哲學與文化，16(2)，47-54；119-126。
- 張宗育(2003)。國小六年級數學學習困難學生時間化聚問題解題之
研究。彰化師範大學特殊教育學系碩士論文。
- 張永傑(2000)。國小中年級學童「數詞—數字」轉譯的困難：中文
命數系統的影響。國立台灣師範大學心理學研究所碩士論文。
- 甯自強(1992)。經濟計數的活動—高階單位「十」的首度引入。教
師之友，33(5)，47-51。
- 甯自強(1996)。由多單位系統看中年級的數與計算教材。國立嘉義
師範學院八十四學年度數學教育研討會。
- 楊玉娥(1996)。學齡前兒童對成人慣用之時間概念研究。國民教育，
36(3)，49-57。
- 曹吉亮(1977)。十週年談10。科學月刊，11(1)。
- 劉錫麒摘譯(1981)。兒童時間概念的發展。國教園地，2，4-5。
- 劉錫麒(1982)。花蓮泰雅族兒童時間概念的發展。花蓮師專學報，

13, 1-12。

劉懷桐 (2003)。資訊科技對國小二年級學童時間概念教學之探討。

國立台中師範學院數學教育學系碩士論文。

劉君燦 (1987)。時間。台北：圖文。

鄧玉芬 (2003)。國小三年級學童時間連續概念與週期之診斷教學研

究。國立臺北師範學院數理教育研究所碩士論文。

鄭淑珍 (2002)。國小五年級學童時刻與時間量概念之診斷教學研

究。國立臺北師範學院數理教育研究所碩士論文。

劉秋木 (1996)。國小數學科教學研究。525-533。台北：五南圖書出

版有限公司。

鍾靜 (1998)。時間教材和速率教材的設計。國民小學數學科新課程

概說 (高年級)，230-256 頁。台北：台灣省國民學校教師研習

會。

鍾靜 (2003a)。兒童時間概念調查及診斷教學之研究 (III)。行政院

國家科學委員會專題研究計畫期末報告，計畫編號：NSC

91-2522-S-152-004。

鍾靜 (2004)。九年一貫數學領域能力指標詮釋：時間概念。行政院

國家科學委員會專題研究計畫報告 (NSC 92-2622-S-152-006)。

鍾靜 (2001)。國小數學教材分析—時間與速率。台北：教育部台灣

省國民學校教師研習會。

鍾靜、劉遠楨 (2001)。兒童時間概念調查及診斷教學之研究(I)。

行政院國家科學委員會專題研究計畫報告

(NSC89-2511-S152-023)。

鍾靜、鄧玉芬、鄭淑珍 (2003)。學童生活中時間概念之初探研究。

國立臺北師範學院學報，16 (1)，1-38。國科會專題研究 (計畫

編號：NSC77-0301-H081-001)。

鍾靜、魯炳震、林素微 (2001)。國小數學教材分析-時間與速率。臺

灣省：教育部臺灣省國民學校教師研習會出版。

簡瑞萍 (2004)。國小學童時間順序與週期概念課程設計與實施。國

立台北師範學院數理教育研究所碩士論文。

譚寧君 (1998)。從兒童的時間迷思概念看教師對兒童知識的了解。

載於教育學術研討會論文集，1047-1062。

蕭蓉欣 (2002)。國小五年級時間加減法文字題解題教學之研究。國

立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。

蕭毓秀 (2001)。國小時間文字題的解題研究。國立台北師範學院數

理教育研究所碩士論文。

蕭志芳 (2003)。中高年級國小學童時間概念之探究。國立台北師範

學院數理教育研究所碩士論文。

蕭毓秀、鍾靜(2002)。國小學生時間文字題的解題研究。國教學報，
14，21-42。

二、英文文獻：

Anderson, J. R. & Jeffries, R. (1985) . Novice LISP errors : Undetected

- losses of information from working memory. Human-Computer Interaction, 1, 107-131.
- Babbitt, B. C. (1990). Error patterns in problem solving. (ERIC Document Reproduction Service No.ED 338 500)
- Ballew, H. & Cunningham, J. W. (1982). Diagnosing strengths and weaknesses of sixth– grade students in solving word problems. Journal for Research in Mathematics Education, 13 (3) , 202– 210.
- Barron, D. D. (1999). Time, Calendars , and the Millennium. School Library Media Activities Monthly, 16 (3), 48-50.
- Briars, D. J. & Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. Cognition and Instruction, 1 , 245-296.
- Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. Cognitive Science , 2 , 153-192.
- Brown, J. S. & Vanlehn, K. (1980). Repair Theory : A generative of theory of bugs in procedural skill. Cognitive, 4, 379-426.
- Burton , G. & Edge, D. (1985). Helping children develop concept of time. School Science and Mathematics, 85 (2), 109-120.
- Baxter, P. & Dole, S. (1990). Research supplement working with the brain, not against it : Correction of systematic errors in subtraction. British Journal of Special Education, 17 (1) , 19– 22.
- Cox, L. S. (1975). Systematic errors in the four vertical algorithms in normal and handicapped populations. Journal for Research in

Mathematics Education, 6, 202-202.

Case,R.,Sandieson,K.,& Dennis,S.(1986). Two cognitive-developmental approaches to the design of remedial instruction. Cognitive Development,1,293-333.

Creekmore, W. N. III ,&Johnson,D.&Knesel.P.&Nash(1989). Digital-first approach to teaching temporal concepts to preschool.(ERIC ED315204).

Engelhardt, J. M. (1977). Analysis of children's computational errors : A qualitataon approach. Birtish Journal of Educational Psychology, 47, 149-154.

Engelhardt, J. M. (1982). Using computational errors in diagnostic teaching. Arithmetic Teacher, 29 (8), 16-19.

Fischbein, E. (1987). Intution in science and mathematics: An educational approach. Holland: D. Reidel.

Friedman,W. J. (1977). The development of children's understanding of cyclic aspects of time. Child development, 48, 153-159. New York : Academic press.

Friedman, W. J. (1982). The development psychology of time. New York: Academic press.

Friedman, W. J. (1982). Conventional time concepts and children's structuring of time. New York: Academic press.

Friedman,W. J. & Laycock , F. (1989). Children's analog and digital clock knowledge. Child Development, 60, 357-371.

Friedman, W. J. (1990). Children's Representations of the Pattern of Daily Activites. Child Development, 61, 1399-1412.

- Friederwitzer , F. J. & Berman, B. The Language of Time. Teaching Children Mathematics, 6 (4), 254-259.
- Fraisse, P. (1984). The Adaptation of the Child to Time. The Development Psychology of Time. New York: Academic Press.
- Fivush, R., & Mander J. M. (1985). Developmental changes in the understanding of temporal sequence. Child Development, 56,1437-1446.
- Ginsburg, H. P. (1989). Children's arithmetic: How they learn it and how you teach it (2nd ed.). Austin, Texas: PRO-ED.
- Graeber, A. O. & Tirosh, D. (1988). Multiplication and division involving decimals: Pre-service Elementary Teachers, Performance and beliefs. Journal of mathematic behavior, 7, 263-280.
- Gunderson, A. G. (1953). Thought patterns of young children in learning multiplication and division. Elementary School Journal, 8. 453-461.
- Head, J. (1986). Research into "Alternative Frameworks": promises and problems. Research In Technological Education, 4 (2) , 203-211.
- Harner, L. (1982). Talking about the Past and the Future: The Development Psychology of time. New York: Academic Press.
- Irrington, J. (1989). Walk around the clock : Third grade student learn to tell time. (ERIC ED323009)
- Kouba,V. L., Brown,. A., Carprnter, T. P., Lindquist, M. M., Silver, E. A. & Swafford, M. M.(1988). Results of the forth NAEP assessment of mathematics: Number, operations, and word problems. Arithmetic Teacher, 35,14-19.
- Kouba,V. L.(1989). Children's solution strategies for equivalent set

multiplication and division word problems. Journal for Research in Mathematics Education,20,147-158.

Levin, I. & Zakay, D. (1989) .Time and Human Cognition.

North-Holland : ElsevierScience Publisher B. V

Levin, I. (1977). The development of time concepts in young children: reasoning about duration. Child Development, 48, 435-444.

Levin, I. (1992). The Development of the Concept of Time in Children: An Integrative Model. Time, Action and Cognition, 8, 13-32.

Netherlands: Kluwer Academic.

Lorraine , H. (1982). Talking about the Past and the Future. The

Development Psychology of Time. New York : Academic Press.

Lauer, R. (1981). Temporal Man : The Meaning and Uses of Social Time.

New York:Praeger.

Leushina , A. M. (1991). The development of elementary mathematical concept in preschool children. Soviet studies in mathematics education. Volume 4. Virginia : NCTM. (ERIC ED 342673).

Leushina. A. M. (1991) .Perception of Time by Preschool Children. The

Development of Elementary Mathematical Concepts in Preschool

Children. (pp.139-142) ◦ Reston, Virginia : NCTM.

Marshall, S. P. (1987). Schema knowledge structures for representing and understanding arithmetic story problem.

First year technical report, San Diego State University,

California, Department of Psychology. (ERIC No. ED281716)

Muir, S. P. (1986). Teaching time concepts to young children. Social

- Science Record, 23 (1), 29-31.
- Matz, M. (1982). Towards a process model for high school algebra errors.
In Sleeman, D. & Brown, J. S. (Eds), Intelligent Tutoring System.
London:Academic Press.
- Nelson ,G. (1982). Teaching time-telling. Arithmetic Teacher, 29 (9) ,
31-34.
- Nesher, P. & HersHKovitz, S. (1994). The role of schemes in two-step
Problems : Analysis and research findings. Educational Studies in
Mathematics, 26, 1-23.
- Nibbelink,W. H. & Witzenberg, H. G. (1981). A comparison of two
methods for teaching younger children to tell time. School Science
and Mathematics, 81 (5), p429-435.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1967) : The child's conception of space.
New York : W. W. Norton.
- Piaget, J.(1969). The child' s conception of time. (A. J. Pomerans, trans.)
London: Routledge & Kegan Paul.
- Pines, A. L. (1980). A model for program development and evaluation:
The formative role of summative evaluation and research in science
education. Paper presented at the Annual conference of the
International Congress for Individualized Industruction (12th,
Windaor, Canada)
- Quinteo, A. H. (1984). Children's difficulties with two-step word
problems. (ERIC Document Reproduction, Service No. ED 242535)
- Richie, D. M. & Bickhard, M. H. (1988). The ability to perceive duration:

its relation to the development of the logical concept of time.

Development Psychology, 24 (3), 318-323.

Robert, G. H. (1968). The Failure Strategies of Third Grade Arithmetic Pupils. Arithmetic Teacher, 442-446.

Siegler, R. S. & McGilly, K. (1989). Strategy choices in children's time-telling. In I. Levin & D. Zakay (Eds.), Time and Human Cognition: A life-span perspective (p. 185-218). Amsterdam: Elsevier

Springer, D. (1952). Development in young children of an understanding of time and the clock. Journal of Genetic Psychology, 42, 615-629.

(as cited in Levin, I. & Zakay, D. (1989). Time and Human

Cognition. North-Holland: Elsevier Science Publisher B.v.)

Shuell, T. (1990). Phases of meaningful learning. Review of Educational Research, 60, 531-547.

Siegel, A. W. (1981). The externalization of cognitive maps by children and adults: I search of ways to ask better questions. In L. S. Liben, A. H. Patterson, & N. Newcomb (Eds.), Spatial representation and behavior across the lifespan (p.167-194). NY: Academic Press.

Sutton, C., and West, L. (1982). Investigating children's existing ideas about science. (ERIC Document Reproduction. service No.ED230424)

Thornton, S.J., & Vnkelich, R. (1988). Effects of children's understanding of time concepts on historical understanding. Theory and Research in Social Education, 16(1), 69-82.

Tirosh, D. & Graeber, A. O. (1991). The effect of problem type and

common misconceptions on preservice elementary teachers'
thinking about division. School Science and Mathematics, 91 (4)

Apr.

Vergnaud,G. (1983). Multiplicity structures. In Lesh,R. & Landau,M.
(Eds.) , Acquisition of mathematics concepts and process
p.127-174.New York: Academic Press.

附錄一：施測說明：

因本研究工具冗長（共分為四部分 8 頁），為免施測時間過久造成學生厭煩而胡亂作答，進而影響信、效度，所以請各位協助的老師

可以自行做調整，利用零碎的時間，分為二次、三次或四次施測（例如：分大題施測、分頁次施測..等），儘量以不造成各位老師及學生的困擾為原則。

在施測前，可以再就「時刻」和「時距」為學生說明。「時刻」是一個時點，在數學用語上是指某一事件發生的時候。而「時距」則是一個時區、時段，介於兩個時刻之間，一個時刻和另一個時刻所經過的所有時間。

因本研究屬解題研究，故請學生將解題策略（含計算過程、圖像表徵、任何形式的索解過程…等），不要擦拭，全部保留於試卷上，如此才能做分析歸納。

本研究旨在了解學生時刻、時距概念及在時間化聚問題之答題狀況，並歸納分析學生解時間化聚問題常犯之錯誤類型和可能原因。所以不做城鄉間、班級間及個別學生間的成績比較，所以請各位協助的老師放心施測，受測的學生安心作答。

以上說明，謝謝各位老師的協助。

國立中山大學教育研究所研究生 李如弘 敬託

附錄二：測量工具

親愛的小朋友您好：

這份評量的目的是想瞭解目前你對「時間」上的一些相關概念的

理解情形。為了讓老師更瞭解你的想法,請您依照您的想法,寫出計算的過程。除了計算過程外,你也可以把你的想法用文字或圖畫的方式來呈現,因為您的回答,對老師的教學及其他同學的學習,有很大的幫助,希望您能盡心的回答,非常感謝您的幫忙!

祝 學業進步、健康快樂

研究者:國立中山大學教育研究所研究生 李如弘

指導教授:梁淑坤博士

基本資料:

_____國小_____年_____班 座號:_____姓名:_____

一、單獨句辨識題:(20%):下列(1~10)題指的是時刻的在()內填上①;是時距的在()內填上②。

- () 1. 從高雄到墾丁,開車要2時30分。
- () 2. 現在是中午12時30分。
- () 3. 學校8點40分上第一節課。
- () 4. 再過1時20分就放學了。
- () 5. 現在是晚上19時43分。
- () 6. 我9點鐘上課。
- () 7. 如果你早1小時來,就來得及了。
- () 8. 每隔20分會有一班公車經過。

() 9. 我 6 時 30 分起床。

() 10. 小美 搭 16:30 的公車。

二、複句辨識題 (12%):

1. 下面的敘述，是表示「時刻」的在□中打√，不是的打×。

(1) 小玉 洗澡花了(15 分□)。

(2) 小明 今天上午(7 時 50 分□)才到學校，遲到了(20 分□)。

(3) 小花 每天早上(7 時□)就要出門等公車，坐上公車後，大約還要
(20 分□)才到學校。

2. 下面的敘述，是表示「時距」的在□中打√，不是的打×。

(1) 媽媽早上(8 時 30 分□)去菜市場買菜，總共花了(1 時 30 分□)。

(2) 小明 從家裡走到花了(18 分□)，從公園走到圖書館花了(25 分
□)，到圖書館時已經是(9 時 10 分□)。

(3) 小玉 晚上想逛百貨公司，所以他晚上(6 時 30 分□)出門等公車，
坐上公車後，大約還要(1 時 5 分□)才到百貨公司。

三、計算題 (40%):

(1) 3930 秒 = () 時 () 分 () 秒

(2) 3 時 = () 分

(3) 400 秒 = () 分 () 秒

(4) 57 時 = () 日 () 時

(5) $165 \text{ 分} = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(6) $5 \text{ 時} 22 \text{ 分} = (\quad) \text{ 分}$

(7) $80 \text{ 分} \div 2 \text{ 分} 40 \text{ 秒} = (\quad)$

(8) $14 \text{ 時} \div 8 = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(9) $4 \text{ 分} 26 \text{ 秒} - 2 \text{ 分} 44 \text{ 秒} = (\quad) \text{ 分} (\quad) \text{ 秒}$

(10) $3 \text{ 日} 14 \text{ 時} = (\quad) \text{ 時}$

(11) $3 \text{ 時} 24 \text{ 分} + 1 \text{ 時} 45 \text{ 分} = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(12) $1 \text{ 日} 12 \text{ 時} + 4 \text{ 日} 22 \text{ 時} = (\quad) \text{ 時}$

(13) $5 \text{ 時} 30 \text{ 分} \times 3 = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(14) $10 \text{ 分} 48 \text{ 秒} \div 8 = (\quad) \text{ 分} (\quad) \text{ 秒}$

(15) $1 \text{ 日} \div 1 \text{ 時} 12 \text{ 分} = (\quad)$

(16) $5 \text{ 時} 21 \text{ 分} \div 1 \text{ 時} 47 \text{ 分} = (\quad)$

(17) $20 \text{ 分} 50 \text{ 秒} \div 2 \text{ 分} 5 \text{ 秒} = (\quad)$

(18) $80 \text{ 分} \div 15 = (\quad) \text{ 分} (\quad) \text{ 秒}$

(19) $4 \text{ 日} 15 \text{ 時} \times 7 = (\quad) \text{ 日} (\quad) \text{ 時}$

(20) $1 \text{ 日} 4 \text{ 時} \div 1 \text{ 時} 20 \text{ 分} = (\quad)$

四、單步驟文字題 (20%):

- (1) 小英看叢林故事上下冊，看完上冊花了 2 時 48 分，看完下冊只
花了 1 時 54 分，請問她總共花了多少時間看完叢林故事？

- (2) 小華從 9 時 45 分開始游泳，11 時 30 分上岸，請問小華共游了多久？
- (3) 麗卿摺一隻紙鶴用了 2 分 27 秒，摺一隻青蛙用了 3 分 20 秒，摺一枝青蛙比摺一隻紙鶴多花了幾分幾秒？
- (4) 媽媽每天工作 8 小時 20 分，工作 3 個星期，則工作幾日幾小時幾分？
- (5) 觀光公車繞市區一圈要花 2 時 18 分，繞 4 圈要花幾時幾分？
- (6) 8 個人每天工作 12 小時可以在二個星期完成一項工程，請問 6 個人要每天須工作幾小時才能在同樣的時期內完成？
- (7) 一部機器共花了 13 日 13 小時完成 25 箱產品，平均完成 1 箱產品要花了幾小時？
- (8) 小明花了 14 分 24 秒跑操場 8 圈，平均跑 1 圈要花了幾分幾秒？
- (9) 小華畫一張插圖平均要花 4 分 10 秒，1 小時 6 分 40 秒可以畫幾張插圖？
- (10) 木桶店師傅製作一個檜木浴桶要花 2 日 16 時的工作時數，16 日的工作時數最多可以製作幾個檜木浴桶？

四、雙步驟文字題 (8%)：

- (1) 街舞比賽每隊表演 12 分鐘，從上午 8 時 25 分開始比賽，一共有 15 隊參加，結束時是幾時幾分？

- (2) 科學館連續播映「恐龍歷險記」影片 5 次，中間不休息，從上午 9 時 20 分開始，到下午 4 時 15 分結束，這部影片長幾時幾分？
- (3) 海霸王餐廳播放古典音樂，一片要播放 2 時 48 分，從上午 8 時開始，連續播放 4 片，播完時是幾時幾分？
- (4) 自動包裝機器打包一箱零食要 2 時 5 分，從上午 7 時 27 分開始運轉，一直到下午 7 時 57 分結束，最多可以包裝幾箱？

附錄三：測量工具複本

親愛的小朋友您好：

這份評量的目的是想瞭解目前你對「時間」上的一些相關概念的

理解情形。為了讓老師更瞭解你的想法,請您依照您的想法,寫出計算的過程。除了計算過程外,你也可以把你的想法用文字或圖畫的方式來呈現,因為您的回答,對老師的教學及其他同學的學習,有很大的幫助,希望您能盡心的回答,非常感謝您的幫忙!

祝 學業進步、健康快樂

研究者:國立中山大學教育研究所研究生 李如弘

指導教授:梁淑坤博士

基本資料:

_____國小_____年_____班 座號:_____姓名:_____

一、填一填(20%):下列(1~10)題指的是時刻的在()內填上①;

是時距的在()內填上②。

- () 1.從高雄到台中,開車要2時50分。
- () 2.現在是下午16時30分。
- () 3.學校3點40分放學。
- () 4.再過1時20分百貨公司就打烊了。
- () 5.現在是晚上19時43分。
- () 6.我早上9點鐘上課。
- () 7.如果你早2小時來,就來得及了。
- () 8.每隔30分會有一班列車經過。

() 9. 我 5 時 30 分起床。

() 10. 姊姊搭 16:30 的公車。

二、圈圈看 (12%):

1. 下面的敘述，是表示「時刻」的在□中打√，不是的打×

(1) 小玉打電腦花了(1 小時 30 分□)。

(2) 小明今天上午(9 時 50 分□)才到學校，遲到了(2 小時□)。

(3) 小花每天早上(7 時□)就要出門等公車，坐上公車後，大約還要
(25 分□)才到學校。

2. 下面的敘述，是表示「時距」的在□中打√，不是的打×

(1) 媽媽早上(8 時 30 分□)去蓮霧園工作，總共花了(1 時 30 分□)。

(2) 小明從家裡走捷運站到花了(18 分□)，從捷運站走到圖書館花了
(25 分□)，到圖書館時已經是(9 時 10 分□)。

(3) 小玉想去逛夢時代，所以他晚上(6 時 30 分□)出門搭台汽客運，
坐上車後，大約還要(1 時 5 分□)才到夢時代。

三、算一算 (40%):

(1) 3990 秒 = () 時 () 分 () 秒

(2) 4 時 = () 分

(3) 425 秒 = () 分 () 秒

(4) 67 時 = () 日 () 時

(5) $215 \text{ 分} = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(6) $3 \text{ 時} 22 \text{ 分} = (\quad) \text{ 分}$

(7) $160 \text{ 分} \div 2 \text{ 分} 40 \text{ 秒} = (\quad)$

(8) $28 \text{ 時} \div 8 = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(9) $3 \text{ 分} 26 \text{ 秒} - 2 \text{ 分} 44 \text{ 秒} = (\quad) \text{ 分} (\quad) \text{ 秒}$

(10) $3 \text{ 日} 20 \text{ 時} = (\quad) \text{ 時}$

(11) $3 \text{ 時} 29 \text{ 分} + 1 \text{ 時} 45 \text{ 分} = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(12) $2 \text{ 日} 12 \text{ 時} + 4 \text{ 日} 22 \text{ 時} = (\quad) \text{ 時}$

(13) $5 \text{ 時} 35 \text{ 分} \times 3 = (\quad) \text{ 時} (\quad) \text{ 分}$

(14) $10 \text{ 分} 48 \text{ 秒} \div 4 = (\quad) \text{ 分} (\quad) \text{ 秒}$

(15) $2 \text{ 日} \div 1 \text{ 時} 12 \text{ 分} = (\quad)$

(16) $5 \text{ 時} 21 \text{ 分} \div 1 \text{ 時} 47 \text{ 分} = (\quad)$

(17) $30 \text{ 分} 55 \text{ 秒} \div 2 \text{ 分} 5 \text{ 秒} = (\quad)$

(18) $240 \text{ 分} \div 15 = (\quad) \text{ 分} (\quad) \text{ 秒}$

(19) $4 \text{ 日} 17 \text{ 時} \times 7 = (\quad) \text{ 日} (\quad) \text{ 時}$

(20) $2 \text{ 日} 8 \text{ 時} \div 1 \text{ 時} 20 \text{ 分} = (\quad)$

四、單步驟文字題 (20%):

- (1) 子平看叢林故事，看完上冊花了3時48分，看完下冊只花了2時54分，請問她總共花了多少時間看完叢林故事？

- (2) 小華從 9 時 54 分開始游泳，11 時 30 分上岸，請問小華共游了多久？
- (3) 麗卿花了 30 分 27 秒上網，花了 40 分 20 秒看電視，看電視比上網多花了幾分幾秒？
- (4) 爸爸每天工作 9 小時 30 分，持續工作 5 星期都沒有休息，共工作幾日幾小時幾分？
- (5) 電動遊園車繞遊樂園區一圈要花 3 時 18 分，繞 4 圈要花幾時幾分？
- (6) 修築 1 公里長的道路平均要花 2 日 8 時，修築 20 公里長的道路平均要花幾日幾時？
- (7) 小明花了 13 日 13 小時完成 15 張紙雕作品，平均完成 1 張花了幾小時？
- (8) 順展花了 14 分 24 秒跑操場 4 圈，平均跑 1 圈要花了幾分幾秒？
- (9) 玟廷打一張邀請卡平均要花 8 分 20 秒，1 小時 6 分 40 秒可以打幾張邀請卡？
- (10) 裁縫師傅製作一件洋裝要花 2 日 16 時，16 日最多可以製作幾件洋裝？

四、雙步驟文字題 (8%)：

- (1) 演講比賽每人演講 12 分鐘，從上午 9 時 45 分開始比賽，一共

有 12 人參加，結束時是幾時幾分？

(2) 科工館連續播映「立體 3D 動畫」影片 5 次，中間不休息，從上午 9 時 30 分開始，到下午 4 時 25 分結束，這部影片長幾時幾分？

(3) 電動縫紉機縫製一件洋裝要 2 時 48 分，從上午 9 時開始運轉，連續縫製 3 件洋裝，縫好時是幾時幾分？

(4) 李師傅雕刻一尊人偶要 4 時 10 分，他從上午 7 時 27 分開始雕刻，一直到下午 7 時 57 分結束，最多可以雕刻幾尊人偶？

附錄四：研究工具、研究工具複本及學期成績數據

座號	姓名	測驗分數	複本測驗分數	五下數學學期成績
1	張○○	64	62	88
2	張○○	80	74	84
3	陳○○	12	16	55

4	吳○○	56	56	76
5	陳○○	40	38	48
6	黃○○	66	56	69
7	林○○	76	68	90
8	王○○	28	18	41
9	王○○	62	70	76
10	陳○○	94	88	93
11	邱○○	28	34	24
12	張○○	86	86	96
13	張○○	30	24	40
14	張○○	88	78	92
15	張○○	86	86	94
16	林○○	64	82	90
17	周○○	12	20	26
18	鄭○○	84	86	91
19	陳○○	64	64	79
20	鄭○○	44	54	83
21	楊○○	20	22	45
22	蘇○○	76	76	68
23	潘○○	24	24	60
24	林○○	48	60	82