



趣味數學教學

梁淑坤

中山大學教育研究所

南區小學現職教師研習講座

教育部國民小學師資培用聯盟

數學學習領域教學中心

104.01.28

我們這一班



清明

WARMEST WELCOME

1. 選你喜歡的顏色
2. 寫下姓名、聯絡電話及E-mail
3. 交出來給梁魔法師



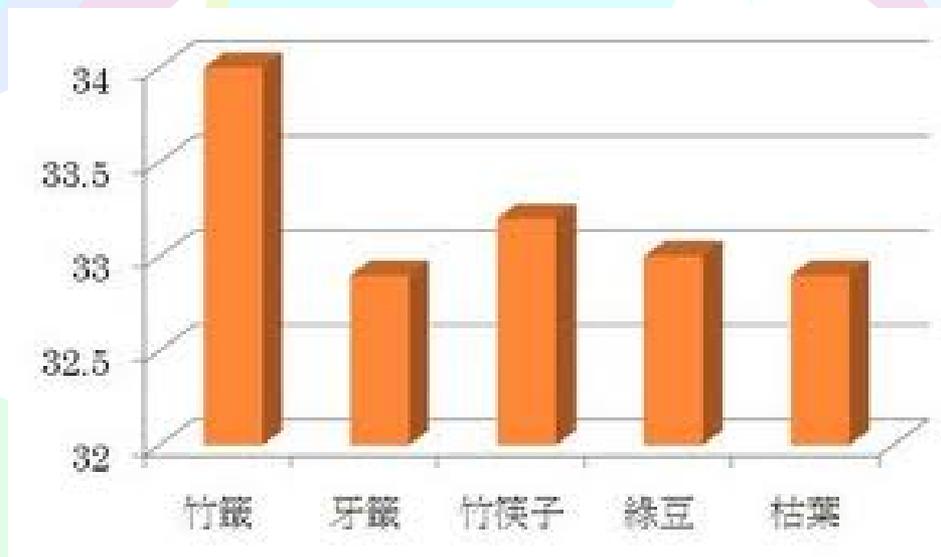
變

為學生想出
變通的統計圖



清明

長條圖



清明

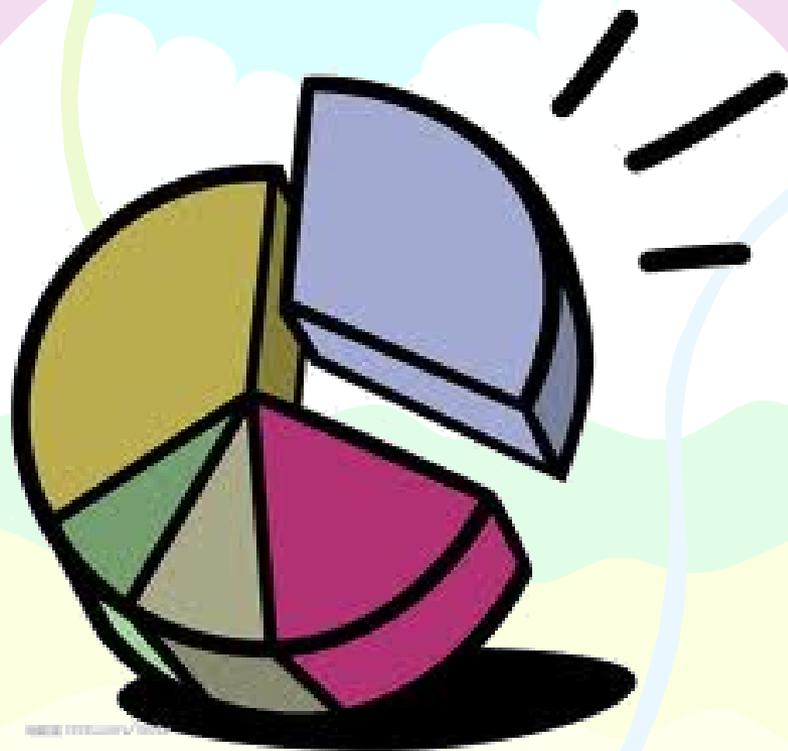
變

為學生想出
變通的統計圖



清明

圓餅圖



清明₇

大綱

- **Q**：數學好不好玩？
- **A**：數學要好玩！
 - 一、生活化
 - 二、具體化
 - 三、趣味化
 - 四、簡單化
 - 五、其它例子
 - 六、數學題**DIY**
- 結語：數學好不好玩？

這是一個
熱情的邀請



清明

梁師必須 認真的準備



清
明

問卷調查

數學好不好玩？

共385份



同學們：

老師爲了理解數學科的特質對你而言是「好玩」或「不好玩」，請你告訴老師你的想法。老師把這份資料用在教學上，希望對大家有幫助，記得要說出你的真心話喔！

數學真的好好玩，

因爲



數學真的不好玩，

因爲



學生問卷回收情形

- 國小**50**份
 - 好玩：**34**人
 - 不好玩：**16**人
- 國中**169**份
 - 好玩：**77**人
 - 不好玩：**90**人
- 高中**166**份
 - 好玩：**88**人
 - 不好玩：**78**人

總計**385**份：好玩**199**人，不好玩**184**人

為何學生說數學不好玩？

- 找出原因



數學不好玩

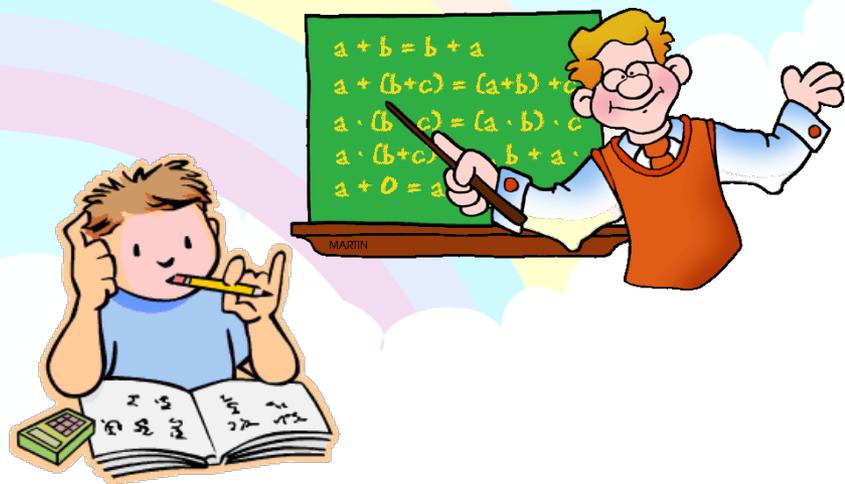
2. 數學很複雜

題目看不懂

【題目一變就不會】

前面不懂後面就不會

【國一基礎沒打好，導致國二程度
不好】



數學不好玩

3. 無聊又無趣

【已經會了，老師一直複習，就會覺得很無聊】

【要記公式跟做法】

$$50 + 1 =$$

$$51 - 28 =$$

$$25 + 20 =$$

$$45 - 12 =$$

$$33 - 10 =$$

$$23 - 5 =$$

$$18 + 20 =$$

$$38 + 40 =$$

$$78 + 8 =$$

$$86 + 10 =$$

$$1$$

$$86 + 40 =$$

$$120 + 10 =$$

$$130 - 20 =$$

$$110 + 20 =$$

$$130 - 10 =$$

$$120 - 10 =$$

$$110 - 15 =$$

$$101 + 40 =$$

$$141 - 28 =$$

$$113 - 10 =$$

$$103 - 15 =$$

$$88 - 35 =$$

$$53 - 20 =$$

$$33 - 5 =$$

$$28 - 5 =$$

$$23 - 10 =$$

$$13 - 15 \quad 13 - 2$$

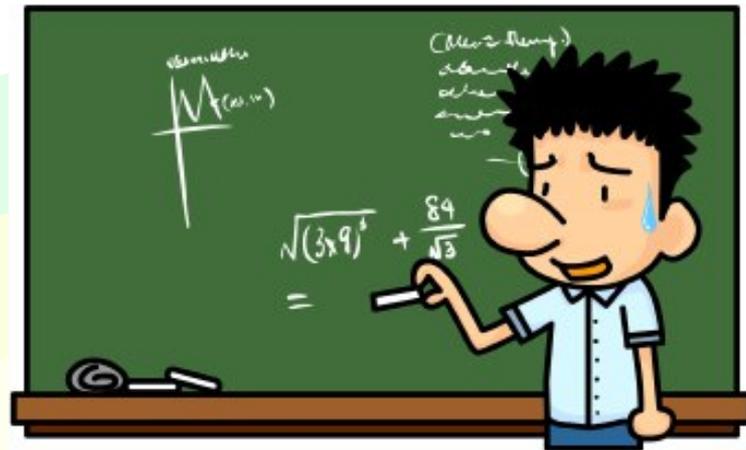
$$31 + 20 =$$

數學不好玩就會...

【要問別人，很丟臉】

【單打獨鬥】

【考不好被罵】



清明

數學不好玩



☑ 數學真的不好玩，

因為聽不懂就不會想繼續讀下去，聽得懂就會讀，常常造成一知半解，只會前半部，不會後半部，而且聽不懂會放空，有時一節課下來，都聽不懂老師在教什麼。

數學不好玩



☑ 數學真的不好玩，
因為我本身對數學這方面沒有多大的興趣。
如果我有感覺興趣，我會盡全力去花心思算。
找不到理由，找不到感覺，可是會了以後會真的很開心。
我也很想努力去學習，想努力爭取高分數，但是一直會達不到，現在也就對數學沒有信心。

學生問卷回收情形

- 國小**50**份
 - 好玩：**34**人
 - 不好玩：**16**人
- 國中**169**份
 - 好玩：**77**人
 - 不好玩：**90**人
- 高中**166**份
 - 好玩：**88**人
 - 不好玩：**78**人

總計**385**份：**好玩199人**；不好玩**184**人

數學好好玩

1.生活上用的到

【學數學能讓自己的水準提高，
大腦更加清晰，應用於生活上，

ex.算機率（樂透號碼）】

【每個地方都要用到它】



數學好好玩

2. 懂數學

容易拿分

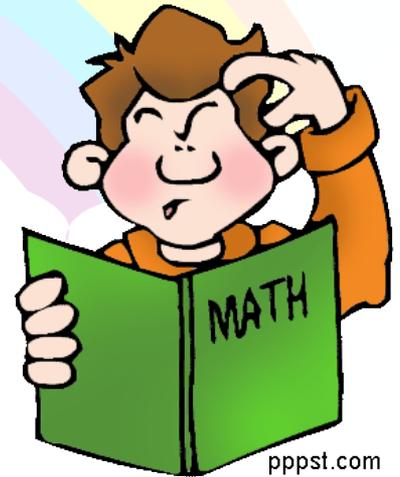
【學會了都不用讀，容易拿分】

培養、刺激思考、激發腦力

【訓練思考能力，對其它學科的學習亦有加分】

解題成就感

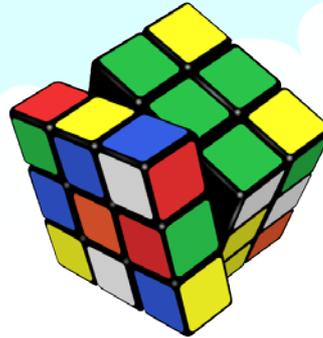
【算錯的題目不停算
直到算對很有成就感】



數學好好玩

3. 多變有趣

8	5				6	4	
		1	2	5	3		
		4			1		
7		9	8			4	
						9	
4		1	7				
		2				9	
		5	3		1	4	
3	6					2	1



pppst.com

清明

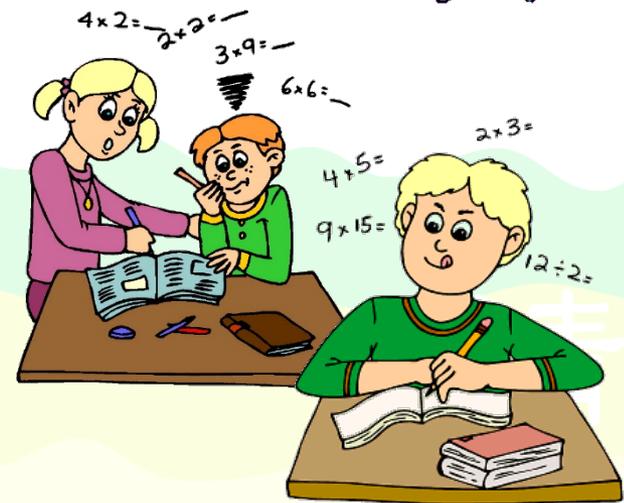
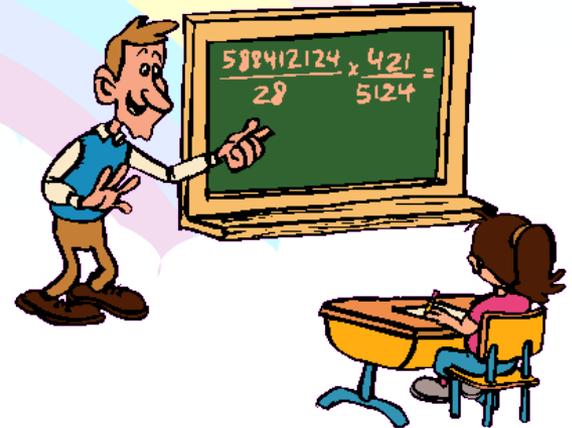
數學好好玩背後...

教師因素

【用有趣的方法解很難的題目】

【用簡單的方式來進行教學】

【教學方式生動活潑;細心】



學生有信心

【對數學有信心，才會覺得數學

很有趣，很有挑戰性】

數學好好玩



☑ 數學真的好好玩，

因為經過演練，計算可以得到意想不到的答案，並有時將新學的方法用上題目時，能和正解無誤，那種心境轉換所帶來的信心，帶給我對數學所產生的濃厚興趣，也經由老師上課的教學，讓我知道數學其實不是嚴肅有壓力的，而是可以輕鬆，對數字沒有厭倦感的。

經過學習，背公式，結果演練出來的辛苦結果被正解打的失去信心，所以我對數學的感覺應該是“既喜愛又怕受傷害”，但經由評估，對數學這份熱忱似乎多於不好玩，所以選了這一個。

數學好好玩



數學真的好好玩，
因為真的超級好玩，那個公式還有數字真的是太
討喜了，一看到就愛上「數學」，Great!!
寫一大堆題目，享受運算過程，真是有趣 ~ ~
那個牛頓定理，多項式... 喔！極品 ~ ~
雖然有些聽不懂，但是在把它搞懂的過程也是讚

把數學變好好玩

反方向思考



清明

魔術師變變變



數學生活化



數學具體化



數學趣味化



獨樂樂不如眾樂樂

- 找一個伴
- 共同學習



清明

當我們同在一起

(播放音樂)

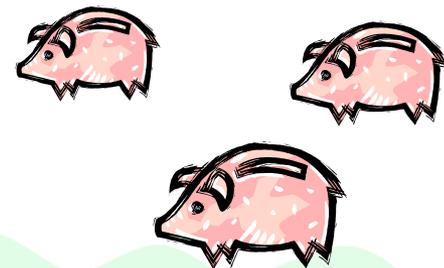
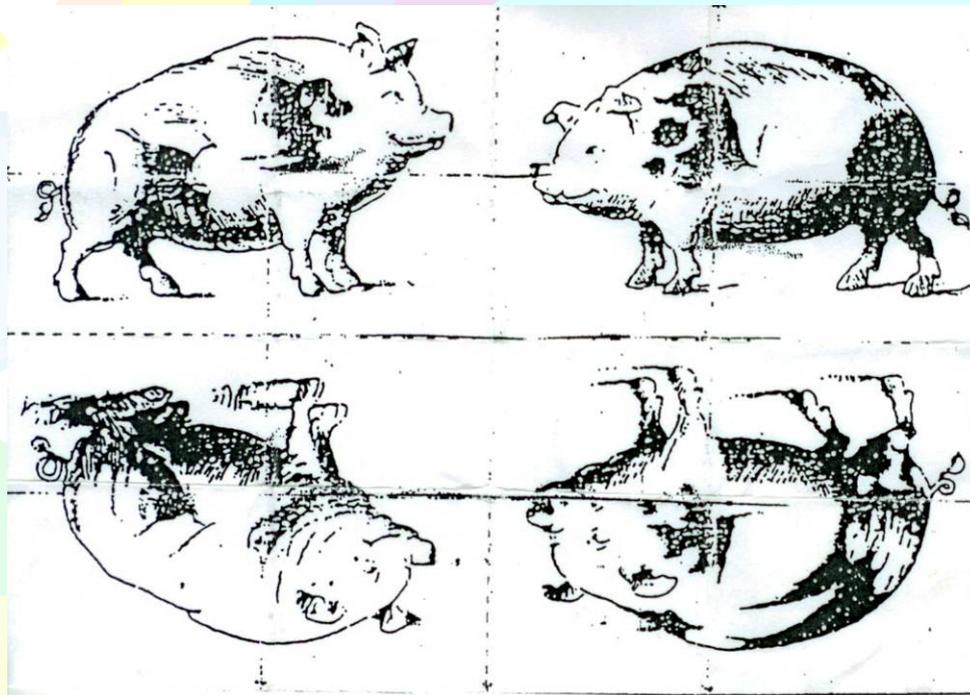


< ^ . ^ 一起學習好快樂! >

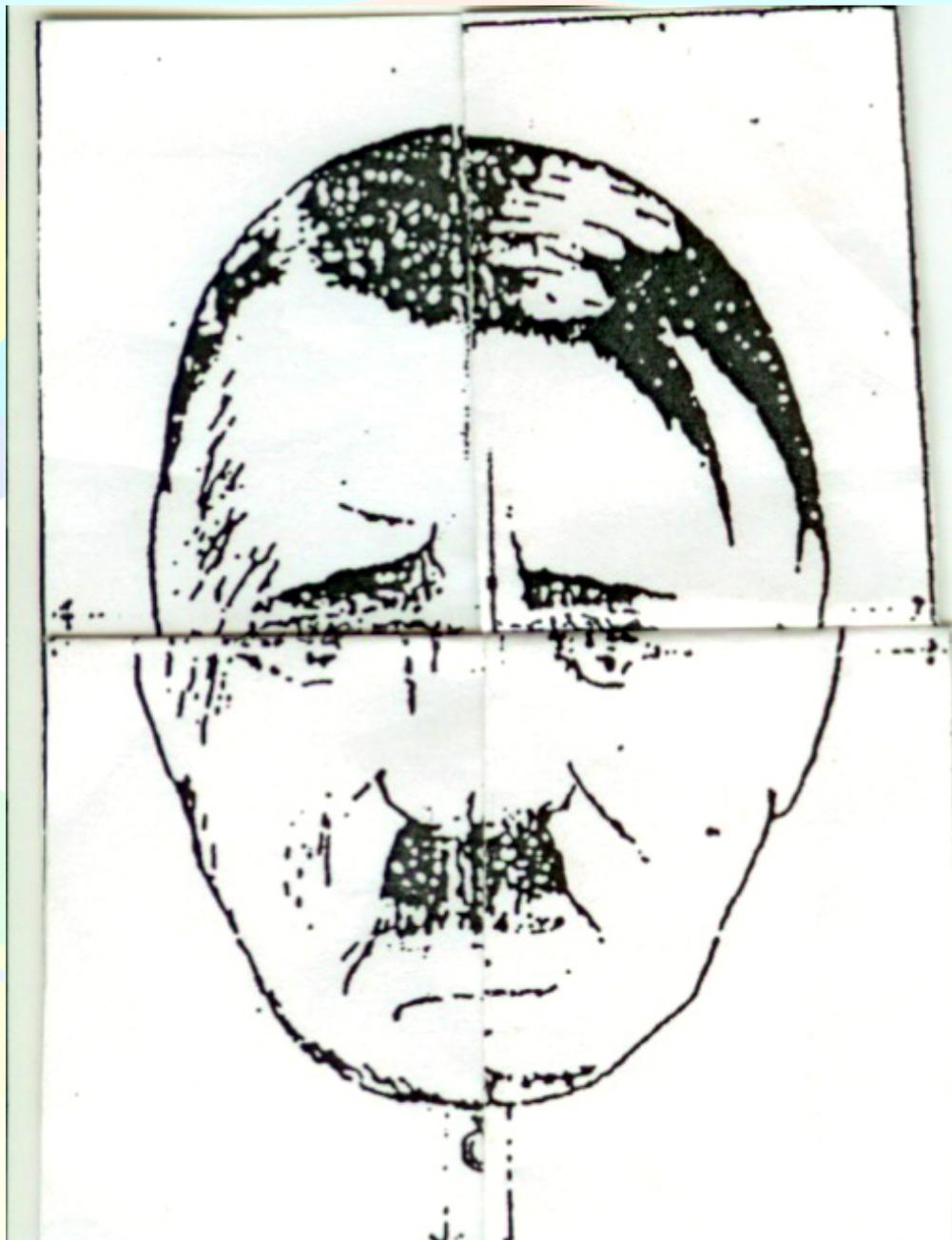


動手動腦

< 誰是豬？ >



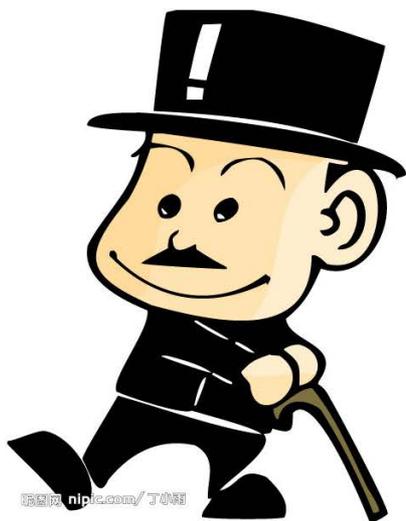
清明



清明



一、數學生活化



昵图网 nipic.com/丁丁制

一、數學生活化

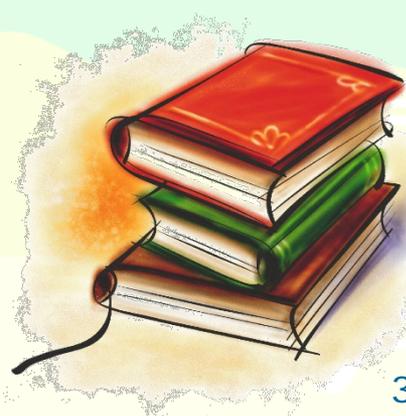
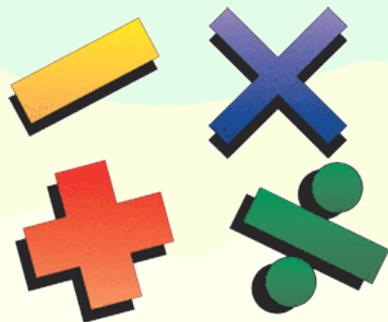
四個事例：

1. ISBN

2. 比例

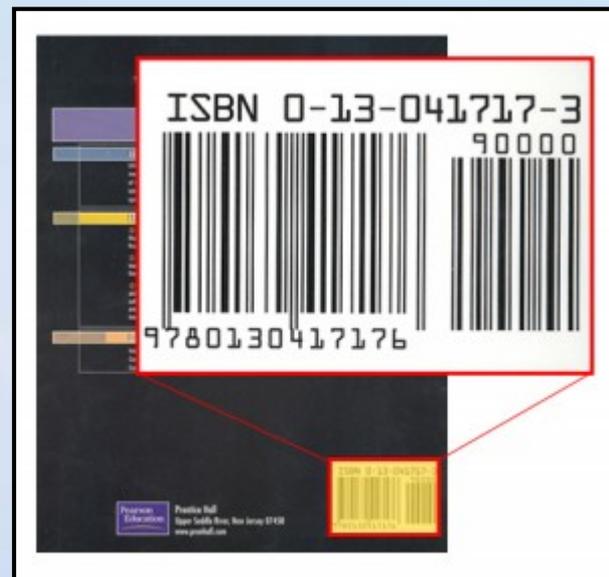
3. 數列

4. 三角形數



1. 一本書的 ISBN 號 1/3

ISBN 978-986-01-5654-6



ISBN 978-986-02-0014-0



1. 一本書的ISBN號 2/3

ISBN 是由 10 個數字組成的，前 9 個分成三組，分別用來顯示出區域語言、出版社和書名的資料；而最後一個數字則作檢核之用。舉例說，ISBN 0-451-52320-2 的第一個“零”表示這是一本英文書籍，而「451」和「52320」分別為某出版社和那本書名的代號，最後的「2」則為檢核號碼。若想知道這個用 ISBN 表示的書目有否出錯，只須依以下的程序找出最後的數字是否相符，便可得知。



1. 一本書的ISBN號 3/3

(程序一) 首先找出前 9 個位值的總和

$$\boxed{0} \times 10 = \quad (\text{第一個數字的位值為 } 10, \text{ 第二個的位值為 } 9, \text{ 以此類推})$$

$$\boxed{4} \times 9 =$$

$$\boxed{5} \times 8 =$$

$$\boxed{1} \times 7 =$$

$$\boxed{5} \times 6 = \quad (\text{程序二) 找出程序一的總和除以 } 11 \text{ 後所得的餘數}$$

$$\boxed{2} \times 5 = \quad \quad \quad \div 11 = \quad \dots \dots \quad (\text{餘數})$$

$$\boxed{3} \times 4 =$$

(程序三) 將 11 減去程序二所得的餘數，便可得到檢核數值

$$\boxed{2} \times 3 =$$

$$11 - \quad = 2 \quad (\text{注意: 若結果為兩位數值, 則用 X 表示。})$$

$$+ \quad \boxed{0} \times 2 =$$

總和 = _____

I. ISBN 國際標準書號



國際標準書號(International Standard Book Number, 簡稱 ISBN), 是為因應圖書出版、管理的需要, 且方便圖書在國際間交流與統計所發展的一套國際統一的編號制度 (定期出版的期刊除外) 。這組號碼可說是圖書的代表號碼。出版社可透過 ISBN 清楚辨認所有非期刊書籍。「 ISBN 」原由十位數碼所組成, 用以識別出版品所屬國別地區語言、出版機構、書名、版本及裝訂方式。為因應國際間圖書出版量

大幅增長, 並與商品條 (EAN-13 碼) 結合, 自 2007 年 1 月 1 日起正式全面實施 13 碼 ISBN 。

一個 ISBN 只有一個或一份相應的出版物。新版本如果在原來舊版的基礎上沒有內容上太大的變動, 在出版時也不會得到新的 ISBN 號碼。當平裝本改為精裝本出版時, 原來相應的 ISBN 號碼也應當收回。

II. ISBN 識別結構

ISBN 號碼由 13 位數字組成, 並以四條線段加以分割, 每組數字都有不同的含義。

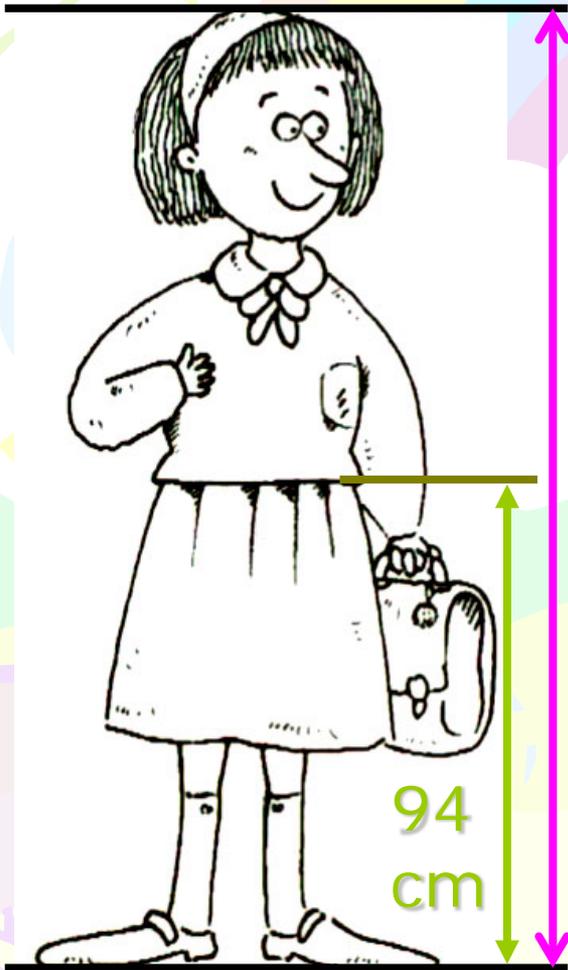
前置碼	—	群體識別號	—	出版者識別號	—	書名識別號	—	檢查號
978	—	957	—	678	—	431	—	6

2. 完美的比例 1/3



CRI online
国际在线·娱乐

2. 身材嬌小的女士 2/3



$$\frac{94}{156} = 0.6 \dots \text{非黃金比例}$$

156
cm

94
cm

清
明

2. 身材嬌小的女士 2/3



$$\frac{94}{156} = 0.6 \dots \text{非黃金比例}$$

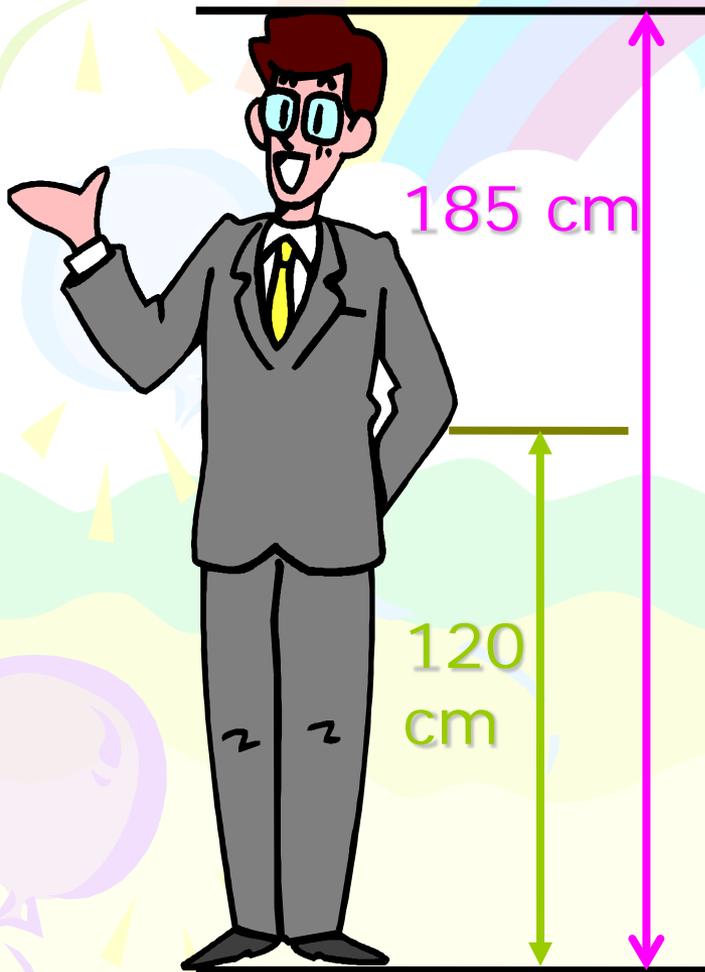
若穿上 6 公分的高跟鞋...

$$\frac{94 + 6}{156 + 6} = 0.617 \dots$$

★黃金分割
完美的比例



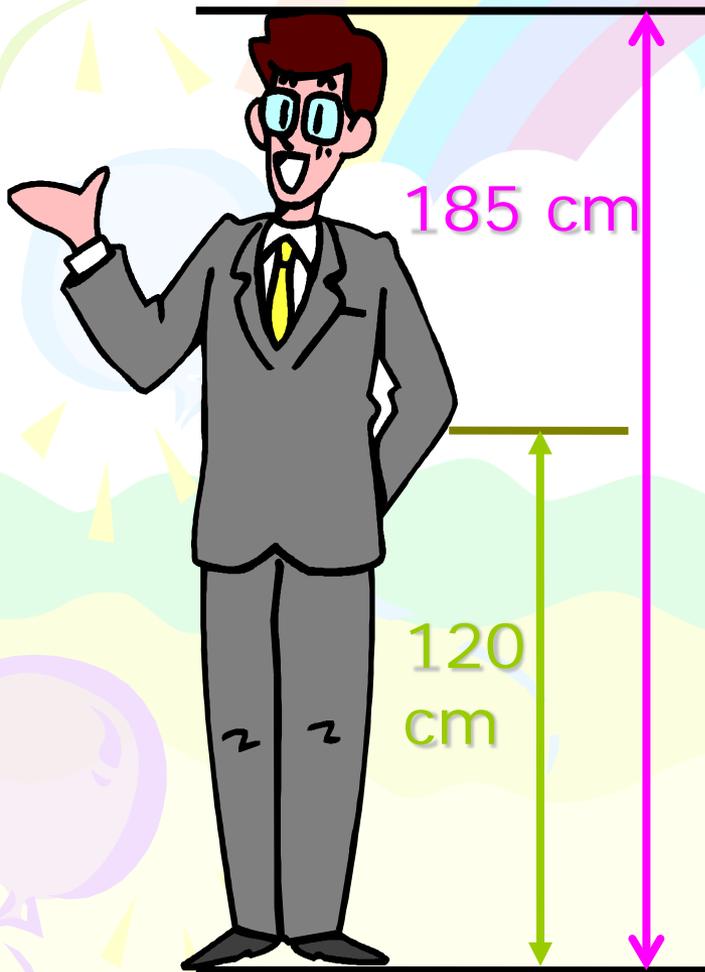
2. 高大英挺的男士 3/3



$$\frac{120}{185} = 0.6486$$

腿長身短
非黃金比例

2. 高大英挺的男士 3/3



$$\frac{120}{185} = 0.6486$$

腿長身短
非黃金比例



若戴上一頂 9 公分的帽子

$$\frac{120}{185 + 9} = 0.618$$

★黃金分割
完美的比例



3. 樹木隨年期長出分枝

年期	長出分枝數目
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5

表 A16.1 隨着年期長出分枝的數目

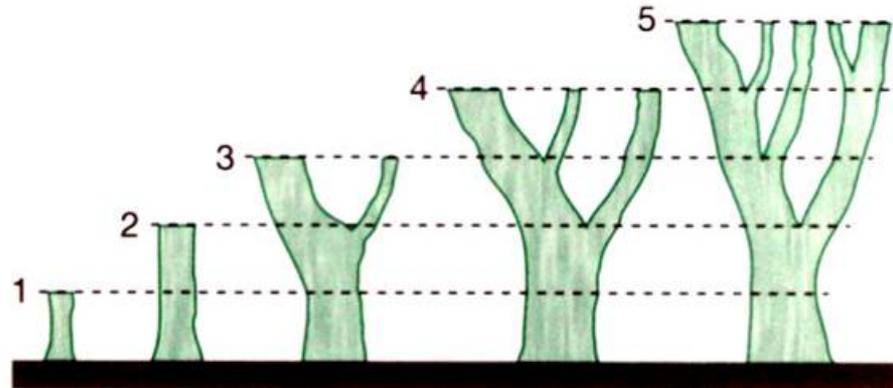


圖 A16.1 樹木隨年期長出分枝的規律

由表 A16.1 所見，隨着年期長出分枝的數目是 $\{1, 1, 2, 3, 5 \dots\}$ 。若細心觀察這些數字的關係，便不難發現到第三個數字是第一個數和第二個數的總和，第四個是第二個和第三個數的總和，餘此類推，形成一個數學上的序列(sequence)。若樹幹真的按着這個數列規律生長，便可預期分枝出去的數目達 8 個之多。

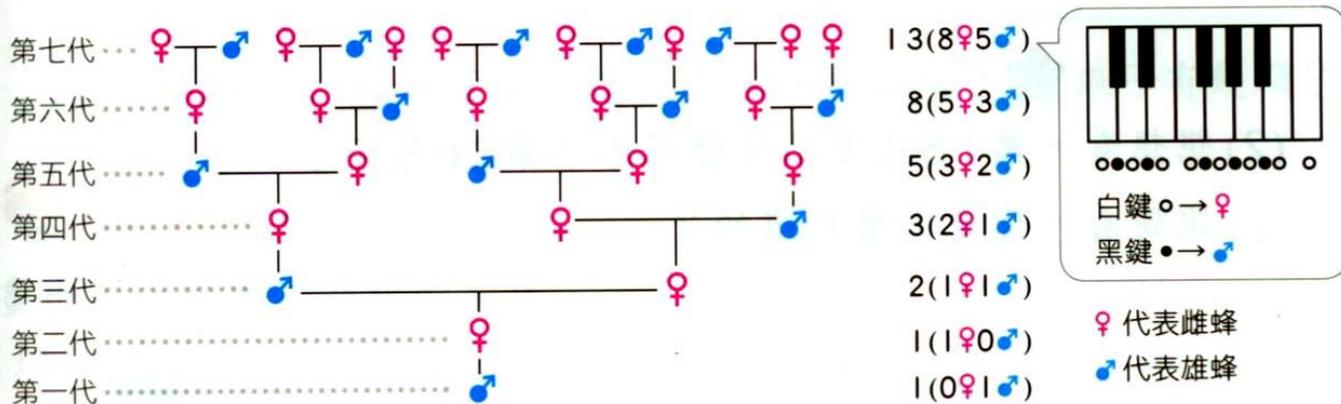


5 數量關係

康軒
(六上)
P.67

費波那契(Fibonacci, 1175~1250)是義大利傑出數學家。他的父親是商人，從小帶他到各地旅行，讓他有機會接觸到阿拉伯數學。他在西元1202年，發表著名的算盤書(Liber Abac)，將阿拉伯數字系統引進歐洲，立刻大受歡迎，並且很快地流傳開來。

這本書包括阿拉伯數字的寫法與讀法，整數及分數的計算等，並包含了著名的「費氏數列」。費氏數列是1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34……這組數列，生活中有許多事物與費氏數列息息相關，例如：雄蜂是由未受精的卵孵出，故只有母親而沒有父親；雌蜂從受精的卵中孵出，所以牠有雙親。一隻雄蜂若往回推歷代祖先，從下圖中可知，第七代的13位祖先恰好可以排成鋼琴八度音之間的13個半音階(8個白鍵，5個黑鍵)。



4. 三角形數



握手人數	握手次數
2	1
3	3 (= 1+2)
4	6 (= 1+2+3)
5	10 (= 1+2+3+4)
...	...
...	...

三角形數藥盤

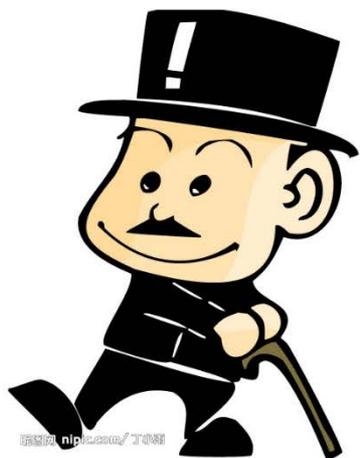


清
明



二、數學具體化

4個正三角形可排列幾種圖形？



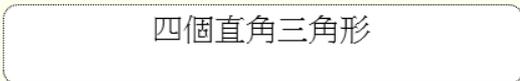
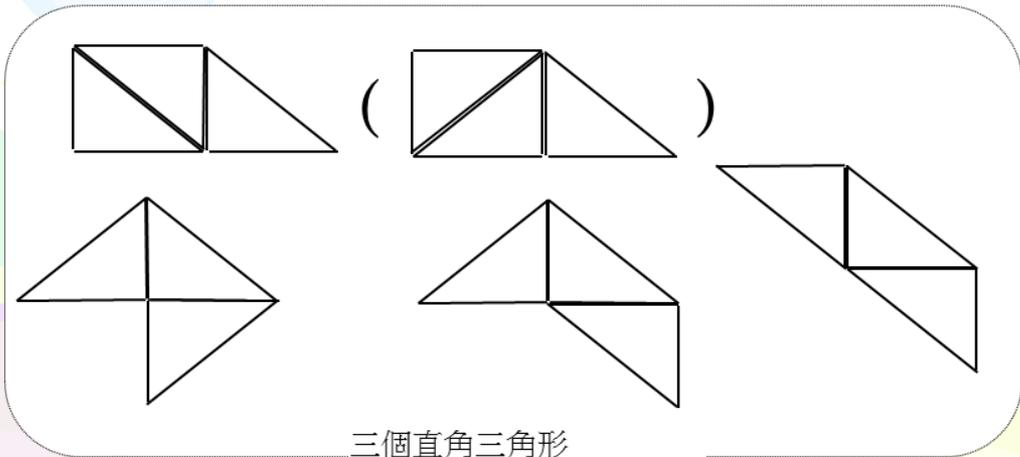
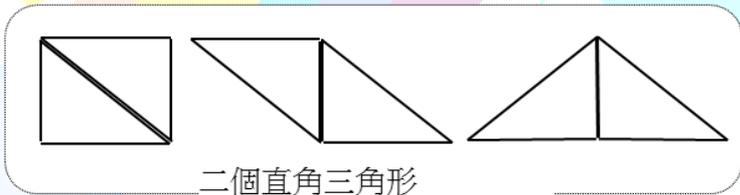
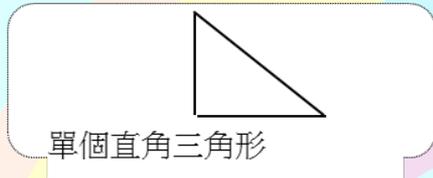
清明



個	共有幾種
1	?
2	?
3	?

清明

2-1 共有幾種？



- 有 _____ 種
- 有 _____ 種

- 有 _____ 種
- 有 _____ 種

清明

2-2 共有幾種？

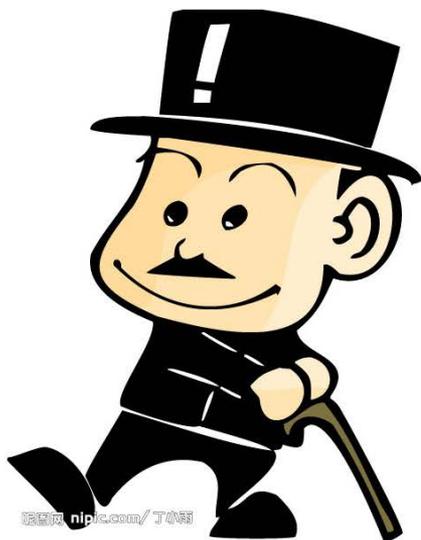
- **1. 你有瞭解題目嗎？**
- 到底是什麼三角形？
- 怎樣不一樣才能算是另外的一種？
- 到底要用幾張？
- **2. 擬定計劃**
- 你是如何進行你的解題？
- 是否有運用畫圓？或剪出三角形小圖卡來幫助？
- **3. 實行計劃**
- 從二個到三個，以及到四個是共幾種？數目上的增加有規律嗎？

2-3 共有幾種？

- 4. 回顧問題
- 如果梁老師問下去，不止四片，
- 五片多少種？
- 六片多少種？
- 七片多少種？
- 你有什麼發現？還是說：「梁老師，請不要再問下去了！」
- 建議：可以找小朋友做做看，再比較他的做法。



三、數學趣味化



3-1 圓心在哪裡

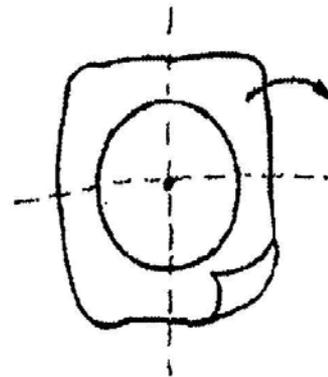
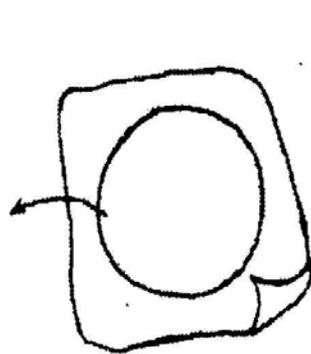
I. 自行解題

- 美勞課的鐘面弄好了，不約而同的是，大家的鐘面都是圓的。趕快把那三枝針擺上去就完工了。
- 慘了！針要擺在那裏呢？
- 還要問，當然是擺在圓心那裏。
- 動作快一點吧！不行，圓心在那裏？
- 如何找圓心呢？

3-2 圓心在哪裡？

- 梁老師先示範一個解題的例子吧！
- **No1:** 將圖畫下…再將圖對折求其中心點

(a) 先描在紙上面



(b) 對摺求其中心就是圓心

3-3 圓心在哪裡？

• II. 分享/質疑

- 梁老師說：「這一次的標題是什麼？」
- 大家一起回答：「一題多解」
- 梁老師再說：「好了，若有想到其它方式，也一一說出來，與大家分享分享。」

3-4 圓心在哪裡？

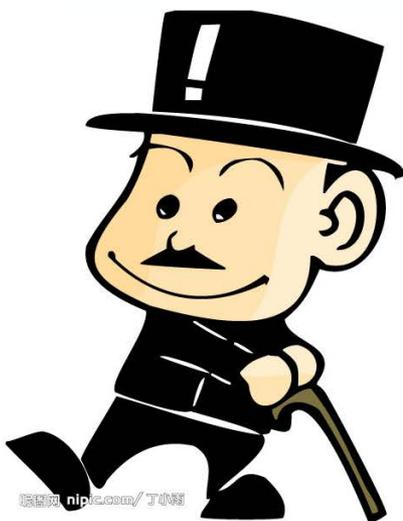
- 請No _____ 作者 _____ 回答:(疑點如下)
- 重覆，你的方法與No _____ 相同，再想一個方式吧!
- 不清楚的地方如下:
- 不可行的地方如下:
- 小小建議如下:

3-5 圓心在哪裡？

- J 配配看，他們的作法為何？(將1~6和A~F配對)
- 1. 兩條弦的中垂線交點
- 2. 圓的重心就是圓心
- 3. 圖中三角形的外心(即三中垂線的交點)
- 4. 用尺求圓的直徑，再求直徑交點即是圓心
- 5. 圖中直角斜邊中點
- 6. 圓外一點兩條切線的中垂線

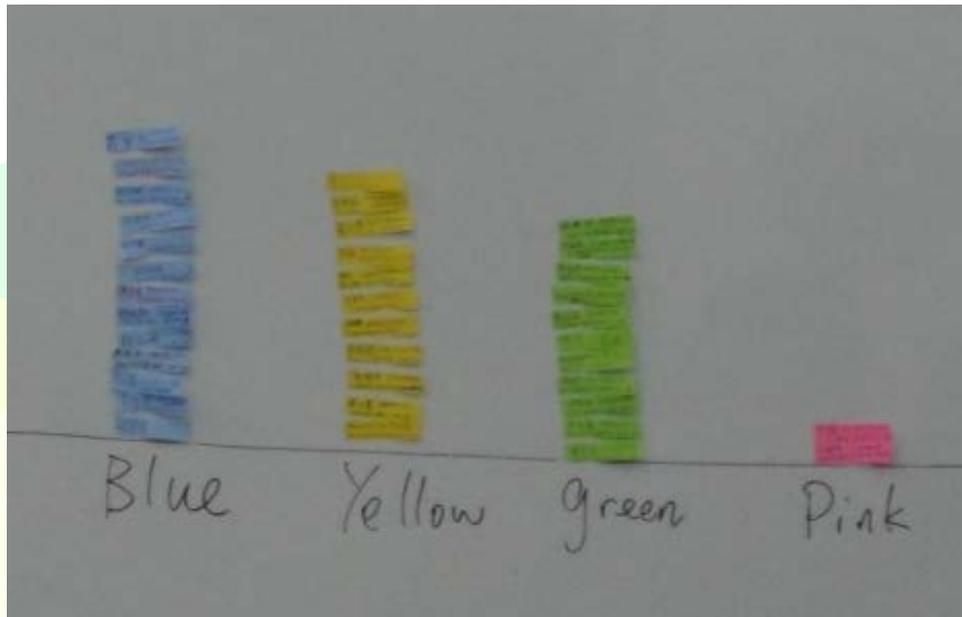


四、數學變簡單



長條圖

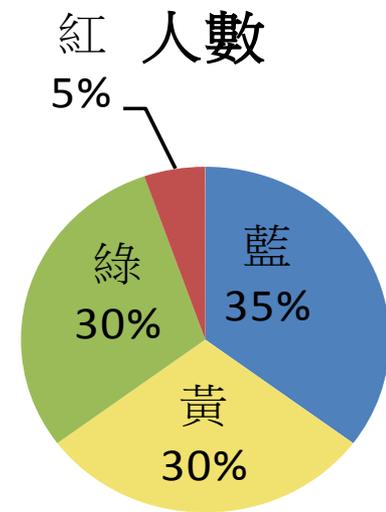
- 簡易化的教學
- 在長條圖的製作常帶來「時間不夠用」的困擾，老師反應同學在著色及量長短畫到打下課鐘都還沒做完。



圓餅圖

- 簡易化的教學
- 製作圓餅圖的時候資料如下：

顏色	人數	角度
藍	13	130°
黃	11	110°
綠	11	110°
紅	2	20°
	36	360°



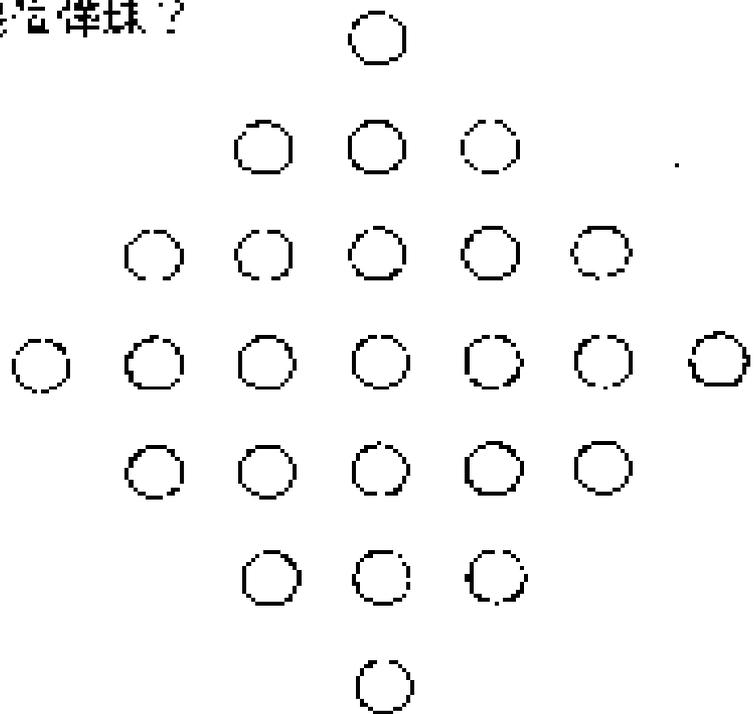
圓餅圖

- 簡易化的教學
- 在不整除的情況下仍簡易的製作圓餅圖。



4-1 彈珠有幾顆？

共有幾顆彈珠？



清明

4-2 彈珠有幾顆？

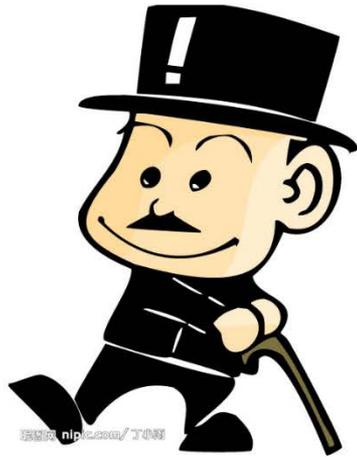
- 找一班小朋友算彈珠，算完了問小朋友「還有別的方法嗎？」請大家想多種方法

4-3 彈珠有幾顆？

- 各種解題策略
- 1. 計數法：
 - (1.) 圈著數 (2.) 斜著數 (3.) 沿著數
- 2. 組合法
 - (1.) 五個一數 (2.) 四個一數 (3.) 不規則組合
- 3. 改構法
 - (1.) 移動彈珠(倍數) (2.) 彈除彈珠



五、其它例子



清明

5-1 花片、撲克牌、配衣服

❖ 第一題：花片

❖ 紅、黃、白、綠、藍花片各一個

❖ 請用下列提示擺放花片

❖ Step1: 紅色在黃色下面

❖ Step2: 藍色在白色之上紅色之下

❖ Step3: 黃色在綠色和白色之間

5-2 花片、撲克牌、配衣服

第二題:擺撲克牌

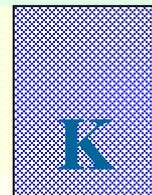
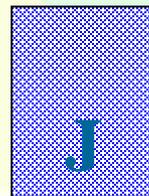
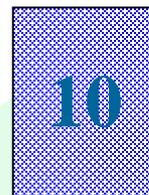
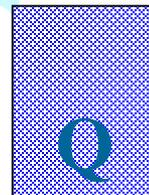
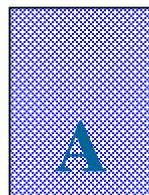
請用下列提示擺撲克牌

J在**Q**之右

K在**A**之右

Q在**10**和**A**之間

10在**Q**的左邊



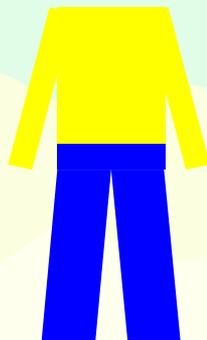
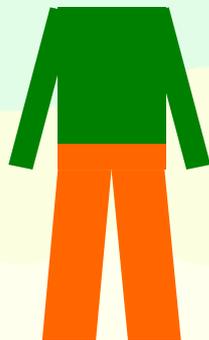
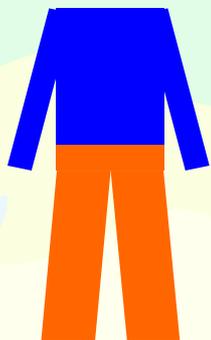
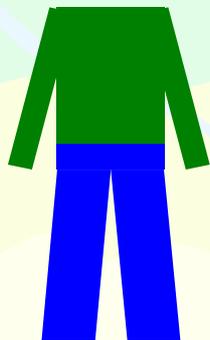
清明

5-3 花片、撲克牌、配衣服

第三題：穿衣服

- 佳娟、淵智、嘉皇、敏智4人穿不同組合的衣服(如下圖5組服裝)。

- 1. 2. 3. 4. 5.



5-3 花片、撲克牌、配衣服

請用下列提示去配衣服

- * 橘色褲子是佳娟和敏智的最愛。
- * 嘉皇在藍色、橘色褲子中會選橘色。
- * 淵智喜歡穿綠色上衣，嘉皇則不喜歡。
- * 佳娟不愛綠色或黃色上衣。
- * 敏智不愛藍色或綠色上衣。
- * 淵智喜歡穿藍色或橘色褲子。

六、數學題DIY

6-1 擬題、佈題、命題 (Problem Posing)

壹、什麼是擬題？

- 「自己想出一個數學題目來」就是擬題，
- 這裡指的擬題，非佈題非命題。
- 擬題行為可能含有下列的特徵：
 1. 組織的方法是屬個人的(idiosyncratic)；
 2. 當中包括猜想及可信推理(plausible reasoning)；
 3. 可以發生在解題前，解題中，以及解題後(before, during, and after problem solving)，
 4. 擬題者寫出的題目較課本題目「粗糙的」(primitive)；可能非完整的(Incomplete)；非可行的(Inplausible)；亦可能尚欠資料的(Insufficient)。

清明

(一)、個人化-e.g. 正方形

第一組

- 1. 正方形的邊長多少？對邊是否平行？
- 2. 每一個角度是多少？四個角度加起來共多少度？
- 3. 若邊長5公分，求面積、求周長。
- 4. 正方形內的對角線共有多少條？其長度一樣嗎？

第二組

- 1. 用正方形的紙來摺，可以摺出什麼圖形呢？
- 2. 若有一疊正方形的紙，可以砌出什麼圖案呢？
- 3. 我們家裡的用品，那一些是像正方形的呢？
- 4. 注音符號的ㄇ、ㄣ、ㄣ，像不像正方形？為什麼？
- 從以上兩組題目，可以看到不同的「個人」看法。

貳、擬題活動類型與結構

- Reitman (1965)提及四種題目結構：

	已知(Given)	目標(Goal)
1.	✓	✓
2.	✓	×
3.	×	✓
4.	×	×

「✓」：已定義清楚

「×」：未定義清楚

參、數學內容與情境安排

(一)、已有數學部份而欠故事內容

日本學者古藤伶(1986): $5+3=8$

- 「改變」型
- 「有5人在操場玩，又來3人，所以變成8人」
- 「併加」型
- 「紅花5朵和白花3朵共有多少朵花？」
- 排先後
- 「一郎排在第5位，一郎後3位是二郎，問二郎排在第幾位？」
- 加法反運算
- 「操場上走了3人還有5人，操場上原有幾個人？」

(一)、已有數學部份而欠故事內容

- 美國學者Kilpatrick (1987)
 - 晒衣服的鐵架所用的鐵線網製造接口需用鐵絲；
- 英國學者Greer (1991) (如 $3+5=8$)，學生可以問及繩子5公尺長再結上另一3公尺長的繩子共多長
- 美國學者Silver(1993)
 - $540 \div 40$ 的直式計算餘數為20
 - 只顧數學部份的題目，「農夫丁種540個南瓜，若每行種13.5個南瓜則可種多少行？」及「禮堂裡共540學生，他們共坐40排，每排坐多少人(13.5人)？」

(二)、已有情境安排而欠缺數學部份 (圖片)

- 在「十五枝火柴」實驗中(附火柴圖)
- 學員看出「正方形」數目和「火柴枝」數目的關係，問及「若果排出30個整正方形，要用多少枝火柴呢？」
- 學員會在圖中加兩點，「甲」和「乙」
- 再問「若一個人從甲點走到乙點共有多少路線可走呢？」

(二)、已有情境安排而欠缺數學部份 (文句)

- 在「游泳池」實驗中，研究者所附的文字描述泳池有注水管、排水管，以及要定時清洗。
- 學員會自己附加資料擬出算術題如「若泳池有6000立方公尺的水而排水速度是每分鐘20立方公尺，則要多久才可把一滿池的水排完？」
- 學員也許會自己附加故事內容說「若泳池不受鄰里歡迎而改建為公園，要填土多少才把泳池變平地？」

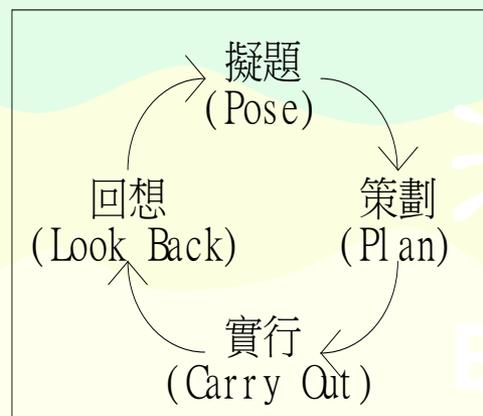
肆、擬題和解題的關係

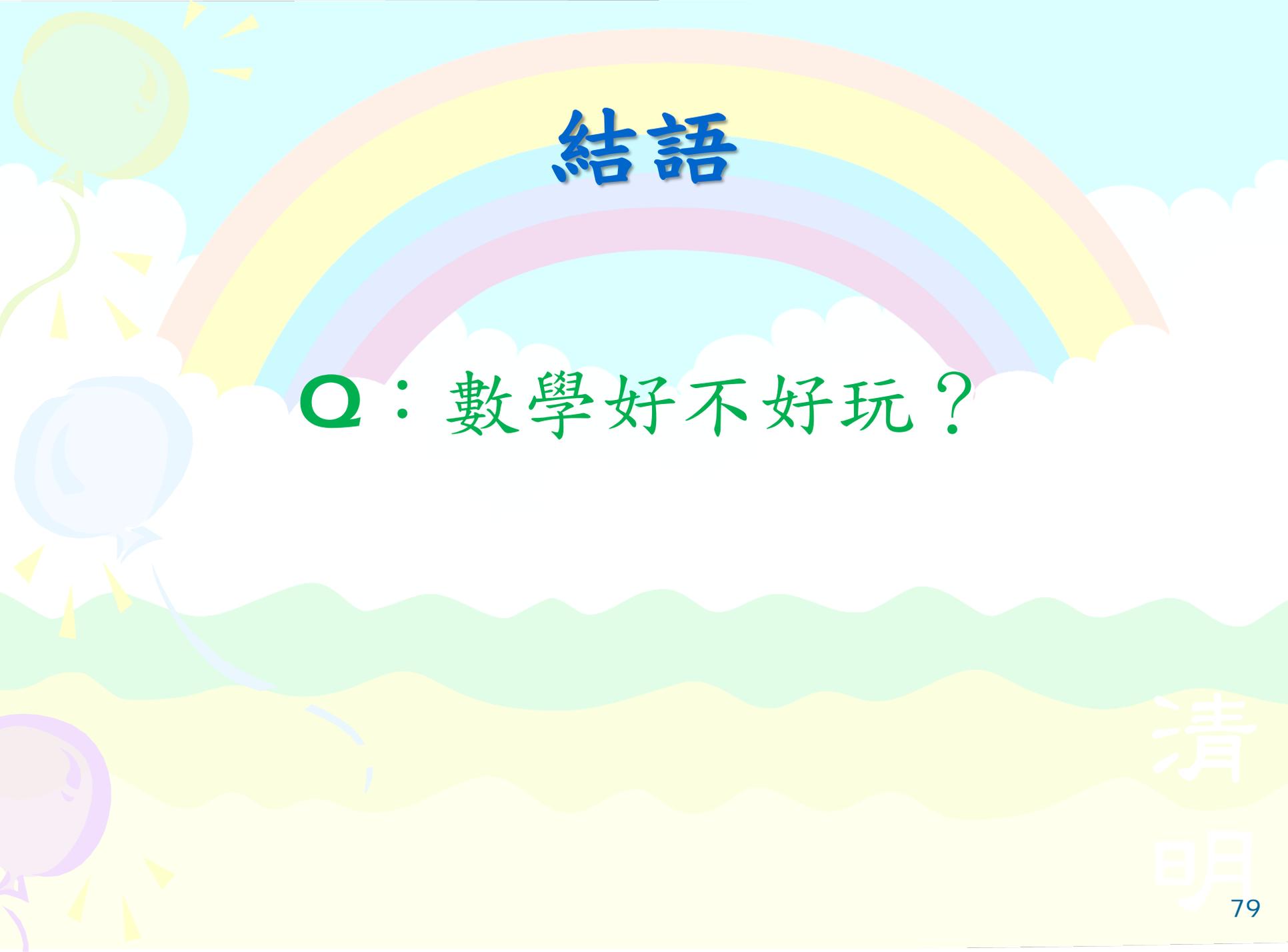
- Polya的四階段說明於右邊兩個圖(1945)
- 如圖所表示，擬題取代了「理解」階段，而「回想」階段可再擬出其他題目來，若有動機去解再次擬出的題目，則要再次策劃及實行了。

解別人擬的題目

1. 理解
(Understand)
2. 策劃
(Plan)
3. 實行
(Carry Out)
4. 回想
(Look Back)

解自己擬的題目





結語

Q：數學好不好玩？

清
明

THANK YOU~

leung@mail.nsysu.edu.tw



3 12:27PM