



國立中山大學教育研究所

碩士論文

Institute of Education

National Sun Yat-sen University

Master Thesis

**高職機率擬題活動之研發、實踐與省思**

**A study on probability problem-posing activities in  
vocational school: Development, practice, and reflection**

研究生：黃雲卿 撰

Yun-Qing Huang

指導教授：梁淑坤 博士

Dr. Shuk-Kwan Leung

中華民國104年6月

June 2015

國立中山大學研究生學位論文審定書

本校教育研究所碩士班

研究生黃雲卿 (學號：M026050009)所提論文

高職機率擬題活動之研發、實踐與省思  
A study on probability problem-posing activities in vocational  
school: Development, practice, and reflection

於中華民國 104 年 4 月 8 日經本委員會審查並舉行  
口試，符合碩士學位論文標準。

學位考試委員簽章：

召集人 李旻憲 李旻憲 委員 梁淑坤 梁淑坤

委員 羅春光 羅春光 委員 \_\_\_\_\_

委員 \_\_\_\_\_ 委員 \_\_\_\_\_

指導教授 (梁淑坤) 梁淑坤 (簽名)

## 謝 誌

每個人都有一座打造未來的工廠，中山大學教育研究所就是我的夢想飛船。兩年的時光轉眼間已結束，在這段期間遇到許多挑戰與困難，感謝許多老師和同學的協助與鼓勵，讓我能邁向下一個人生的旅程，過程艱辛卻也讓我成長許多。

論文的完成，最感謝的人就是指導教授梁淑坤老師。在課堂上梁老師教導了許多專業知能，並能感受到老師對學生的關心與鼓勵。沒有梁老師的教導和督促，就沒有這篇論文的產生。也要特別感謝李旻憲教授和羅春光教授在學位考試中，給予學生指導和建議，讓我的論文更臻於完善。

感謝蕙帆、孟君和郁婷，在這兩年給予我許多課業與生活上的幫助；感恩采姿、祥雲與永政，一起共同努力、互相督促與審視論文，給我許多建設性的意見，才得以完成這份論文。也謝謝任教學校的協助，以及高二 10 組活潑認真的學生們配合與支持，使我的論文能順利完成。

最後，感謝家人和朋友的支持與鼓勵，讓我能無後顧之憂，專心一致於課業上，讓我能堅持到底全心投入。以此書獻給所有關心我、愛護我的人，謝謝你們！

# 高職機率擬題活動之研發、實踐與省思

## 摘要

本研究主旨是在探討高職機率擬題活動實施情形，以 99 課綱高職數學 B 第三冊「求機率問題」為教材內容，擬題方式採取梁淑坤（1997）的「題目類」與「解法類」。擬題教學之教師佈題經學校三位專家共同審核修正，教學實施係先由教師給予題目，要求學生解出此題目，然後再根據此題目及規定一種擬題的運算方法，擬出另一個題目。

本研究樣本為高雄地區某高職學生。研究目的有：1.研發高職機率擬題教材；2.分析學生擬題作品類型和內容；3.分析學生解擬題的解題表現；4.探討學生對擬題活動的接受程度；5.探討擬題活動後教學者的教學省思。研究者透過擬題單、學生學習日記、教師教學札記與錄音檔等多樣方式收集資料，以期能充分解釋本研究結果，增加其客觀性及可靠性。

本研究共有五個發現，第一，高中職機率題材適合研發擬題教材。第二，學生擬出的題目屬於資料充足的有 96.6%，學生皆能擬出可行的題目。第三，學生在「解擬題」的解題成功有 98%，解題策略比起一般考試題目正確率明顯提高，學生對於自己擬的題目更能理解並成功解題。第四，擬題活動是學生希望的上課方式，大部分學生能接受擬題活動，最熱衷的部分為擬題過程與同學分享的部分。他們覺得擬題活動可以激發自己的想像力，也更能理解數學。最後，教學者實施擬題教學時，發現學生參與度高並能注意到题目的可行性與完整性，並將教學歷程中的省思結果，作為日後數學教學的經驗。

**關鍵字：**擬題教學、高職、機率

# **A Study on probability problem-posing activities in vocational school: Development, practice, and reflection**

## **Abstract**

The main purpose of this research is to explore the implementation of probability problem-posing activities in vocational school. Curriculum based vocational school math book3 “problems on probabilities” . The method of posing problems is Leung’s “problem category”,and “solving method category”.The problems that the investigator provided in probability problem-posing activities were review amendment by three math expert teachers.Students initially solved the problems that the teacher provided, then taking this problem as the foundation, students posed another problems with the same solving method by themselves and solved the problems as well.

The sample consisted of vocational school students in Kaohsiung. The goals of this research are five: first,development of probability problem-posing teaching material of vocational school; second, analyzing the categories of students’ work and the contents of posing problems that student created; third, investigating into the performance of problem solving; fourth, probing students’ opinions of problem-posing activities; fifth, discussion on teacher’s reflection after probability problem-posing activities .During this research, the researcher utilized a variety of ways to collect data, problem-posing worksheets, learning diaries,teacher’s journals, and audio tapes.

The results of this research were five. First, probability is an ideal concept for developing problem-posing pedagogy in high school.Second,it showed that 96.6% of students given problems included sufficient data for solving. Students virtually were able to make feasible problems.Third, 98% of student solved the posed problems successfully. Students’ performance at problem posing then solving stage was higher. Fourth, students expressed a liking of problem posing, they thought that the materials were interesting and showed promising study manner. Finally, teacher’s reflection indicate that students enjoy the activity and notice problem’s feasibility and completeness.The above results yielded activities implications for teachers who consider integrating problem-posing teaching into mathematics activities in vocational school.

**keyword : problem-posing, vocational school, probability**

# 目 錄

第一章 緒論.....	1
第一節 研究動機.....	1
第二節 研究目的與研究問題 .....	3
第三節 名詞釋義.....	4
第二章 文獻探討.....	5
第一節 解題的相關概念.....	5
第二節 擬題的相關概念.....	15
第三節 不同學習階段擬題教學的相關研究 .....	24
第四節 擬題和解題的關係.....	36
第五節 機率在高職數學課程之內容 .....	39
第三章 研究設計.....	43
第一節 研究架構.....	43
第二節 研究對象.....	45
第三節 研究工具.....	45
第四節 研究程序.....	50
第五節 預試資料的分析.....	53

第四章 研究結果與討論 .....	63
第一節 學生擬題作品類型與內容 .....	63
第二節 學生解擬題的解題表現 .....	77
第三節 學生對擬題教學活動的接受程度 .....	84
第四節 擬題教學活動後教學者的教學省思 .....	99
第五節 高職機率擬題教材可行性 .....	104
第五章 結論與建議 .....	115
第一節 結論.....	115
第二節 建議.....	118
參考文獻.....	121
附錄.....	128
【附錄一】擬題單.....	128
【附錄二】學生學習日記.....	135
【附錄三】機率教學擬題活動回饋單 .....	136
【附錄四】教師教學札記.....	137
【附錄五】學生擬題照片.....	138

## 圖 次

圖 2-1 擬題分類流程 .....	21
圖 2-2 解自己所擬的題目 .....	36
圖 2-3 學生的擬題過程 .....	37
圖 2-4 解題與擬題步驟 .....	38
圖 2-5 求機率問題教材內容 .....	40
圖 2-6 教材地位分析 .....	41
圖 3-1 研究架構圖 .....	43
圖 3-2 擬題教學活動流程圖 .....	44
圖 3-3 高職機率擬題活動之研發、實踐與省思的研究流程 .....	52
圖 3-4 預試擬題教學活動流程圖 .....	53

## 表 次

表 2-1 Polya 的解題歷程內容表 .....	6
表 2-2 解題理論之比較 .....	13
表 2-3 擬題作品分類 .....	20
表 2-4 擬題作品五分量表 .....	20
表 2-5 學生擬題作品九分評量表 .....	22

表 3-1 檢驗擬題單教師佈題之專家名單 .....	46
表 3-2 擬題單之教師佈題表 .....	48
表 3-3 預試之學生擬題作品類型統計表 .....	54
表 3-4 預試之學生解擬題成敗統計表 .....	55
表 3-5 預試之學生對於自己擬題題目喜歡程度統計表 .....	57
表 3-6 預試之擬題教學活動喜歡程度統計表 .....	58
表 4-1 學生擬題作品類型統計表 .....	64
表 4-2 擬題作品內容分析表 .....	69
表 4-3 學生解擬題成敗統計表 .....	77
表 4-4 學生對於自己擬題題目喜歡程度統計表 .....	86
表 4-5 學生對於擬題教學活動喜歡程度統計表 .....	91
表 4-6 七次擬題教學活動後學生是否喜歡擬題教學活動 .....	95
表 4-7 比較喜愛平常上課方式還是擬題上課方式 .....	96
表 4-8 擬題方式對數學解題思考有無幫助 .....	97
表 4-9 擬題教學活動表現最好及尚待加強部分 .....	98



# 第一章 緒論

本章內容分別針對本研究之研究動機、研究目的、研究問題與名詞釋義共四個部分進行描述與探討。

## 第一節 研究動機

數學一直是極具挑戰的學科，對高職學生更是如此，研究者任教時發現高職學生對於數學學習動機普遍低落，可見傳統的教學方式已不敷使用。建構主義認為「知識不是被動的接受，而是經由感官或溝通等方式，由認識的個體主動的建立」（Von Glasersfeld,1995），強調由學生自己建構知識，而不是被動接受知識（甯自強，1993）。所以，建構主義主張教學應以「學習者的學習活動」為中心，教師角色應由傳統的「教學者」轉變為情境的「設計者」、教師應成為學生們討論與溝通的「協調者」，以促進學生學習。因此，在教學情境中，學生已儼然為主角，在整個學習過程中，學生是知識的詮釋者、創造者及問題的探索者（張美珍，2002）。

國內外有許多學者提出建議，學習數學過程應由學生主動建構，而提供學生在課堂中擬題的機會，便是一項被推薦的教學方式（Kilpatrick, 1987；Krulik & Rudnick, 1993；Silver & Cai, 1993；梁

淑坤，1994)。比起教科書中或是教師所出的題目，學生們解自己所擬的題目的動機比較強烈（Brown & Walter, 1993；梁淑坤，1994）。

擬題讓學生基於其先備經驗或特定情境產生和發展數學問題（Cifarelli & Sheets, 2009），擬題的過程可促進學生靈活思考，因需考慮題目內容性質，以及可能解題的方法，如此不僅能提高解題技能，也強化和豐富基本數學概念（莊楊晉堅、梁淑坤，2008；English, 1997; Lin & Leung, 2008）。

美國數學教師協會主張若要培養學生產生自學的數學家精神，擬題活動是數學課程中不可缺少的活動（NCTM, 1989; 1991），在課程標準裡建議應讓學生在問題情節中探索和形成問題（NCTM, 1989），專業發展標準裡（NCTM, 1991）建議製造機會讓學生自行形成問題，並依照問題之條件修正為新的題目（NCTM, 1991），最後，在評量標準裡也建議「從學生自行擬題中瞭解學生的能力」（NCTM, 1995）。

此外，梁淑坤（2012）提及數學學習低落學生補救教學之策略，建議採用生活化的數學和簡易化的數學。綜觀高職數學教材中，機率單元較為生活化，亦不需太多先備知識，不用擔心基礎尚未打好等問題。因此，研究者將擬題與機率教學相結合，探討學生擬題加深對問題情境結構的熟悉，自己形成數學問題，自己解決數學問題，並且透過全班討論的進行，分享擬題的成果，增加學習的樂趣。

## 第二節 研究目的與研究問題

### 壹、研究目的

根據上述研究動機，本研究的研究目的如下：

- 一、研發高職機率擬題教材並執行擬題教學活動。
- 二、分析學生擬題作品類型。
- 三、分析學生解擬題的解題表現。
- 四、探討學生對擬題教學活動的接受程度。
- 五、探討擬題教學活動後教學者的教學省思。

### 貳、研究問題

根據以上研究目的，本研究的待答問題如下：

- 一、研發之高職機率擬題教材執行擬題教學活動是否可行？
- 二、學生的擬題作品出現那些類型？
- 三、學生的擬題作品出現那些類型？
- 四、學生對擬題教學活動的接受程度有哪些？
- 五、教學者在擬題教學活動後的教學省思為何？



## 第三節 名詞釋義

本研究重要相關名詞，分別敘述如下。

### 壹、擬題

本研究中所指的擬題是指「學生先解完教師提供的一道題目後，再以原題為基礎，想出另一個類似的數學問題，解法與原題相同，學生可以改變數字、事物與問題結構等。」

### 貳、擬題教學活動

本研究中所指的擬題教學活動是由教師根據課本單元設計擬題單與學生學習日記，由學生進行擬題教學活動。

### 參、擬題作品的類型

研究者採用國內學者梁淑坤（梁淑坤，1999；Leung, 2013）所發展出的一套評量工具，將學生擬題的作品分成非問題（Not a Problem）、非數學問題（non Math）、不可行的數學問題（Impossible）、可行卻資料不足的數學問題（Insufficient）及可行並資料充足或超過（Sufficient or Extraneous）五類，再依此分類方式，進行擬題作品類型的探討。

### 肆、高職機率

係配合教育部 99 課綱之實施，本研究採用泰宇出版高職二年級第三冊「求機率問題」內容，但不包含貝式定理。

## 第二章 文獻探討

本章內容共分成五節，第一節探討解題的相關概念；第二節探討擬題的相關概念；第三節探討不同學習階段擬題教學的相關研究；第四節探討解題和擬題的關係；第五節描述機率在高職數學課程內容。

### 第一節 解題的相關概念

本節針對國外幾位學者對於解題歷程之研究，分述如下：

#### 壹、Polya解題歷程

波蘭數學家 Polya (1945) 在其著作《How to solve it》中，將解題歷程分成四個階段。

- 一、瞭解題意 (Understand)：瞭解題目是問什麼？理解已知和未知的條件各是什麼？
- 二、擬定解題計畫 (Plan)：發現未知數和已知數之間的關係，如果找不著關係，就須考慮一些輔助問題，想辦法擬定解題的方法、策略和執行步驟。
- 三、實行解題計畫 (Carry out)：執行所擬定的解題計畫。
- 四、回顧解答 (Look back)：檢驗解答的合理性，並且鼓勵用多樣不同方法求出解，或應用延伸到別的問題

Polya 的解題歷程內容，詳述如表 2-1

表 2-1 Polya 的解題歷程內容表 (Polya, 1945；閻育蘇譯，1993：12)

<p>第一步 你必須弄清問題</p>	<p>瞭解題意 未知數是什麼？已知數據是什麼？條件是什麼？滿足條件是否可能？要確定未知數，條件是否充分？或者它是否不充分？或者是多餘的？或者是矛盾的？畫張圖。引入適當的符號。把條件的各個部份分開。你能否把它們都寫下來？</p>
<p>第二步 找出已知數與未知數之間的聯繫 如果找不出直接的聯繫，你就可能不得不考慮輔助問題 你應該最終得出一個求解的計畫</p>	<p>擬定解題計畫 你以前見過它嗎？你是否見過相同的問題而形式稍有不同？你是否知道與此有關的問題？你是否知道一個可能用得上的定理？看看未知數！試想出一個具有相同未知數或相似未知數的熟悉的問題。 這裏有一個與你現在的問題有關，且早已解決的問題。你能不能利用它？你能利用它的結果嗎？你能利用它的方法嗎？為了能利用它，你是否應該引入某些輔助元素？你能不能重新敘述這個問題？你能不能用不同的方法重新敘述它？ 回到定義去！ 如果你不能解決所提出的問題，可先解決一個與此有關的問題。你能不能想出一個更容易著手的有關問題？一個更普遍的問題？一個更特殊的問題？一個類比的問題？你能否解決這個問題的一部份？僅僅保持條件的一部份而捨去其餘部份，這樣對於未知數能確定到什麼程度？它會怎樣變化？你能不能從已知數據導出某些有用的東西？你能不能想出適於確定未知數的其他數據？如果需要的話，你能不能想改變未知數或數據，或者二者都改變，以使新未知數和新數據彼此更接近？你是否利用了所有的已知數據？你是否利用了整個條件？你是否考慮了包含在問題中的所有必要的概念？</p>
<p>第三步 實行你的計畫</p>	<p>實行解題計畫 實現你的求解計畫，檢驗每一步驟。你能否清楚的看出這一步驟是正確的嗎？你能否證明這一步驟是正確的？</p>
<p>第四步 驗算所得到的解答</p>	<p>回顧解答 你能否檢驗這個論證？你能否用別的方法導出這個結果？你能不能一下子看出它來？你能不能把這結果或方法用於其他的問題？</p>

## 貳、Lester數學解題歷程

Lester(1980)將數學解題歷程分為六個階段，並強調這六階段是不同但卻互相關聯的。說明如下：

一、察覺問題(problem awareness)：解題者能夠察覺到這是一個問題，進而能發現解題困難的存在，並且解題者是有意願解決問題。如果學生沒有意識到解題的困難，或者學生沒有解題的意願，那麼這個歷程是毫無意義的。此時解題者必須理解：

(一) 與問題相關及非相關的訊息有哪些？

(二) 能夠瞭解訊息間的關係嗎？理解所有項目的意思嗎？

二、理解問題(problem comprehension)：此階段發生於當學生開始對這個問題產生感覺(making sense out of the problem)時。這個階段包含兩個子階段：

(一) 轉譯(translation)：解題者將問題所提供的資訊轉換成對自己有意義、能理解的字句。

(二) 內化(internalization)：解題者提取相關訊息並進行分類，且判斷相關的程度。

三、目標分析(goal analysis)：此階段解題者將訊息歸類，並作成細目，進行子目標分析，進而理解問題的結構與成分。某些問題適合建立子目標，有些問題則不適合建立子目標。而確認子目

標即確認問題的組成，有助於理解問題與發展解題歷程，也便於應用熟悉的策略與技巧。故解題者須分析問題是否滿足以下的條件：

- (一) 有任何子目標可以幫助達成目標嗎？
- (二) 這些子目標有一定的次序嗎？
- (三) 次序的編排正確嗎？
- (四) 有正確認清問題的運算條件嗎？

四、計畫發展(plan development)：計畫發展包括辨識更多可能性的策略。解題者擬定一個可行的計畫、訂定策略，將子目標排列及詳細運算。解題者必須要能理解解題所需進行的程序與方法，這個階段往往也是學生感到困難的部份，因為學生通常較無法組織思考和計畫。因此，解題者應注意下列事項：

- (一) 問題是否有其它的方式可以解出？
- (二) 有更好的方法嗎？
- (三) 是否曾經解過類似的題目？
- (四) 這樣的計畫能達成目標或子目標嗎？

五、執行計畫(plan implementation)：解題者執行擬定的解題計畫。執行錯誤可能會提升情境的混淆，解題者有時會因為簡單的計算錯誤而無法找到正確的模式。因此，解題者必須注意下列的

事項：

(一) 使用的策略和方法正確嗎？

(二) 計畫執行的步驟順序正確嗎？還是能使用不同的順序？

六、程序和解答評估(procedures and solution evaluation)：此階段除

了要檢查答案是否具有意義，還要對解題歷程目標分析作系統性的評估。因此解題者應該注意下列的事項：

(一) 解答是否符合問題的條件？是否具有一般性

(generalization)？

(二) 解題者所學的是否能幫助解題者解決其它的問題？

## 參、Schoenfeld數學解題歷程模式

Schoenfeld (1985) 重視解題者的心理活動，強調數學解題要考慮四個變項：資源 (resources)、捷思 (heuristics)、控制 (control) 和信念系統 (belief system)。

一、資源：解題者所具有的相關數學知識，包括數學事實、數學定義、運算程序及相關技巧等。解題者若缺乏資源，則解題活動將無法進行。相對的，具有更多資源的解題者，解答正確的機會越高。

二、捷思：捷思策略 (heuristics strategies)，例如畫表格、簡化問題、

尋找組型、猜測等。解題者即便具有資源，但若缺乏適當的解題策略，仍無法正確解題。此外，解題者可藉由解題的經驗，累積解題策略，之後對相似的問題，便會運用解題策略來進行解題。

三、控制：解題者如何決定解題計畫、如何選擇目標、如何採用策略、監控和評估解題結果等。

四、信念系統：解題者對數學的認知觀點，此觀點會影響解題者的行為。例如有些學生認為數學是需要天分，無法藉由後天的努力來增強，故在遇到解題失敗時，容易歸因於本身，遇上較耗費時間的問題，也容易會選擇放棄作答。

Schoenfeld (1985) 研究發現在這四個變項中，控制因素是處於關鍵的重要地位。因為控制因素主導了如何合理的運用資源、如何適當的採用捷思策略。故他進一步以控制因素的觀點，將解題歷程分成六個階段，分述如下。

一、讀題 (reading)：解題者閱讀題目，解題者為求更理解題意時，複述題目中重要條件的情形。

二、分析 (analysis)：讀題後，理解問題的陳述，有系統的重新陳述問題，尋找解題的方向。

- 三、探索 (exploration)：探索也是在讀題後尋找解題的路徑。但分析和探索的差別是，分析通常較具有良好結構 (well structured) 形式，而探索較不具有良好的結構，所以分析是有系統化的找尋解題路徑。
- 四、計畫 (planning)：自分析或探索階段獲得一個解題路徑時，依此路徑規劃解題步驟。
- 五、執行 (implement)：將所規劃的解題步驟逐一執行。
- 六、驗證 (verify)：檢驗答案合理性。

## 肆、Mayer數學解題歷程模式

Mayer (1992) 以心理學家的觀點，提出「問題」具有三個特徵：「給予的條件狀態」、「目標」和「障礙」。他認為問題是個體從已知的條件狀態到目標狀態時，因缺乏立即通往正確答案路徑所處的一種情境。解題即是在符合限制條件的要求下，用各種可能的方法，從已知條件狀態達到目標狀態的歷程。Mayer(1987, 1992) 把數學解題分為以下四個階段：

- 一、問題轉譯：將每一個陳述句轉譯為內在表徵，即理解語句之間的關係，並將每一個陳述句加以解釋。
- 二、問題整合：包括認識問題的類型和資料、決定解題所需要的資

料、用圖示或圖畫來表示問題等，即將資料整合而成一個問題表徵。

三、解題計畫和監控：設想及監控解題計畫。

四、解題執行：依照解題計畫，運用演算法則進行計算。

而這四個階段可分成「問題表徵」和「問題解決」二大步驟：問題表徵包含問題轉譯和問題整合兩個歷程；問題解決則包含計畫和監控、解題執行兩個階段。

Mayer 認為解題者需要具備五種知識：語言知識、語意知識、基模知識、策略知識和程序性知識。其中，問題轉譯需要語言知識和語意知識，問題整合需要基模知識，計畫和監控需要策略知識，執行解題需要程序性知識。如果解題者在解題時，缺乏五種知識中的任何一種，很可能就無法成功的解題。

## 伍、解題理論之比較

針對 Polya (1945)、Lester (1980)、Schoenfeld (1985) 及 Mayer (1992) 五個學者解題理論作比較，整理如表 2-2。

表 2-2 解題理論之比較

內容分析 \ 學者	Polya (1945)	Lester (1980)	Schoenfeld (1985)	Mayer (1992)
察覺問題	✓	✓	✓	✓
數學知識			✓	✓
問題轉譯		✓		✓
擬定策略	✓	✓	✓	✓
執行策略	✓	✓	✓	✓
監控評估		✓	✓	✓
回顧解答	✓	✓	✓	

從上表中可看出，「察覺問題、擬定策略、執行策略」是四人共同的想法，「數學知識」由 Schoenfeld 和 Mayer 提出，「問題轉譯」為 Lester 和 Mayer 提出，而「監控評估」則是 Lester、Schoenfeld 和 Mayer 三人提出，最後階段「回顧解答」由 Polya、Lester 和 Schoenfeld 三人提出。

由於心理層面難以察覺與監控，並且擬題於正式教學後實施，意即學生應具有數學知識和相關概念，故本研究在教導解題技巧以 Polya 四階段為主軸。

然而要提升學生的解題能力，需要有適當的解題教學策略。施淑娟（1999）從促進學生學習的觀點，提出數學教學策略為：

1. 教導學生解題策略：協助學生瞭解問題、擬定與執行計畫、並

協助回顧與檢核的策略等。2.採用生活化、趣味化的佈題：提供生活化或趣味化的佈題，若是學生自己的問題最佳。3.搭配數學遊戲。4.結合數學寫作活動。5.採用擬題的方式。而塗金堂(1999)依據合作學習精神，主張「合作--省思」數學解題教學法，其策略分為三個步驟：1.教師示範教學：教師示範解題思考的歷程，讓學生發現解題時，是需要經過探索與分析的過程。2.小組合作解題：二人一組共同解題，一人為解題者，另一人為協助者，解題者藉由協助者的幫忙，進而省思自己的解題行為。3.全班成果分享：學習欣賞與比較別人不同的解法，進而省思自身的解題歷程。

綜合以上學者的教學策略，研究者歸納五點重點：1.解題教學應以學生為中心；2.鼓勵學生發展自己的解題策略；3.採用生活化、趣味化的佈題；4.讓學生自我思考和省思；5.讓學生多發表；6.擬題為促進解題之途徑。

其中擬題與生活化的佈題可促進解題的教學策略，即是本研究中擬題教學活動的重點。將機率和擬題教學活動相結合，並採用生活化的佈題，讓學生能親近與熟悉問題情境的結構，自己形成數學問題，解決數學問題，並且透過全班討論的進行，分享擬題的成果，增加學習樂趣。

## 第二節 擬題的相關概念

本節針對「擬題」分成以下二個部份進行探討，第一部分為擬題的定義、特徵與型式，第二部分為擬題的評量。

### 壹、擬題的定義、特徵與型式

#### 一、擬題的定義：

Dillon (1982) 認為擬題是解題之後，找尋題目之過程。Silver (1994) 認為擬題主要分成二種方式，分別是產生新問題和依據給予的問題而形成問題。梁淑坤 (1994) 將擬題定義為「自己想出一個數學題目」。擬題者在擬題的過程中，會運用到自己數學知識與生活經驗，將情境、人物、事件、數字、圖形等組織並建立關係，進而擬出一個數學題目。Stoyanova 和 Ellerton (1996) 認為學生依據數學知識和經驗作為基礎，創造出有意義的數學題目，是一個屬於個人化的過程。

綜合上述學者見解，本研究將擬題界定為學生根據教師提供之題目，然後用自己的數學經驗，擬定一個數學題目。

## 二、擬題的特徵：

學生的擬題是依照教師提供之題目，用自己的數學知識或經驗，想出一個全新的數學題目，則也代表擬題行為的特徵可能包含個人化(idiosyncratic)、猜想及可信推理(plausible reasoning)、解題之連接(before, during, and after problem solving)和題目粗糙性(primitive)等四項特徵（梁淑坤，1994）。首先，擬題活動中最顯著的特徵是個人化(idiosyncratic)，因擬題者通常會根據自己的數學知識、生活經驗、文化背景...等，展現個人的擬題特性。其次，擬題的過程充斥擬題者的猜想與可信推理(plausible reasoning)，擬題者會去猜想所想出的題目是否合理，並且可能嘗試評估題目的答案。再者，發生擬題的情況有很多種，有可能是在解題前先擬題，也有可能是藉由解自己所擬的問題中再修定自己所擬的題目，抑或解題後再擬題，但無論是何種情況皆與解題有所連接。最後，擬題者可能因經驗不足，使得擬出之題目是較為粗糙、不完整，甚至是不可行，或者是欠缺足夠的解題資料。

根據以上的特徵，我們能夠理解學生擬題之題目可能較不完整，但學生能藉此想出一個可行的題目並嘗試去解答，已是一個良好的開始，並可養成主動問題解答的習慣，其後也許學生們會想出一些自己尚未有辦法解答的題目時，將更要求自己多學一些數學以求有能力解題（梁淑坤，1995）。

### 三、擬題的型式：

有關擬題之型式，以下列舉幾位學者的看法：

(一) Reitman (1965) 將題目分為結構題和非結構題，根據「已知」已定義清楚或未定義清楚，和「目標」已定義清楚或未定義清楚，分成四種不同的型式，其中「已知」和「目標」皆已定義清楚者為結構題，其他三類為非結構題。

(二) 平田耕山 (1987) 提出七種擬題類型：

1. 模仿法或類題法：即學習某個題目後，擬出和此題同類型的題目。
2. 算式法：先列出公式，擬出適用此公式的題目。
3. 原理法：給予四則運算或通分等原理，擬出和此相對應的題目來。
4. 訂正法：出一個題目，故意漏掉必要的條件，或者給予其他不必要的條件，或形成矛盾，使其訂正的方法。
5. 實驗法：實驗或操作具體的東西，再以此實驗或操作為基礎來擬題。
6. 自由法：以自由的題材，做成自由形式的問題。
7. 題材法：依據給定的主題來擬題。

(三) Silver (1995) 認為擬題可以分為兩種類型：

1. 由已給定的題目中，再產生新的題目。
2. 由情境或經驗中創造一個新的數學題目。

(四) Stovanova 和 Ellerton (1996) 則將擬題分成三種情境：

1. 結構的情境：擬題者利用現有的題目加以改變。
2. 半結構的情境：學生利用先前的數學知識、技巧、概念以及關係連結，完成一個完整結構的問題。
3. 自由的情境：讓學生在一個給定的自然情境下自由發揮。

(五) 梁淑坤 (1997) 將擬題類型分為六種：

1. 算式類：給予一個算式，讓學生依此算式擬出題目。
2. 文字類：呈現一段文字敘述，讓學生依此段文字敘述所給定的條件，再擬出題目。
3. 圖表類：提供一個圖表，讓學生依此圖表擬出題目。
4. 解法類：規定一種擬題的運算方法，如減法，讓學生依據此規定擬出題目。
5. 答案類：給予一個答案或一組計算過程，讓學生依據此答案或計算過程擬出題目。
6. 題目類：提供一個題目，要求學生解出此題，再根據此題目擬出另一個題目。

由上述可知進行擬題的方式，有多樣性的選擇。研究者考量學生為初次接觸擬題的活動，較不易建構出問題的情境，故本研究採用梁淑坤 (1997) 的題目類與解法類，先由教師給予題目，要求學生解出此題目，然後再根據此題目及規定一種擬題的運算方法，擬出另一個題目。

## 貳、擬題的評量

教學的評量在教學領域裡是不可或缺的，雖然它通常被放置在教學過程的最後一個階段，但教學評量並不是教學的結束或終點，而是提供教學的回饋，並作為教學修正與補教教學的依據。Bloom (1989) 也提出評量在教育中的地位的主要是用來改進教與學，以下為不同研究者提出擬題評量的方法與工具。

Getzels 和 Jackson (1962)、Balka (1974) 的研究皆以故事情境來作為擬題的材料，要求學生擬出有數學結構的題目，以此評量學生數學創造力。其中，Getzels 和 Jackson 是根據題目的解題程序來評分，算法越複雜，其分數越高，表示越具有數學創造力，類似 Torrance 創造力的精緻性指標。而 Balka 則運用 Torrance 創造力的三個指標(流暢性、變通性、獨創性)來評量學生。徐文鈺(1996)認為擬題能力可視為數學創造力指標，可以依據 Torrance 創造力測驗四個指標向度(流暢性、變通性、獨創性和精緻性)來評估擬題的能力，使擬題能力的評估更有系統性，並具數學特色。其中，擬題的流暢性是指學生擬出正確題目的題數、變通性是擬題題型的種類、獨創性是指擬題題目和他人與眾不同的程度、精緻性則是評估解題所需的步驟。

梁淑坤(1996)則從流暢性、變通性及複雜性來評學生的擬題能力(表 2-3)，並又於 1999 年修訂出擬題作品五分量表，並於 2013 年在 *Educational Studies in Mathematics* 發表教師在課堂實施擬題的挑戰與策略中提出編碼 1=Not a problem, 2=Non Math, 3=Impossible, 4=Insufficient, 5=Sufficient or Extraneous. (表 2-4)。

表 2-3 擬題作品分類梁淑坤（1996）

數學問題	可解的	與題目所提供訊息無關	
		超出範圍	
		適中、正確	正確題數（流暢性）
			題型種類數（變通性）
	題目所需解題步驟（複雜性）		
	不可解的	題意不清	
		條件不足	
		邏輯不符	
答案與題意不合			
非數學問題			
敘述問題			

表 2-4 擬題作品五分量表（梁淑坤，1999；Leung，2013）

分類	非題目 Not a Problem	題目類			
		非數學 Non Math	不可行 Impossible	可行	
				資料不足 Insufficient	資料充足或超過 Sufficient or Extraneous
評分	1	2	3	4	5

此分類方式非等比制，亦即「4」並不是「2」的二倍，但仍可以作為題目好壞程度的高低評比。

研究者將上述評分標準及分類方式整理說明如下圖：

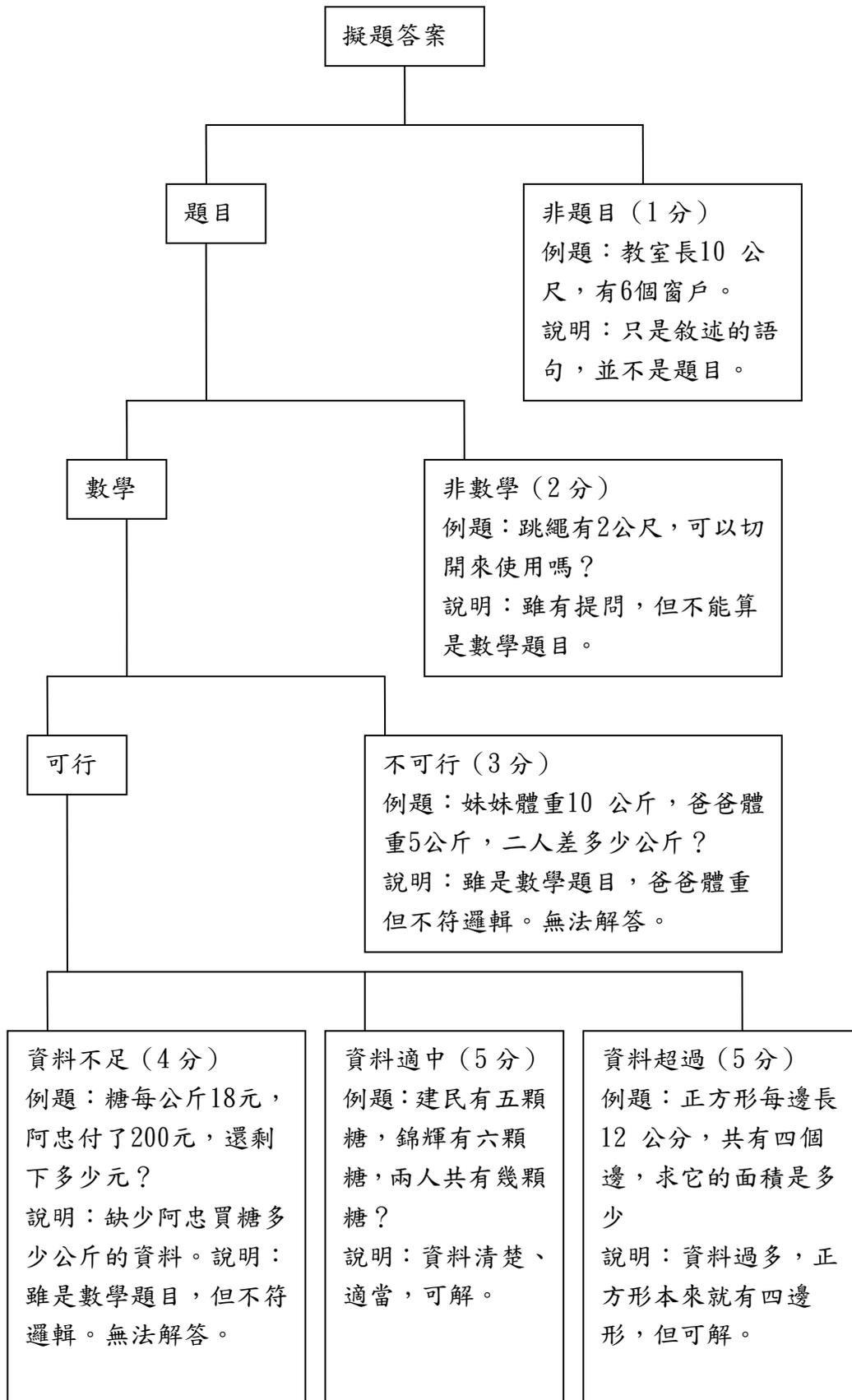


圖 2-1 擬題分類流程 (梁淑坤, 1999)

此外，陳佩琦（2003）參考梁淑坤（1999）設計出「學生擬題作品九分量表」，其評分標準如表 2-5

表 2-5 學生擬題作品九分評量表（陳佩琦，2003）

分數	類型	舉例
9	結構完整，正確無誤可解的數學題。	家裡原有 35 張春聯，哥哥又買了一些，現在有 48 張春聯，請問哥哥買了幾張春聯？
8	結構完整，但有錯字或漏字的可解數學問題。	1. 一支兵棒7元，買5支要多少元？ 2. 小明有 76 元，買玩具雄花了 69，小明還剩下多少錢？
7	結構完整，但文句不通順的可解數學問題。	1. 公園裡有 27 個人，走掉了 12 個人，現在公園裡共有幾個人？ 2. 姊姊買了錶 120 元，哥哥買了書 45 元，兩人共加起來多少元？
6	與題目所提供訊息無關的可解數學問題	擬題算式： $27-12=()$ 學生擬題：魚缸裡有12條魚，媽媽又放進21條魚，現在魚缸裡一共有幾條魚？
5	因條件不足、或答案與題意不合而不可解的數學問題。	小哲身高136公分，他又長高了幾公分，請問小哲長現在幾公分？
4	題意不清，不可解的數學問題	小梅有192元，小梅買了52元的燈籠，小梅花了多少钱？
3	非數學問題	哥哥原有100元，買了28元的玩具車，請問玩具車是什麼顏色？
2	只是敘述	池塘裡有 47 隻青蛙，又來了二十五隻青蛙
1	非完整敘述	山羊 14 來 21 牛

綜合上述評量方式，國內學者梁淑坤與陳佩琦所制訂的擬題評分標準提供擬題题目的給分標準，尤其梁淑坤教授的五分量表分類較為明確、簡單且具有效度，故本研究之擬題能力評量是採梁淑坤教授的五分量表作為評量給分標準。

然研究者於 2015 年 3 月 2 日與梁淑坤教授討論後，認為此分類方式非等比制，亦即「4」並不是「2」的二倍，但採用「分」這個字詞容易造成讀者混淆，故本研究評量標準採用為 1、2 表示，而非以 1 分、2 分表示之。

### 第三節 不同學習階段擬題教學的相關研究

研究者將近年來國內外擬題教學的相關研究，依研究對象的不同，分為國小學生、中學生、大學教育與師資培育研究三面向，將其研究內容與成效整理如下。

#### 壹、國小學生為對象之擬題相關研究

Keil (1965) 研究八百多位六年級學生，將學生分成實驗組與控制組，實驗組每週有一堂擬題教學活動，由老師提供與數學課本類似的情境，讓學生進行擬題；而控制組只解課本題目。經過十六週實驗，結果發現實驗組學生的解題能力表現高於控制組的學生，因此，擬題教學活動對於解題能力有正面的影響。

Stover (1982) 研究六年級的學生，採用的方式是將已知的故事題，透過圖形或添加其他訊息，進行編排與改寫。在研究過程中，數學課程結合寫作作業。結果發現，學生經過這樣的活動後，在解題表現有明顯的進步。

坪田耕三 (1987) 針對國小一到六年級學生，進行開放性問題教學。以學生解過的問題為基礎，讓學生從原有問題中再擬出問題來。因此，學生不會在找出答案後就結束探索，反而能藉由更改題目的條件或數據，主動地發現問題和分析問題。

Van den Brink (1987) 要求國小一年級學生進行故事題擬題，學生在整個學年中進行許多次的擬題活動，呈現出有趣並富有創意的擬題作品。

Skinner (1990) 將自己在幼稚園至國二年級的教學經驗，寫成 *What's your problem* 一書，分享擬題教學的樂趣。他強調上課之佈題必須是自己擬出，並且擬出的題目需要動腦筋才能解出來，太簡單的題目反而達不到擬題教學的成效。此外，學生在解別人擬的題目時，可以反問擬題者，則擬題者藉由他人的疑問，從而發現自己擬出的題目之漏洞或缺失，有助於釐清觀念。透過這樣擬題與解題活動的互動情形，顯示幼稚園和低年級學生也可學會自行擬題。

Winograd (1990) 讓國小五年級學生透過擬題、解題和小組分享的活動，以瞭解學生在擬題課程中的數學信念，並發現學生的擬題行為、解題行為和面臨的困難。研究結果顯示學生在擬題過程中表現多樣化的型態，而在小組合作學習時，學童多以任務導向學習，並且在擬題寫作表現出數學的信念，進一步建議學生的擬題可以成為教師佈題以及教材的來源。

Silver, Leung & Cai (1995) 以數彈珠的題目探討美國小學生的解題策略，題目是 25 顆彈珠並排列成 5x5 的正方形，要求所有的

受試者，以計算或畫圖的方式數數看有幾顆彈珠，最後將受試者的解題策略歸類，包括計數法、分類法、重組法、視覺法、混合法等。

徐文鈺（1996）研究 104 位國小五年級學生，將學生分成三組，分別為合作擬題組、個別擬題組及控制組。三組學生各接受六週，每週二次、每次約 40 分鐘的分數課程教學。結果發現，合作擬題組在複雜的「部份/整體」概念的表徵轉換能力、分數解題能力、分數擬題能力的流暢性、精緻性、獨特性，效果均優於其二組；但在分數概念的增進效果上，三組並無顯著差異；而合作擬題組擬題能力的變通性，效果優於控制組，與個別擬題組並沒有差異。

English（1997）研究五年級和七年級的學生，不同能力的組別在數學課程中擬題的表現，研究結果發現，擬題能力強的學生在平常數字計算能力並不是很好，但是針對特殊題目的解題，卻有不錯的成效。並且，學生擬出的題目具有複雜性，展現出學生豐富的創造思考力。

孫秀芳（1997）研究國小二年級學生加法擬題能力，以及學生對擬題的認知程度。結果發現，大多數學生都具有擬題能力，學生所擬出來的題目大都是熟悉的情境，並且確定擬題與解題的活動是相連的。

English (1998) 研究 54 位三年級學生的擬題能力，發現學生在數的概念和解題能力表現出不同的類型；在非例行性的情境中，學生可以擬出多樣化的題目；但學生在加法和除法的類型中，擬的題目類型卻是傾向一致的，可能是受到教材中例行性題目的影響，使得學生思考產生固化。

Cai (1998) 研究 404 位六年級的學生，其中 181 位美國六年級學生，223 位中國六年級學生，進行跨文化的比較，探討不同文化其擬題和解題的認知分析。結果發現，中國學生在計算方面優於美國學生，但是在擬題方面卻有許多相似之處。

梁淑坤與鄔瑞香 (Leung & Wu,1999) 以將錯就錯的方式進行國小比例擬題活動，即給予學生不完整的題目，例如題目中遺漏了某些重要的解題訊息，讓學生試著加以修正題目，擬出另一個數學題目。提供學生擬題的機會，也能藉此釐清學生的數學觀念。此外，梁淑坤與鄔瑞香 (Leung & Wu,2000) 也採用日記的形式，讓家長與子女在自己家中進行擬題與解題，藉此將擬題活動帶入家庭變成家中的親子活動，並可藉由日記與他人分享擬題心得。

林德宗 (1999) 研究國小五年級擬題活動之應用。結果發現，學生透過擬題活動，可以增進學生對數學概念的理解，並且協助學

生將知識連結到日常生活。此外，學生透過討論，修正題目並學習接納同學的意見。

楊惠如（2000）以行動研究方式研究國小三年級擬題活動，首先設計擬題的活動教材，並探討擬題活動所遭遇到的困難與解決的方式，以及老師在擬題教學中所需扮演的角色。研究結果發現，雖然在整個擬題教學過程中，老師能從「初試啼聲」到「漸入佳境」以及「步入軌道」，但仍會遭遇到許多困難，包括教學準備、學生擬題、全班討論、共同評鑑等，但透過不斷反省尋求解決方法，以實際的行動解決了教學上的困難。

鍾雅琴（2000）透過合作擬題的教學方式，研究國小五年級學生分數概念、分數解題能力與分數擬題能力的增進效果。研究發現合作擬題教學能增進學生在「整體與複雜的分數概念」和「分數的數線概念」兩種表徵轉換的學習。分數擬題的「流暢性」、「變通性」、「精緻性」和「獨特性」四個特性也有明顯的增長。另外，在合作擬題教學方式學生在自評表中對於認知、情意、技能三方面都給予肯定的評價。

李承華（2000）探討擬題活動對學生數學文字題語意結構之掌握及其對文字題解題的影響。研究結果顯示，擬題教學活動確實提升學生掌握文字題語意結構，但兩組學生在解題能力上並無顯著差

異，顯示擬題可以提升學生掌握問題語意結構，但解題歷程除了語意結構的理解外，還包括了其他因素，而這些因素並不是單獨的擬題活動就能有效提升的。

周幸儀（2002）以國小二年級學生為研究對象，透過合作擬題教學活動，探討學生擬題學習歷程，以及擬題教學對學生的數學概念、擬題能力、解題能力的增進效果。結果發現，透過擬題教學活動的實施，學生在數學概念、擬題能力及解題能力的表現上，均有明顯的進步。

陳佩琦（2003）以國小一年級學生為研究對象，探討擬題教學的實施情形。結果發現，學生在擬題、解題表現有明顯進步；擬圖畫題或文字題，均優於擬算式題；擬題教學可增進解題教學。

林群雄（2004）透過行動研究方式，研究國小三年級學生擬題活動，探討教師的專業成長，瞭解擬題教學的困難和適用的擬題素材。結果發現，教師引導討論的能力獲致成長，心態也轉為學生本位；學生也能提升學習興趣、動機和自信。

吳進寶（2005）研究五年級學生在整數四則混合運算的擬題教學。研究發現學生大部分能接受擬題活動，並且能擬出可行之題目，學生對四則混合運算题目的掌控度高；但學生在三步驟的四則混合運算錯誤較多，可能原因為程序性數學知識不足。

趙坤川（2006）以小數為題材，探討一個六年級的班級學生小數加減運算及小數大小比較概念。研究發現擬題教學提升學生擬題能力及解擬題成功率，並且學生能將小數概念運用在日常生活中，但是在實施擬題教學時有時間不足的壓力。

吳佳慧（2006）探討國小三年級學生在「數與計算」的擬題活動，將學生分成實驗組和控制組。研究結果發現實驗組在「乘法」、「有餘數的除法」、「乘與除」、「兩步驟的四則運算和「小數的加減」與控制組有顯著差異，其他並無顯著差異。學生在教師進行擬題教學之後其「數學溝通能力」有顯現出來。

郭賢忠（2007）研究國小四年級學生在「數與計算」的擬題活動，研究結果發現擬題教學能提升學生擬題能力、增進學生數學學習態度、有助於學生數學學習。透過親子擬題的方式也能增進親子互動並讓家長更能理解學校課程，以能指導孩子。最後教學者省思發現擬題教學是可行的，並符合九年一貫以「學生為主」精神。

李正如（2007）研究台東縣原住民國小五年級學生，以分數作為擬題教學之教材。研究結果顯示學生在分數擬題表現和解題能力都有明顯的進步，更發現學生在學習態度的轉變，進而增加學習興趣與自信。

莊揚晉堅、梁淑坤（2008）探討國小六年級在「比例問題」的擬題活動，研究結果顯示學生大多數能擬出可行且資料適中的題目，只有少數學生改變題目結構。研究者發現影響學生在比例問題最重要的因素是題目中的數字結構。此外，學生認為透過擬題教學能發現學習數學的方法與樂趣。

陳逸亮（2014）比較國小五年級學生接受合作擬題教學法和傳統教學法在「怎樣列式」的學習成效、概念保留、學習態度及擬題能力。研究結果顯示實施合作擬題教學法與傳統教學法學習成效有差異，並且合作擬題教學法的學生學習態度有正向的評價。

## 貳、中學生為對象之擬題相關研究

本研究依據臺灣教育制度，將中學生分成國中學生與高中學生作為探討，以國中學生為對象之相關國內外擬題研究如下。

Brown and Walter（1983）在 *The art of problem posing* 一書中，說明如何在教學中加入擬題活動，使學生能主動思考與學習。他們提出的擬題策略是「What-if-not」，鼓勵學生在獲得答案後，第一步先接受答案，第二步再挑戰各種假設，試想情況如果改變為不成立時，那麼答案又是如何，如此便又形成一個新的問題。這個擬題策略即是屬於 Silver（1993）所說的：解題之後的擬題。

Ellerton (1986) 則先用測驗將學生分成高低能力組，再研究高低組學生在擬題的差異，研究發現高能力組的學生會在出題目時會有系統地策劃，例如：當他出到有分數數據的題目時會考慮解題過程中是否可約分。

Borba (1994) 研究 200 位八年級學生，在九個星期的課程中，每一小組必須選定一個主題，並且擬出一個題目，再由小組成員合作去解他們所擬的題目。結果發現學生覺得透過擬題的活動能感受到學習的自主權，並能自由選擇自己有興趣的題材。但研究者也發現，教師必須適時的引導，才能讓學生分工合作，完成小組的任務。

Van den Brink (1995) 讓學生進行「百分比」的擬題活動，並在教學過程中引導學生擬出兩個百分比的題目，這兩個題目一題為簡單題，另一題則為困難題，透過學生擬題的程度即可發現學生對百分比概念認識更能理解及深入，也可以作為老師教學依據。

劉芳妃 (1998) 以國中一年級的學生為研究對象，探討學生學習合作擬題時的情意層面和擬題能力。研究結果顯示，小組合作擬題活動提供學生溝通數學概念的機遇，加強學生社會化的發展，並且在擬題的活動，學生在欣賞別人的擬題後，可進一步提出自己的看法，從中培養出學生的批判能力。

莊美蘭（2003）以國中一年級的學生為研究對象，進行合作擬題和個別擬題的教學活動，探討適合進行擬題活動之單元，以及合作擬題和個別擬題的差異。結果發現，負數、體積、容積與容量等較容易進行擬題教學活動；合作擬題的優點是可以透過同儕的互動，提供討論機會，促進小組的學習，個別擬題則是讓同學激發個人擬題的創意與實力，發現自己在數學概念的錯誤。

以中學生為對象之相關研究除了上述以國中學生為對象的擬題研究外，也有以高中學生為對象之擬題相關研究如下。

謝佩真（2004）探討高二學生排列組合擬題活動對解題表現之影響，採用實驗研究法前後測與半結構式晤談，研究結果發現擬題實驗教學活動確實能改善高二學生排列組合解題表現。

綜上所述，我們可以發現以中學生為對象之擬題研究多以國中學生居多，以高中學生為對象之擬題研究微乎其微。

## **參、大學生、職前教師或在職教師為對象之擬題相關研究**

梁淑坤（1993）研究美國某教育學院修「國小數學教材研究」的 18 位學生，他設計一份開放性作業-「十五枝火柴」，同時研究

「擬題」與「一題多解」，並建議在師資培育的課程中須增設擬題的課程。

Schloemer (1994) 將擬題教學策略 “What-if not” 以認知學徒制的教學方式來教導大學生高等代數，將學生分為實驗組和控制組，實驗組進行擬題教學，而控制組則不進行。結果發現在數學成就方面，兩組並無顯著差異。在擬題能力方面，實驗組表現比控制組好；在數學態度的表現方面，兩組的前、後測均下降。根據研究者的結論，他認為實驗組可能已經習慣原來的教材，所以當老師進行擬題，反而讓他們在數學態度上產生負面的影響。

梁淑坤 (1995) 研究 65 位職前教師和 127 位在職教師之擬題行為，以及三種擬題形式（包含數值、文字敘述、包含符號）對擬題之影響。結果發現，在擬題數量方面，職前教師與和在職教師並無差異；在三種擬題形式方面，有數值的形式較其他二種，容易為教師們所接受；在文字敘述方面，教師們則自行提供資料、或擬出資料不足、或甚至不可行的題目；在包含符號的形式方面，教師們依然傾向寫出非題目、非數學或不可行的題目。

Silver、Mamona-domwms、Leung 和 Kenney (1996) 研究 53 位中學教師和 28 位職前教師，以個別擬題或合作擬題的方式，研究其 IP (Initial Posing)、PS (Problem Posing)、AP (Additional Posing)

等階段。結果發現，受試者在解題前擬的題目比在解題後擬的題目多，而這種擬題能力可以影響教師將來教學時的佈題。

Leung 和 Silver(1997)嘗試建立擬題作品系統化分類的工具，以 TAPP (Test Arithmetic Problem Posing) 來測驗 63 位職前教師，結果發現許多受試者都可以擬出「可行的」題目。

葉丙成、賴以威等(2014)在《葉丙成的機率驚豔：當數學遇上文學，學生考不好也會笑著離開》一書中闡述葉丙成教授在數學機率課的擬題活動。首先先將學生進行分組，讓他們為作業出題，題目就像關卡，讓各組之間互相攻破關卡，並設立了網站讓學生看到每一組攻破了多少題目，則落後的組別就會有危機感，增加競爭感也成功引起學生學習動機。

根據以上不同學習階段的研究，我們可發現數學擬題教學活動吸引國內外各專家學者研究的教學方式，各個學習階段的教師在教學現場進行不同單元的擬題教學，突破學生在數學學習中的困難和盲點。但我們也可看到擬題教學在高中職階段之研究微乎其微，然高中職階段應亦有研究之必要，本研究針對高職階段進行機率擬題活動之研究，期盼能有所發現。

## 第四節 擬題和解題的關係

Polya (1945) 在《How to solve it》一書中提出解題四個階段：解題者須先瞭解題意 (Understand)，才能擬定解題計畫 (Plan)，接著執行解題計畫 (Carry out)，最後回顧解答 (Look back)。

國內學者梁淑坤(1994)根據 Polya 的解題模式，以擬題(Pose)代替瞭解題意 (Understand)，成為擬題的四個步驟。

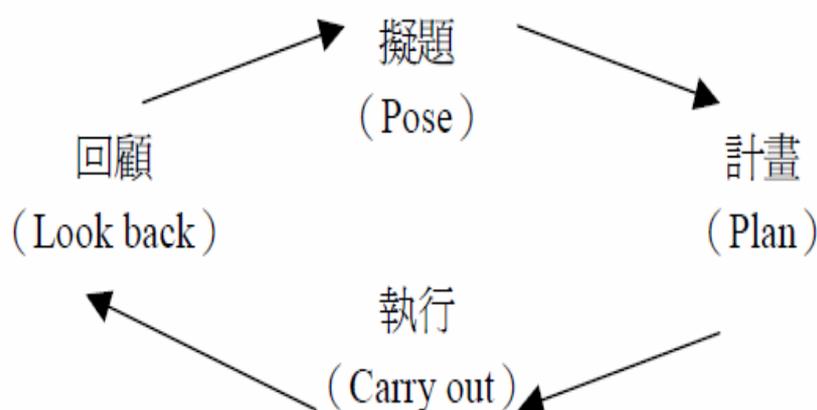


圖 2-2 解自己所擬的題目 (梁淑坤，1994：159)

從圖 2-2 可看出，解題者的工作程序為先擬出題目→擬定解題→計畫→執行解題→回顧解答→再擬題。因為解題者亦是擬題者，他(她)當然清楚題目的內容，馬上可以做策劃功夫，不用再理解他(她)自己擬出的題目了。在解題時也許會想出新的題目來，然後再策劃、再解題。再者解題後可將所得結果整理後再擬出題目

來，這樣下去，可以變成永無休止的擬題和解題活動（梁淑坤，1994：159）。

林群雄（2004）參照 Polya（1945）和梁淑坤（1994）的擬題步驟，並依據自己實際上課經驗，將學生的擬題過程呈現如圖 2-3

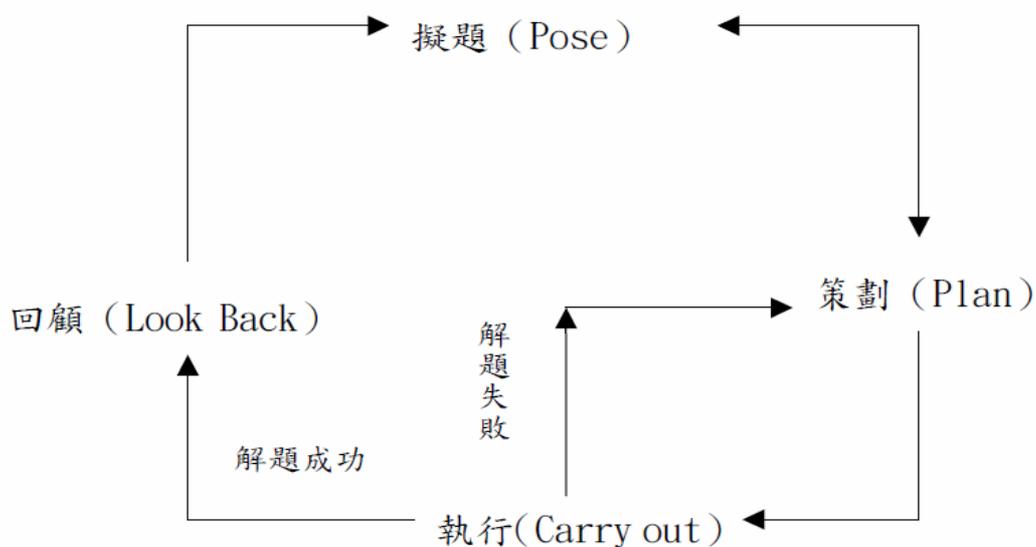


圖 2-3 學生的擬題過程（林群雄，2004：15）

林群雄認為在規劃解題策略時，解題者若發現題目條件不足時，則會重新檢視題目或者重新擬題，因此擬題和策劃是「雙向箭頭」，表示擬題和策劃是可以不斷來回的過程。甚至有些解題者，在執行解題步驟時，遇到窒礙難行之處，會先重新規劃解題策略，若還是無法解題，則會重新檢視題目或重新擬題，再進行解題，因此策劃和執行之間，是以「迴圈」，表示二者是可以返回的過程。

Leung (2009) 進一步提出解題和擬題過程是雙向的，當步驟不成功時，會重新返回上個步驟，如圖 2-4。

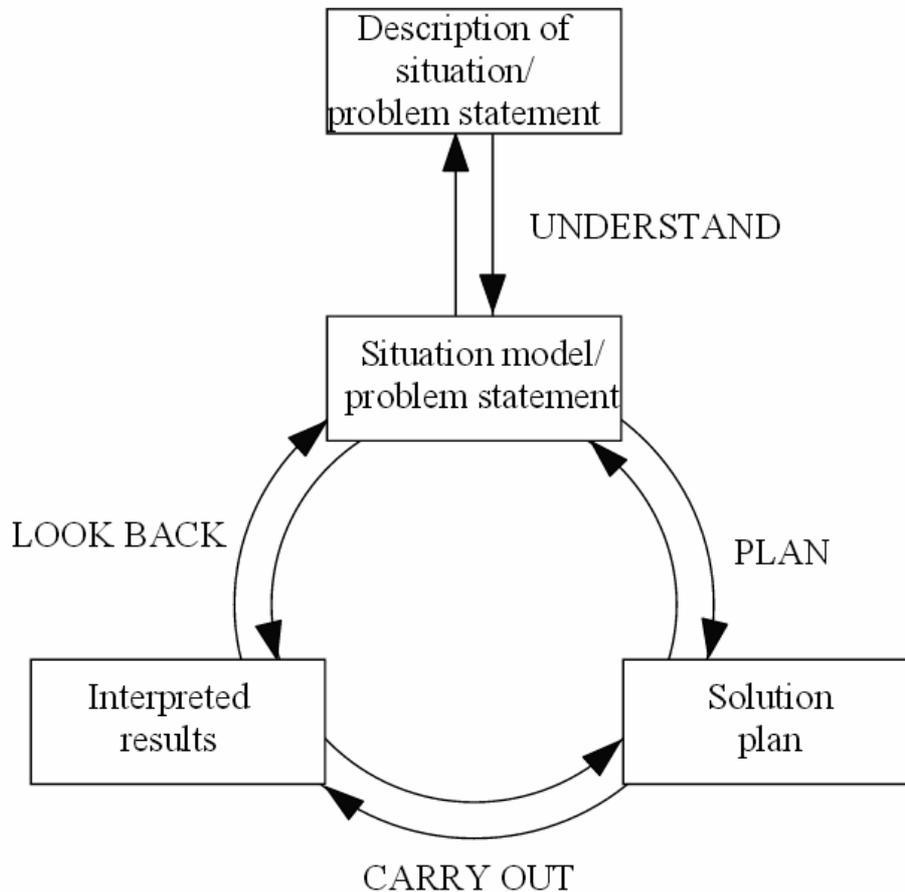


圖 2-4 解題與擬題步驟 (梁淑坤, 2009 : 13)

擬題與解題是相連性的活動 (Brown & Walter, 1983 ; Leung, 2009)。擬題教學的作用是可以擴展學生重要數學概念的了解，以及改善學生解題的方法 (Stoyanova & Ellerton, 1996)。故為了增強學生的解題能力，教師可以將擬題活動設計融入在數學課堂中，藉由擬題增進學生對於數學題目的理解，並進一步改善學生對於數學解題的排斥，提升學生解題的能力與興趣。

## 第五節 機率在高職數學課程之內容

本研究教材內容為泰宇出版股份有限公司高職數學 B 第三冊，以「求機率問題」為擬題活動的教材。其教學目標、教學內容與教材地位分析分述如下。

### 壹、「求機率問題」之教學目標

- 一、能知道古典機率的定義。
- 二、能利用古典機率的定義求出機率。
- 三、能了解機率的性質並會應用。
- 四、能把機率的觀念應用在實際問題上。
- 五、能從實際問題的解決，了解機率的意涵。

故本研究設計生活化應用題，使學生能活用機率性質，應用於實際問題，並進而解決實際問題，了解機率的意涵，以達教學目標。

## 貳、「求機率問題」之教學內容

本研究教材內容為泰宇出版股份有限公司高職數學 B 第三冊，以「求機率問題」為擬題活動的教材。內容可分為古典機率、機率的性質、條件機率、獨立機率與貝式定理。其中古典機率涵蓋簡單機率、包含階乘 (!) 機率問題、包含排列 (P) 機率問題、包含組合 (C) 機率問題。如圖 2-5

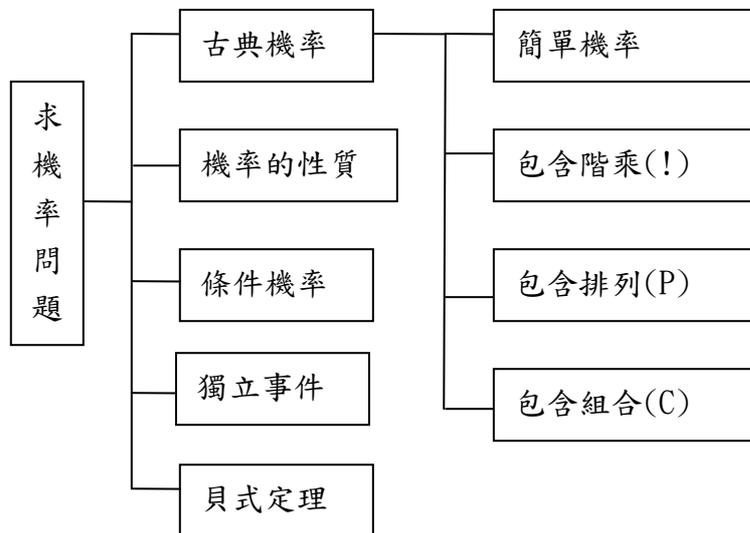


圖 2-5 求機率問題教材內容 (泰宇出版社, 2014)

由於時間限制與學生適性條件，故本研究僅設計古典機率、機率的性質、條件機率與獨立機率之題目，不包含貝式定理，而機率的性質則採用最常使用的  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ，總共設計 7 種擬題活動單。

## 參、「求機率問題」之教材地位分析

根據為泰宇出版股份有限公司高職數學 B 教材內容，本研究教材內容單元為第三冊第二單元機率與統計，其教材地位如圖 2-6。

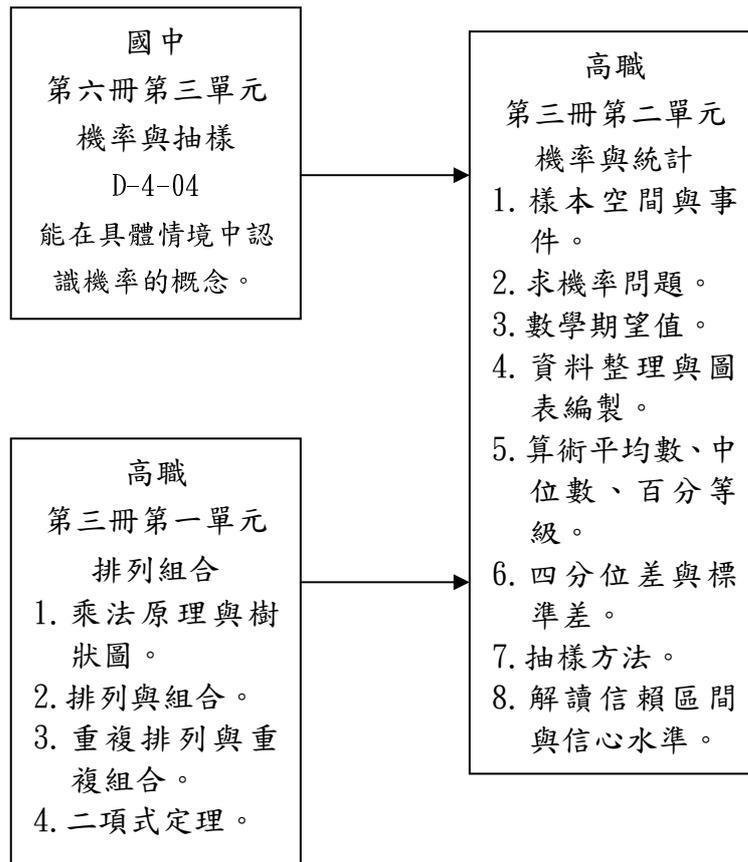


圖 2-6 教材地位分析（泰宇出版社，2014）

從上圖我們得知在學習本研究單元之內容，須先具備國中能在具體情境中認知機率的概念，以及高職第三冊第一單元排列組合之概念，故進行本研究須注意學生是否具備這些能力。



# 第三章 研究設計

本章將根據前兩章所擬的研究目的與待答問題，進行研究設計的說明，分成研究架構、研究對象、研究工具、研究程序及預試資料分析等五節。

## 第一節 研究架構

本研究架構分成學生擬題表現與教師教學省思兩個主軸，以此主軸分析學生擬題作品與內容、學生解擬題的解題表現、學生對擬題教學活動的接受程度及擬題教學活動後教學者的教學省思，最後探討高職機率擬題教材可行性。本研究架構如圖 3-1

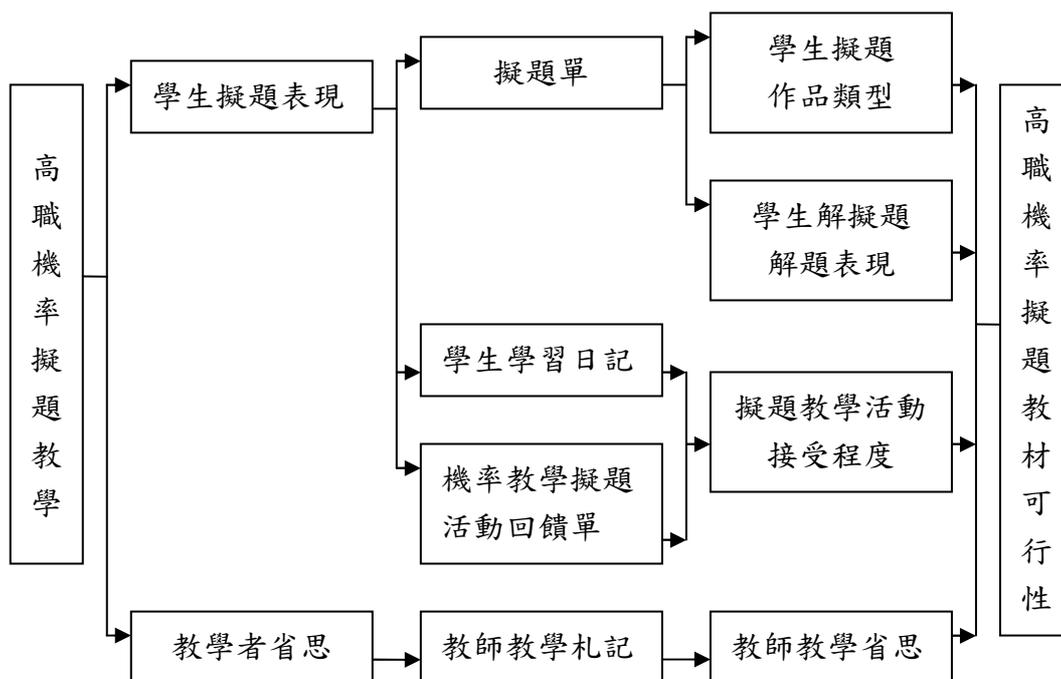


圖 3-1 研究架構圖

本研究於 103 學年度第一學期，以泰宇出版社數學第三冊為課程內容，進行擬題教學活動，每節課約 50 分鐘，教學流程如圖 3-2：

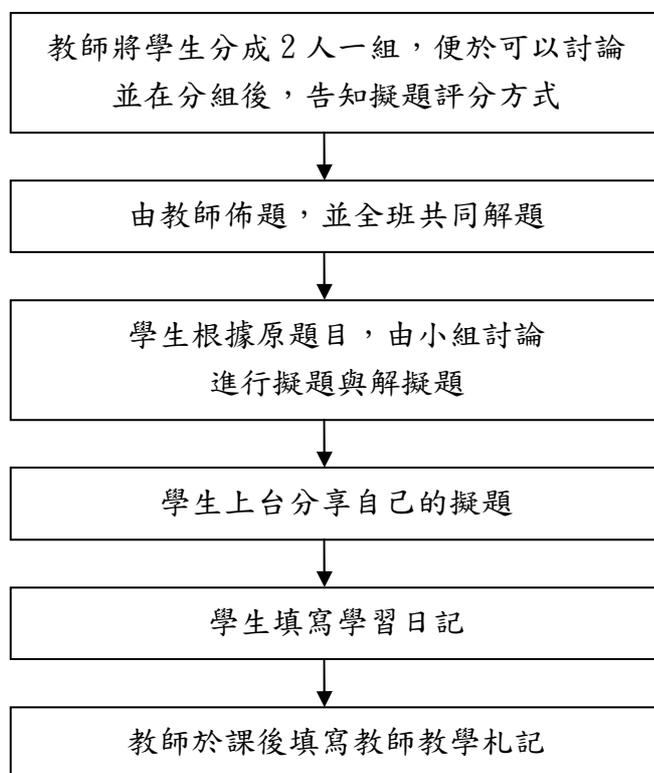


圖 3-2 擬題教學活動流程圖

除第一節須先分組及告知擬題評分方式之外，接下來的進行方式從第 2 步驟開始，本研究共進行 7 節課之擬題教學活動。

## 第二節 研究對象

本研究對象是高雄市某高職高二學生，為研究者任教之班級。該高職位居高雄學區，屬於都市型學校，但學生數學程度普遍低落，PR 值約 30。該班級男生 11 人，女生 23 人，共 34 人。

## 第三節 研究工具

研究工具包含以下四種，分別為擬題單、學生學習日記、機率教學擬題活動回饋單與教師教學札記。針對教學素材之內容與四種研究工具分述如下。

### 壹、擬題單

擬題單為學生填寫，研究者考量學生為初次接觸擬題的活動，較不易建構出問題的情境，故本研究採用梁淑坤教授（1997）的題目類與解法類，先由教師給予題目，要求學生解出此題目，然後再根據此題目及規定一種運算方法，擬出另一個題目。

本研究教材內容為泰宇出版股份有限公司高職數學 B 第三冊，以「求機率問題」為擬題教學活動的教材。內容可分為古典機率、機率的性質、條件機率、獨立機率與貝式定理。其中古典機率

涵蓋簡單機率、包含階乘 (!) 機率問題、包含排列 (P) 機率問題、包含組合(C)機率問題。

由於時間限制與學生適性條件，故僅設計簡單機率、包含階乘 (!) 機率問題、包含排列 (P) 機率問題、包含組合(C)機率問題、機率的性質、條件機率與獨立機率之題目，不包含貝式定理。而機率的性質為最常使用  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ，總共設計 7 個類型擬題單。

#### 一、擬題單之教師佈題經過專家效度檢驗

為了使擬題素材的決定能更具客觀性，研究者徵求本校三位數學教師檢驗研究者設計的擬題單，並提供建議和看法，專家名單如表 3-1。

表 3-1 檢驗擬題單教師佈題之專家名單

代號	擔任數學教師年資	職稱
A	36	退休校長，並為泰宇出版社高職數學 B 編著。
B	26	教務處實研組組長。
C	13	教務處設備組組長，並為數學科召集人

根據前三位專家與指導教授之建議，需修改佈題題項為兩題，其他並無問題，修改之題項為題目 1 古典機率-簡單機率與題目 6 條件機率，臚列如下：

### 1. 古典機率－簡單機率

原題	小明今天去廟裡拜拜，向神明擲筊，他只擲了一次，請問小明擲出聖筊的機率有多少？
建議	A：此題有信仰之問題，可能有部分學生不知道擲筊的意思。建議可以說明卜筊的所有結果和樣貌，或者將題目更改為懷孕生男或生女生的機率。 B：學生有可能不知道擲筊，需要加註擲筊的所有結果。 C：沒有問題。
討論後題目	隔壁鄰居阿珠懷孕了，請問阿珠懷的是女生的機率有多少？

### 6. 條件機率

原題	某家庭有兩個小孩，試問已知老大為男孩，求老二為男孩的機率？
建議	A：此題為一般常識，直觀可得，不宜列為條件機率。 B：沒有問題。 C：沒有問題。
討論後題目	某高職應用外語科 A 班共 30 人，通過英文初級檢定有 20 人，通過英文中級檢定的有 10 人，兩者皆通過的有 7 人。已知美美通過英文初級檢定，請問美美也通過英文中級檢定的機率有多少？

二、7 個類型擬題單之教師佈題整理如表 3-2

表 3-2 擬題單之教師佈題表

編號	單元內容	題目
1	古典機率－簡單機率	隔壁鄰居阿珠懷孕了，請問阿珠懷的是女生的機率有多少？
2	古典機率－包含階乘 (!)	今天美美和小英參加某公司面試，發現除了他們外，還有 4 個人參與面試，面試號碼為順號，請問美美和小英面試號碼為連續的機率？
3	古典機率－包含排列 (P)	玩具店今天進了 5 種玩偶，分別是史迪奇、史努比、熊大、兔兔、莎莉，但是店裡只有三個陳列櫃，分別為窗前、門口和收銀台，請問史迪奇被放在窗前的機率？
4	古典機率－包含組合 (C)	某高職餐飲科甲班，含小美在內的一組學生共 12 人，任選 3 人到美味飯店實習，請問小美被選上的機率？
5	機率的性質	根據目前的流行病調查發現，每 1000 名成年人當中就有 12 人罹患感冒，15 人罹患胃腸炎，其中 3 人同時罹患感冒和胃腸炎，請問老師罹患感冒或胃腸炎的機率？
6	條件機率	某高職應用外語科 A 班共 30 人，通過英文初級檢定有 20 人，通過英文中級檢定的有 10 人，兩者皆通過的有 7 人。已知美美通過英文初級檢定，請問美美也通過英文中級檢定的機率有多少？
7	獨立機率	過年時百貨紛紛推出福袋，A 百貨公司有 50 個福袋，其中一個福袋獎品為 1 台機車，B 百貨公司有 100 個福袋，其中一個福袋獎品為 1 台汽車，今天美美到了 A、B 百貨公司各買了 1 個福袋，請問美美同時得到 A 百貨公司機車和 B 百貨公司汽車的機率？

\*本研究暫不考慮貝氏定理。

### 三、擬題單格式

擬題單分為兩個部分，第一部分為擬題之教師佈題，第二部分為研究者依本研究擬題教學活動的原則——學生自己擬題並且解題，所設計出的擬題單。內容提示學生在做完解題階段的題目，自行想出另一個題目，並且還要把答案算出來，如附錄一。

### 貳、學生學習日記

研究者所編製的學習日記，是在每次擬題教學活動結束後，由學生填寫完後繳回。內容主要有三個部分，分別是學生在擬題教學活動中印象最深刻之處、對自己擬題題目喜愛程度及對於擬題教學活動喜愛程度，如附錄二。

### 參、機率教學擬題活動回饋單

研究者所編製的機率教學擬題活動回饋單，於七次機率擬題教學活動結束後，由學生填寫完後繳回。內容主要有四個部分，分別是學生是否喜歡擬題活動、學生比較喜愛平常上課方式還是擬題上課方式、學生認為擬題方式對數學解題思考有無幫助及學生回想在擬題教學活動情況表現最好及尚待加強部分，如附錄三。

### 肆、教師教學札記

研究者所編製的教學札記，是在每次擬題教學活動結束後，由教師填寫上課觀察到的事件及其課後省思，如附錄四。

## 第四節 研究程序

研究程序共分成五個步驟，茲分述如下。

### 壹、研究資料的準備

研究者首先擬定研究主題，進行文獻探討。接著選定教學內容，並設計擬題單、學生學習日記、機率教學擬題活動回饋單和教師教學札記等。

### 貳、擬題教學活動的預試

研究者選擇任教一個高職三年級班級，進行一次擬題教學活動（7種類型擬題單）的預試，時間是2014年6月在統測結束後的正式課程時間實施，預試後將資料作分析整理。

### 參、擬題教學活動的實施

在研究者選定（即研究者任教）的高職二年級班級，進行7次擬題（7題）教學活動，時間為2014年11月（11/03、11/10、11/17、11/24、12/01、12/15、12/22），共實施7天（7週），即固定在每週一下午輔導課實施，每週進行1題，連續進行7週，共計進行7種類型擬題單。

## 肆、資料的分析與編碼

### 一、資料分析

研究過程為避免主觀的過度介入，使研究能增加其客觀性及可靠性，本研究採取三角校正（methodological triangulation）的研究方法。

研究者研究方法的三角校正包括資料蒐集的三角校正與分析者的三角校正。資料蒐集三角校正，研究者透過擬題單、學生學習日記、機率教學擬題活動回饋單、教師教學札記與錄音檔等多樣方式收集資料；分析者的三角校正，對個別學生在擬題教學活動中的編碼分析，透過研究者與指導教授及高雄市某高中數學任課教師，進行資料之編碼，以期能充分解釋本研究結果，增加其客觀性及可靠性。

### 二、資料編碼說明

第一碼：p 表示擬題，s 表示解擬題，m 表示學習日記。

第二碼：數字表示學生的座號。

例如：p-19 是表示 19 號學生的擬題。m-2 是表示 2 號學生的學習日記。

## 伍、結果的歸納及論文的撰寫

研究者針對研究實施歸納出研究結果，提出研究建議。最後，撰寫及修訂論文內容。

下圖即為研究者實施高職機率擬題活動之研發、實踐與省思的研究流程。

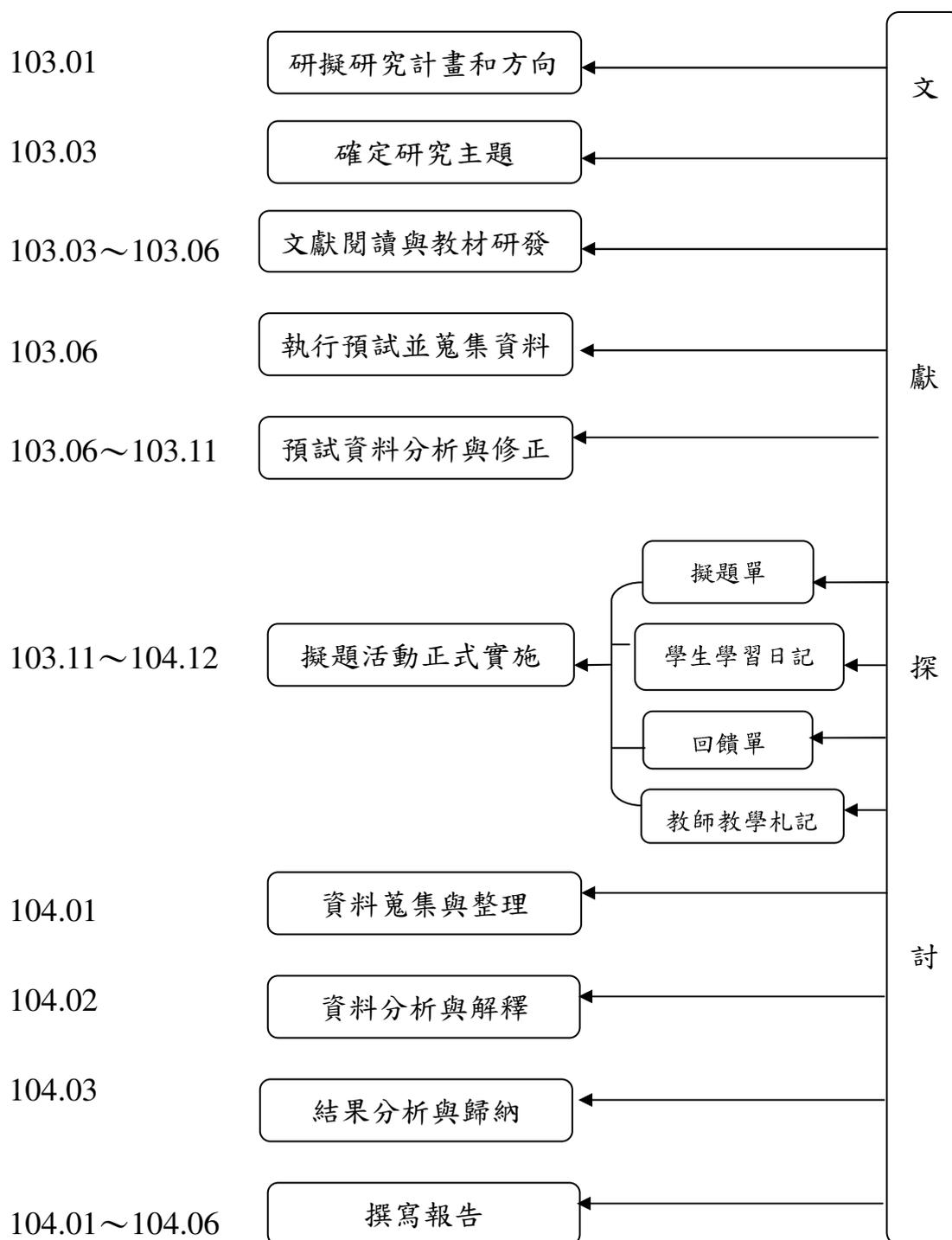


圖 3-3 高職機率擬題活動之研發、實踐與省思的研究流程

## 第五節 預試資料的分析

為了解學生對擬題教學活動的接受程度，以及工具的適切性。研究者於 103 年 6 月份高三統測結束後，進行預試，內容如下：

### 壹、預試對象

高雄市某高職高三學生，當天共 28 人出席。該校學生數學學習動機極為低落，PR 值為 30，而該班學生數學段考成績平均為 23 分，數學學習態度普遍低落，有部分同學對數學有強烈的排斥感。研究者於高三下學期才任教此班級。

### 貳、預試教學流程

預試時間為一節課，共進行 7 種擬題類型單，教學流程如下圖：

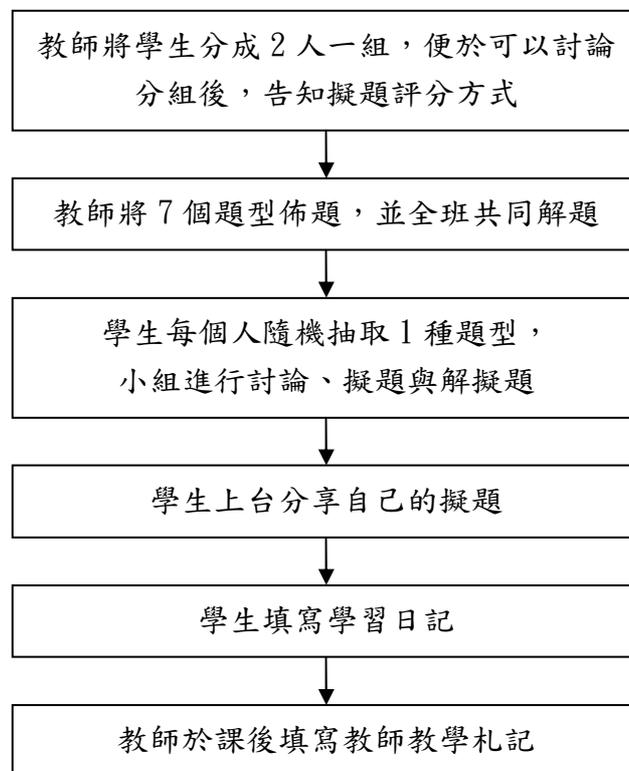


圖 3-4 預試擬題教學活動流程圖

## 參、預試結果

### 一、學生擬題作品類型：

採用梁淑坤(1999), Leung(2013)擬題作品五分量表, 學生擬題作品類型整理如表 3-3。

表 3-3 預試之學生擬題作品類型統計表

分類	非題目 (1)	題目類			
		非數學 (2)	不可行 (3)	可行	
				資料不足 (4)	資料充足 (5)
個數	0	0	0	4 (14%)	24 (86%)

由上表可得學生擬出的題目屬於資料充足的有 86% , 學生皆能擬出可行的題目。學生預試擬題作品舉例如下：

#### (一) 第 5 類：

p-10：班上有 50 個人在午休，其中有 10 人在流口水、10 人在打呼、5 人同時流口水和打呼，請問 A 同學流口水或打呼的機率為多少？

#### (二) 第 4 類：

p-18：學校男生人數佔 40%，女生人數佔 60%，男生 170 公分以上有 10%，女生身高 170 公分以上有 30%。。已知 A 同學身高 170 公，則 A 為男生的機率為多少？【缺少總人數資料】

## 二、學生解擬題情形：

學生解擬題類型分成解題成功及解題失敗，而解題失敗原因主要分成策略錯誤和計算錯誤，整理如表 3-4

表 3-4 預試之學生解擬題成敗統計表

類別	解題成功	解題失敗	解題失敗原因	
			策略錯誤	計算錯誤
解擬題	24 (86%)	4 (14%)	3	1

由上表可得學生在「解擬題」的解題成功有 86%，比起一般考試題目正確率明顯提高，學生對於自己擬的題目更能理解並成功解題。而學生解擬題失敗原因為兩種，分別是策略錯誤及計算錯誤。

### (一) 策略錯誤：

p-23：某國中，含小明在內共 160 位學生，任選 40 人到國外實習，請問小明被選上的機率？

s-23： $40 \div 160 = \frac{40}{160} = \frac{1}{4}$  【應為  $\frac{C_{39}^{159}}{C_{40}^{160}}$ ，該生沒有運用組合的

概念，直接將數字互除。】

### (二) 計算錯誤

p-09：7-11 預計上市 4 種新口味的霜淇淋，分別為咖啡、百香果、蘇打、芋頭。但因為機器只能供應 2 種口味，請問今天吃到芋頭的機率有多少？

s-09： $\frac{P_1^3}{P_2^4} = \frac{3}{4}$  【應為  $\frac{P_1^3}{P_2^4} = \frac{3}{4 \times 3} = \frac{1}{4}$ 】

### 三、學生學習日記：

學生學習日記可分為三部分，分別是印象最深刻之處、對於自己擬題題目喜愛程度和對於擬題教學活動喜愛程度，舉例如下。

#### (一) 印象深刻之處：

學生印象深刻的部分，可分成擬題過程與同學分享兩部份。

##### 1. 擬題過程

m-33：自己在算練習題時，都只有看到題目的關鍵字，以計算出答案，但可能沒有了解到題目真正的意義，透過自己出題的方式能更了解，並能以自己的思維來設計題目。

m-28：要動腦想題目好累，但出完題目滿有成就感。

##### 2. 同學分享

m-05：同學上台分享很有趣。

m-04：同學分享的時候，同學用流口水和打呼來出題，真是太奇特了。

#### (二) 自己擬題題目喜歡程度：

學生對於自己擬題題目喜歡程度，主要分為三種，分別是喜歡、普通和不喜歡，整理如表 3-5

表 3-5 預試之學生對於自己擬題題目喜歡程度統計表

喜歡	普通	不喜歡
7 (25%)	15 (54%)	6 (21%)
22(79%)		6(21%)

由上表發現學生大多覺得自己擬題之題目多為普通，主要原因是學生較無信心。此外，我們也發現不喜歡的同學，大都是看到數學就直接排斥說不會計算，其實他們都有擬出正確的題目，可能需要時間建立學生的信心與正向的感受。學生對自己擬題題目喜歡程度舉例如下。

1.喜歡：可分為「和同學互動」、「用身邊的人作例子」和「擬題很好玩」三種。

(1) 和同學互動：

m-09：和同學一起出題很好玩，因為很好笑，也引起很大的迴響，連李○○都認真聽，我們成功了！！

備註：李○○為上課較不認真的學生。

(2) 用身邊的人作例子：

m-10：拿同學當例子來擬題很搞笑。

m-06：因為把別人寫出來，算完馬上給同學看，覺得很好玩。

2.普通：可分為三類，分別是「較無信心」和「和佈題差不多」。

(1) 較無信心：

m-28：因為自己還不會出題目，覺得自己出的很普通，不標準。

m-19：不是很確定對不對。

(2) 和佈題差不多：

m-04：就和老師差不多。

m-03：似乎沒什麼改變。

3.不喜歡：僅有一類，覺得數學很難，直接排斥。

m-26：因為不喜歡算。

m-27：不會算，數學除了簡單的1-1之外，其他都不會。

(三) 擬題教學活動喜歡程度：

學生對於擬題教學活動喜歡程度，主要分為五個向度，分別是非常喜歡、喜歡、普通、不喜歡和非常不喜歡，整理如表 3-6

表 3-6 預試之擬題教學活動喜歡程度統計表

非常喜歡	喜歡	普通	不喜歡	非常不喜歡
6 (21%)	5 (18%)	11 (39%)	2 (7%)	4 (14%)
22(79%)			6(21%)	

由上表中可發現學生大部分能接受擬題教學活動，達 79%，而不喜歡學生為對數學有強烈排斥感的學生，無法短時間扭轉其觀念。擬題教學活動喜歡程度舉例如下。。

1.非常喜歡：可分成三類，分別為覺得把「數學簡化了」、「激發想像力」與「同學分享」。

(1) 數學簡化了：

m-03：困難的數學用這樣的方式簡單化了，讓我們更了解  
數學真的變簡單，看我們有沒有認真用心學而已。

(2) 激發想像力：

m-09：因為可以啟發自己的想像力！題目是一種思考的方式☺

(3) 同學分享：

m-33：看同學出的題目很有趣。

2.喜歡：僅有一類，覺得滿新奇好玩，但有點小麻煩。

m-28：有點麻煩，但滿神奇的，又可以讓頭腦動一動。

m-10：雖然很好玩，但要自己出題目真的有一點困難，要考量的地方太多，但和同學一起完成很開心。

3.普通：無法分類，但卻發現選擇此選項皆是正向想法多。

m-04：平常沒什麼在想，突然要自己想題目，差點想破頭。

m-08：這樣的方式讓我們更深入思考，有些了解機率。

m-24：老師讓我們自己擬題，也讓我們到台上講解，讓我們了解  
題目的意義和算法。

4.不喜歡：僅有一類，因為要思考。

m-35：要思考。

m-01：因為要思考。

5.非常不喜歡：僅有一類，討厭數學。

m-34：因為超級討厭數學，覺得一點意義也沒有。

m-36：因為不喜歡數學，都沒有在聽老師講解。

#### 四、教學者省思：

教學者省思主要為兩大部分，分別是課堂活動紀錄與教學者課後省思。

##### (一) 課堂活動紀錄

一次採用 7 個擬題類型佈題與講解，發現講解至第四個佈題時，有部分學生已較不專心，所以對於高職學生之教學，

應採理論與實作穿插進行較佳，故正式實施時，講解一次佈題後，應立刻進行擬題之活動。

採用 2 人一組，但各自都需要擬出自己的題目的方式非常適宜，不僅讓彼此能有對象討論，並可發現 2 人互相都有執行活動。擬題教學活動進行中，更會有同學至台前與教師確認題目之可行性，展現學生對於擬題的熱忱與參與度佳。

然而因統測與期末考皆結束，大部分學生無心於課堂上，故較為吃力。但後來在擬題的過程中不難發現學生有用心思考。

## (二) 教學者課後省思

學生在解擬題的成功率高於平常練習，可見比起一般考試題目，自己擬的題目更能理解並成功解題。然而對於數學有強烈排斥感的學生，看到數學多半不學也不問，僅會回答聽不懂、看不懂，難以扭轉他們的觀念，且研究者於高三下學期才教導此班，可能需要較長期的時間方能改變其觀念。

擬題教學活動能激發教學者的教學動機，教學者面對數學低成就學生時常感到無力，但透過擬題教學活動發現學生的參與度明顯增加，也增進了教學者的教學動機與期望。

根據預試的過程讓研究者更了解擬題教學活動的進行模式，由於學生是第一次接觸擬題活動，所以在評量標準和指令需明確講解，並且學生需要時間建構數學概念，所以在時間的控制要得當。

預試採用一次講解 7 種類型，發現有部分學生已較不專心，所以對於高職學生之教學，應採理論與實作穿插進行較佳，故正式實施時，講解一次佈題後，應立刻進行擬題之活動，並採用一次僅講解 1 種類型，讓每一位學生皆能對 7 種類型的題目有所學習。

經預試確認採用 2 人一組的方式得宜，能讓學生彼此合作討論，並不會有人消極參與的疑慮。故在本研究正式實施時仍採用 2 人一組的方式，如此對於第一次接觸擬題的學生能更快進入狀況。最後，對於數學有強烈排斥感的學生，可能沒辦法融入擬題教學的活動，並難以短時間扭轉他們的觀念，所以教師扮演的角色就顯得更為重要，需要教師的鼓勵與正向回饋。

## 第四章 研究結果與討論

本章經過研究者實際實施擬題教學活動，根據研究工具等相關資料的蒐集進行分析，並將研究結果分成五個小節說明研究的結果與討論。第一節為學生擬題作品類型；第二節為學生解擬題的解題表現；第三節為學生對擬題教學活動的接受程度；第四節為擬題教學活動後教學者的教學省思；第五節為綜合以上四節討論研發之高職機率擬題教材可行性。

### 第一節 學生擬題作品類型與內容

本節主要分成「擬題作品類型」和「擬題作品內容」二個部份，目的是探討學生的擬題作品，出現那些類型和內容變化。

#### 壹、擬題作品類型

本研究共進行七次擬題教學活動，學生擬題作品類型採用梁淑坤（1999），Leung（2013）擬題作品五分量表，分別是非題目（1）、題目但非數學（2）、數學題目但不可行（3）、可行數學題目但資料不足（4）與可行並且資料充足數學題目（5）。研究者根據實際學生擬題情況察覺學生有條件不足而非資料不足情形，但條件不足

仍屬於題目不完整，故將條件不足歸類為資料不足，評分為 4。研究者將學生擬題作品分類後，結果如表 4-1。

表 4-1 學生擬題作品類型統計表

單元內容 \ 分類		非題目 (1)	題目類			
			非數學 (2)	不可行 (3)	可行	
					資料不足或 條件不足 (4)	資料充足 (5)
一	簡單機率	-	-	-	3 (9%)	31 (91%)
二	包含階乘 (!)	-	-	-	3 (9%)	31 (91%)
三	包含排列 (P)	-	-	-	-	34 (100%)
四	包含組合 (C)	-	-	-	-	34 (100%)
五	機率的性質	-	-	-	-	34 (100%)
六	條件機率	-	-	1 (3%)	-	33 (97%)
七	獨立機率	-	-	-	1 (3%)	33 (97%)
總數		-	-	1 (0.5%)	7 (2.9%)	230 (96.6%)

從表中可發現學生 238 個擬題作品中，有 230 個擬題作品為第 5 類，學生擬題類型幾乎是屬於第 5 類(96.6%)，可行並資料充足；其餘屬於第 4 類資料不足或條件不足的有 7 個，屬於第 3 類不可行的有 1 個。因此學生擬題作品類型共計出現資料充足、資料或條件

不足和不可行的等三類。以下是各單元擬題教學活動學生作品，分類舉例說明：

一、資料充足的題目（第5類）：

p-09：飛哥今天到冰淇淋店買冰，店裡有3種口味，有草莓、巧克力、香草，請問飛哥選巧克力的機率有多少？【簡單機率】

p-10：馬來模、辦辦啾啾、當肯、H先生和其他2位插畫家一起去徵選活動，活動方將每個人排列面試號碼，請問當肯和馬來膜排在一起的機率？【包含階乘(!)機率問題】

p-23：某手機店進了4種品牌的展示機，分別是htc、sony、LG、三星，但店裡只有三個展示櫃，分別為左邊、中間和右邊，請問sony被放在中間的展示櫃的機率？【包含排列(P)機率問題】

p-29：某班含家盈在內共15人，任選3人到運動會參加比賽，請問家盈參加的機率是多少？【包含組合(C)機率問題】

p-28：根據目前流行遊戲調查發現，每100個青少年中就有25人玩旅遊大亨，30人玩刀塔傳奇，其中15人同時玩旅遊大亨和刀塔傳奇，請問胖子輝同時玩旅遊大亨和刀塔傳奇的機率？【機率的性質】

p-03：某個家庭主婦團聚會有48人，會做蛋包飯的人有22人，會作紅燒獅子頭的有26人，兩者皆會做的共有10人。已知阿金會做蛋包飯，請問阿金也會做紅燒獅子頭的機率有多少？【條件機率】

p-30：端午節到了，A早餐店賣100個粽子，其中1個粽子裡面包的是糯米，B早餐店賣20個粽子，其中1個粽子裡面包的是香菇，今天小明到A、B兩家早餐店各買了1個粽子，請問小明同時得到A早餐店的糯米粽子和B早餐店的香菇粽子的機率？【獨立機率】

## 二、資料或條件不足題目（第4類）；

### （一）資料不足：

p-32：隔壁信輝買新車，請問信輝買的是賓士的機率有多少？

【簡單機率問題。題目應有總數，新車共有哪些車款。

例如：隔壁信輝買新車，現有賓士、BMW、TOYOTA

三種車款，請問信輝買的是賓士的機率有多少？】

(二) 條件不足：

p-28：今天 A 和 B 以及 28 個人為一班，座號連續的機率為？

【包含階乘 (!) 機率問題。此題事件未指定清楚，應可改為今天 A 和 B 以及 28 個人為一班，A 和 B 座號連續的機率為多少？】

p-25：跨年各百貨公司推出摸彩卷，A 百貨公司有 50 張，其中 1 張為手機，B 百貨公司有 40 張，其中 1 張為機車。小明在 A、B 百貨公司各買了一張摸彩卷，請問小明同時得到 A 百貨和 B 百貨獎品的機率？

【獨立機率問題。此題事件未指定清楚，A 百貨和 B 百貨獎品不只有手機和機車，有很多可能性，故應明確表示出來。例如：跨年各百貨公司推出摸彩卷，A 百貨公司有 50 張，其中 1 張為手機；B 百貨公司有 40 張，其中 1 張為機車。小明在 A、B 百貨公司各買了一張摸彩卷，請問小明同時得到 A 百貨手機和 B 百貨機車的機率？】

### 三、不可行題目（第3類）

p-19：猩猩學院共 20 人，去過非洲有 10 人，去過澳洲有 10 人，兩者皆過的有 12 人。已知猩猩毛寬去過非洲，求猩猩毛寬也去過澳洲的機率？

【條件機率問題。澳洲 10 人，非洲 10 人，兩者皆去過最多只有 10 人，同學卻出 12 人，為不合理不可行資料】

從學生擬題表現的結果可得，和研究者採取採用梁淑坤（1997）的題目類與解法類，先由教師給予題目，要求學生解出此題目，然後再根據此題目及規定一種擬題的運算方法，擬出另一個題目有所關聯，學生以原題目為基礎，容易擬出可行的題目。也由於學生能擬出可行的題目，因而學生可以再進行解題，這樣的循環才能持續下去。

## 貳、擬題作品內容

研究者除了分析學生作品之類型，更加以分析其內容。首先，研究者依數字和事件二個面向，將學生每次的擬題作品，和原題目進行比較，判斷是否有無改變。此外，研究者更進一步分析學生擬題作品的擬題材料，皆以生活情境作為擬題情境，研究者發現學生擬題作品材料主要可分為食物、非校內人物（包含卡通人物、偶像人物等）、3C 產品（包含手機、手機遊戲、電玩等）、校內人物（老師或同學）、用特定活動（包含週年慶、抽獎活動等）、學校或考試情境及其他七種類別，據此研究整理成表 4-2 擬題作品內容分析表。

表 4-2 擬題作品內容分析表

次數	單元內容	數字		事件		擬題材料						
		無 改 變	有 改 變	無 改 變	有 改 變	食 物	非校內 人物	3C 產品	校內 人物	特定 活動	學校 考試	其 他
一	簡單機率	3	31	2	32	9	1	0	3	2	0	19
二	包含階乘	5	29	1	33	5	5	2	5	2	2	13
三	包含排列	9	25	1	33	11	4	3	1	0	1	14
四	包含組合	9	25	0	34	4	4	1	7	1	11	6
五	機率性質	3	31	2	32	6	6	5	3	2	6	6
六	條件機率	5	29	0	34	1	3	0	5	0	23	2
七	獨立機率	3	31	3	31	3	2	0	2	24	1	2

## 一、數字方面

由表 4-2 可知學生的擬題作品中，大多數都有改變數字，7 次擬題教學活動皆有改變數字，顯然學生擬題傾向認為數字要有所改變。改變數字的情形有數字變大、數字變小等二種，以下舉例說明：

### (一) 數字變大

原題：某高職應用外語科 A 班共 30 人，通過英文初級檢定有 20 人，通過英文中級檢定的有 10 人，兩者皆通過的有 7 人。已知美美通過英文初級檢定，請問美美也通過英文中級檢定的機率有多少？

p-03：某個家庭主婦團聚會有 48 人，會做蛋包飯的人有 22 人，會作紅燒獅子頭的有 26 人，兩者皆會做的共有 10 人。已知阿金會做蛋包飯，請問阿金也會做紅燒獅子頭的機率有多少？

### (二) 數字變小

原題：過年時百貨紛紛推出福袋，A 百貨公司有 50 個福袋，其中 1 個福袋獎品為一台機車，B 百貨公司有 100 個福袋，其中 1 個福袋獎品為一台汽車，今天美美到了 A、B 百貨公司各買了 1 個福袋，請問美美同時得到 A 百貨公司機車和 B 百貨公司汽車的機率？

p-01：冬至推出湯圓，C 袋有 20 顆湯圓，其中一顆會中獎一隻手機，D 袋有 50 顆湯圓，其中一顆會中獎一臺電視，今天彩真 C 袋和 D 袋各吃一顆，請問彩真同時得到 C 袋獎品手機和 D 袋獎品電視的機率？

## 二、事件方面

由表 4-2 學生的擬題作品中，各次擬題的事物都出現改變的現象，並且改變事件頻率顯然高於改變數字，可見學生擬題相對於改變數字，更熱衷於改變事件。改變事件的情形，有更換事件、增加事件、和減少事件等三種，以下舉例說明：

### (一) 更換事件

原題：今天美美和小英參加某公司面試，發現除了他們外，還有 4 個人參與面試，公司將每個人排列面試號碼，請問美美和小英面試號碼為連續的機率？

p-10：馬來糶、掰掰啾啾、當肯、H 先生和其他 2 位插畫家一起去徵選活動，活動方將每個人排列面試號碼，請問當肯和馬來糶排在一起的機率？

說明：將美美和小英 6 人更換成 6 位插畫家。

### (二) 增加事件

原題：隔壁鄰居阿珠懷孕了，請問阿珠懷的是女生的機率有多少？

p-06：佳安到水果店買水果，水果店內有 4 種水果，分別是香蕉、木瓜、蘋果、芭樂，請問佳安買木瓜的機率有多少？

說明：將男生、女生 2 種換成 4 種水果。

### (三) 減少事件

原題：玩具店今天進了 5 種玩偶，分別是史迪奇、史努比、熊大、兔兔、莎莉，但是店裡只有三個陳列櫃，分別為窗前、門口和收銀台，請問史迪奇被放在窗前的機率？

p-23：某手機店進了 4 種品牌的展示機，分別是 htc、sony、LG、三星，但店裡只有三個展示櫃，分別為左邊、中間和右邊，請問 sony 被放在中間的展示櫃的機率？

說明：將 5 種玩具換成 4 種手機。。

### 三、擬題材料方面

學生的擬題作品中，主要可分為食物、非校內人物（包含卡通人物、偶像人物等）、3C 產品（包含手機、手機遊戲、電玩等）、校內人物（老師或同學）、用特定活動（包含週年慶、抽獎活動等）、學校或考試情境及其他七種類別，以下舉例說明：

#### （一）食物

p-04：85° C 的蛋糕師傅做了起士、抹茶、黑森林、咖啡四種口味的蛋糕，工讀生將他們放在四層的櫥窗裡，請問起士口味被放在第一層的機率？

P-06：佳安到水果店買水果，水果店內有 4 種水果，分別是香蕉、木瓜、蘋果、芭樂，請問佳安買木瓜的機率有多少？

#### （二）非校內人物（包含卡通人物、偶像人物等）

p-09：飛哥今天到冰淇淋店買冰，店裡有 3 種口味，有草莓、巧克力、香草，請問飛哥選巧克力的機率有多少？

p-10：馬來糬、辦辦啾啾、當肯、H 先生和其他 2 位插畫家一起去徵選活動，活動方將每個人排列面試號碼，請問當肯和馬來糬排在一起的機率？

(三) 3C產品 (包含手機、手機遊戲、電玩等)

p-23：某手機店進了4種品牌的展示機，分別是htc、sony、LG、三星，但店裡只有三個展示櫃，分別為左邊、中間和右邊，請問sony被放在中間的展示櫃的機率？

P-34：根據調查，每1000人當中就有12人拿iphone、15人拿HTC、其中3人同拿拿iphone和HTC，請問小明拿iphone或HTC的機率？

(四) 校內人物 (老師或同學)

p-33：昱緯和山河到駕訓班考試，發現除了他們之外，還有7個人參加考試，駕訓班發給每個人考試號碼牌，請問昱緯和山河考試號碼為連續的機率？

P-25：根據調查每100位成年人有10人喜歡蛋糕，12人喜歡餅乾，其中5人同時喜歡蛋糕和餅乾，請問老師喜歡蛋糕或餅乾的機率是多少？

(五) 特定活動 (包含週年慶、抽獎活動等)

p-14：五金行推出抽獎活動，阿貴五金行發出500張兌獎卷，只有一張能得到大獎發電機，阿淳五金行賣出200張兌獎卷，只有一張能得大獎電鑽，豪豪參加2間抽獎活動，請問豪豪同時抽到的機率？

p-15：甲補習班送耶誕節禮物 50 個，其中一個禮物是腳踏車，乙補習班也要送禮物共 120 個，其中一個禮物是鉛筆盒。請問小明同時得到甲補習班腳踏車和乙補習班鉛筆盒的機率？

#### (六) 學校或考試情境

p-17：明天是段考第一天，考的科目有 4 科，分別是數學、英文段落、英文文法、英文，上午有 4 節課，數學科一定要在第三節考（因為不想給雲卿監考）的機率為多少？

P-32：全高雄市學校這次期中考中，每 1000 名學生就有 12 人數學考到 80 分以上，15 人英文考到 80 分以上，其中 3 人二科同時考到 80 分以上，請問小明數學或英文考到 80 分以上的機率？

#### (七) 其他

p-28：一袋中有 32 顆象棋，其中有 2 顆為黑士，請問抽出一個為黑士的機率有多少？

p-22：小奇種了 5 盆花，有向日葵、玫瑰花、梅花、牡丹花、茉莉花，他想把其中 3 盆放在窗口的右邊、中間和左邊，請問梅花被放在窗口中間的機率？

由表 4-2 可得食物、非校內人物（包含卡通人物、偶像人物等）擬題和校內人物（老師或同學）是七次擬題教學活動每次都會出現的情況，可見該班學生比較喜歡美食、卡通人物，並且與同學和老師相處融洽，所以才會每次擬題都會使用到這些擬題材料。而 3C 產品（包含手機、手機遊戲、電玩等）出現 4 次，特定活動（包含週年慶、抽獎活動等）出現 5 次，學校或考試情境擬題出現 6 次，這些都展現出學生傾向，也讓我們更能了解學生的生活型態。

此外，第六次用學校考試擬題達 23 人，佔全班 68%，可能因為教師原題為英文能力檢定，讓學生容易聯想至學校考試情境。而在第七次用特定活動比率最高，達 24 人，佔全班 71%，發現教師原題為百貨公司福袋，導致學生傾向使用特定活動作為擬題材料。因此，教師原佈題也會影響學生擬題材料的思考方向。

據此，研究者比較學生擬題材料與教師原佈題材料是否相同，發現前五次與教師佈題材料相同在 5 人以下，然而在第六次和第七次與教師佈題材料相同卻高達 23 人以上，可見教材內容的難易程度會影響學生擬題材料，教材內容愈難，學生愈容易模仿教師佈題。

## 第二節 學生解擬題的解題表現

學生解擬題類型分成解題成功及解題失敗，而解題失敗原因主要分成策略錯誤和計算錯誤，整理如表 4-3

表 4-3 學生解擬題成敗統計表

次數	單元內容	解題成功	解題失敗	解題失敗原因	
				策略錯誤	計算錯誤
一	簡單機率	33 (97%)	1 (3%)	1	-
二	包含階乘 (!)	32 (94%)	2 (6%)	2	-
三	包含排列 (P)	34 (100%)	-	-	-
四	包含組合 (C)	33 (97%)	1 (3%)	-	1
五	機率的性質	34 (100%)	-	-	-
六	條件機率	34 (100%)	-	-	-
七	獨立機率	34 (100%)	-	-	-

從表 4-3 中可看出，學生解擬題失敗比率極低，皆低於7%，比起平時解題明顯提高許多。這個現象正如同國內學者梁淑坤（1994）所說的，如果解題者亦是擬題者，他當然清楚題目的內容，馬上可以做策劃的功夫，不用再理解他自己擬出的題目。因此解自己所擬的題目時，由於解題策略早已設定，解題時較不容易出錯。而七次解擬題內涵分述如下。

## 壹、第一次擬題活動：簡單機率

第一次擬題活動，學生在「解擬題」的解題成功有 97%。而學生解擬題失敗原因為策略錯誤，主要是因為題目難度出的太高，出到之後才會教導到的獨立機率，並且題目不完整，以至於該生無法正確解出，舉例如下，研究者說明在方括弧內。

### 一、解擬題成功：

P-06：佳安到水果店買水果，水果店內有 4 種水果，分別是香蕉、木瓜、蘋果、芭樂，請問佳安買木瓜的機率有多少？

$$s-26: \frac{1}{4}$$

### 二、解擬題失敗：

p-26：現有一個草莓蛋糕，裡面有 5 顆草莓，另一個為巧克力蛋糕，有一顆味全製作孔金精華北海道原裝糖，請問同時吃到一個草莓和味全製作孔金精華北海道原裝糖的機率有多少？

$$s-26: \frac{1}{5}$$

【說明：失敗原因是策略錯誤。此為獨立機率題型，實行當下尚未教導到，並且學生並未說明草莓蛋糕和巧克力切成幾塊，題目也不夠完整，導致解題失敗】

## 貳、第二次擬題活動：包含階乘 (!) 機率問題

第二次擬題活動，學生在「解擬題」的解題成功有 94%。而學生解擬題失敗原因為策略錯誤，主要是因為題目雖是可行的題目，但內容並未使用到階乘的計算，使得學生解擬題失敗，舉例如下。

### 一、解擬題成功：

p-04：85° C 的蛋糕師傅做了起士、抹茶、黑森林、咖啡四種口味的蛋糕，工讀生將他們板放在四層的櫥窗裡，請問起士口味被放在第一層的機率？

$$s-04: \frac{3!}{4!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{4}$$

### 二、解擬題失敗：

p-29：神魔之塔宙斯和黑帝斯各骰一次骰子，假如兩人都有

一次骰骰子的機會，請問骰到同樣的機率是多少？

$$s-29: \frac{1}{6}$$

【說明：失敗原因是策略錯誤。學生並未使用階乘計算，單純以簡單機率思考】

### 參、第三次擬題活動：包含排列（P）機率問題

第三次擬題活動，學生在「解擬題」的解題成功有 100%，學生皆能成功擬出題目並使用排列（P）的方式解出，舉例如下。

#### 一、解擬題成功：

p-27：運動店今天進了 5 種運動用品，分別是籃球、桌球拍、撞球桌、羽毛球和足球鞋，但是店裡只有三個陳列櫃，分別為窗前、門口和收銀台，請問籃球被放在收銀台的機率？

$$s-27 : \frac{P_2^4}{P_3^5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{5}$$

#### 二、解擬題失敗：無

### 肆、第四次擬題活動：包含組合（C）機率問題

第四次擬題活動，學生在「解擬題」的解題成功有 97%，學生皆能使用組合（C）的方式解題。而學生解擬題失敗原因為計算錯誤，舉例如下。

#### 一、解擬題成功：

p-05：動物園要舉辦一場表演，包含獅子共有 10 種動物，員工們想選 3 種動物表演，請問獅子被選上的機率？

$$s-05 : \frac{C_2^9}{C_3^{10}} = \frac{\frac{9 \times 8}{2 \times 1}}{\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{3}{10}$$

二、解擬題失敗：

p-19：紅豬和他的朋友們共同參加了抽獎活動，只有4人能  
被抽中卡加布里島三天兩夜旅遊，一共15人參加，求  
紅豬被抽中之機率？

$$s-26 : \frac{C_3^{14}}{C_4^{15}} = \frac{\frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1}}{\frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 2 \times 1}} = \frac{15}{4}$$

【說明：失敗原因是計算錯誤，應為 $\frac{4}{15}$ 。】

伍、第五次擬題活動：機率的性質

第五次擬題活動，學生在「解擬題」的解題成功有100%，可能因之前在排列組合已學過排容原理，讓學生更容易理解此單元，學生皆能成功擬出題目並使用機率的加法性質

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  解出，，舉例如下。

一、解擬題成功：

P-36：根據調查，每1000人當中就有12人拿iphone、15人  
拿HTC、其中3人同拿拿iphone和HTC，請問小明  
拿iphone或HTC的機率？

$$s-36: \frac{12}{1000} + \frac{15}{1000} - \frac{3}{1000} = \frac{24}{1000} = \frac{3}{125}$$

二、解擬題失敗：無

陸、第六次擬題活動：條件機率

第六次擬題活動，學生在「解擬題」的解題成功有 100%，在正規課程上學生一開始對於條件機率的觀念較弱，但若採用生活的情境學生較能理解條件機率的觀念，因此學生皆能成功擬出題目並使用條件機率  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$  解出，舉例如下。

一、解擬題成功：

P-14：3 年級某班有 20 人參加舞蹈比賽，A 歌會跳有 10 人，  
B 歌會跳有 5 人，兩首都會跳的有 4 人。已知阿豪會  
跳 A 歌，請問阿豪也會跳 B 歌的機率有多少？

$$s-14: \frac{\frac{4}{20}}{\frac{10}{20}} = \frac{4}{10}$$

二、解擬題失敗：無

## 柒、第七次擬題活動：獨立事件

第七次擬題活動，學生在「解擬題」的解題成功有 100%，學生皆能成功擬出題目並使用獨立機率性質，當 A 事件和 B 事件為獨立事件時， $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ，舉例如下。

### 一、解擬題成功：

p-15：甲補習班送耶誕節禮物 50 個，其中一個禮物是腳踏車，乙補習班也要送禮物共 120 個，其中一個禮物是鉛筆盒。請問小明同時得到甲補習班腳踏車和乙補習班鉛筆盒的機率？

$$s-15: \frac{1}{50} \times \frac{1}{120} = \frac{1}{6000}$$

### 二、解擬題失敗：無

綜上所述，學生在七次擬題活動之解擬題的成功比率平均為 98%，但該班學生在機率段考成績平均為 45 分，可見比起解出教師所擬之題目，學生更能正確解出自己所擬之題目。驗證梁淑坤

(1994) 所說若解題者亦是擬題者，他當然清楚題目的內容，馬上可以做策劃的功夫，不需再理解題目意思，解題時較不容易出錯。這也給教師一個省思，學生解題失敗是因為不了解概念，還是因為不理解題意。

### 第三節 學生對擬題教學活動的接受程度

此節主要根據學生學習日記和教學者於 7 次擬題教學活動後讓學生填寫機率教學擬題活動回饋單二部分進行探討。

#### 壹、學生學習日記

學生學習日記分為三部分，分別是印象最深刻之處、對於自己擬題題目喜愛程度和對於擬題教學活動喜愛程度，研究者依據七次擬題學生學習日記整理如下。

#### 一、印象深刻之處

經由七次擬題教學活動，學生學習日記印象深刻之處主要可分為三類，分別為教師佈題、擬題過程、同學分享、。

(一) 教師佈題：此類別是最少的部分，但我們也可因此發現學生能感受到題目的難易程度，教師佈題對於學生擬題也是有所影響。

m-01：題目似乎比上次簡單。

m-31：這次的題目比上次難很多。

m-14：今天題目有點困難。

m-25：今天比上次還簡單一萬多倍，所以很快就出完了。

(二) 擬題過程：學生認為透過思考和同學討論，自己創造題目的歷程很有印象也很有成就感。

m-27：靠自己擬出數學問題，還滿有成就感的。

m-16：討論過程，因為跟同學分享不同的意見是好的。

m-23：比較有印象是自己擬題目，數字擬太大，早知道就寫小一點。

m-13：我出的題目後面有錯，後來將他更改正確。

(三) 同學分享：大部分的同學皆為此類，覺得同學分享的題目類型很多元，也很有趣。我們可發現學生懂得欣賞同學的擬題，並察覺到自己的擬題可能分享給同學。

m-04：老師叫同學上台講自己的題目，我覺得叫同學上台很有趣，因為通常老師在上課，同學都是坐在台下，今天有同學上台覺得滿好玩的。

m-11：出現很多好笑的題目。

m-12：班上的人題目都好豐富。

m-15：和同學一起分享題目，很開心。

綜上所述，學生在擬題過程、同學分享題目與互動，以及教師的佈題皆對學生在數學學習上有其影響力。English (1997) 提出學

生擬題層面分成心理學層面和社會學層面。心理學層面包括學生是否理解數學知識或關係、運用數學知識和關係去想出數學題目及感受到題目的可解性；社會學層面包括學生是否爭取參與班級裡的小組或個人探索機會、辨証自己論點和參與對話及分享或批判創造的題目。本研究中可發現學生雖皆運用到心理學層面，但印象深刻之處大多為社會學層面，尤以分享創造題目與參與對話為最多回饋，可見在高中職階段，同儕互動是非常重要的部分。

## 二、自己擬題題目喜歡程度

學生對於自己擬題題目喜歡程度，主要分為三種，分別是喜歡、普通和不喜歡，整理如表 4-4

表 4-4 學生對於自己擬題題目喜歡程度統計表

次數	單元內容	喜歡	普通	不喜歡
一	簡單機率	20 (59%)	13 (38%)	1 (3%)
二	包含階乘(!)	13 (38%)	16 (47%)	5 (15%)
三	包含排列(P)	15 (44%)	18 (53%)	1 (3%)
四	包含組合(C)	18 (53%)	15 (44%)	1 (3%)
五	機率的性質	20 (59%)	12 (35%)	2 (6%)
六	條件機率	19 (56%)	14 (41%)	1 (3%)
七	獨立機率	24 (70%)	9 (27%)	1 (3%)

由表 4-4 我們可以發現七次擬題有五次擬題學生喜歡自己擬題題目超過 50%，而不喜歡自己擬題題目在第二次擬題為最多比例（15%），主要原因是學生對於第二次擬題類型感到較為困難，而覺得自己出的不好或想不出來，但我們也可發現在其他六次擬題學生不喜歡自己題目的比例皆低於 7%，表示學生對於自己擬出題目多為喜愛。依據七次擬題教學活動，學生對於自己擬題喜歡程度原因如下。

（一）喜歡：主要可分為五類，分別為「自己想出來的題目很有成就感」、「有趣創意」和「用喜歡的東西出題」、「因為生活化，可以使用生活的例子」、「因為更懂數學」。

1. 自己想出來的題目很有成就感：

m-01：自己擬出來的題目很有成就感。

m-26：我出得很棒啊！

m-04：因為我覺得，天啊！！我這個數學沒考及格過的人竟然可以寫出一個數學題目，所以我很佩服我自己=))哇哈哈

m-16：我發揮了我聰明的智慧想出來。

m-27：因為擬題的過程很棒。

2.創意有趣：

m-14：因為很風趣。

m-21：因為很有趣，哈哈!

m-27：喜歡，因為很具有創意性、

3.用喜歡的東西出題：

m-09：因為喜歡飛哥。(該生用飛哥出題)

m-17：因為是電視上教的，決戰21題好看喔。

m-10：因為我很喜歡跑車。

m-23：因為我寫上我喜歡的手機品牌。

m-32：因為是我喜歡的題目。

4. 因為生活化，可以使用生活的例子：

m-06：因為想法源自生活中玩的遊戲。

m-16：因為題目和今天的運動會預賽有關，覺得挺好的。

m-26：因為有生活化。

5.因為更懂數學：

m-01：能自己擬題目讓我更懂數學。

(二) 普通：可分為三類，分別是「較無信心」、「和佈題差不多」、「覺得自己出的很相似、普通」。

1 較無信心：

m-28：因為自己還不會出題目，覺得自己出的很普通，不標準。

m-19：不是很確定對不對。

2.和佈題差不多：

m-04：就和老師差不多。

m-03：似乎沒什麼改變。

3. 覺得自己出的很相似、普通

m-04：因為我覺得有些同學的題目還滿有創意，然後我的就比較普通。

m-05：因為我覺得題目很普通。

m-04：因為好像有點普通，我自己覺得沒有什麼創意。

(三) 不喜歡：「覺得數學很難」，「覺得自己出的不好」、「出了自己不會發生的題目」。

1.覺得數學很難：

m-26：因為不喜歡算。

m-27：不會算，數學除了簡單的1-1之外，其他都不會。

2. 覺得自己出的不好。

m-19：沒有靈感，覺得自己出的不好。

m-08：覺得自己寫的不好，有點不知道自己寫的正不正確。

3. 出了自己不會發生的題目」。

m-17：因為我根本不會考0分。

【說明：同學擬題為自己考0分的機率，但該生成績優異，在實際情況下不可能發生考0分的機率，故有此回應。

S-17：月考成績公佈，全班共36人，英文0分有10人，數學0分有20人，兩科都考0人有3人，請問○○英文或數學0分的機率為？】

### 三、擬題教學活動喜歡程度

學生對於擬題教學活動喜歡程度，主要分為五個向度，分別是  
非常喜歡、喜歡、普通、不喜歡和非常不喜歡，整理如表 4-5

表 4-5 學生對於擬題教學活動喜歡程度統計表

次 數	單元 內容	非常喜歡	喜歡	普通	不喜歡	非常不喜歡
一	簡單	10(29.4%)	11(32.4%)	10(29.4%)	1(2.9%)	2(5.9%)
	機率	91%			9%	
二	包含階 乘(!)	5(14.7%)	10(29.4%)	14(41.2%)	4(11.8%)	1(2.9%)
		85.3%			14.7%	
三	包含排 列(P)	11(32.4%)	13(38.2%)	9(26.5%)	1(2.9%)	0
		97.1%			2.9%	
四	包含組 合(C)	9(26.4%)	12(35.3%)	11(32.4%)	2(5.9%)	0
		94.1%			5.9%	
五	機率的 性質	10(29.4%)	18(52.9%)	6(17.7%)	0	0
		100%			0%	
六	條件 機率	10(29.4%)	13(38.3%)	10(29.4%)	1(2.9%)	0
		97.1%			2.9%	
七	獨立 機率	15(44.1%)	13(38.3%)	5(14.7%)	1(2.9%)	0
		97.1%			2.9%	

由表 4-5 我們可以發現大部分學生能接受擬題教學活動，而且  
不喜歡的比例依照擬題教學活動次數增加明顯降低，自第三次擬題

教學活動起非常不喜歡的人數為 0 人，可見擬題教學活動能讓不喜歡數學的學生較能接受數學。其中，第五次機率的性質喜愛程度高達 100%，經由擬題單、學生學習日記與教師教學札記等工具發現主要是因為該單元學生較易理解及同學用老師來出題讓上課氣氛更活絡，可見單元內容和教學氣氛對擬題教學活動喜愛程度有其影響力。而依據七次擬題教學活動，學生對於擬題教學活動喜歡程度原因臚列如下。

(一) 非常喜歡：「有趣容易理解」、「題目類型多元」、「可和同學討論」、「很有創意，激發大家想像力」、「題目加入自己喜歡的元素」、「簡單」、「喜歡自己創造題目的過程」、「自己出題很快樂」、「學習到機率」、「可加深這類型題目的印象」。

m-09：很有趣，覺得不無聊，容易懂。

m-18：因為不會很困難，別人出的題目也很有趣。

m-11：因為很多不同的題目會出現，沒有你想不到，只有你沒想到。

m-23：可以跟朋友討論，也可以知道班上的同學出題方式。

m-23：因為這次自己擬的題目加入自己喜歡的蛋糕口味。

m-06：因為看到題目很有趣。

m-04：今天還滿簡單的，而且上去寫的同學也寫的很好😊

m-27：超喜歡深刻的數學創造過程。

m-22：因為學習到算機率的方法。

m-23：加強我對這類题目的印象。

(二) 喜歡：「學習數學零壓力」、「好玩」、「激發想像力」、「邏輯變好」、「能讓我思考」、「比較簡單」、「有趣，可以討論也可以學習」、「上課方式較輕鬆」。

m-18：學習零壓力。

m-20：不用從課本的東西也能學到數學很有趣。

m-25：因為看到很多有趣的題目，好玩。

m-06：可以發揮自己的創意。

m-01：我覺得我的邏輯越來越好。

m-17：今天的活動能讓我有思考到，比較好玩。

m-21：有趣，可以討論也可以學習。

m-20：上課方式比較輕輕鬆鬆。

m-04：因為好玩，no boring,funny,interesting.總而言之，這節課很有趣又可以長知識。

(三) 普通：「可以和同學分享」、「腦力激盪」、「可以複習」、「想很久」、「想不出來」、「出題很麻煩」。

m-20：大家可以互相交流。

m-12：因為可以動頭腦腦力激盪。

m-05：可以複習及更弄懂題目。

m-11：這題想很久。

m-18：有一點困難，差一點想不出來。

m-31：出題很麻煩。

(四) 不喜歡：「數學不好」、「比較難」、「想不出來」

m-24：沒有數學頭腦，自己出題很麻煩。

m-15：題目太難了，想不到。

m-25：因為我都想不出來，想到頭都要爆了。

(五) 非常不喜歡：僅有一類，因為數學很差。

m-33：因為數學很差。

m-34：不會數學。

## 貳、機率教學活動擬題回饋單

教學者於七次機率擬題教學活動後，即第八次輔導課讓學生填寫機率擬題教學活動回饋單。回饋單主要分成四個部分，第一部分為學生是否喜歡擬題活動，第二部分為比較喜愛平常上課方式還是擬題上課方式，第三部分為擬題方式對數學解題思考有無幫助，第四部分為學生回想在擬題教學活動情況表現最好及尚待加強為何，分述如下。

### 一、學生是否喜歡擬題活動

七次機率擬題教學活動後學生是否喜歡擬題活動，主要分為三個向度，分別是喜歡、普通、不喜歡，整理如表 4-6

表 4-6 七次擬題教學活動後學生是否喜歡擬題教學活動

喜歡	普通	不喜歡
28 (82%)	6 (18%)	0

由表 4-6 我們可以發現大部分學生喜歡擬題教學活動，僅有 18% 為普通，沒有學生不喜歡擬題教學活動。喜歡的原因主要為能藉由擬題更了解題目並能動腦思考、這樣的上課方式輕鬆又能學到東西、同學們出題目非常多元化，也能藉此看到大家的興趣、這樣上課方式很有趣也比較讓人想上課、擬題活動能和同學討論。普通的原因為雖可以看到很多不同題目，但有時候會想很久有時候想很快、想題目有點麻煩。

## 二、比較喜愛平常上課方式還是擬題上課方式

此部分讓學生勾選平常上課方式或擬題上課方式，比較喜歡哪一個方式，整理如表 4-7

表 4-7 比較喜愛平常上課方式還是擬題上課方式

平常上課方式	擬題上課方式
3 (9%)	31 (91%)

由表 4-7 可以發現大部分學生比較喜歡擬題的上課方式，僅有 9% 學生比較喜歡平常上課方式。喜歡擬題的上課方式原因為比起平常上課方式，擬題上課方式比較學的進去、對於自己擬出的題目比較有親切感且更易理解、透過擬題能夠了解單元重點、平常上課多為老師講課、自己出題能更助於我們思考、能和同學討論並分享題目、擬題教學方式比較活潑輕鬆又能動頭腦、擬題上課方式比較有趣。而喜歡平常上課方式原因為不用想題目，老師平常教學模式就很活潑，以及平常上課方式對考試比較有幫助

### 三、擬題方式對數學解題思考有無幫助

擬題方式對數學解題思考有無幫助，主要分為三個向度，分別是很有幫助、有點幫助、沒有幫助，整理如表 4-8

表 4-8 擬題方式對數學解題思考有無幫助

很有幫助	有點幫助	沒有幫助
17 (50%)	17 (50%)	0

由表 4-8 可以發現學生認為擬題方式對於數學解題思考是有幫助，僅有程度的差異，50% 學生認為很有幫助，50% 學生認為有點幫助。同學皆認為透過擬題能更了解題目結構與邏輯，更容易思考出答案，自己更會思考。而選擇有點幫助的同學原因和很有幫助相同，只是認為自己對於應用題反應還不夠好。

### 四、擬題教學活動表現最好及尚待加強部分

此部分讓學生回想自己在擬題教學活動的情況，分為四類，分別是自己動腦思考、發揮創意不同於例題、注意題目合宜性（是否能解答、敘述清楚等）、自我反思與修改延伸擬題。整理如表 4-9

表 4-9 擬題教學活動表現最好及尚待加強部分

表現最好	動腦思考	發揮創意	題目合宜	自我反思
人數 (比率)	2 (5.9%)	4 (11.8%)	25 (73.5%)	3 (8.8%)
尚待加強	動腦思考	發揮創意	題目合宜	自我反思
人數 (比率)	7 (20.6%)	8 (23.5%)	4 (11.8%)	15 (44.1%)

由表 4-9 可以發現學生認為自己在擬題教學活動中表現最好為注意題目合宜性，表示學生藉由擬題活動更能注意自己出題或同學出題的周全性，並更了解題目結構與邏輯，更容易思考出答案。而學生認為自己尚待加強的部分為自我反思與修改延伸擬題，學生大部分認為自己缺乏延伸擬題的能力。這也是我們在未來數學教學上所須注意的部分，如何培養學生創意，並能進一步反思與延伸題目。

此外，在教師教學札記也可發現學生對於擬題教學活動的接受程度高，學生皆很熱衷於擬題，並樂於和同學分享自己的擬題，甚至延伸至一般課堂中，學生會開始審視數學課本題目的適切性。

## 第四節 擬題教學活動後教學者的教學省思

研究者根據在教學過程中，所作的觀察記錄和省思，歸納出在擬題教學省思，分成「擬題教學活動注意事項」、「發表文化的建立」、「擬題教學活動遭遇的困難」和「擬題教學活動有其價值性」等進行說明。

### 壹、擬題教學活動注意事項

經擬題教學活動正式實施，發現進行擬題教學活動有其注意事項，分成擬題教學活動前、擬題教學活動中及擬題教學活動後三面向論述之。

#### 一、擬題教學活動前：

首先，研究者先選取適合擬題之教學內容（如：機率），然後分析學生數學學習的情況，例如研究者欲實施之學生數學程度普遍低落，PR 值為 30，並且研究者已在該校任教 3 年以上，瞭解該校學生對於貝氏定理學習上有極大的困難，故貝氏定理不適宜作為此次擬題教學活動的單元。換言之，若欲實施學生數學程度較佳，則可將貝氏定理納入擬題教材。

其次，擬題教學活動前應設計擬題教材，因適用的學生為高職生，對於繁雜的數學術語較難以理解，更別說要創造題目，故本研究擬題教材以生活化的情境為主，並選擇較多生活化情境的單元，如排列組合、機率統計等。研究者認為若是使用三角函數作為該校擬題單元，有其困難度，因三角函數除了要理解基本三角函數定義，還要注意角度是否為能力範圍內可計算，如  $\sin 40^\circ$ ，學生可能無法計算。而佈題若為教師自創題目，應請其他三位數學教師協助檢核，以避免瑕疵。除了教材單元選擇與佈題情境之外，由於該班為第一次擬題，故應先給予教師佈題作為參考值，再讓學生進行擬題，若之後學生較為成熟則可採用其他方式。

最後，擬定擬題教學活動的流程，研究者擬題教學活動的流程為教師講解佈題、學生開始擬題、同學上台分享、撰寫學習日記，讓學生先能理解題意和目標，開始進行擬題並分享，最後因該校學生於放學後多半需打工，故讓學生學習日記讓學生在課堂上即完成，以確保記憶猶存並確實繳交。

## 二、擬題教學活動中：

第一次擬題教學活動時先告知擬題分類的標準，讓學生能理解目標。開始進行擬題指示須明確，方能使擬題教學活動順利進行，否則可能產生學生尚未聽完老師講解即開始討論或寫擬題

單，並且教師必須適時行間走動，便於學生提問，所以學生開始進行擬題討論時，教師切勿留在講台前，可不斷走動觀察與協助，並適時給予學生協助。

此次擬題活動採用 2 人一組方式進行討論，再自己撰寫自己的擬題單，這樣的形式成效良好，因可合作討論亦不擔心有人無事可作的情形。但若兩人一組仍想不出題目來，教師可多下去協助或者可以讓他們找其他組共同討論。

挑選同學發表是一門學問，在擬題教學活動佔極為重要的角色在第貳項發表文化的建立作詳細說明。而上課氣氛可能會影響擬題活動的進行，所以有時候老師可採用比較談諧幽默的語氣。

最後，撰寫學生學習日記於第一次須先帶領學生看過所有內容，再開始進行撰寫。並於收回學生學習日記之時，立刻快速瀏覽學生是否有空白之處或亂寫之虞，如此學生將會更用心的撰寫。

### 三、擬題教學活動後：

每次擬題教學活動後，教師應進行反思並分析學生擬題作品，更能掌握擬題教學活動情況與切合學生所需。此外，教師必須對學生擬題單作回饋，擬題單應收回並評改發回給學生，在正式實施時發現教師的正面回饋對學生有其影響力。故每次擬題教學活動後應給予學生回饋，讓學生更能進步。

## 貳、發表文化的建立

經由七次擬題活動過程及學生學習日記回饋，研究者發現發表文化的建立對於擬題教學活動的進行有其重要性，挑選同學發表是一門學問，可盡量挑選擬出有趣題目的同學發表，活絡擬題活動氣氛，並採用大家共同立即回饋同學題目，共同修改題目使其變成資料充足的題目，如此讓同學學習如何出題的同時，也能更清楚觀念。

此外，同學分享可修正的題目比起完整可行題目更具有效力，所以可先觀察學生的題目，分別找出可修正和可行題目分享較佳。發表同學的指名方式可採多樣化，避免單一方式或都是某一位同學上台分享，抽籤的方式，而在第三次擬題有同學自願上台分享，所以也可多鼓勵學生自願上台分享。

## 參、擬題教學活動遭遇的困難

經過七次擬題教學活動後，主要遭遇困難有二，分別是「受到當天其他活動影響」和「部分學生不專心擬題」。

### 一、受到當天其他活動影響：

第二次擬題活動和第四次擬題活動恰好遇到英文發表會預演和運動會預賽，而擬題活動又為第八節輔導課，導致學生感到疲憊而造成擬題活動進行較不順利。

## 二、部分學生不專心擬題：

該班級在擬題教學活動其實非常熱衷，但仍有幾位同學由於對於數學有強烈的排斥感，而不專心於擬題。但經過七次擬題教學也發現這些同學對於擬題教學活動排斥明顯減少，自第三次擬題活動開始即沒有同學選擇非常不喜歡的選項，可見同學能慢慢接受擬題教學活動。

## 肆、擬題教學活動有其價值性

經過七次擬題教學活動，發現擬題教學活動有三大價值性，分別是學生更熱衷於學習數學與學生能注意到题目的可行性和完整性。教學者比照擬題教學與平常教學學生上課情形，雖然該班平常上課皆認真學習，學習態度佳，但教學者明顯感受到擬題教學時學生投入度更高，可能因為擬題教學學生是主動學習，而非被動的聽教師上課學習，並且擬題教學方式比較活潑輕鬆又能動頭腦，還能與同學討論及分享擬出的題目，在擬題教學活動中可見學生樂於學習的態度。

其次，學生自第三次擬題教學活動起擬出可行性題目幾乎為100%，在最後的回饋單中覺得自己表現最好為能注意題目是否合宜（是否能解答、敘述清楚等），甚至在平常上課時指出課本題目可更正之處，這些都是經過擬題教學活動後才能獲得的進一步思考，符應 Anderson（2001）修訂之 Bloom 認知歷程，記憶、理解、應用、分析、評鑑和創造。

## 第五節 高職機率擬題教材可行性

透過擬題單、學生學習日記及教師教學札記，討論研發之高職機率擬題教材可行性，討論如下：

### 壹、簡單機率

- (一) 擬題單中根據學生擬題作品類型，學生擬出的題目屬於資料充足的有 91%，學生皆能擬出可行的題目，且學生在解擬題部分成功率為 97%，可見學生理解簡單機率教材並能擬出可行題目及成功解題。
- (二) 學生學習日記中展示學生印象深刻之處、學生對於自己擬題題目喜愛程度與學生對於擬題活動喜愛程度，皆無呈現學生無法理解擬題教材的部分，並且有 91% 學生皆能接受擬題教學活動，學生能理解簡單機率教材並能接受。
- (三) 教學者的教學札記可發覺學生對於擬題教學活動參與度佳，並且在課堂活動中並未出現理解不易的情況，可見簡單機率擬題教材可行性佳。

基於以上三點，學生能接受擬題教學活動並能理解簡單機率教材，擬出可行題目並正確解擬題，故簡單機率擬題教材可行。

## 貳、包括階層 (!) 之機率

- (一) 擬題單中根據學生擬題作品類型，學生擬出的題目屬於資料充足的有 91%，學生皆能擬出可行的題目，且學生在解擬題部分成功率為 94%，可見能擬出可行題目及成功解題。
- (二) 學生學習日記中雖有部分學生認為此單元較為困難，需要花較多的時間思考，但仍有 91% 學生能接受擬題教學活動。
- (三) 教學者的教學札記可發覺學生有疲憊效應，並且該單元並未在課本中出現相同例子，導致學生需要花較多的時間思考，但亦有不少同學回饋有所成長。

基於以上三點，雖部分學生覺得此擬題教材較為困難，需花較多時間思考，但學生在擬題與解擬題表現仍超過 91% 以上成功與正確率，故包括階層 (!) 之機率擬題教材可行。

## 參、包括排列 (P) 之機率

- (一) 擬題單中根據學生擬題作品類型，學生擬出的題目屬於資料充足的有 100%，學生皆能擬出可行的題目，且學生在解擬題部分成功率為 100%，可見學生理解包含排列 (P) 機率教材並能擬出可行題目及成功解題。
- (二) 學生學習日記中展示學生印象深刻之處、學生對於自己擬

題題目喜愛程度與學生對於擬題活動喜愛程度，皆無呈現學生無法理解擬題教材的部分，並且有 97% 學生皆能接受擬題教學活動，學生能理解包含排列 (P) 機率教材。

- (三) 教學者的教學札記可發覺學生對於此次擬題教學活動接受度較佳，並且在課堂活動中並未出現理解不易的情況，甚至有學生自願上台發表，可見包含排列 (P) 機率教材可行性佳。

基於以上三點，學生對於此次擬題教學活動接受度佳並能理解包含排列 (P) 機率教材，擬出可行題目並正確解擬題，故包含排列 (P) 機率教材可行。

#### 肆、包括組合 (C) 之機率

- (一) 擬題單中根據學生擬題作品類型，學生擬出的題目屬於資料充足的有 100%，學生皆能擬出可行的題目，且學生在解擬題部分成功率為 97%，並解題失敗僅是因計算錯誤，並非策略錯誤。可見學生理解包含組合 (C) 機率教材並能擬出可行題目及成功解題。

- (二) 學生學習日記中展示學生印象深刻之處、學生對於自己擬題題目喜愛程度與學生對於擬題活動喜愛程度，皆無呈現

學生無法理解擬題教材的部分，並且有 94% 學生皆能接受擬題教學活動，學生能理解包含組合 (C) 機率教材並能接受擬題教學活動。

(三) 教學者的教學札記可發覺學生此次因運動會預賽而有較為懶散的傾向，但在課堂活動中並未出現理解不易的情況。

基於以上三點，雖學生因運動會預賽而顯得懶散，但學生在擬題與解擬題表現為 100%，並且 94% 學生能接受擬題教學活動故包括組合 (C) 之機率擬題教材可行。

#### 伍、機率的性質

(一) 擬題單中根據學生擬題作品類型，學生擬出的題目屬於資料充足的有 100%，學生皆能擬出可行的題目，且學生在解擬題部分成功率為 100%，可見學生理解機率的性質教材並能擬出可行題目及成功解題。

(二) 學生學習日記中展示學生印象深刻之處、學生對於自己擬題題目喜愛程度與學生對於擬題活動喜愛程度，皆無呈現學生無法理解擬題教材的部分，並且此次全部學生皆能接受擬題教學活動，學生喜愛程度明顯提高。

(三) 教學者的教學札記可發覺學生對於擬題教學活動參與度

佳，並且擬題速度有變快的趨勢，學生對於擬題更有想法與創意，並且對於機率加法性質有明確的理解，機率的性質教材可行性極佳。

基於以上三點，機率的性質機率教材學生接受度極高，並在擬題過程中產生樂趣，並能理解機率的性質教材，擬出可行題目並正確解擬題，故機率的性質教材可行。

#### 陸、條件機率

- (一) 擬題單中根據學生擬題作品類型，學生擬出的題目屬於資料充足的有 97%，學生皆能擬出可行的題目，且學生在解擬題部分成功率為 100%，可見學生理解條件機率的性質並能擬出可行題目及成功解題。
- (二) 學生學習日記中展示學生印象深刻之處、學生對於自己擬題題目喜愛程度與學生對於擬題活動喜愛程度，皆無呈現學生無法理解擬題教材的部分，並且有 97.1% 學生皆能接受擬題教學活動，學生能理解條件機率教材並能接受擬題教學活動。
- (三) 教學者的教學札記發覺學生很專心執行擬題，學生也更快擬出題目，對於擬題有所想法，並且增加對於條件的理解，條件機率教材可行性佳。

基於以上三點，學生能接受並專心於擬題教學活動，並能理解條件機率教材，擬出可行題目並正確解擬題，故條件機率教材可行。

### 柒、獨立機率

(一) 擬題單中根據學生擬題作品類型，學生擬出的題目屬於資料充足的有 97%，學生皆能擬出可行的題目，且學生在解擬題部分成功率為 100%，可見學生理解獨立機率的性質並能擬出可行題目及成功解題。

(二) 學生學習日記中展示學生印象深刻之處、學生對於自己擬題題目喜愛程度與學生對於擬題活動喜愛程度，皆無呈現學生無法理解擬題教材的部分，並且有 97.1% 學生皆能接受擬題教學活動，學生能理解獨立機率教材並能接受擬題教學活動。

(三) 教學者的教學札記發覺學生對於擬題教學活動參與度佳，皆認真執行擬題和思考，並且感到可以用很簡單的方式求解，增加對於獨立機率的理理解，獨立機率教材可行性佳。

基於以上三點，學生對於擬題活動參與度佳，並能理解獨立機率教材，擬出可行題目並正確解擬題，故獨立機率教材可行。

研究者設計之七次機率擬題教材經過學校三位教師審核完畢，並根據七次擬題教學的擬題單、學生學習日記、教學者教學札記，除了第二次擬題活動—包括階層 (!) 之機率擬題教材部分學生覺得此擬題教材較為困難，需花較多時間思考，但學生在擬題與解擬題表現仍超過 91% 以上成功與正確率，而其他六次學生皆未表現無法接受擬題活動教材或無法理解，因此，我們可得七次擬題教學教材可行性佳。

此外，在擬題教學課堂中我們可見 English (1997) 心理學層面和社會學層面。舉例如下：

一、心理學層面：

1. 學生是否理解數學知識或關係：擬題單中我們可見學生解擬題成功比率高達 98%，可見學生有理解數學知識與關係。並且學生學習日記也有相同的回饋，如

m-23：加強我對這類題目的印象。

m-05：可以複習及更弄懂題目。

m-01：能自己擬題目讓我更懂數學。

m-22：因為學習到算機率的方法。

- 2.運用數學知識和關係去想出數學題目：擬題單中我們可以發現學生大部分擬出可行的題目，達 96%，可見學生有運用數學知識和關係去想出數學題目。
- 3.感受到题目的可解性：在機率教學擬題活動回饋單中，第四項為擬題教學活動表現最好及尚待加強部分，學生認為自己在擬題教學活動中表現最好為能注意題目是否合宜（是否能解答、敘述清楚等），達 73.5%，表示學生藉由擬題活動能感受到题目的可解性，並更了解題目結構與邏輯。

## 二、社會學層面：

- 1.學生是否爭取參與班級裡的小組或個人探索機會：教師教學札記中發現學生參與度高，樂於和同學討論，甚至在第三次擬題教學有同學自願上台分享，而在最後一次擬題教學當老師告知學生這是最後一次擬題教學時，學生都感到很可惜，想繼續進行擬題教學。
- 2.辨証自己論點和參與對話：教師教學札記可看到學生積極參與對話，並會舉手請老師過去協助查看自己的論點是否正確。並且在學生學習日記有相同的回饋，如

m-16：討論過程，因為跟同學分享不同的意見是好的。

m-23：可以跟朋友討論，也可以知道班上的同學出題方式。

m-13：我出的題目後面有錯，後來將他更改正確。

3.分享或批判創造的題目：擬題教學進行方式先由討論擬題，再請同學出來分享，並由全班共同討論同學題目是否可行或可如何修改，為分享和批判創造題目階段，並且在學生學習日記有相同的回饋，如

m-20：大家可以互相交流。

m-04：今天還滿簡單的，而且上去寫的同學也寫的很好☺

m-11：因為很多不同的題目會出現，沒有你想不到，只有你沒想到。

綜上所述，擬題教學能讓學生理解數學知識或關係、運用數學知識和關係去想出數學題目、並感受到題目的可解性等心理學層面。也讓學生爭取參與班級裡的小組或個人探索機會、辨証自己論點和參與對話與分享或批判創造的題目社會學層面，故擬題教學可行性佳。

## 小結

研究者將一般機率教學加入擬題教學活動，採用除了正規課程外，於輔導課實施擬題教學，因未影響正規課程的實行，故高職 99 課綱求機率問題應達到的教學目標，如能知道古典機率的定義、能利用古典機率的定義求出機率、能了解機率的性質並會應用、能把機率的觀念應用在實際問題上及能從實際問題的解決，了解機率的意涵等皆有達成。

經過七次擬題教學活動後，發覺學生擬題作品類型幾乎是屬於第 5 類 (96.6%)，可行並資料充足。學生解擬題失敗比率極低，皆低於 7%，比起平時解題明顯提高許多。大部分學生能接受擬題教學，不喜歡的比例依照擬題教學活動次數增加明顯降低，自第三次擬題教學起非常不喜歡的人數為 0 人，可見擬題教學活動能讓不喜歡數學的學生較能接受數學。此外，在機率教學活動擬題回饋單中學生展現出擬題教學活動是他們希望的上課方式，認為擬題教學活動對於數學學習是有幫助的，並且學生認為自己在擬題教學活動中表現最好為注意題目合宜性，表示學生藉由擬題活動更能注意自己出題或同學出題的周全性，並更了解題目結構與邏輯，更容易思考出答案。

換句話說，學生透過擬題教學活動能學到一般教學所能學到的記憶、理解、應用外，更能學到較高層次的學習，如分析題目的合宜性、評鑑自己擬出的題目與同學分享的題目，以及創造出自己的數學題目，這些是一般教學上較難達成，但在擬題教學活動中卻能展現出的。擬題教學讓學生能理解數學知識或關係、運用數學知識和關係去想出數學題目、感受到題目的可解性。也讓學生參與班級裡的小組或個人探索機會、辨証自己論點和參與對話與分享或批判創造的題目。

但是，擬題教學活動需要先具備正式課程的知識內涵，方能進行。因為創造題目是較高層次的活動，需要具有先備知識才能實施，亦即需要先知道古典機率的定義，才有可能創造出古典機率的題目，故擬題教學活動必須在正式教學後才能實施。此外，教師須有良好的引導與明確的指令，學生才能了解目標所在，並且擬題教學需要時間讓學生去建構題目，所以需要花費較多的時間。因為重要的是學生在創造題目的過程中成長，學著計畫、分享、評鑑與反思。

## 第五章 結論與建議

本研究主要是透過高職機率擬題教學活動來探討研發之高職機率教材可行性、學生擬題作品類型、學生對擬題教學活動的接受程度及擬題教學活動後教學者省思，根據實施的結果與發現，提出結論與建議。

### 第一節 結論

#### 壹、研發之高職機率擬題教材可行性

研發之高職機率擬題教材經過學校三位教師審核完畢，並根據七次擬題教學活動的擬題單、學生學習日記、機率教學擬題活動回饋單與教學者教學札記，發現學生在擬題與解擬題表現超過91%以上成功與正確率，並且學生皆未表現無法接受擬題教學活動教材或無法理解。因此，我們可得研發之高職機率擬題教材可行性佳，高中職機率題材適合研發擬題教學教材。

#### 貳、學生擬題作品類型

學生擬題作品類型共計出現資料適中、資料不足或條件不足和不可行的等三類。但資料適中（96.6%）是最多的，因此學生擬題成功率很高。

學生大多數皆有改變數字和事物，擬題情境皆為生活情境，擬題材料上多用食物、非校內人物（包含卡通人物、偶像人物等）、3C 產品（包含手機、手機遊戲、電玩等）、校內人物（老師或同學）、特定活動（包含週年慶、抽獎活動等）、學校或考試情境，展現出學生生活型態。

### 參、學生解擬題的解題表現

學生在「解擬題」的解題成功有98%，解題策略比起一般考試題目正確率明顯提高，學生對於自己擬的題目更能理解並成功解題。正如國內學者梁淑坤（1994）所說的，如果解題者亦是擬題者，他當然清楚題目的內容，馬上可以做策劃的功夫，不用再理解他自己擬出的題目。因此解自己所擬的題目時，由於解題策略早已設定，解題時較不容易出錯。

學生錯誤原因為策略錯誤和計算錯誤，策略錯誤為題目難度出的太高，以致於無法解決；計算錯誤僅為運算錯誤。

### 肆、學生對擬題教學活動的接受程度

結果顯示，大部分學生能接受擬題教學活動，最熱衷的部分為擬題過程與同學分享的部分。他們覺得擬題活動可以激發自己的想像力，也更能理解數學。

擬題教學活動是學生希望的上課方式，擬題教學活動方式比較活潑輕鬆並能動頭腦，透過擬題能夠理解單元重點並更助於思考，並且能與同學討論及分享擬出的題目，在擬題教學活動中可見學生樂於學習的態度。所以，學生對擬題活動的接受程度很高，參與學習的意願也很強，對數學也產生了學習的樂趣和信心。

#### 伍、擬題教學活動後教學者的教學省思

透過擬題教學活動，發現擬題教學活動有其注意事項，包括學生數學學習情況分析、擬題活動教材設計、擬題教學活動流程設計、擬題教學活動指示明確、課間行間巡視、教學活動後反省分析及回饋的重要性，並察覺2人一組方式適當，能互相激盪想法。

此外，發表文化的建立是擬題教學活動非常重要的環節，盡量挑選有趣題目或可修正題目的同學發表，採用立即回饋方式，並多元化方式指名發表。而擬題教學活動遭遇的困難主要是會受到當天其他活動影響及部分學生不專心擬題。

最後，發現擬題教學活動有三大價值性，分別是學生更熱衷於學習數學與學生能注意到题目的可行性和完整性。

## 第二節 建議

本節分成擬題教學的推廣、課程設計方面、實際教學方面、教科書教材面向和未來研究方向等四個部份，說明本研究的建議事項。

### 壹、擬題教學的推廣

梁淑坤（1994）建議可將擬題教學活動融入至一般數學教室裡。經由本研究實證結果顯示出大部分學生能接受擬題教學活動，七次擬題教學平均接受度為94.5%，學生也能藉此發現題目的適切性，可見擬題教學活動對數學學習有正面的效果，值得推廣。然而教學方法的應用，則須教學者的智慧和思考。

### 貳、課程設計面向

課程設計應採螺旋式課程，即由淺至深的方式進行擬題教學，因為學生在數學學習過程大部分皆由教師講解課本例題後，再由學生練習解題，故學生第一次自行擬題可能有其困難度，因此教師在進行擬題教學的初期應該選擇比較淺顯易懂的單元讓學生嘗試自己出題目，先讓學生有其成功經驗，擬出可行的題目，方能進入更高層次概念的課程。此外，擬題教材多採用生活化的情境，更能引起學生的共鳴。

### 參、實際教學方面

建議第一次擬題教學應先由教師佈題，再由學生共同討論擬題，而本研究發現高職生適用於2人一組擬題方式，不但有討論空間，也避免有人無事可作的情況。

教師要事先向學生說明擬題時的注意事項，以免學生自我隨意擬題，缺乏合理的情境，擬題指示應明確，教學流程方能順利進行，掌控住適當的教學時間。在學生擬題時予適當引導，先讓學生有成功的經驗，擬出可行的題目，再讓學生發展更高層次的擬題。

擬題需建立良好的發表文化，指定發表要以普遍為原則，避免淪為少數人的辯論，才能有良好的教學成效。最後，教師需給予擬題教學後的回饋，讓學生能進一步反思和成長。

### 肆、教科書教材面向

本研究實施7次擬題教學，學生皆在第2次擬題教學上反應題目較為困難，第2次擬題教學題目為包含階層(!)機率問題，然而依照課程內容難易程度階層(!)應比排列(P)和組合(C)簡單，但在包含排列(P)機率問題和包含組合(C)機率問題卻未有學生反應太難，甚至學生認為包含排列(P)機率問題比包含階層(!)

機率問題簡單。研究者與其他數學教師討論後發現可能原因是教科書裡皆有包含排列 (P) 機率問題和包含組合 (C) 機率問題，但卻未有包含階層 (!) 機率問題，而造成學生不熟悉認為較困難的情況，故建議教科書內應有包含階層 (!) 機率問題。

#### 伍、未來研究的方向

由於本研究有一些研究限制，使得結果無法做一般情境的推論。但仍可做相關研究之參考。建議未來研究可考慮以下幾點：

- 一、研究對象：可擴及高中生及其他年齡的學生。
- 二、教材內容：可考慮其他數學單元，如幾何圖形、指數函數等。
- 三、擬題方式：本研究採用梁淑坤 (1997) 的題目類與解法類，亦可參考其他擬題方式。
- 四、擬題架構：本研究擬題方式因採用有完整架構的題目類，學生多為模擬而使得擬題架構較沒有變化。故未來研究可針對擬題內容架構去作探討。
- 五、討論形式：本研究採用2人一組討論形式，可採用4人一組或其他方式。
- 六、創意性研究：本研究因考慮學生樣本，對於學生擬題作品僅執行擬題類型與內容的研究，未來研究可針對其他學生樣本，進行創意性研究，探討學生擬題的創意。

# 參考文獻

## 一、中文部分：

- 坪田耕三（1987）。*生動的算術*。國土社。
- 吳進寶、梁淑坤（2005）。*國小五年級擬題教學之研究---以整數四則混合運算為例*。2005 數學教育會議文集，139-154。香港。
- 吳佳慧（2006）。*國小三年級數與計算擬題教學的設計與反思*。國立中山大學教育研究所碩士論文，未出版。
- 施淑娟（1999）。*數學解題的學習與教學*。學生輔導通訊，62，50-63。
- 李承華（2002）。*擬題活動對國小五年級學生掌握數學文字題語意結構與解題之影響*。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版。
- 李正如（2007）。*國小五年級分數擬題教學之研究—以台東縣原住民學童為例*。國立中山大學教育研究所碩士論文，未出版。
- 林琬婷（2013）。*數學建模教學對國三學生數學學習態度、機率迷思概念及機率學習成就之影響*。國立中正大學教育學研究所碩士班論文，未出版。
- 林群雄（2004）。『教』與『學』之成長實錄—擬題活動教學融入國小三年級數學課堂之行動研究。國立中山大學教育研究所碩士論文，未出版。
- 林德宗（1999）。*擬題活動在國小五年級數學教室裡的應用*。八十八年度大專學生參與專題研究計畫報告（NSC 88-2815-C-023-001-S）。
- 周幸儀（2002）。*國小二年級數學科合作擬題教學之行動研究*。國立台南師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版。
- 孫秀芳（1997）。*國小二年級學生加減法擬題能力之研究*。國科會補助大學生研究專案成果報告（NSC86-2815-C-023-005-H）

- 徐文鈺 (1996)。不同擬題教學策略對兒童分數概念、解題能力與擬題能力之影響。國立臺灣師範大學教育心理與輔導研究所博士論文，未出版。
- 梁淑坤 (1994)。「擬題」的研究及其在課程的角色。國民小學數學科新課程概說 (低年級)(pp. 152 ~ 167) 臺灣省國民學校教師研習會編。
- 梁淑坤 (1995)。師範生擬題行為之研究 (研究計劃編號 NSC83-0111-S-023-007, NSC 84-2511-023-001)。國科會補助研究計畫的成果報告。
- 梁淑坤 (1997)。擬題能力之評量：工具之製作 (研究計劃編號 NSC84-2511-S-023-006)。國科會專題研究計畫成果報告。
- 梁淑坤 (2012)。數學學習低落學生補救教學之策略。教育研究月刊，221，25-36。
- 泰宇出版社 (2014) 數學B (III)。新竹：泰宇出版股份有限公司。
- 莊美蘭 (2003)。國一數學課程中擬題教學活動之研究。國立中山大學教育研究所碩士班論文，未出版。
- 莊楊晉堅、梁淑坤 (2008)。國小六年級學童對比例問題之擬題研究。中華民國第二十四屆科學教育學術研討會。
- 郭賢忠 (2007)。國小四年級數學擬題教學及親子擬題之研究—以數與計算為例。國立中山大學教育研究所碩士論文，未出版。
- 陳金章 (2005)。擬題活動融入國小五年級數學學習對數學解題表現、數學學習態度影響之研究。國立屏東師範大學數理教育研究所碩士論文，未出版。
- 陳佩琦 (2003)。國小二年級數學擬題教學實踐之研究。國立中山大學教育研究所碩士論文，未出版。
- 陳逸亮 (2014)。合作擬題教學法對國小五年級學生在怎樣列式單元學習成效之研究。國立臺南大學應用數學系數學科教學碩士班論文，未出版。

- 張美珍 (2002)。從建構主義取向探究博物館教育活動的規劃設計。  
*科技博物*，6 (6)，19-29。
- 甯自強 (1993)。國小數學科新課程的精神及改革動向-由建構主義的  
觀點來看。*科學教育月刊*，1 (1)，101-108。
- 葉丙成、賴以威等人著 (2014)。葉丙成的機率驚豔：當數學遇上文  
學，學生考不好也會笑著離開。究竟出版社。
- 楊惠如 (2000)。擬題活動融入國小三年級數學科教學之行動研究。  
國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版。
- 塗金堂 (1999)。「合作--省思」的數學解題教學法。載於高雄市政府  
公教人力資源發展中心 (主編)，*新典範數學* (頁 60-91)。高雄：  
高雄市政府公教人力資源發展中心。
- 劉芳妃 (1998)。合作擬題活動融入國一數學科教學之個案研究。國  
立高雄師範大學數學教育研究所碩士論文，未出版。
- 謝佩真 (2004)。高二學生排列組合擬題活動對解題表現影響之研究。  
國立高雄師範大學數學系碩士論文。未出版。
- Bloom et al.(1989)。教學評量 (*Evaluation to Improve Learning*)。邱淵、  
王鋼、夏孝三、洪邦裕、龔偉民、李亞玲 (譯)，臺北：五南出  
版社。
- Polya (1945/1993)。How to Solve It : a new aspect of mathematics  
method。閻育蘇 (譯)。怎樣解題。臺北：九章出版社。

## 二、英文部分：

- Anderson, L. W. & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing*. New York: Longman.
- Bloom, B. S., Madaus, G. F. & Hastings J. T. (1981), *Evaluation to improve learning*, New York: McGraw-Hill.
- Brown, S. I. & Walter, M. I. (1983). Problem posing in mathematics education. *Questioning Exchange*, 2(2), 121-131.
- Cai, J. (1998). An investigation of U. S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 10(1), 37-50.
- Cudmore, D. H. & English, L. D. (1998). *Using Intranets to Foster Statistical Problem Posing and Critiquing in Secondary Mathematics Classrooms*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego, CA.
- Dillon, J. T. (1982). Problem finding and solving. *Journal of Creative Behavior*, 16, 97-111.
- Denzin, N. K. (1989). *The research act: A theoretical introduction to sociological methods (3<sup>rd</sup> ed)*. New York: McGraw-Hill
- English, L. D. (1997). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching children Mathematics*, 4(3), 172.
- English, L. D. (1997). The Development of Fifth grade Children's Problem Posing Abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 183-217.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and in formal context. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106.

- Fischbein, E.(1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children* (pp.99–116). The Netherlands: Reidel, Dordrecht.
- Green, D. R.(1987). Probability concepts: Putting research into practice. *Teaching Statistics*, 9(1), 8-14
- Getzels, J. W.&Jackson, P. W.(1962). *Creativity and intelligence : Exploration with gifted students*. New York:Wiley.
- Kilpatrick,J. (1987). Problem formulation: *Where do good problems come from?* In A.H. Shoenfeld (Ed.), *Cognition science and mathematics* (pp. 123-147). Hillsdale,NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Leung, S. S. & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge,and Creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9 (1),5-24
- Leung, S. S., & Wu, R. (1999) .Posing problems: Two classroom examples. *Mathematics Teaching in the Middle Grades. National Council of Teachers of Mathematics. USA. 5 (2), 112-117.*
- Leung, S. S., & Wu, R. (2000). Sharing Problem Posing at Home Through Diary Writing: Case of Grade One. *The Australian Mathematics Primary Classroom*, 5 (1), 28-32.
- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: *challenges and strategies. Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 103-116.[SSCI]
- Lin, K. M., & Leng, L. W. (2008, July). *Using problem-posing as an assessment tool*. Paper presented at the 10th Asia-Pacific Conference on Giftedness, Singapore.
- Mayer, R. E. (1987). *Education psychology: A cognitive approach*. Toronto: Little,Brown and company.

- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: W. H. Freeman and Company Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Polya, G. (1945). *How to solve it. (2nd ed.)*. New York: Doubleday.
- Reitman, W. (1965). *Cognition and thought*. New York : Wiley.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematics problem solving*. New York: Academic Press.
- Shaughnessy, J. M. (1992). *Research in Probability and Statistics : Reflections and Directions*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. ( pp.465-494 ) . New York : Macmillan.
- Siegler, R. S. (1981) Developmental sequences within and between concepts. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46(2), 256-284.
- Silver, E. A., Parker, M., & Leung, S. ( 1992, October ) . Mathematical and scientific problem solving: *Findings, issues and instructional explanations*. In B.F. Jones & L. Idol (Eds.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction* (pp.265-290). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1993). *Mathematical problem posing and problem solving by middle school students*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational research association, Atlanta, GA.

- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing, *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problem in mathematics education: *Mathematical and pedagogical perspectives*. *International Reviews on Mathematical Education*, 2, 67-72.
- Skinner, P. (1990). *What's your problem: Posing and solving mathematical problem*, K-2. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into student's problem posing in school mathematics. In Corwin, R. B. (Ed.), *Talking Mathematics: Supporting Children's Voices*. Portsmouth, NH.
- Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism a way of knowing and learning*. London: The Farmer Press.
- Winograd, K. (1990). *Writing, solving and sharing original math story problem: Case studies of fifth grade children's cognitive behavior*. Doctoral Dissertation, University of Northern Colorado.

# 附錄

## 【附錄一】擬題單

### 擬題活動單一：簡單機率

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、今天的題目：

隔壁鄰居阿珠懷孕了，請問阿珠懷的是女生的機率有多少？

\* 解答為：

二、請你想出另一個，簡單機率的題目。請寫下來：

【限制：需有機率的意義】

\* 請將你擬題答案的算式寫下來：

## 擬題活動單二：包含階乘 (!) 機率問題

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、今天的題目：

今天美美和小英參加某公司面試，發現除了他們外，還有 4 個人參與面試，公司將每個人排列面試號碼，請問美美和小英面試號碼為連續的機率？

\* 解答為：

二、請你想出另一個，包含階乘 (!) 機率的題目。請寫下來：

【限制：1.需有機率的意義，2.需有階乘 (!) 的算法】

\* 請將你擬題答案的算式寫下來：

### 擬題活動單三：包含排列 (P) 機率問題

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、今天的題目：

玩具店今天進了 5 種玩偶，分別是史迪奇、史努比、熊大、兔兔、莎莉，但是店裡只有三個陳列櫃，分別為窗前、門口和收銀台，請問史迪奇被放在窗前的機率？

\* 解答為：

二、請你想出另一個，包含排列 (P) 機率的題目。請寫下來：

【限制：1.需有機率的意義，2.需有排列 (P) 的算法】

\* 請將你擬題答案的算式寫下來：

## 擬題活動單四：包含組合 (C) 機率問題

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、今天的題目：

某高職餐飲科甲班，含小美在內的一組學生共 12 人，任選 3 人到美味飯店實習，請問小美被選上的機率。

\* 解答為：

二、請你想出另一個，包含組合 (C) 機率的題目。請寫下來

【限制：1.需有機率的意義，2.需有組合 (C) 的算法】

\* 請將你擬題答案的算式寫下來：

## 擬題活動單五：機率的性質

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、今天的題目：

根據目前的流行病調查發現，每 1000 名成年人當中就有 12 人罹患感冒，15 人罹患胃腸炎，其中 3 人同時罹患感冒和胃腸炎，請問老師罹患感冒或胃腸炎的機率？

\* 解答為：

二、請你想出另一個，機率的性質的題目。請寫下來

【限制：需有  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  的機率性質】

\* 請將你擬題答案的算式寫下來：

## 擬題活動單六：條件機率

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

### 一、今天的題目：

某高職應用外語科 A 班共 30 人，通過英文初級檢定有 20 人，通過英文中級檢定的有 10 人，兩者皆通過的有 7 人。已知美美通過英文初級檢定，請問美美也通過英文中級檢定的機率有多少？

\* 解答為：

### 二、請你想出另一個，條件機率的題目。請寫下來

【限制：需有條件機率之性質】

\* 請將你擬題答案的算式寫下來：

## 擬題活動單七：獨立事件

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、今天的題目：

過年時百貨紛紛推出福袋，A 百貨公司有 50 個福袋，其中 1 個福袋獎品為一台機車，B 百貨公司有 100 個福袋，其中 1 個福袋獎品為一台汽車，今天美美到了 A、B 百貨公司各買了 1 個福袋，請問美美同時得到 A 百貨公司機車和 B 百貨公司汽車的機率？

\* 解答為：

二、請你想出另一個，獨立事件的題目。請寫下來

【限制：需有獨立事件之性質】

\* 請將你擬題答案的算式寫下來：

## 【附錄二】學生學習日記

### ★擬題活動學後感－簡單機率

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、今天的數學擬題活動，你印象最深刻的是什麼？

二、你喜歡你自己擬題的題目嗎？請在下列空格打勾。

喜歡 普通 不喜歡

\* 為什麼？

三、你喜歡今天的擬題活動嗎？請在下列空格打勾。

非常喜歡 喜歡 普通 不喜歡 非常不喜歡

\* 為什麼？

## 【附錄三】機率教學擬題活動回饋單

### 機率教學擬題活動回饋單

座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

1. 本學期機率教學加入擬題教學活動（7次），妳/你喜不喜歡擬題活動？

喜歡 普通 不喜歡

\*為什麼？

2. 比起老師平常的上課方式和現在擬題的上課方式你比較喜歡那一種？

平常的上課方式 擬題的上課方式

\*為什麼？

3. 你覺得擬題的方式對自己在數學解題的思考上有沒有幫助？

很有幫助 有點幫助 沒有幫助

\*為什麼？

4. 請你回想自己在擬題教學活動的情況，填入下列代碼（A、B、C、D）及原因

A 能自己動腦思考

B 能發揮創意，不同於例題

C 能注意題目是否合宜（是否能解答、敘述清楚等）

D 能自我反思或發揮創意，修改或延伸擬題並解題

\*我覺得自己做得最好的是(填代碼)\_\_\_\_\_，因為\_\_\_\_\_

\*我覺得自己尚待加強的是(填代碼)\_\_\_\_\_，因為\_\_\_\_\_

## 【附錄四】教師教學札記

擬題進度：	日期：	時間
上課觀察到的事件：		
課後省思：		

## 【附錄五】學生擬題照片

《照片說明：同學認真擬題中》



《照片說明：2人一組討論》



《照片說明：同學上台分享與討論》

